

Semaine du 23 septembre - Planche n° 1

Exercice n° 1 :

(Questions de cours) :

1. Définition précise de majorant, max, borne sup.
2. Si A possède un max, alors A possède une borne sup et $\max(A) = \sup(A)$. Quid de la réciproque ?
3. Formules $\max(a, b) = ?$ et $\min(a, b) = ?$. Explications graphiques ?

Exercice n° 2 :

(Relations binaires) : Dans \mathbb{N}^* , on définit une relation \ll en posant :

$$m \ll n \text{ s'il existe } k \in \mathbb{N}^* \text{ tel que } n = km$$

1. Montrer que \ll est une relation d'ordre sur \mathbb{N}^*
2. Est-elle totale ?
3. Pour cette relation, l'ensemble \mathbb{N} possède-t-il un plus grand élément ? Un plus petit élément ?
4. Soit $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. L'ensemble A possède-t-il un plus grand élément ? Un plus petit élément ?

Exercice n° 3 :

(Inégalités et valeurs absolues) : Déterminer pour quelles valeurs de $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation a un sens, puis la résoudre :

$$|2x + 1| < 2 - x^2$$

Semaine du 23 septembre - Planche n° 2

Exercice n° 1 :

(Questions de cours) :

1. Montrer que $||a| - |b|| \leq |a \pm b|$
2. Preuve du principe de récurrence double
3. Quelle est l'image de $M(x, y)$ par la réflexion d'axe $y = x$?

Exercice n° 2 :

(Relations binaires) : Dans \mathbb{N}^* , on définit une relation \ll en posant :

$$x \ll y \text{ s'il existe } n \in \mathbb{N}^* \text{ tel que } y = x^n$$

1. Montrer que \ll est une relation d'ordre sur \mathbb{N}^*
2. Est-elle totale ?
3. Soit $A = \{2, 4, 16\}$. L'ensemble A possède-t-il un plus grand élément ? Un plus petit élément ? Si oui, les déterminer.

Exercice n° 3 :

(Inégalités et valeurs absolues) : Déterminer pour quelles valeurs de $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation a un sens, puis la résoudre :

$$|x - 1| \leq x^2 - x + 1$$

Semaine du 23 septembre - Planche n° 3

Exercice n° 1 :

(Questions de cours) :

1. Montrer que la relation de division est une relation d'ordre partiel sur \mathbb{N}
2. Montrer que \ln^2 est décroissante sur $]0, 1]$.
3. Formules reliant a^+ , a^- et $|a|$ et a .

Exercice n° 2 :

(Relations binaires) : Dans \mathbb{R}^2 , on définit la relation \ll en posant

$$(x, y) \ll (x', y') \Leftrightarrow x < x' \text{ ou } (x = x' \text{ et } y \leq y')$$

1. Montrer que \ll est une relation d'ordre.
2. Est-ce une relation d'ordre total ?
3. Déterminer pour cette relation, l'ensemble des majorants et des minorants du singleton $\{(a, b)\}$ et représenter les dans \mathbb{R}^2 .
4. Soit $X = \{(a, b), (c, d)\}$. Déterminer $\sup(X)$ et $\inf(X)$.

Exercice n° 3 :

(Inégalités et valeurs absolues) : Déterminer pour quelles valeurs de $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation a un sens, puis la résoudre :

$$|x + 12| \leq |x^2 - 8|$$

Semaine du 23 septembre - Exercices supplémentaires

Exercice n° 1 :

Exercices sur les relations d'ordre ici : Exo 18/16/11/12

Exercice n° 2 :

Exercices sur les relations d'ordre ici : Exercice 6/7