ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACION PARA LA EXCELENCIA

# TALLER 3P (Tercer Parcial) NRC: 14023

**TIEMPO ESTIMADO: 80 MINUTOS**

---

**NOMBRE:** Alisson Clavijo

1. **EJERCICIO:** Resolver el sigiente PVI, a mano y con calculadora no programable, para $0 \leq x \leq 3$.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} & = & -\frac{1+y^2}{1+x^2} \\ y(0) & = & 0; \end{cases}$$

   a) Aplicando el método de Euler.
   b) Aplicando un método analítico aprendido en el curso de ecuaciones diferenciales (solución analítica).
   c) Grafique las dos soluciones de los literales $a$) y $b$) en Matlab (escriba los códigos); compare y haga algún comentario de los resultados obtenidos.

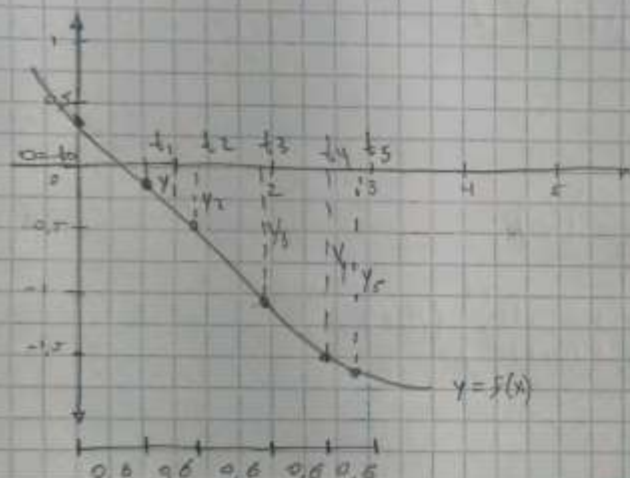
$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1+y^2}{1+x^2} \ ; \quad 0 \leq x \leq 3 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a) Aplicando el método de Euler

1) Discretizando $[a, b]$ en $M$ = # Subintervalos en $M = 5$

$[1, 3]$ $\qquad M = 5$ subintervalos
$\qquad\qquad M+1 = 6$ # puntos.

$$h = \frac{b-a}{M} = \frac{3-0}{5} = \frac{3}{5} \approx 0,6$$




| x | y |
|---|---|
| 0 | 0,4 |
| 0,6 | -0,21 |
| 1,2 | -0,27 |
| 1,8 | -1,16 |
| 2,4 | [illegible] |

formula $\quad y_{k+1} = y_k + F(t_k, y_k)h$

$\qquad k = 0, 1, 2, \ldots, M-1$

$$K=0 \Rightarrow y_1 = y_0 + f(t_0, y_0)h$$
$$= 0 + \left(\frac{-1+y_0^2}{1+t_0^2}\right)(0,6)$$
$$= 0 + \left(\frac{-1+0^2}{1+0^2}\right)(0,6)$$
$$= -0,6$$

$$k=1 \Rightarrow y_2 = y_1 + \left(-\frac{1+y_1^2}{1+x_1^2}\right)(h)$$
$$= -0,6 + \left(-\frac{1+(-0,6)^2}{1+(0,6)^2}\right)(0,6)$$
$$= -1,2$$

$k = 2$

$$y_3 = y_2 + \left(-\frac{1 + y_2^2}{1 + x_2^2}\right) h$$

$$= (-1,2) + \left(-\frac{1 + (-1,2)^2}{1 + (1,2)^2}\right)(0,6)$$

$$= -1,80$$

$k = 3$

$$y_4 = y_3 + \left(-\frac{1 + y_3^2}{1 + x_3^2}\right)(h)$$

$$= (-1,80) + \left(-\frac{1 + (1,80)^2}{1 + (1,80)^2}\right)(0,6)$$

$$= -2,40$$

$k = 4$

$$y_5 = y_4 + \left(-\frac{1 + y_4^2}{1 + x_4^2}\right)(h)$$

$$= (-2,4) + \left(-\frac{1 + (-2,4)^2}{1 + (2,4)^2}\right)(0,6)$$

$$= -3$$

//

b) Método Analítico

Ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y^2+1}{x^2+1}$$

Multiplicamos a ambos lados de la ecuación por diferencial $dx$

$$(dx)\frac{dy}{dx} = \left(-\frac{y^2+1}{x^2+1}\right)(dx)$$

$$dy = -\frac{(y^2+1)(dx)}{x^2+1}$$

Dividimos ambos lados de la ecuación por $-y^2-1$

$$\frac{dy}{-y^2-1} = \frac{\cancel{(y^2+1)}(dx)}{(x^2+1)\cancel{(y^2+1)}}$$

$$\frac{dy}{-y^2-1} = \frac{dx}{x^2+1}$$

Es una ecuación Separable: $M(y)\,dy = N(x)\,dx$

$$\int -\frac{1}{y^2+1}\,dy = \int \frac{1}{x^2+1}\,dx$$

Calculamos las Integrales

Integral

$$\int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \arctan(x) + c$$

$$\int \frac{1}{y^2-1}\,dy = -\arctan(y) + c$$

Colocamos los cálculos de las Integrales

$$-\arctan(y) + c = \arctan(x) + c$$

$$\arctan(y) = c - \arctan(x)$$

$$y = \frac{(c - \arctan(x))}{\arctan}$$

$$y = -\tan(\arctan(x) + c)$$

Sustituimos las condiciones iniciales a la solucion de la ecuacion

$$y = -\tan(\arctan(x) + c).$$

$$a \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \end{matrix}$$

$$0 = -\tan(c) \quad ; \quad y = -x.$$

$$c = 0.$$

$$\therefore \quad y = -x \; ; \quad x_0 = 0 \; , \quad y_0(0) = 0.$$

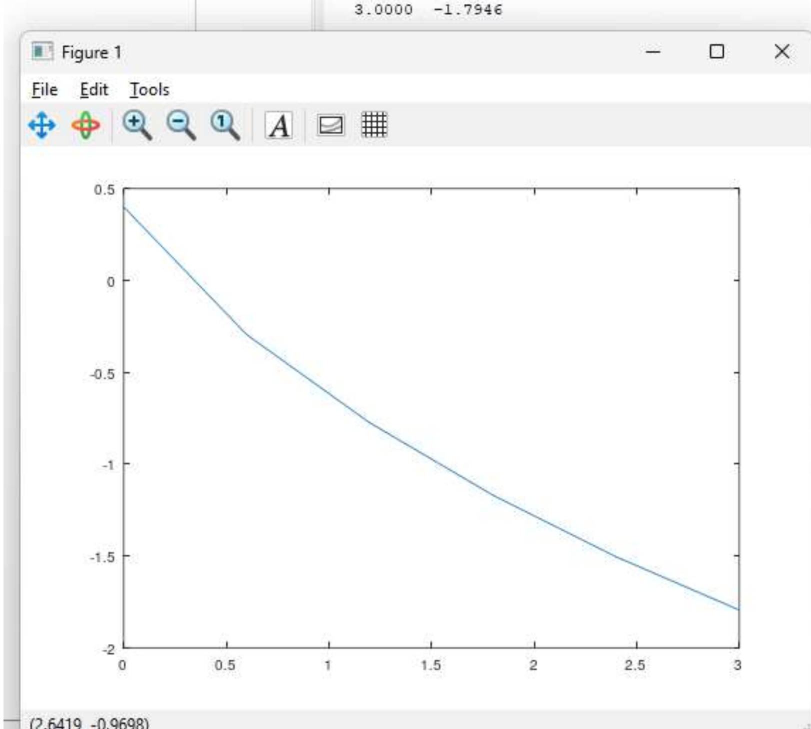
Código

```
%ALISSON CLAVIJO
function E = euler(f, a, b, ya, M)
    fx = inline(f, 'x', 'y'); % Change 'T' to 'x'

    h = (b - a) / M;
    T = zeros(1, M + 1);
    Y = zeros(1, M + 1);
    T = a:h:b;
    Y(1) = ya;

    for j = 1:M
        Y(j + 1) = Y(j) + h * fx(T(j), Y(j));
    end

    E = [T' Y'];
    plot(T, Y)
end
```

Ejecución

Ventana de comandos

```
>>  euler('-((1+y^2)/(1+x^2))',0,3,0.4,5)
ans =

        0   0.4000
   0.6000  -0.2960
   1.2000  -0.7758
   1.8000  -1.1697
   2.4000  -1.5049
   3.0000  -1.7946
```

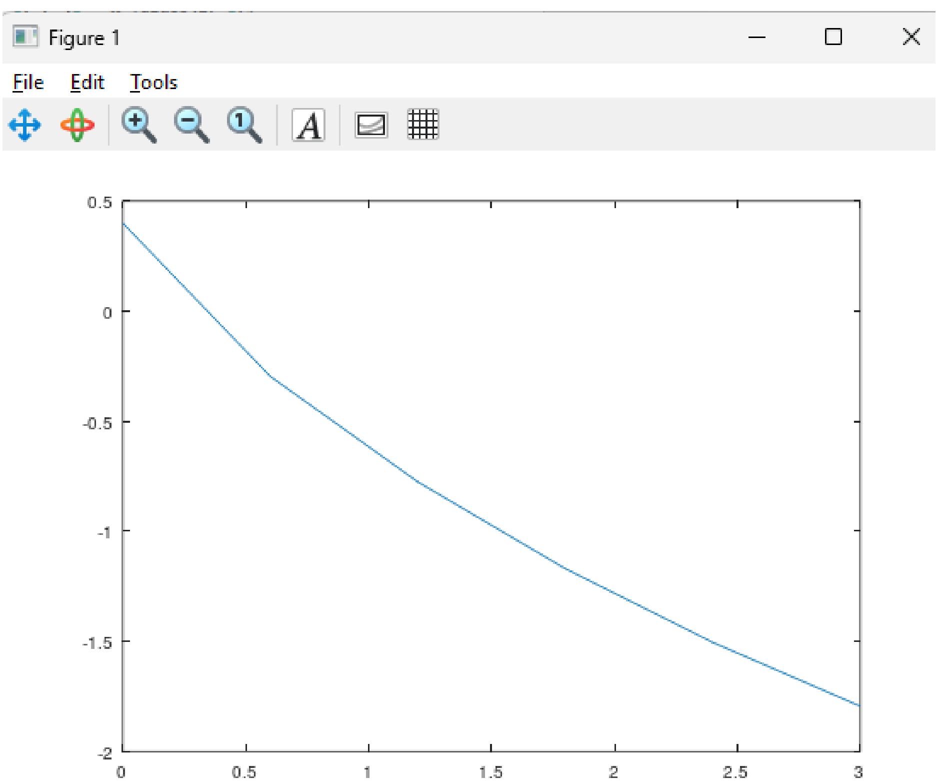


## Código

Met_trapecio.m | Met_PuntoMedio.m | Met_Simpson.m | euler.m | metodoEcuacion.m

```
h = 0.1;
x0 = 0;
y0 = 0;
xf = 3;

% Crear vectores para almacenar los valores de x e y
x_values = x0:h:xf;
y_values = zeros(size(x_values));

% Inicialización
x_values(1) = x0;
y_values(1) = y0;

% Iteración vectorizada
for i = 1:(length(x_values)-1)
    y_values(i+1) = y_values(i) + h * (-1 - y_values(i)^2) / (1 + x_values(i)^2);
end

% Resultado
disp(['Resultado usando el método de Euler: y(', num2str(xf), ') ≈ ', num2str(y_values(end))

% Gráfico
plot(x_values, y_values, 'r-', 'LineWidth', 2);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Método de Euler en Octave');
grid on;

```

## Ejecución



**Comentario**

El método de Euler es una técnica numérica simple para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias, mientras que la solución analítica representa la expresión matemática exacta de la solución. En el caso del método de Euler, la aproximación se basa en pasos discretos y puede introducir errores acumulativos, especialmente en ecuaciones no lineales.