

# Математический анализ

## 7. Площадь под кривой

Найдите площадь под кривой  $y=x^2$  на интервале от  $x=1$  до  $x=3$ .

## Решения

### 7. Площадь под кривой

$$\int_1^3 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$

#### объяснение

Чтобы найти площадь под кривой  $y=x^2$  на интервале  $[1, 3]$ , необходимо вычислить определённый интеграл  $\int_1^3 x^2 dx$ . Следующим шагом:

#### 1. Запись интеграла

Записываем интеграл:

$$\int_1^3 x^2 dx$$

#### 2. Нахождение первообразной

Первообразной для функции  $x^2$  является  $\frac{x^3}{3}$ . Запишем это:

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

#### 3. Подстановка пределов интегрирования

Теперь подставим пределы интегрирования 1 и 3 в первообразную. Обозначим первообразную через  $F(x) = \frac{x^3}{3}$ .

Вычислим  $F(x)$  при верхнем и нижнем пределах:

$$F(3) = \frac{3^3}{3} = \frac{27}{3} = 9, \quad F(1) = \frac{1^3}{3} = \frac{1}{3}$$

#### 4. Вычисление значения определённого интеграла

Найдём разность значений первообразной на верхнем и нижнем пределах:

$$\int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = 9 - 1 = 8 \quad \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = 9 - 1 = 8$$

#### 5. Преобразование к общему знаменателю и вычисление

Преобразуем к общему знаменателю и вычислим:

$$9 - 1 = 8 \quad \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = 9 - 1 = 8$$

#### Итог

Площадь под кривой  $y = x^2$  на интервале  $[1, 3]$  равна:

$$\int_1^3 x^2 dx = 8 \quad \int_1^3 x^2 dx = 8$$