Математический анализ

2. Производные

Найдите производную функции f(x)=x3sin(x)f(x) = x^3 \sin(x)f(x)=x3sin(x).

Решения

2. Производные

f(x)=x3sin(x)⇒f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x)f(x) = x^3 \sin(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x)f(x)=x3sin(x)⇒f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x)

объяснение

Для нахождения производной функции f(x)=x3sin(x)f(x) = x^3 \sin(x)f(x)=x3sin(x) нам нужно использовать правило произведения. Правило произведения гласит, что если функция u(x)u(x)u(x) и v(x)v(x)v(x) являются дифференцируемыми, то производная их произведения u(x)v(x)u(x)v(x)u(x)v(x) определяется как:

(uv)′=u′v+uv′(uv)' = u'v + uv'(uv)′=u′v+uv′

В нашем случае, u(x)=x3u(x) = x^3u(x)=x3 и v(x)=sin(x)v(x) = \sin(x)v(x)=sin(x). Рассмотрим производные этих функций отдельно:

1. **Производная функции u(x)=x3u(x) = x^3u(x)=x3:**

u′(x)=3x2u'(x) = 3x^2u′(x)=3x2

2. **Производная функции v(x)=sin(x)v(x) = \sin(x)v(x)=sin(x):**

v′(x)=cos(x)v'(x) = \cos(x)v′(x)=cos(x)

Теперь применим правило произведения для функции f(x)=x3sin(x)f(x) = x^3 \sin(x)f(x)=x3sin(x):

f(x)=u(x)v(x)=x3sin(x)f(x) = u(x)v(x) = x^3 \sin(x)f(x)=u(x)v(x)=x3sin(x)

Следовательно, производная функции f(x)f(x)f(x) будет:

f′(x)=u′(x)v(x)+u(x)v′(x)f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)f′(x)=u′(x)v(x)+u(x)v′(x)

Подставляем найденные производные u′(x)u'(x)u′(x) и v′(x)v'(x)v′(x):

f′(x)=(3x2)sin(x)+(x3)cos(x)f'(x) = (3x^2) \sin(x) + (x^3) \cos(x)f′(x)=(3x2)sin(x)+(x3)cos(x)

Таким образом, производная функции f(x)=x3sin(x)f(x) = x^3 \sin(x)f(x)=x3sin(x) равна:

f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x)f'(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x)f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x)

Итог: f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x)f'(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x)f′(x)=3x2sin(x)+x3cos(x).