

Вопросы для подготовки к экзамену

Тема. Линейная алгебра

1. Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется?
2. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?
3. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
4. Понятие матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
5. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
6. Как перемножаются две матрицы? Сформулируйте свойства операции умножения матриц.
7. Невырожденная и обратная матрицы. Докажите теорему существования и единственности обратной матрицы.
8. Какова схема нахождения обратной матрицы?
9. Дайте определение решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
10. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
11. Что называется рангом матрицы? Как он находится?
12. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
13. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
14. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
15. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
16. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
17. Как строится фундаментальная система решений?

Тема. Векторная алгебра

18. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
19. Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
20. Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
21. Какой базис называют декартовым?
22. Что такое координаты вектора?
23. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
24. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
25. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?

26. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.

Тема. Аналитическая геометрия

27. Прямая линия на плоскости, её общее уравнение.
28. Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента прямой.
29. Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
30. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых.
31. Как найти точку пересечения прямых на плоскости?
32. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?
33. Плоскость, её общее уравнение.
34. Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
35. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
36. Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.
37. Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду.
38. Как определить взаимное расположение прямых в пространстве?
39. Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве?
40. Как определить взаимное расположение прямой и плоскости?
41. Как ищется точка пересечения прямой и плоскости?
42. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.
43. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение.
44. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение.
45. Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
46. Дайте понятие полярной системы координат.
47. Опишите параметрический способ построения линий на плоскости.
48. Назовите поверхности второго порядка и напишите их канонические уравнения.
49. Метод параллельных сечений исследования формы поверхности.

Тема. Пределы

50. Понятие множества, подмножества, пустого множества, равных множеств.

51. Числовые множества. Способы описания множеств. Конечные и бесконечные множества. Какие бывают числовые множества?

52. Числовое множество \mathbb{R} . Свойства множества \mathbb{R} .

53. Точные грани числовых множеств. Понятие точных граней ограниченного множества.

54. Что такое последовательность? Ограниченные и неограниченные числовые последовательности.

55. Бесконечно малые последовательности и их свойства.

56. Бесконечно большие последовательности и их свойства.

57. Сходящаяся последовательность.

58. Единственность предела последовательности.

59. Монотонные последовательности. Критерий сходимости.

60. Второй замечательный предел.

61. Понятие функции. Вещественная функция вещественного аргумента. Композиция функций. Основные элементарные функции. Классификация основных элементарных функций.

62. Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного и композиции функций.

63. Теоремы о предельном переходе в неравенстве.

64. Односторонние пределы функции в точке. Необходимые и достаточные условия существования предела функции в точке.

65. Предел функции на бесконечности.

66. Бесконечно малые функции в точке и на бесконечности и их свойства.

67. Бесконечно большие функции в точке и на бесконечности и их свойства.

68. Понятие функции, непрерывной в точке. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Точки разрыва и их классификация.

69. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций в области определения.

70. Первый замечательный предел и его следствия.

71. Второй замечательный предел и его следствия.

72. Сравнение бесконечно малых величин.

73. Эквивалентные бесконечно малые величины, их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

74. Критерий эквивалентности бесконечно малых величин. Теорема о применении эквивалентных бесконечно малых величин к вычислению пределов.

75. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема. Производные функции одной переменной

76. Понятие производной функции в точке. Односторонние производные функции в точке.

77. Связь производной функции в точке с ее непрерывностью в этой точке.

78. Геометрический и физический смысл производной функции.

79. Правила дифференцирования. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции.

80. Понятие обратной функции, функции заданной неявно и параметрически. Дифференцирование неявно заданной функции; функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование.

81. Понятие дифференцируемой функции в точке.

82. Необходимое и достаточное условие существования производной в точке.

83. Понятие дифференциала функции в точке. Геометрический смысл дифференциала. Свойства Дифференциала.

84. Инвариантность формы первого дифференциала.

85. Производные высших порядков.

86. Производные высших порядков от функции, заданной неявно, параметрически. Формула Лейбница.

87. Дифференциалы высших порядков.

88. Теоремы о среднем значении для дифференцируемых функций. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.

Тема. Приложение производной

89. Правило Лопиталя для неопределенности вида $\frac{0}{0}$ ($\frac{\infty}{\infty}$).

90. Формула Тейлора. Понятие остаточного члена формулы Тейлора. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа.

91. Понятие формула Маклорена.

92. Аналитические признаки монотонности функции. Понятие локального максимума и минимума. Понятие убывающей и невозрастающей функции, возрастающей и неубывающей функции. Достаточное условие строгой монотонности.

93. Понятие стационарных и критических точек. Необходимый признак экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма). Первый и второй достаточный признаки экстремума.

94. Понятие наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

95. Понятие выпуклого и вогнутого графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости графика функции.

96. Понятие точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.

97. Понятие асимптоты. Вертикальная и наклонная асимптота. Критерий существования наклонной асимптоты.

Тема. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

98. Основные топологические понятия: замкнутая и открытая область, расстояние между точками, связная и несвязная область и т.д.

99. Понятие функции нескольких переменных. Область определения, область значений, график, линии (поверхности) уровня.

100. Понятие предела ФНП. Свойства пределов ФНП.

101. Непрерывность ФНП.

102. Свойства ФНП, непрерывной в точке.
103. Теорема о непрерывности элементарных ФНП в области определения (без док.) Свойства ФНП, непрерывной на множестве .
104. Понятие частной производной ФНП. Геометрический и физический смысл.
105. Понятие дифференцируемой ФНП в точке.
106. Понятие полного приращения и полного дифференциала. Геометрическая интерпретация.
107. Свойства дифференцируемой ФНП в точке: теорема о непрерывности дифференцируемой функции и теорема о необходимом условии дифференцируемости функции, теорема о достаточном условии дифференцируемости функции и следствие.
108. Понятие неявно заданной функции. Теорема о дифференцируемости неявно заданной функции.
109. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке (вывод)
110. Теоремы о дифференцировании сложной функции.
111. Теорема об инвариантности формы первого дифференциала.
112. Понятие производной по направлению.
113. Понятие градиента. Свойства градиента.
114. Понятие частной производной высшего порядка. Дифференциал высшего порядка.
115. Формула Тейлора ФНП
116. Экстремум ФНП. Теорема о необходимом условии существования экстремума.
117. Квадратичные формы. Положительно определенная, отрицательно определенная, квазизнакоопределенная, неопределенная квадратичная форма.
118. Достаточное условие существования экстремума в терминах квадратичной формы.