$|x-a|$在点$x=a$处不可导，$(x-a)|x-a|$在点$x=a$处可导

1. 函数$f(x)=(x^2-x-2)|x^3-x|$不可导点的个数为

（A） 0 （B） 1 （C） 2 （D）3

2. $f(x)$在$x=0$点连续，且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3$，求$f'(0)$。

3. 设曲线$y=f(x)$在原点与$y=\sin x$相切，试求极限$\lim\limits_{n\to\infty} n^{\frac{1}{2}}\sqrt{f(\frac{2}{n})}$.

解： $f(x)=(x^2-x-2)|x^3-x|=(x-2)(x+1)|x(x-1)(x+1)|$

解：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}f(x)=0=f(0)$ $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}\cdot x=0$

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3$$

解： 在$x=0$点两曲线相切，$f(0)=\sin 0=0$，

$f'(0)=(\sin x)'|_{x=0}=1$

$$\lim_{n\to\infty} n^{\frac{1}{2}}\sqrt{f(\frac{2}{n})}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{2\cdot\frac{f(\frac{2}{n})-f(0)}{\frac{2}{n}}}=\sqrt{2}\sqrt{f'(0)}=\sqrt{2}$$