电学部分

§1 静电场

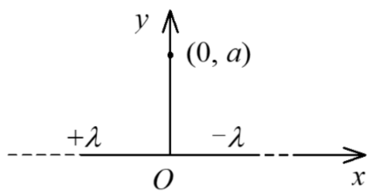
例题

1.1 （电偶极子）

(1) 计算电偶极子延长线上任一点 P 的场强。

(2) 计算电偶极子中垂线上任一点 P 的场强。

1.2 （电偶极子）图中所示为一沿 x 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为$+\lambda(x<0)$和$-\lambda(x>0)$，则 Oxy 坐标平面上点$(0, a)$处的场强$\vec{E}$为（　　　）。



A. 0　　B. $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\boldsymbol{i}$　　C. $\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\boldsymbol{i}$　　D. C. $\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$

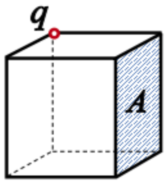
1.3（静电场）一均匀带电球体，半径为 R，带电量为$+q$。求球体内、外的场强。

1.4（静电场）

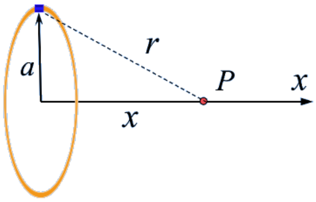
(1) 一均匀带电无限大平面，单位面积带电量为 σ，求周围的电场强度。

(2) 两无限大均匀带电平面 A、B，其电荷面密度分别为$+\sigma$和$-\sigma$，求空间场强分布。

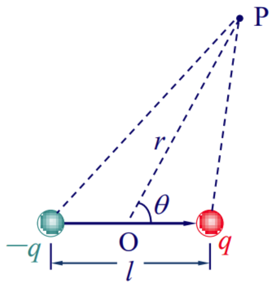
1.5 （电通量）如图所示，一电量为 q 的点电荷，置于一正立方体的一个顶角上，求通过图中侧面 A 的电场强度通量。



1.6 （电势）求均匀带电圆环，带电荷量为 q，半径为 a，求轴线上任意一点 P 的电势。

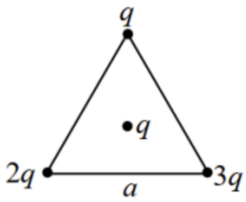


1.7（电偶极子、电势）求电偶极子的电场中的电势分布，已知电偶极子中两点电荷-q, +q 间的距离为 l。



作业（第一次作业）

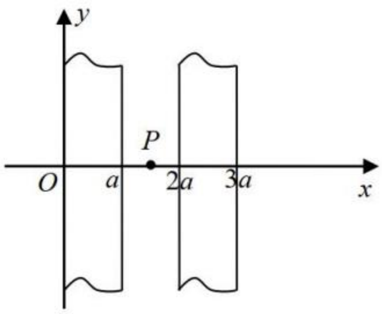
1. 在真空中，三个带电量为 q，$2q$，$3q$ 点电荷被放在边长为 a 的正三角形的三个项点上，如图所示，若在该三角形中心处放一个带电量为 q 的点电荷，则中心处点电荷受到的电场力大小为___________。



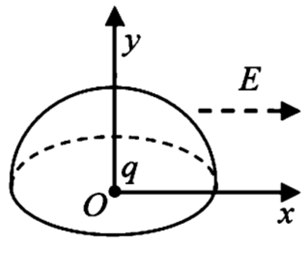
2. 真空中有两块厚度为 a 的无限大非均匀带电板平行放置，如图所示。若两块板的电荷体密度都满足关系式：$\rho = kx$，其中 $k > 0$。求：

(1) 两板之间 P 点$(1.5a, 0)$的电场强度；

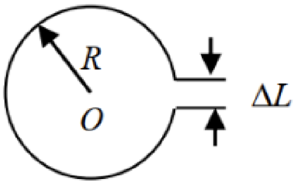
(2) 在 x 轴上，电场强度大小与 P 点电场强度相同，但电场强度方向相反的点。



3. 如图所示，在场强为 E 的均匀电场中取一平球面，其半径为 R，电场强度的方向与半球面的对称轴垂直。若在球心 O 点放一点电荷 q，且点电荷 q 不改变电场 E 的分布，则通过这个半球面的电通量为________。



4. 如图所示，半径为 R 的均匀带电圆环开有一长度为 ΔL ($\Delta L<<R$) 的小空隙，该带电圆弧的弧长为 L，电量为 Q，则圆弧中心 O 点的电势为____________。



5. 已知某静电场的电势分布为 $U(x, y) = 4x-5x^2y$，则电场强度分布为_________。

6. 求半径为 R，电荷体密度为 $\rho = kr$ 的非均匀带电球体的电场分布以及在半径 R 处的电势。式中 r 是径向距离，k 是常量。

§ 2 静电场中的导体与电介质

例题

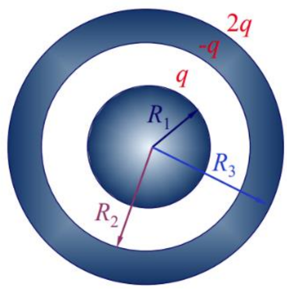
2.1 （带电平板）求出电荷面密度为 σ 的均匀无限大带电平板外的电场表达式。

2.2 （静电平衡）一半径为 R_1 的金属球置于内、外半径分别为 R_2 和 R_3 的金属球壳中心，金属球和球壳均带有电量为 q 的正电荷。求：

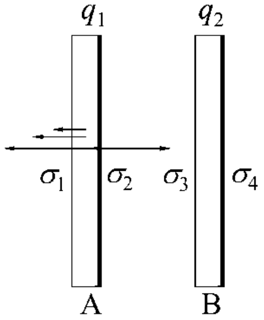
(1) 金属球和球壳的电势；

(2) 若把外球壳接地，则内球和外球壳的电势分别为多少？

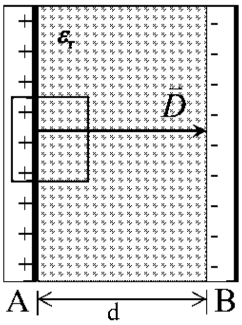
(3) 若把内球接地，则金属球和球壳的电势分别为多少？



2.3 （静电平衡）两块大导体平板，面积均为 S ，分别带电 q_1 和 q_2，两板间距远小于板的线度。求平板各表面的电荷密度。



2.4 **（电介质）**在一对无限大均匀带电（电荷面密度为$\pm\sigma$）的导体板 A、B 之间充满相对介电常量为 ε_r 的电介质，板间距离为 d。求两者之间的电场强度及两板之间的电势差。

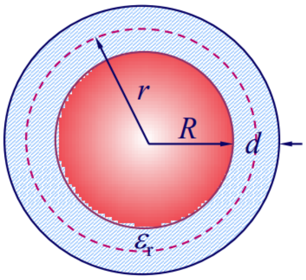


2.5 **（电介质）**如图，半径为 R 的导体球带有电荷 q，球外贴有一层厚度为 d，相对介电系数为 ε_r 的电介质，其余空间为真空。 求：

(1) 空间各点的电场强度分布；

(2) 电介质内、外表面的极化电荷面密度及电量；

(3) 空间各点的电势分布。



2.6 **（电容器）**求以下电容器的电容：

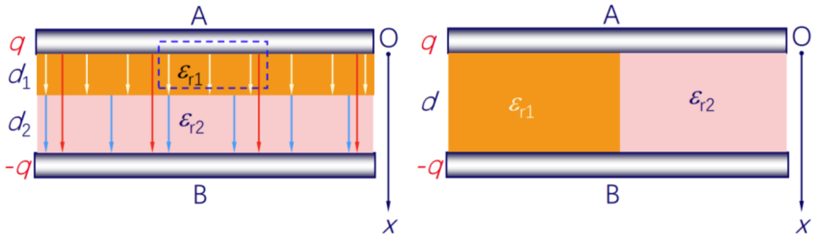
(1) 真空中平行板电容器：平板面积为 A，板间距为 d；

(2) 同轴圆柱体电容器：内径为 a，外径为 b。

2.7 （电介质、电容器）

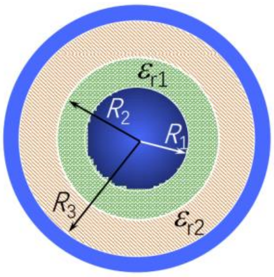
(1) 一平行板电容器，中间有两层厚度分别为 d_1 和 d_2 的电介质，它们的相对介电常数分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}，极板面积为 S。

(2) 一平行板电容器充以两种不同的介质，每种介质各占一半体积。它们的相对介电常数分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}，极板面积为 S。求电容。



2.8 （电介质、电容器）自由电荷面密度为 σ_0 的平行板电容器，其电容量为多少？极化电荷面密度为多少？

2.9 （电介质、电容器）球形电容器由半径为 R_1 的导体球和内半径为 R_3 的导体球壳构成，其间有两层均匀电介质，分界面的半径为 R_2，相对介电常数分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}。求电容。



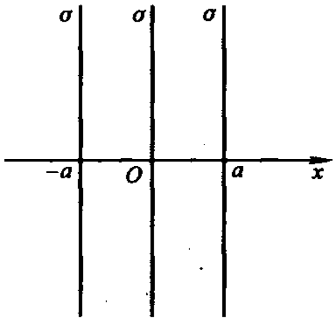
2.10 （电容器）空气平行板电容器，面积为 S，间距为 d。现在把一块厚度为 t 的铜板插入其中。

(1) 计算电容器的电容改变量；

(2) 电容器充电后断开电源，再抽出铜板需做多少功？

作业（第二次作业）

1. 有三个无限大的均匀带电平面, 电荷面密度均为 σ，分别位于 $x = \pm a$ 和 $x = 0$ 处（如图所示）。 试求场强和电势沿 x 方向的分布，并画出 $E = E(x)$ 和 $\phi = \phi(x)$ 曲线（取 $x = 0$ 处的电势 $\phi = 0$）。



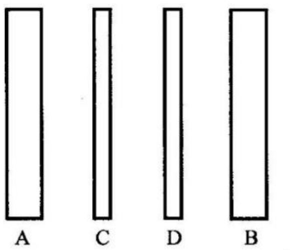
2. 若电荷间的相互作用不满足平方反比律，导体腔的屏蔽效应是否仍然存在？万有引力也服从平方反比律，你能否仿效静电屏蔽作用，设计出一种万有引力的屏蔽作用？为什么？

3. 将两块薄导体平板 C 和 D，平行地插入平行板电容器的两极板 A、B 之间，其中距离 $l_{AC} = l_{CD} = l_{DB} = \frac{d}{3}$，如图所示. 已知 C、D 未插入时，A、B 两极板间的电势差为 U_0 。

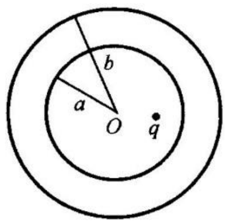
(1) 当 C、D 插入后，A 和 C、C 和 D、D 和 B 之间的电势差各为多少? 各导体板之间的空间中的场强各为多少？

(2) 若C 和D 以导线相连接，然后除去导线，再讨论问题 (1);

(3) 在步骤 (2) 之后，再用导线将 A 与 B 连接， 然后除去导线，则问题 (1)又将如何？



4. 如图所示，金属球壳的内外半径分别为 a 和 b，带电量为 Q，球壳腔内距球心 O 为 r 处置一电量为 q 的点电荷，试求球心 O 点的电势。



5. 一平行板电容器极板面积为 S，间距为 d，带电 $\pm Q$，将极板的距离拉开一倍。

(1) 静电能改变多少？

(2) 抵抗电场作了多少功？

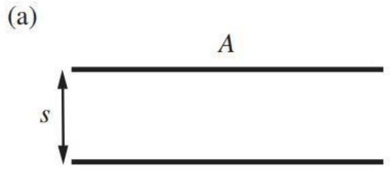
6. 一平行板电容器极板面积为 S，间距为 d，接在电源上以保持电压为 U。将极板的距离拉开一倍，计算：

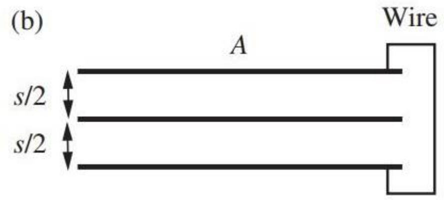
(1) 静电能的改变；

(2) 电场对电源作的功；

(3) 外力对极板作的功。

7. 如果图 (a) 中的电容为 C，那么如图 (b) 所示，把第三块板插入中间并把外面的两块板用导线连接后，它的电容是多大？



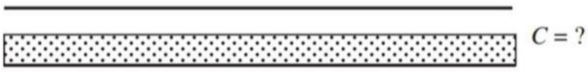


8. (1) 一电容器的极板面积为 A，间距为 s, 板上的电荷面密度为 $\pm\sigma$。如图所示，一个具有相同面积 A，厚度为 $\frac{s}{2}$ 的不带电导体板初始时固定在电容器外。把导体板放开后，导体板将会被吸入电容器，当导体板完全进入电容器时，它的动能是多少？

(2) 如果在电容器两端加上恒定电压 U，导体板的动能是多少？

9. 如图所示为三个面积和板间距相同的电容器，记真空电容器的电容为 C_0，另两个均充满一半相同介电常数 ε 的电介质，但填充方式不同。求这两个电容器的电容。（忽略边缘效应）

(a) 真空电容器



(b) 填充方式 1

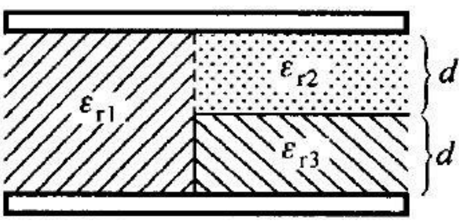
(c) 填充方式 2

10. 如附图所示，一平行板电容器充满三种不同的电介质，相对介电常数分别为 ε_{r1} 、ε_{r2} 和 ε_{r3}， 极板面积为 A，两极板的间距为 $2d$，略去边缘效应。若电容器加上电压 U。

(a) 求电容器内各处的电场强度；

(b) 求各电介质的极化电荷密度和电容器极板各处的电荷密度；

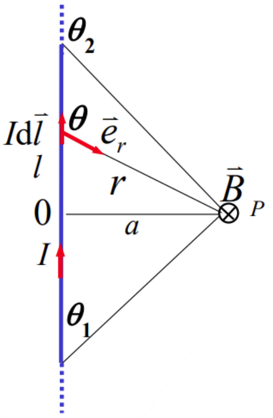
(c) 求此电容器的电容。



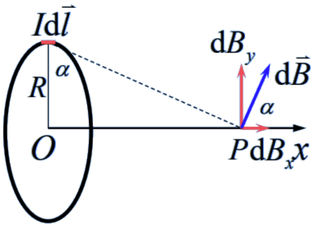
磁学部分

§ 3 恒定磁场、磁介质

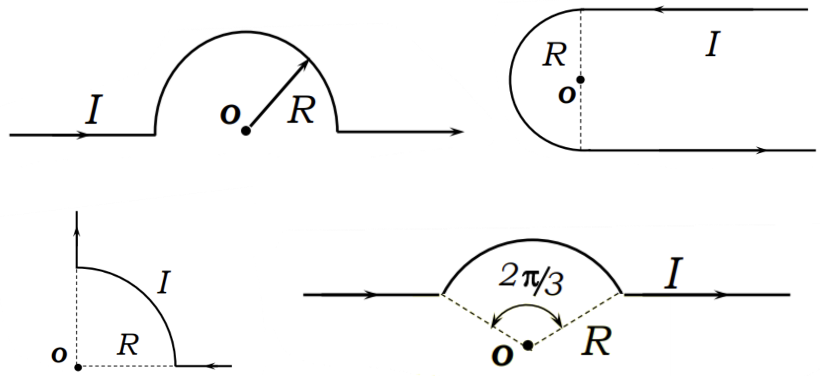
3.1（毕-萨定律）一载流长直导线，电流为 I，导线两端到 P 点的连线与导线的夹角分别为 θ_1 和 θ_2。求距导线为 a 处 P 点的磁感应强度。（无限长、半无限长、点在延长线上）



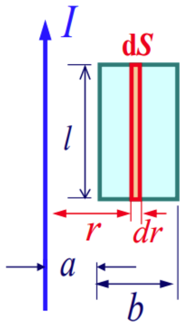
3.2（**毕-萨定律**）载流圆线圈半径为 R，电流为 I。求轴线上距圆心 O 为 x 处 P 点的磁感应强度。



3.3 （磁矩、毕-萨定律）求点 O 磁感应强度：



3.4 （磁通量）求通过矩形平面的磁通量。



3.5 （安培环路定理）求磁感应强度：

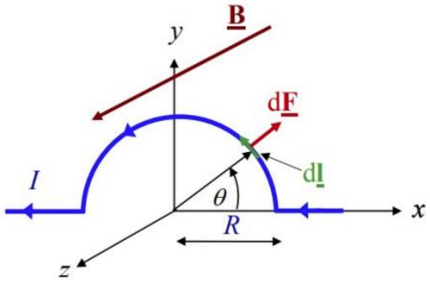
(1) （长直导线）在长直载流导线上电流为 I，对称的磁场 B 围绕导线成圆形。

(2) （粗导体截面）在一个半径为 a 的大圆内的 B 磁场， 有均匀分布的电流 I。

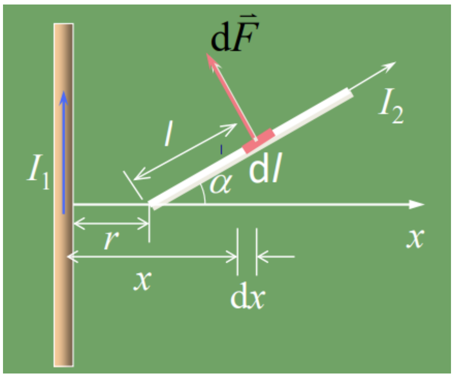
(3) （螺线管）长度为 l 的长螺线管，总匝数为 N，通有电流 I。

(4) （环形线圈）环形线圈的内半径和外半径分别为 a 和 b，线圈匝数为 N，承载电流 I。

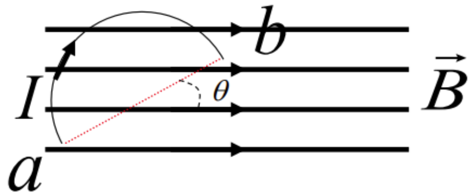
3.6 （电流的磁作用力）半径为的半圆形线圈在 x-y 平面上通有所示电流 I。 均匀磁场 B 平行于 z 轴。计算回路上的净作用力（忽略平行于 x 轴的直导线）。



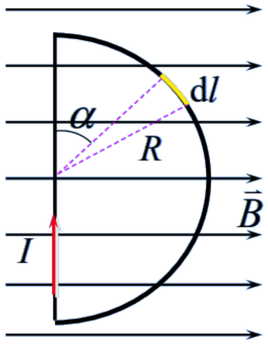
3.7 （磁场对载流导线的力）计算无限长直载流导线通有电流 I_1，在同一平面内有长为 L 的载流直导线，通有电流 I_2（如图所示）。求长为 L 的导线所受的磁场力。



3.8 （磁场对载流导线的力）计算在均匀磁场中放置一半径为 R 的半圆形导线，电流强度为 I，导线两端连线与磁感强度方向夹角 $\theta = 30°$，求此段圆弧电流受的磁力。

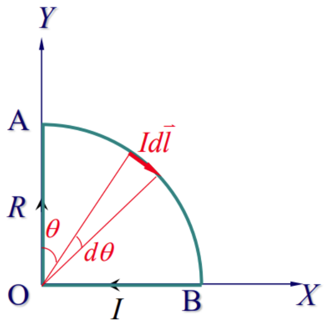


3.9 （磁力矩）有一半径为 R 的闭合载流线圈，通过电流 I。今把它放在 均匀磁场中，磁感应强度为 B，其方向与线圈平面平行。求：以直径为转轴，线圈所受磁力矩的大小和方向。

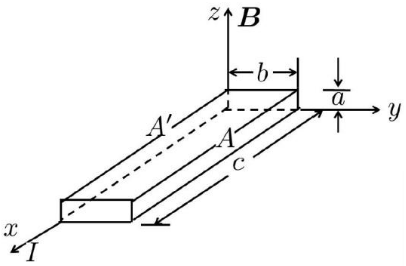


3.10 （磁力矩）如图，一载流线圈 OAB（其中 AB 为半径为 R 的四分之一圆弧）位于 OXY 平面，线圈中通有稳恒电流 I，该线圈处于磁感应强度为$\vec{B} = B_0(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j})$ (T)的匀强磁场中，求：

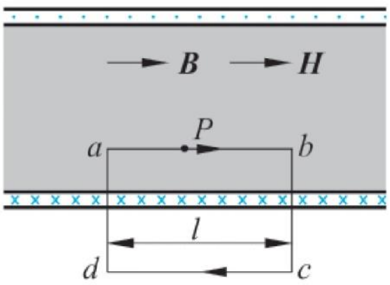
(1) AB 弧受到的磁场的作用力；
(2) AB 受到的力矩（对 O 点）；
(3) 载流线圈 OAB 的磁力矩。



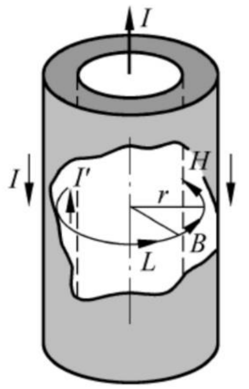
3.11 （霍尔效应）半导体样品的体积为 $a \times b \times c$，如图所示，载有电流 I，并置于磁场中，磁感强度沿 z 方向，电流沿 x 方向，$B = 3.0\times10^{-2}$ T，$I = 1.0\times10^{-3}$ A。$a = 1.0$ mm，测得电势差 $U_{AA'} = 6.6\times10^{-3}$ V. 请判断这个半导体的载流子带正电还是带负电？若载流子所带电荷大小为 1.6×10^{-19} C，载流子浓度是多少？



3.12 （磁介质）一无限长直螺线管，单位长度上的匝数为 n，螺线管内充满相对磁导率为 μ_r 的均匀磁介质。今在导线圈内通以电流 I，求管内的磁感应强度和磁介质表面的面束缚电流密度。

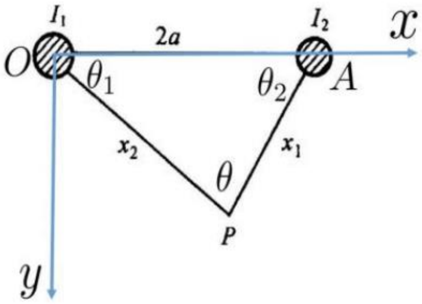


3.13 **（磁介质）**一根长直单芯电缆的芯是一根半径为 R 的金属导体，它和导电外壁之间充满相对磁导率为 μ_r 的均匀介质（如图）。今有电流 I 均匀地流过芯的横截面并沿外壁流回。求磁介质中磁感应强度的分布和紧贴导体芯的磁介质表面上的束缚电流。

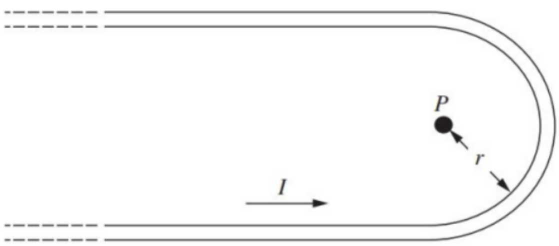


作业（第三次作业）

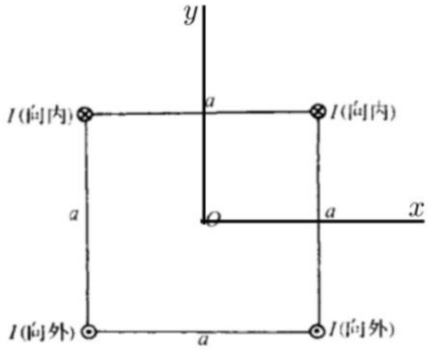
1. 两条无限长的平行直导线相距为 $2a$，分别载有电流 I_1 和 I_2，空间中任一点 P 到两条导线的距离分别为 x_1 和 x_2（如图），当两电流同向及反向时，P 点的磁感强度各为多少？



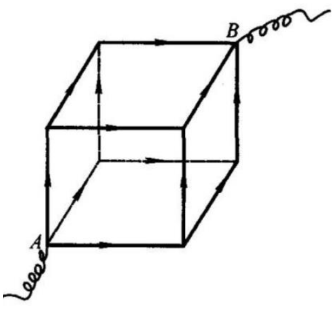
2. 一根长导线弯成如图所示形状，求出半圆中心位置 P 处的磁感应强度。



3. 如图，四根无穷长的平行直导线，其截面构成正方形的四个角，正方形边长为 $2a$，电流的方向如图。写出空间任一点磁感应强度的表达式。若 $I = 10$ A，$a = 10$ cm，计算正方形中心处的磁感应强度的大小。

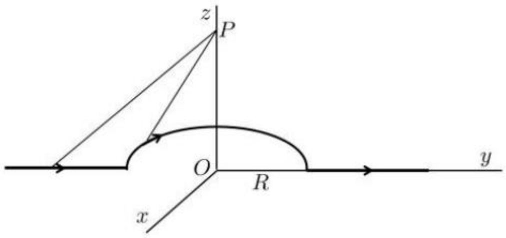


4. 以相同的几根导线焊成立方形（如图），在 A、B 两端接上一电源，在立方形中心的磁感强度 B 等于多少？



5. 椭圆形导线载有电流 I，计算焦点处的磁感强度。

6. 一载流导线的电流强度为 I，由负无穷大沿直线到离开原点 R 处完成一个以原点为圆心，半径 R 的半圆，在沿直线到正无穷大，如图所示，求与半圆面垂直且过圆心的直线上一点 P 处的磁感强度。



7. （同例 3.11）

8. 力对电磁场中的运动粒子会产生怎样的作用？

(1) 两根长条状同心圆柱导体半径分别为 a 和 b（其中 $a<b$），之间的电位差为 V，导体中传有等大反向的电流 I。一个速度大小为 u 方向平行于轴线的电子，进入圆柱形导体之间的真空区域并且路线没有改变。试计算速度大小 u 的表达式。

(2) 如果从静止状态开始，当 $a = 2$ mm，$b = 50$ mm，$V = 50$ V 和 $I = 100$ A 时，电子进入真空区之前需要多少电势差进行加速才能运动路线不被改变？

(3) 当如上所述运动时，电子被赋予速度的附加分量：

a. 沿径向 r；

b. 与 r 和 u 正交。

试定性地说明每种情况下其运动会发生什么。

电磁感应部分

例题

4.1（法拉第和楞次定律）一个均匀分布的磁场 B 与环路平面法线成 θ 角。环路半径 5.0 cm，电阻 2.0 Ω。磁感应强度 B 大小以 40 $\mathrm{mT\cdot s^{-1}}$ 的速率随时间增加。计算不同 θ 角时环路中的感生电动势：
(i) $\theta = 0$；(ii) $\theta = \pi/4$；(iii) $\theta = \pi/2$。

4.2（法拉第和楞次定律）通过环路的磁通量随时间 t 的变化可以用函数表示：

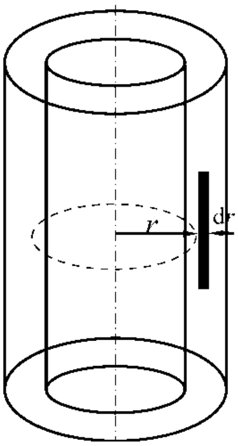
$$\Phi_B = (t^2 - 4t) \times 10^{-1}\ \mathrm{Wb}$$

(1) 求感生电动势关于时间的函数；
(2) 那些时刻磁通量最小或为 0？
(3) 求这些时刻感生电动势的大小。
(4) 绘制 Φ_B 和感生电动势 ε 关于时间变化的曲线。

4.3 （电感-自感）

(1) 考虑一个长度为 l 的螺线管，该螺线管的横截面积为 A，缠绕 N 匝，载流电流为 I。求自感系数 L。
(2) 一个 2000 匝，面积为 4 $\mathrm{cm^2}$，长度为 30 cm 的螺线管带有 $4.0\cos(50t)$ A 的交流电。求感应电动势的表达式。

4.4（电感-自感）有一电缆，由两个“无限长”的同轴圆桶状导体组成，其间充满磁导率为 μ 的磁介质，电流 I 从内桶流进，外桶流出。设内、外桶半径分别为 R_1 和 R_2，求长为 l 的一段导线的自感系数。

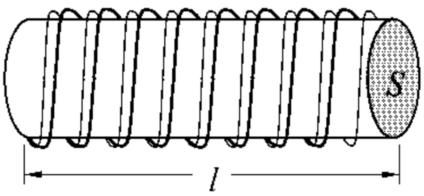


4.5（电感-互感）设在一长为 1 m，横断面积 $S = 10\ \text{cm}^2$，密绕 $N_1 = 1000$ 匝线圈的长直螺线管中部，再绕 $N_2 = 20$ 匝的线圈。

(1) 计算互感系数 M；

(2) 若回路 1 中电流的变化率为 10 A/s。求回路 2 中引起的互感电动势 ε_{21}；

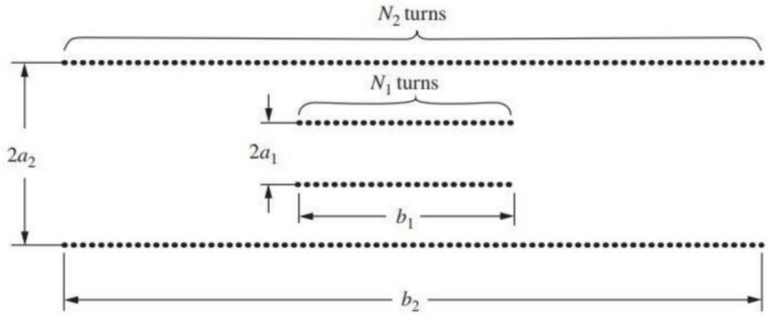
(3) M 和 L_1 及 L_2 的关系。



4.6（麦克斯韦方程组）写出麦克斯韦方程组的微分与积分形式。

作业（第四次作业）

1. 如图，一个半径为 a_1 长为 b_1 的 N_1 匝线圈，位于半径为 a_2 长为 b_2 的 N_2 匝线圈内。试求出二个线圈的互感系数 M。

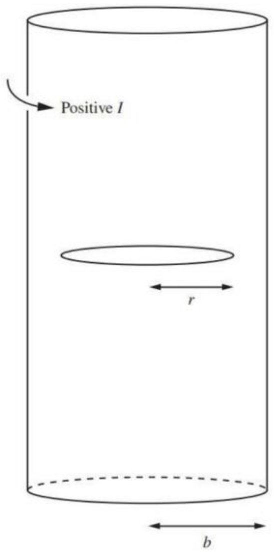


2. 一无限长半径为 b，单位长度 n 匝的螺线管，通以 $I(t) = I_0 \cdot \cos\omega t$ 的电流，电流的正向如图所示。一个半径为 $r < b$，电阻为 R 的小圆环放置在螺线管中心，其环面与螺线管轴线垂直。

(a) 环中的感应电流是多少？

(b) 环上的一小段将受到磁场力，在 t 为多少时，此力最大？

(c) 力对于环有何影响？即，此力将使得环平移、旋转、翻身、拉伸或压缩？



3. 一个半径为 R，单位长度 n 匝的螺线管中通以电流 $I(\mathrm{t}) = I_0 \cdot \cos\omega t$，螺线管内的磁感应强度 $B(t) = \mu_0 \cdot nI(t)$ 。

(a) 求螺线管内半径为 r 处，因变化的磁场 $B_0(\mathrm{t}) = \mu_0 nI_0 \cdot \cos\omega t$ 产生的电场强度。

(b) 求螺线管内 r 处，因 (a) 中变化的电场产生的磁场，记为 $\Delta B(t)$。

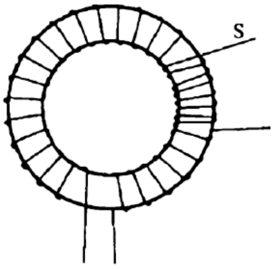
(c) 考察 $\Delta B(t)/B_0(t)$，试证明如下表述："如果电流随的变化发生的时间远大于光穿过螺线管直径所需的时间，则螺线管中的磁感应强度就可以简单地由 $B_0(\mathrm{t}) = \mu_0 nI_0 \cdot \cos\omega t$ 表示"（对于日常所用的 ω，这个条件总能满足）。

4. 一空心的螺线环，其平均周长为 60 cm，横截面积为 3 cm^2，总匝数为 2400，现将一个匝数为 100 的小线圈 S 套在螺绕环上 (见图)， 求:

(1) 螺绕环的自感系数环；

(2) 与线圈 S 间的互感系数；

(3) 若 S 两端接于冲击电流计，且知 S 和电流计的总电阻为 2000 Ω，问当螺绕环内的电流 I = 3 A 由正向变成反向时，通过冲击电流计的电量共有多少 C？



5. 一无限长的同轴电缆由两薄壁空心导体圆筒所组成，内、外圆筒的半径分别为 R_1 和 R_2，设电流沿内筒流出、由外筒流回，大小为

$$I=\frac{1}{2}At^2$$

A 为一正的恒量，试求出到电缆轴线的距离为 r（$r<R_1$）的 P 点的磁感强度。