# Project 4: Spectral Mesh Processing

Αλκίνοος Αλυσσανδράκης 1072752

## Περιεχόμενα

# 1 Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό την εξερεύνηση μεθόδων για την ανάλυση ενός τρισδιάστατου μοντέλου με βάση τις συχνοτικές του ιδιότητες και ύστερα την επεξεργασία του μοντέλου χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες αυτές. Στην πρώτη φάση της ανάλυσης θα χρησιμοποιηθούν τεχνικές όπως η εύρεση του Laplacian Matrix του μοντέλου, η ανάλυση ιδιοδιανυσμάτων αυτού του πίνακα και η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων, προκειμένου να βρεθούν και να αναδειχθούν οι συχνοτικές συνιστώσες που αποτελούν το μοντέλο. Ύστερα, αφού πρώτα προστεθεί τεχνητός θόρυβος στο μοντέλο, θα γίνει εξομάλυνση (smoothing) του μοντέλου, χρησιμοποιώντας τις συνιστώσες που βρέθηκαν προηγουμένως, με την τεχνική της αφαίρεσης των υψίσυχνων συνιστωσών του μοντέλου. Τέλος, εκτελώντας την ίδια διαδικασία ανάλυσης σε πολλά μοντέλα, θα χρησιμοποιηθούν οι χαμηλόσυχνες και υψίσυχνες συνιστώσες κάθε μοντέλου προκειμένου να βρεθούν μοντέλα με όμοια σχήματα και όμοιες επιφανειακές λεπτομέρειες αντίστοιχα.

# 2 Συχνοτική Ανάλυση

## 2.1 Laplacian Matrix

Πρώτο βήμα στη συχνοτική ανάλυση ενός μοντέλου είναι η εύρεση του πίνακα Laplace. Πάνω στον πίνακα αυτό είναι που θα πραγματοποιηθεί ανάλυση ιδιοδιανυσμάτων για να προκύψουν οι συχνοτικές συνιστώσες. Αυτή η διαδικασία μπορεί να παρομοιαστεί με τον μετασχηματισμό Fourier που χρησιμοποιείται στην ανάλυση σημάτων, με την έννοια ότι και στις δύο περιπτώσεις τα δεδομένα μετασχηματίζονται από το το πεδίο του χώρου και του χρόνου αντίστοιχα, στο πεδίο της συχνότητας

Ο Laplacian Matrix μπορεί να υπολογιστεί με διάφορους τρόπους. Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες, αυτοί που υπολογίζονται με βάση μόνο τη συνδεσιμότητα των κορυφών του μοντέλου, οι οποίου ονομάζονται συνδυαστικοί (combinatorial), και αυτοί που στον υπολογισμό τους λαμβάνεται υπ' όψη και η γεωμετρία του μοντέλου, δηλαδή η θέση των κορυφών και όχι μόνο πως συνδέονται, οι οποίοι ονομάζονται γεωμετρικοί (geometric).

Σε αυτή την εργασία έχουν χρησιμοποιηθεί δύο μέθοδοι για την εύρεση του Laplacian Matrix που βρίσκονται και οι δύο στην κατηγορία των combinatorial. Είναι οι Graph Laplacian Matrix και Tutte Laplacian Matrix

### 2.1.1 Graph Laplacian Matrix

Για τον υπολογισμό του Graph Laplacian χρειάζονται δύο άλλοι πίνακες:

1. Adjacency Matrix που ορίζεται ως

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & if\ (i,j) \in E \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

όπου δηλαδή σε για κάθε κορυφή $i, j$ αν υπάρχει ακμή μεταξύ τους (αν το ζεύγος $(i,j)$ βρήσκεται στο σύνολο $E$ των ακμών) τότε στις θέσεις $[i,j]$ και $[j,i]$ του πίνακα A τοποθετείται ο αριθμός 1, αλλιώς τοποθετείται ο αριθμός 0

2. Degree Matrix που ορίζεται ως

$$D_{ij} = \begin{cases} N(i) & if\ \ i = j \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

όπου $N(i)$ ο αριθμός των κορυφών με τους οποίους γειτονεύει η κορυφή $i$

Έχοντας τους δύο συστατικούς πίνακες εν τέλει ο Laplacian πίνακας ορίζεται ως:

$$L = D - A$$

### 2.1.2 Tutte Laplacian Matrix

Ο Tutte Laplacian Matrix ορίζεται παρόμοια με τον Graph Laplacian λόγω του ότι χρησιμοποιεί και αυτός τους πίνακες Adjacency και Degree, αλλά ο τελικός τύπος είναι:

$$L = D^{-1}A$$

## 2.2 Ανάλυση Ιδιοδιανυσμάτων

Το επόμενο βήμα στη συχνοτική ανάλυση είναι να πάρουμε τον Laplacian Matrix, όπως αυτός ορίστηκε πιο πάνω και να εκτελέσουμε σε αυτόν ανάλυση ιδιοδιανυσμάτων. Δηλαδή θέλουμε να βρούμε τις ιδιοτιμές αυτού του πίνακα και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα.

Στη συνέχεια ταξινομούμε αυτά τα ζευγάρια με βάση την ιδιοτιμή σε αύξουσα σειρά, οπότε λέμε ότι για τις μικρές ιδιοτιμές τα ιδιοδιανύσματα είναι οι χαμηλόσυχνες συνιστώσες του μοντέλου, ενώ για τις μεγάλες ιδιοτιμές τα ιδιοδιανύσματα είναι οι υψίσυχνες συνιστώσες του μοντέλου. Τα πρώτα είναι υπεύθυνα για τον σχηματισμό του γενικότερου σχήματος του μοντέλου (π.χ. αν το μοντέλο είναι ένα άλογο, τότε από τις χαμηλές ιδιοτιμές σχηματίζονται το σώμα, το κεφάλι και τα πόδια), ενώ τα δεύτερα είναι υπεύθυνα για τις λεπτομέρειες στην επιφάνεια του μοντέλου (π.χ. τα ρουθούνια στο κεφάλι του αλόγου, ή αν είναι αρκετά μεγάλη η ανάλυση, η υφή του δέρματος).

## 2.3 Οπτικοποίηση Ιδιοδιανυσμάτων

(α′) Χαμηλόσυχνα ιδιοδιανύσματα

(β′) Υψίσυχνα ιδιοδιανύσματα

Σχήμα 1: Οπτικοποίηση της επιρροής των ιδιοδιανυσμάτων στο μοντέλο

# 3 Προσθήκη θορύβου

Για να λειτουργήσει το επόμενο βήμα της εξομάλυνσης του μοντέλου, είναι απαραίτητο πρώτα να προστεθεί στο μοντέλο κάποιου είδους θορύβου. Έτσι είναι δυνατόν να γίνει σύγκριση ανάμεσα στο αρχικό μοντέλο, το θορυβώδες μοντέλο και το τελικό εξομαλυμμένο μοντέλο.

Για τους σκοπούς της εργασίας έχουν χρησιμοποιηθεί δύο αλγόριθμοι δημιουργίας θορύβου, οι Gaussian noise και Perlin noise. Σε κάθε περίπτωση το αποτέλεσμα του θορύβου έχει εφαρμοστεί στο μοντέλο με την εξής διαδικασία για κάθε κορυφή:

- Δημιουργία ψευδοτυχαίου αριθμού με βάση κάποιο αλγόριθμο θορύβου
- Εύρεση του καθέτου διανύσματος της κορυφής σε σχέση με το υπόλοιπο μοντέλο
- Δημιουργία ενός διανύσματος, με βάση την τυχαία τιμή που αντιστοιχεί στην κορυφή, παράλληλο στο κάθετο διάνυσμα της κορυφής

- Προσθήκη του νέου διανύσματος στο κάθετο διάνυσμα της κορυφής, πολλαπλασιασμένο κατά ένα παράγοντα (noise factor), που καθορίζει πόσο να επηρεαστεί το μοντέλο από τον θόρυβο

Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι το μοντέλο να αποκτήσει μια τραχύτητα στην επιφάνειά του, χωρίς όμως να έχουν προστεθεί παραπάνω κορυφές

(α΄) Αρχικό μοντέλο

(β΄) Μοντέλο με Gaussian Noise

(γ΄) Μοντέλο με Perlin Noise

Σχήμα 2: Παράδειγμα εφαρμογής Θορύβου σε μοντέλο

# 4 Εξομάλυνση μοντέλου

# 5 Εύρεση όμοιων επιστρώσεων

# 6 Εύρεση όμοιων αντικειμένων