

No :	1	2	3	4	T
Adı ve Soyadı:					

Uyarı: Sınav süresi 80 Dakikadır. Öğrenci kimliğini veya nüfus cüzdanını masanın üzerinde bulundurunuz. İlk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz.

$f(x)=x^3+5x^2+10$ denkleminin,

- (20) [1,2] aralığındaki kökünü bulmak için **aralığı ikiye bölme yöntemini 3 adım** uygulayınız.
- (30) a) $x_0=2$ civarındaki kökünü bulmak için **Newton-Raphson yöntemini 3 adım** için uygulayınız.
b) Newton-Raphson için çözümü yapabilecek Matlab kod dizimini veriniz.
- (25) Aşağıdaki denklem takımını **Gauss-Jordan** yöntemini kullanarak çözünüz.

$$\begin{aligned} 2x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 3x_2 + 8x_3 &= 3 \end{aligned}$$

- (25) $x_p=1.25$ teki y_p değerini **Gregory-Newton** interpolasyon bağıntısı ile bulunuz.

x	1.0	1.50	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y=f(x)	6.000	2.125	2.000	5.625	8.000	8.375	6.000

CEVAPLAR

$f(1)=1^3-5 \cdot 1^2+10=6$; $f(2)=2^3-5 \cdot 2^2+10=-2$; $f(1) \cdot f(2) < 0$

$x_a=1$ ve $x_b=2$

1. adım: $x_c = \frac{x_a + x_b}{2} = \frac{1+2}{2} = 1.5 \Rightarrow f(1.5) = 2.125 > 0 \Rightarrow x_a = 1.5$

2. adım: $x_c = \frac{1.5+2}{2} = 1.75 \Rightarrow f(1.75) = 0.0469 > 0 \Rightarrow x_a = 1.75$

3. adım: $x_c = \frac{1.75+2}{2} = 1.875 \Rightarrow f(1.875) = -0.9863 < 0 \Rightarrow x_b = 1.875$

$x_c = \frac{1.75+1.875}{2} = 1.8125$

2/ $f(x)=x^3-5x^2+10 \Rightarrow f'(x)=3x^2-10x$

$x_n \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

2 \rightarrow 1.75

1.7556 \rightarrow 1.7556

1.7556 \rightarrow

$$3/ \begin{cases} 2x_1 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_2 + 8x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ pivot bna } y_{pp}, r_{sa}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2.67 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2.67 \\ 0 & 0 & -4.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2.67 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1.0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 1.5 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 0 \end{matrix}$$

4/ $x = 1.25$

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	$\Delta^6 y$
1.0	6.0	3.875	3.75	0.25	-8.0	0.25	-18.50
1.5	2.125	-0.125	3.250	-2.50	4.25	-4.25	
2.0	2.0	-3.625	-4.25	-0.75	0.25		
2.5	5.625	+2.375	-2.75	-0.75			
3.0	8.0	+0.375					
3.5	8.375	-2.375					
4.0	6.0						

$$p = \frac{x_p - x_0}{h} = \frac{1.25 - 1.0}{0.5} = 0.5$$

$$y_p = y_0 + \frac{p \Delta y}{1!} + \frac{p(p-1) \Delta^2 y}{2!} + \frac{p(p-1)(p-2) \Delta^3 y}{3!} + \dots$$

$$y_p = 6.0 + \frac{0.5 \times 3.875}{1} + \frac{0.5(0.5-1) \times 3.75}{2} + \frac{0.5(0.5-1)(0.5-2) \times 0.25}{6} + \dots$$

-1.93 -0.46

$$y_p \approx 4.3189$$