

Решение матричных уравнений.

Матричное уравнение имеет вид:

$$A \times X = B$$

Умножим обе части уравнения на матрицу A^{-1} слева:

$$A^{-1} \times A \times X = A^{-1} \times B.$$

Так как $A^{-1} \times A = E$, то $E \times X = A^{-1} \times B$.

Так как $E \times X = X$, то $X = A^{-1} \times B$

Пример:

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix};$$

Найти:

X –?

Решение:

$$1) |A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0.$$

$$2) A^T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3) A_{11}^T = (-1)^2 \cdot 1 = 1;$$

$$A_{12}^T = (-1)^{1+2} \cdot 2 = -2;$$

$$A_{21}^T = (-1)^{2+1} \cdot 1 = -1;$$

$$A_{22}^T = (-1)^{2+2} \cdot 3 = 3;$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4) A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \tilde{A} = \frac{1}{1} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \times B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 0 & 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 4 & 1 \cdot 7 + (-2) \cdot 8 \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & -1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 & -1 \cdot 7 + 3 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -6 & -9 \\ -1 & 10 & 17 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & -6 & -9 \\ -1 & 10 & 17 \end{pmatrix}.$$