Математический анализ

1. Пределы

Найдите предел последовательности limn→∞2n2+3n+1n2−n+4\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 - n + 4}limn→∞n2−n+42n2+3n+1.

Решения

1. Пределы

limn→∞2n2+3n+1n2−n+4=limn→∞2+3n+1n21−1n+4n2=2\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 - n + 4} = \lim_{n \to \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}} = 2n→∞limn2−n+42n2+3n+1=n→∞lim1−n1+n242+n3+n21=2

объяснение

Чтобы найти предел последовательности limn→∞2n2+3n+1n2−n+4\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 - n + 4}limn→∞n2−n+42n2+3n+1, мы можем воспользоваться следующим методом:

1. **Разделим числитель и знаменатель на n2n^2n2, так как это наибольшая степень nnn в знаменателе:**

limn→∞2n2+3n+1n2−n+4=limn→∞2n2n2+3nn2+1n2n2n2−nn2+4n2\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 - n + 4} = \lim_{n \to \infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2} + \frac{3n}{n^2} + \frac{1}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} - \frac{n}{n^2} + \frac{4}{n^2}}n→∞limn2−n+42n2+3n+1=n→∞limn2n2−n2n+n24n22n2+n23n+n21

2. **Упростим каждую часть числителя и знаменателя:**

limn→∞2+3n+1n21−1n+4n2\lim_{n \to \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}n→∞lim1−n1+n242+n3+n21

3. **Рассмотрим пределы каждой дроби при n→∞n \to \inftyn→∞:**
   - **3n→0\frac{3}{n} \to 0n3→0 при n→∞n \to \inftyn→∞**
   - **1n2→0\frac{1}{n^2} \to 0n21→0 при n→∞n \to \inftyn→∞**
   - **1n→0\frac{1}{n} \to 0n1→0 при n→∞n \to \inftyn→∞**
   - **4n2→0\frac{4}{n^2} \to 0n24→0 при n→∞n \to \inftyn→∞**

Таким образом, наша исходная дробь превращается в:

limn→∞2+0+01−0+0=21=2\lim_{n \to \infty} \frac{2 + 0 + 0}{1 - 0 + 0} = \frac{2}{1} = 2n→∞lim1−0+02+0+0=12=2

Итог: limn→∞2n2+3n+1n2−n+4=2\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 - n + 4} = 2limn→∞n2−n+42n2+3n+1=2.

Таким образом, предел последовательности равен 222.