UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE
MÉTODOS NUMERICOS

NOMBRE: Alisson Nicole Clavijo Gutiérrez
NRC: 14023
FECHA: 03-02-2024

PRUEBA VIRTUAL 2P

EJERCICIO: la solución de sistemas lineales grandes n>50, con matrices de coeficientes densas (con pocos ceros), se vuelve costosa y difícil en una computadora con los métodos de eliminación. Los métodos iterativos son una solución a este problema.

a) Resuelva el sistema de ecuaciones lineales siguientes, aplicando el método de Gauss Seidel:

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 = 1 \\ -x_1 + 6x_2 - x_3 = 1 \\ -x_2 + 6x_3 - x_4 = 1 \\ -x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Para desarrollar este ejercicio debe investigar en qué consiste y cómo aplicar el método de Gauss Seidel, para resolver un sistema lineal de ecuaciones. No se requiere presentar material consultado. Solo desarrollar el ejercicio planteado.

Paso 1: Despejamos las variables.

- $6x_1 - x_2 = 1$

$$x_1 = \frac{x_2 + 1}{6}$$

- $-x_1 + 6x_2 - x_3 = 1$

$$x_2 = \frac{x_1 + x_3 + 1}{6}$$

- $-x_2 + 6x_3 - x_4 = 1$

$$x_3 = \frac{x_2 + x_4 + 1}{6}$$

- $-x_3 + 6x_4 = 1$

$$x_4 = \frac{x_3 + 1}{6}$$

Paso 2: Realizamos iteraciones con las variables $x_{1,2,3,4}$ tomamos como valor inicial 0 y reemplazamos

1ra Iteración $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$

$$x_1^{(1)} = \frac{0+1}{6} = \frac{1}{6} \approx 0,1667$$

$$x_2^{(1)} = \frac{1/6 + 0 + 1}{6} = \frac{7}{36} \approx 0,1944$$

$$x_3^{(1)} = \frac{7/36 + 0 + 1}{6} = \frac{43}{216} \approx 0,1991$$

$$x_4^{(1)} = \frac{43/216 + 1}{6} = \frac{259}{1296} \approx 0,1998$$

2^{da} Iteración

$$x_1^{(2)} = \frac{7/36 + 1}{6} = \frac{43}{216} \approx 0,1991$$

$$x_2^{(2)} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{43}{216} + 1}{6} = \frac{295}{1296} \approx 0,2276$$

$$x_3^{(2)} = \frac{\frac{7}{36} + \frac{259}{1296} + 1}{6} = \frac{1807}{7776} \approx 0,2324$$

$$x_4^{(2)} = \frac{\frac{43}{216} + 1}{6} = \frac{259}{1296} \approx 0,1998$$

3^{ra} Iteración

$$x_1^{(3)} = \frac{\frac{295}{1296} + 1}{6} = \frac{1599}{7776} \approx 0,2046$$

$$x_2^{(3)} = \frac{\frac{43}{216} + \frac{1807}{7776} + 1}{6} = 0,2386$$

$$x_3^{(3)} = \frac{\frac{295}{1296} + \frac{259}{1296} + 1}{6} = \frac{925}{3888} \approx 0,2379$$

$$x_4^{(3)} = \frac{\frac{1807}{7776} + 1}{6} = \frac{9583}{46656} \approx 0,2054$$

4^{ta} Iteración

$$x_1^{(4)} = \frac{0,2386 + 1}{6} = 0,2064$$

$$x_2^{(4)} = \frac{0,2046 + 0,2379 + 1}{6} = 0,2404$$

$$x_3^{(4)} = \frac{0,2386 + 0,2054 + 1}{6} = 0,2406$$

$$x_4^{(4)} = \frac{0,2379 + 1}{6} = 0,2063$$

5^{ta} Iteración

$$x_1^{(5)} = \frac{0,2404 + 1}{6} = 0,2067$$

$$x_2^{(5)} = \frac{0,2064 + 0,2406 + 1}{6} = 0,2412$$

$$x_3^{(5)} = \frac{0,2404 + 0,2063 + 1}{6} = 0,2412$$

$$x_4^{(5)} = \frac{0,2406 + 1}{6} = 0,2067$$

$$x = \begin{pmatrix} 0,2067 \\ 0,2412 \\ 0,2412 \\ 0,2067 \end{pmatrix}$$

$$E_{r_1} = \left| 1 - \frac{0,2064}{0,2067} \right| = 0,00145 = E_{r_4}$$

$$E_{r_2} = \left| 1 - \frac{0,2404}{0,2412} \right| = 0,00332 = E_{r_3}.$$

$$E_r \leq E_{adm}$$

$0,00145 \leq 0,01$ ✓ $\quad E_{r_1}$ y E_{r_4}

$0,00332 \leq 0,01$ ✓ $\quad E_{r_2}$ y E_{r_3}.

Entonces

$$\begin{cases} x_1 = 0,2067 \\ x_2 = 0,2412 \\ x_3 = 0,2412 \\ x_4 = 0,2067 \end{cases}$$

//