UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE

NOMBRE: Alisson Nicole Clavijo Gutiérrez
NRC: 14023
FECHA: 08 - 12 - 2023

Encuentre la raíz real negativa de $f(x) = e^x - 1.5 - \arctan(x)$, usando el método de Müller, tomando como valores iniciales 2, 3 y 4 respectivamente.

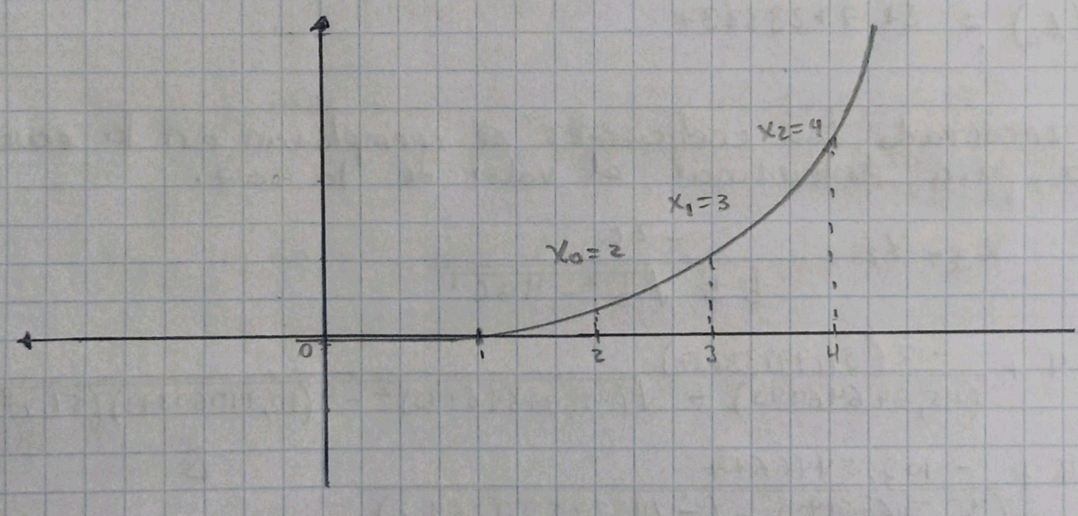
- El método se basa en la construcción de una parabola que pasa por tres puntos dados, uno de los cuales es una raíz de la ecuación

$$f(x) = e^x - 1.5 - \arctan(x)$$

- Los valores Iniciales son:

$$x_0 = 2$$
$$x_1 = 3$$
$$x_2 = 4$$

Paso 1: Gráfica.



Paso 2: Se calcula los valores de $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$

$$f(x_0) \Rightarrow f(2) = e^2 - 1,5 - \arctan(2) = 4,781907381$$
$$f(x_1) \Rightarrow f(3) = e^3 - 1,5 - \arctan(3) = 17,33649115$$
$$f(x_2) \Rightarrow f(4) = e^4 - 1,5 - \arctan(4) = 51,77233237$$

Paso 3: Se calculan los coeficientes de la ecuación cuadrática.

Para determinar los coeficientes reemplazamos

$$P(x_0) = f(x_0)$$
$$P(x_1) = f(x_1)$$

al evaluar x_2 se obtiene

$$C = f(x_2)$$

- Para determinar los coeficientes restantes a y b.

$* \; h_0 = x_1 - x_0 \rightarrow 3 - 2 \rightarrow h_0 = 1$

$$\delta_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \delta_0 = \frac{(17,33649115) - (4,781907381)}{3 - 2} = 12,55458377$$

$* \; h_1 = x_2 - x_1 \rightarrow 4 - 3 \rightarrow h_1 = 1$

$$\delta_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \delta_1 = \frac{(51,77233237) - (17,33649115)}{4 - 3} = 34,43584122$$

- Se despeja a y b, el resultado se resume como:

$$a = \frac{\delta_1 - \delta_0}{h_1 + h_0} = \frac{(34,43584122) - (12,55458377)}{1 + 1} = 10,94062873$$

$$b = ah_1 + \delta_1 = (10,94062873)(1) + (34,43584122) = 45,37646995$$

$$c = f(x_2) = 51,77233237$$

- Una vez encontrado los coeficientes se reemplazan en la ecuación cuadratica para determinar el valor de la raíz.

$$x_3 - x_2 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

$$x_3 = 4 + \frac{-2(51,77233237)}{(45,37646995) - \sqrt{\underbrace{(45,37646995)^2 - 4(10,94062873)(51,77233237)}_{\Delta}}}$$

$$x_3 = 4 + \frac{-103,5446647}{(45,37646995) - (-14,37579364\, i)}$$

$\Delta \approx (45,37646995)^2 - 4(10,94062873)(51,77233237)$

$\Delta \approx -206,6634427$

$\sqrt{\Delta} \approx -14,37579364\, i$

$x_3 = 3,79290453055 - 0,207095\, i$

2da Iteración

$x_0 = 3 \quad ; \quad x_1 = 4 \quad , \quad x_2 = 3,7929 - 0,2071 i$

- $h_0 = x_1 - x_0 = 1$

$$\delta_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = -1,5$$

- $h_1 = x_2 - x_1 = -4,7929 + 0,2071\,i$

$$\delta_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -2,8758 + 0,2598\,i$$

- $$a = \frac{d_1 - d_0}{h_1 + h_0} = -0,5092$$

$b = a h_1 + d_1 = -3,0746 - 0,0528\,i$

$c = -2,9696 + 0,2598\,i$

- $$x_3 - x_2 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

$$x_3 = (3,7929 - 0,2071\,i) - \frac{-2(-2,9696 + 0,2598\,i)}{(-3,0746 - 0,0528\,i + \sqrt{(-3,0746 - 0,0528\,i)^2 - 4(-0,5092)(-2,9696 + 0,2598\,i)}}$$

$x_3 = (3,7929 - 0,2071\,i) + (2,0472 - 0,233\,i)$

$x_3 = -3,0746 - 0,0528\,i$

3era Iteración

$x_0 = 4$; $x_1 = 3,7929 - 0,2071\,i$ $x_2 = -3,0746 - 0,0528\,i$

- $h_0 = x_1 - x_0 = 1$

$$\delta_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = -1,5$$

- $h_1 = x_2 - x_1 = -7,8675 - 0,4143\,i$

$$\delta_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -4,4425 - 0,2647\,i$$

- $$a = \frac{d_1 - d_0}{h_1 + h_0} = -0,5092$$

$\cdot\ b = ah_1 + d_1 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i$

$\cdot\ c = f(x_2) = -2{,}9696 + 0{,}2598\,i$

$\therefore\ x_3 = x_2 - \dfrac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$

$x_3 = (3{,}7929 - 0{,}2071\,i) + (2{,}0472 - 0{,}233\,i)$

$x_3 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i$

4^{ta} Iteración

$x_0 = 3{,}7929 - 0{,}2071\,i \quad x_1 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i \quad x_2 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i$

$\cdot\ h_0 = x_1 - x_0 = -3{,}7929 + 0{,}2071\,i$

$\delta_0 = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = -4{,}4425 - 0{,}2647\,i$

$\cdot\ h_1 = x_2 - x_1 = -6{,}1775 + 0{,}4143\,i$

$\delta_1 = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -8{,}5175 - 0{,}5196\,i$

$\cdot\ a = \dfrac{d_1 - d_0}{h_1 + h_0} = -0{,}5092$

$\cdot\ b = ah_1 + d_1 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i$

$\cdot\ c = f(x_2) = -2{,}9696 + 0{,}2598\,i$

$\cdot\ x_3 = x_2 - \dfrac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$

$x_3 = (-3{,}0746 - 0{,}0528\,i) + \dfrac{(5{,}9392 - 0{,}5196\,i)}{(-2.9218 - 0.0528\,i)}$

$x_3 = (-3{,}0746 - 0{,}0528\,i) + (2{,}0472 - 0{,}233\,i)$

$x_3 = -3{,}0746 - 0{,}0528\,i.$

∴ Podemos decir que la raíz real negativa de $f(x) = e^x - 1{,}5 - \arctan(x)$ es $-3{,}0746$ //

Comentario:

Podemos decir que los 3 métodos usados en clase tienen cierta precisión, pero el método de Muller es el más preciso ya que utiliza una aproximación lineal de la función f(x) para calcular la siguiente aproximación de la raíz.