Тема 7.

Квадратные уравнения и неравенства.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b и c – некоторые числа.

Универсальный способ решения квадратных уравнений – через дискриминант.

Формула дискриминанта: $D = b^2 - 4ac$.

Формула нахождения корней: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Пример решения уравнения:

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$a = 5$$
 $b = 4$ $c = -1$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 36$$
, $\sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$

$$x_1 = \frac{-4+6}{2\cdot 5} = 0.2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 6}{2 \cdot 5} = -1$$

Ответ: -1; 0,2.

Частные случаи квадратных уравнений:

1)
$$2x^2 - 32 = 0$$
;

$$2) 5x^2 + 20x = 0;$$

$$2x^2 = 32$$
;

$$5x(x+4) = 0$$
:

$$x^2 = 16$$
;

$$5x = 0$$
 или $x + 4 = 0$:

$$x = \pm 4$$
.

$$x = 0$$
 $x = -4$.

Квадратные неравенства решаются методом интервалов. Для этого ты должен уметь решать квадратные уравнения и раскладывать квадратный трехчлен на множители по формуле $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

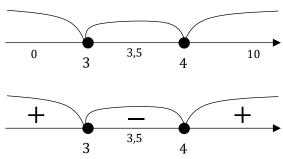
Разберемся на примере $x^2 - 7x + 12 < 0$.

Решив квадратное уравнение $x^2 - 7x + 12 = 0$ мы получим корни $x_1 = 3$ и $x_2 = 4$.

Разложим на множители трехчлен $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$.

Теперь неравенство принимает вид (x-3)(x-4) < 0.

Отметим корни квадратного уравнения на числовой прямой. Получили три промежутка.



Начинаем с самого правого промежутка. Из него выбираем какое-нибудь число, например, 10.

▶ Подставляем его вот сюда

и определяем знак промежутка: (10 - 3)(10 - 4) > 0 положительный. Ставим над промежутком плюсик.

Следующий промежуток посерединке. В нем выбираем ▶ число, например, 3,5. Также подставляем его неравенство и определяем знак промежутка:

(3,5-3)(3,5-4) < 0 – отрицательный. Ставим знак минус.

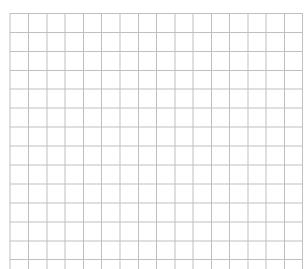
Аналогично с левым промежутком. Там я выбрала ноль. Знак промежутка получился положительным.

Далее смотрим на знак исходного неравенства: <. Значит, нас интересуют промежутки с минусом. Ответ: (3; 4).

1. Укажите решение неравенства $x^2 - 64 > 0$.



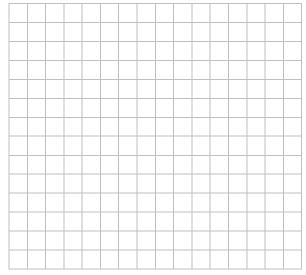
3)
$$(-\infty; -8) \cup (8; +\infty)$$



3. Укажите решение неравенства $3x - x^2 \le 0.$

2)
$$(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$$

4)
$$[0; +\infty)$$



5. Укажите решение неравенства

$$x^2 + 9x + 20 < 0$$

1)
$$(-\infty; -4)$$

3)
$$(-\infty; -5) \cup (-4; +\infty)$$

4) $(-\infty; -5)$

$$2)(-5; -4)$$

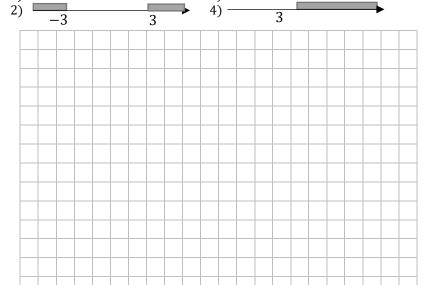
4)
$$(-\infty; -5)$$



2. Укажите решение неравенства

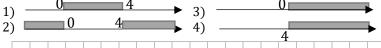


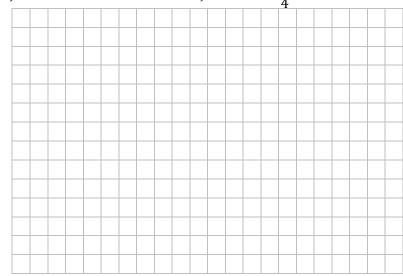




4. Укажите решение неравенства



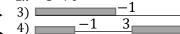


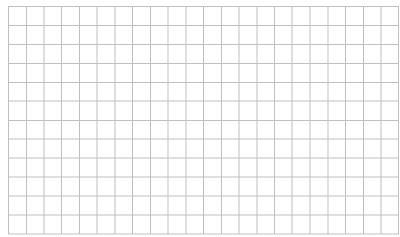


6. Укажите решение неравенства









Большая практика.

7. Решите уравнения и неравенства.

1)
$$x^2 - 10x + 24 = 0$$
;

2)
$$2x^2 + 5x = 7$$
;

3)
$$x^2 = -9x - 8$$
;

4)
$$x^2 = 5x + 36$$
;

5)
$$9x^2 - 9x + 4 = 7x^2$$
;

6)
$$x^2 - 20x = -5x - 13 - x^2$$
;

7)
$$5x^2 + 5x - 24 = 2x^2 + 11x$$
; 8) $7x^2 - 14x = 0$;

8)
$$7x^2 - 14x = 0$$

9)
$$4x^2 - 20x = 0$$
;

10)
$$x^2 - 121 = 0$$
;

11)
$$x^2 - 25 = 0$$
;

12)
$$-\frac{1}{5}x^2 + 20 = 0$$
;

13)
$$\frac{1}{4}x^2 - 36 = 0$$
;

$$14) (x-1)(-x-4) = 0;$$

$$15)(-x+10)(x+20)=0;$$

16)
$$(x-1)^2 = 2x^2 - 6x - 31;$$
 17) $x - \frac{12}{x} = 4;$

17)
$$x - \frac{12}{x} = 4$$

18)
$$x + \frac{11}{x} = -12$$
;

19)
$$\frac{13}{x-12} + \frac{12}{x-13} = 2;$$
 20) $\frac{8}{x-3} + \frac{3}{x-8} = 2;$

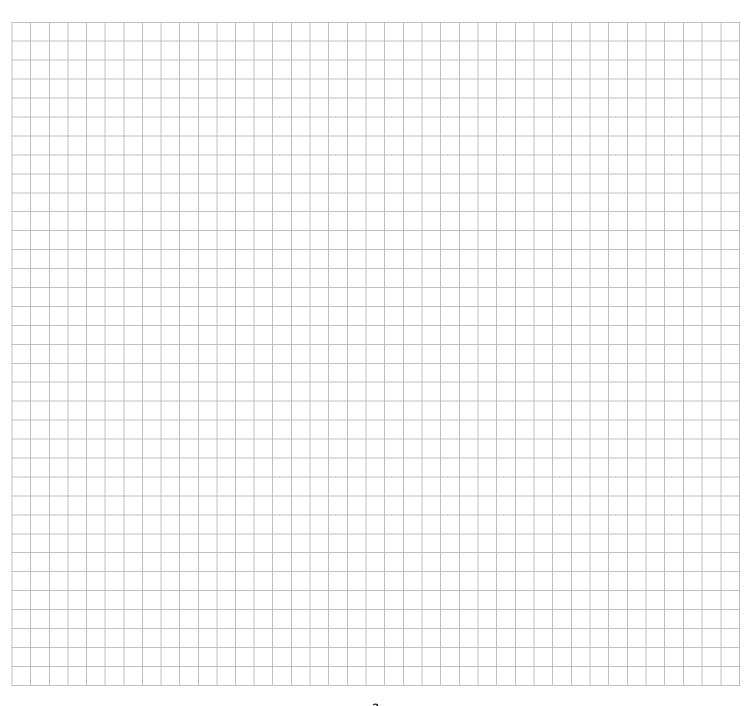
$$20) \quad \frac{8}{x-3} + \frac{3}{x-8} = 2;$$

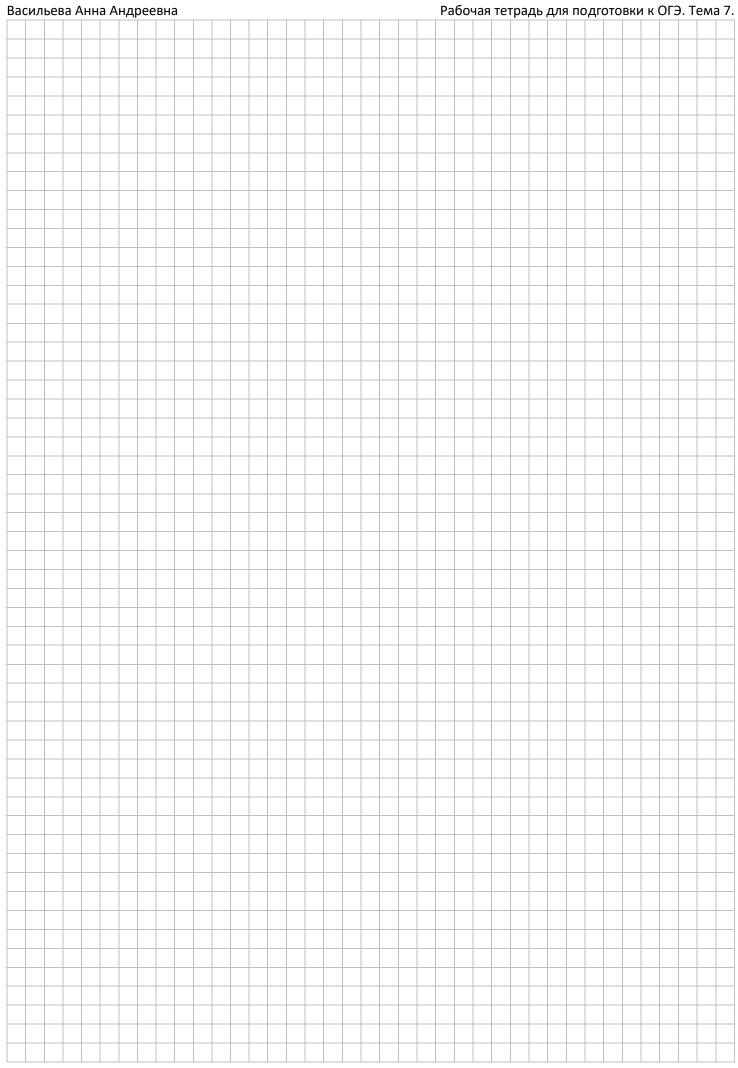
21)
$$(x-4)(x-6) > 0$$
;

22)
$$(x-8)(x+6) \le 0$$
;

23)
$$x^2 + 17x > -72$$
;

24)
$$x^2 - 7x < 6x - 15 - x^2$$
.





8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1)
$$x^2 + 2x + 9 > 0$$

3)
$$x^2 + 2x - 9 > 0$$

2)
$$x^2 + 2x - 9 < 0$$

4)
$$x^2 + 2x + 9 < 0$$

Алгоритм решения.

1) Находим дискриминант. Если дискриминант положительный, то неравенство имеет решения и мы его отбрасываем. Если отрицательный, то возможно имеет решения, а может и нет. Переходим к пункту 2.

2) При отрицательном дискриминанте смотрим на число перед x^2 и на знак неравенства.

- Если число положительное и стоит знак >, то решения есть.

- Если число положительное и стоит знак <, то решений нет.

- Если число отрицательное и стоит знак >, то решений нет.

- Если число отрицательное и стоит знак <, то решения есть.

В задании 8 дискриминант будет отрицательным в 1 и 4 неравенствах, а решения не будет только в 4-го неравенства, т.к. перед x^2 стоит положительная единица (невидимая), а знак неравенства <. Явно, что неравенство 1<0 неверно.

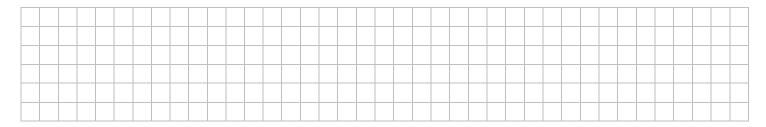
9. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1)
$$x^2 + 6x + 12 < 0$$

3)
$$x^2 + 6x - 12 < 0$$

2)
$$x^2 + 6x + 12 > 0$$

4)
$$x^2 + 6x - 12 > 0$$



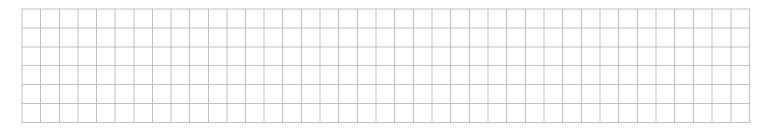
10. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1)
$$x^2 + 6x - 51 < 0$$

3)
$$x^2 + 6x - 51 > 0$$

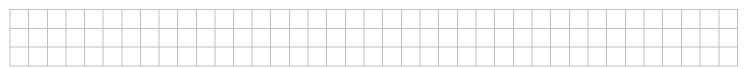
2)
$$x^2 + 6x + 51 > 0$$

4)
$$x^2 + 6x + 51 < 0$$



11. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

- 1) $x^2 92 \ge 0$
- $3) x^2 + 92 \ge 0$
- 2) $x^2 92 \le 0$
- 4) $x^2 + 92 \le 0$



12. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

- 1) $x^2 64 \le 0$
- 3) $x^2 64 \ge 0$
- 2) $x^2 + 64 \le 0$
- 4) $x^2 + 64 \ge 0$

Домашнее задание.

1. Решите уравнения.

1)
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$
;

$$2) x^2 - 10x + 21 = 0;$$

3)
$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$
;

4)
$$x^2 = 7x + 18$$
;

5)
$$x^2 + 16 = 10x$$
;

6)
$$x^2 - 45 = -4x$$
;

7)
$$x^2 - 6x = 5x - 12 - x^2$$
; 8) $2x^2 + x - 21 = -8x^2$;

8)
$$2x^2 + x - 21 = -8x^2$$
;

9)
$$3x^2 - 10x + 27 = 7x^2 + 2x$$
;

10)
$$x^2 - 225 = 0$$
;

11)
$$x^2 - 1 = 0$$
;

12)
$$x^2 - 196 = 0$$
;

13)
$$6x^2 - 24x = 0$$

$$14) 9x^2 + 99x = 0$$

15)
$$7x^2 - 56x = 0$$

$$16) \; \frac{1}{2}x^2 - 50 = 0;$$

$$17) \frac{4}{3}x^2 - 48 = 0;$$

18)
$$\frac{1}{12}x^2 - 12 = 0$$
;

19)
$$(x-1)(-x-4)=0$$
;

$$20)(-x+10)(x+20)=0;$$

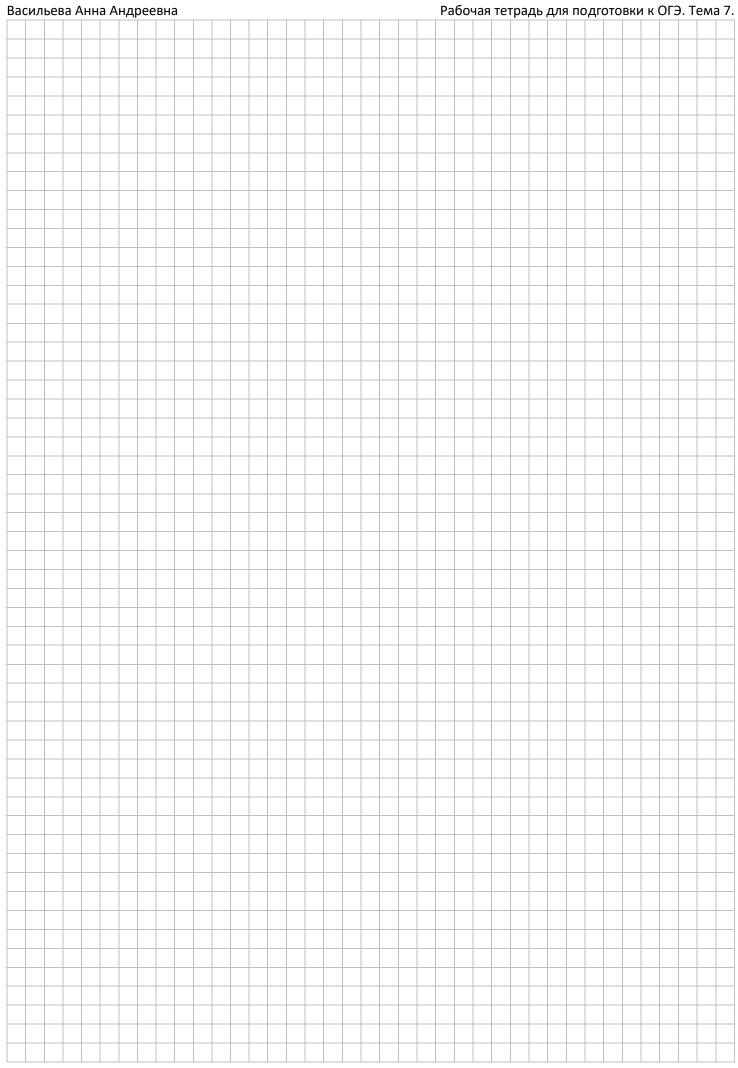
$$(21)(3-x)(-x-12)=0$$
;

$$22) x - \frac{12}{x} = 1;$$

23)
$$x + \frac{11}{x} = 12$$
;

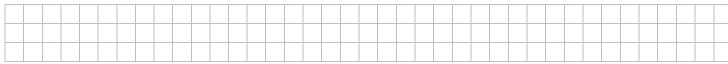
$$24) x + \frac{10}{x} = 7;$$





В. В каждой двадцатой банке кофе, согласно условиям акции, есть приз. Аля покупает пофе. Найдите вероятность того, что Аля не найдет приз в своей банке. В. У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цветами, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того портсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. В. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 сколько упаковок плиток надо купить? В. Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да вадратных сантиметрах. В. В треугольнике АВС ВD – биссектриса, а угол АВС равен 126°. Найдите угол АВD.	Ко																																	
офе. Найдите вероятность того, что Аля не найдет приз в своей банке. У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливае случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цветами, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того портсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 колько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да вадратных сантиметрах.						-	+		+											-	\perp				_		-							_
ре. Найдите вероятность того, что Аля не найдет приз в своей банке. У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливае пучайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цветамии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того пртсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.	_						-														_						_							_
бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливае учайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цветамино выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цветамино выбранную чашку. Найдите вероятность того празилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того помен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. Также планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 нько упаковок плиток надо купить? Также планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 нько упаковок плиток надо купить?																											. 🗡	۱ля	я П	юк	уп	ae	тб	ia
пучайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цвет об соревнованиях по толканию яда участвуют 10 спортсменов из Аргентины, 3 спортк Бразилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того ртсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 илько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.												-,									_ 	T												
пучайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что чашка будет с синими цвет в соревнованиях по толканию яда участвуют 10 спортсменов из Аргентины, 3 спортк Бразилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того ртсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.																																		
Бразилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того ртсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.																																		
Бразилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того ортсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да заратных сантиметрах.							_																											L
Бразилии, 7 спортсменов из Парагвая и 5 – из Уругвая. Найдите вероятность того ортсмен, который будет выступать последним, будет из Бразилии. На участке планируют уложить 112 плиток. Плитка продается в упаковках по 10 олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да здратных сантиметрах.	_																																	ŀ
лько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.	þ	i CN	иен	1, K	COT	орь	IN	оуд	цет	ВЬ	ICT	уΠ	a⊺Ł	ъΠ	осл	гед	ниі	ч, с	уд€	ет И	13 E	эра	зиЛ	ІИИ										
олько упаковок плиток надо купить? Найдите площадь листа бумаги, если размеры равны 105 мм и 148 мм. Ответ да дратных сантиметрах.																																		
дратных сантиметрах.		•								•						іли	тон	с. Г	lли	ка	пр	оод	ает	СЯ	В	уп	ак	ОВ	ка	ΧI	по	10) г	Ш
В треугольнике ABC BD – биссектриса, а угол ABC равен 126°. Найдите угол ABD.		•								•						іли	ТОН	с. Г	Іли-	гка	пр	род	ает	СЯ	В	уп	ак	ОВ	ка	X I	ПО	10	O L	Ш
	На	ьк.	о у	па ге	пл	ощ	аді	лит	ист	над	ДО	ку	ПИ	ТЬ	?																			
	На	ай,	о у	те	плсаі	ОЩ	аді	ъ лтра	ист х.	та	буп	маі	ги,	ть:	СЛИ	1 p	азм	nepi	ы р	авн	НЫ	10	5 N	1M	И	144	8	MM	1.	От	ве	Т Д		
	Надр	ай,	о у	те	плсаі	ОЩ	аді	ъ лтра	ист х.	та	буп	маі	ги,	ть:	СЛИ	1 p	азм	nepi	ы р	авн	НЫ	10	5 N	1M	И	144	8	MM	1.	От	ве	Т Д		
	Надр	ай,	о у	те	плсаі	ОЩ	аді	ъ лтра	ист х.	та	буп	маі	ги,	ть:	СЛИ	1 p	азм	nepi	ы р	авн	НЫ	10	5 N	1M	И	144	8	MM	1.	От	ве	т Д		
	ол На адр	вй,	о у	геых	плсаі	ощ	аді	ъ лтра	ист х.	над - (бую	ман	ги,	ть;	са,	a y	азм	л А	ы р	авн	ны	10	5 M	1M	И	144	8	MM	1.	От	ве	т Д		
	ол На адр	вй,	о у	геых	плсаі	ощ	аді	ъ лтра	ист х.	над - (бую	ман	ги,	ть;	са,	a y	азм	л А	ы р	авн	ны	10	5 M	1M	И	144	8	MM	1.	От	ве	т Д		

10. Острый угол прямоугольного треугольника равен 17. Найдите другой острый угол.



11. На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов а и с и графиками функций.

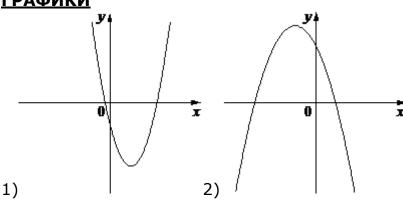
КОЭФФИЦИЕНТЫ

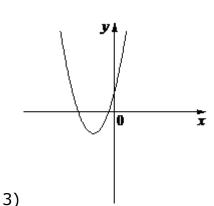
$$\overline{A) a > 0, c < 0}$$

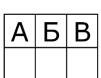
Б)
$$a < 0, c > 0$$

B)
$$a > 0, c > 0$$

ГРАФИКИ

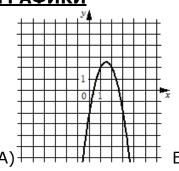


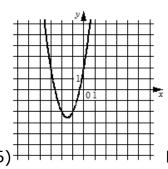


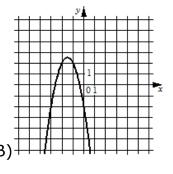


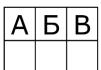
12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ









$$\overline{1}$$
) $y = -2x^2 + 6x - 2$; 2) $y = 2x^2 + 6x + 2$; 3) $y = -2x^2 - 6x - 2$.

2)
$$y = 2x^2 + 6x + 2$$

3)
$$y = -2x^2 - 6x - 2$$

13. На рисунках изображены графики функций вида y = kx + b. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

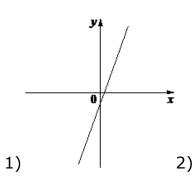
КОЭФФИЦИЕНТЫ

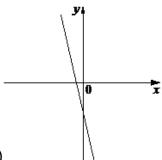
$$\overline{A}$$
) $k < 0, b < 0$

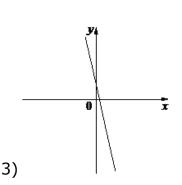
Б)
$$k > 0, b < 0$$
 В) $k < 0, b > 0$

B)
$$k < 0, b > 0$$

ГРАФИКИ

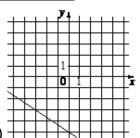


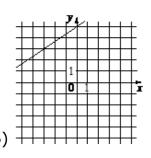


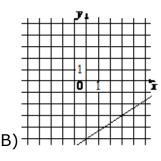


14. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ







Α	Б	В

<u>ФОРМУЛЫ</u>

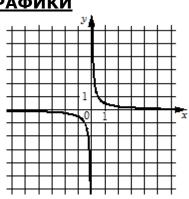
1)
$$y = \frac{2}{3}x - 5$$
;

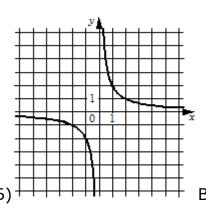
2)
$$y = \frac{2}{3}x + 5$$
;

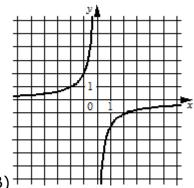
2)
$$y = \frac{2}{3}x + 5;$$
 3) $y = -\frac{2}{3}x - 5.$

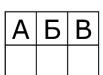
15. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

<u>ГРАФИКИ</u>









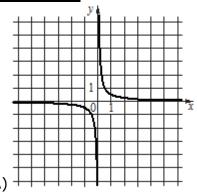
1)
$$y = -\frac{2}{x}$$
;

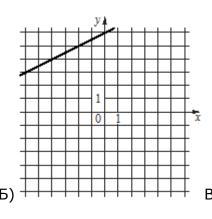
2)
$$y = \frac{1}{2x}$$
;

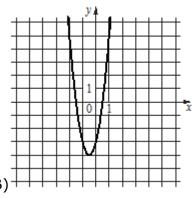
$$3) y = \frac{2}{x}.$$

16. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ









ФОРМУЛЫ

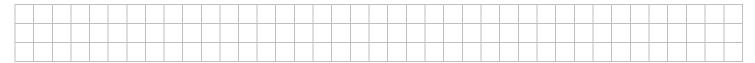
1)
$$y = \frac{1}{2}x + 6$$
;

$$2) y = 4x^2 + 4x - 3;$$

3)
$$y = \frac{1}{2x}$$
.

17. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

- 1) $x^2 81 \ge 0$
- 3) $x^2 81 \le 0$
- 2) $x^2 + 81 \le 0$
- 4) $x^2 + 81 \ge 0$



18. Решите неравенства.

1)
$$x^2 \ge 36$$
;

2)
$$25x^2 \le 4$$
;

3)
$$x^2 - 1 > 0$$
;

4)
$$x^2 - 49 < 0$$
;

5)
$$8x - x^2 \le 0$$
;

6)
$$6x - x^2 \ge 0$$
;

7)
$$x^2 - 7x + 12 < 0$$
;

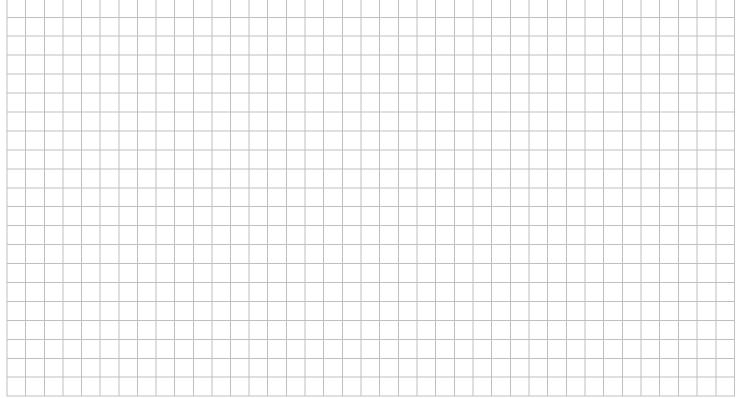
8)
$$x^2 - 6x - 27 > 0$$
;

9)
$$x^2 - 3x > 40$$
;

10)
$$(x-4)(x-6) > 0$$
;

11)
$$(5-x)(x+1) < 0$$
;

12)
$$(-x + 2)(-8 - x) < 0$$
;



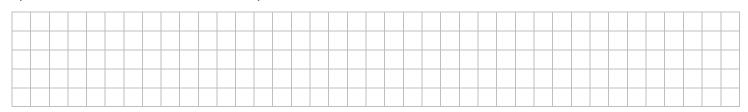
19. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1)
$$x^2 + 3x + 76 < 0$$

3)
$$x^2 + 3x + 76 > 0$$

2)
$$x^2 + 3x - 76 > 0$$

4)
$$x^2 + 3x - 76 < 0$$



20. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1)
$$x^2 + 6x - 33 > 0$$

$$3) x^2 + 6x - 33 < 0$$

2)
$$x^2 + 6x + 33 > 0$$

4)
$$x^2 + 6x + 33 < 0$$

