

1. Aufgabe (3 Punkte)

Welche der folgenden Lambda-Ausdrücke sind syntaktisch inkorrekt? Begründen Sie Ihre Antwort.

- 1) x
- 2) $x\lambda a.\lambda b.(xy)$
- 3) $\lambda xy.\lambda xy$
- 4) $\lambda a.\lambda y(zw)(\lambda a.az)$
- 5) $\lambda(x.xzx)x.xyz$
- 6) $\lambda azy.zxyab.y$
- 7) $y((\lambda a.abz)\lambda abc.a(bc))$

2. Aufgabe (4 Punkte)

Welche Variablen sind frei und welche sind gebunden in den folgenden Lambda-Ausdrücken (bzw. Teilausdrücken)? Begründen Sie Ihre Antwort.

- 1) $\lambda x.\lambda y.xy$
- 2) $(\lambda z.\lambda a.az(\lambda a.az))z$
- 3) $z((\lambda x.xz)x)(\lambda x.xyz)$
- 4) $\lambda azy.zxy(\lambda a.bz)$

3. Aufgabe (4 Punkte)

Reduzieren Sie folgende Lambda-Ausdrücke. Die Zwischenschritte der Reduktion sollen sichtbar sein. Achten Sie bitte darauf, dass eventuell α -Konversion notwendig wird.

- 1) $(\lambda zy.z(\lambda abc.b(abc))y)(\lambda sz.z)(\lambda sz.s(z))$
- 2) $(\lambda zy.zy(\lambda ab.b))(\lambda ab.a)(\lambda ab.b)z y$

4. Aufgabe (2 Punkte)

Welche der folgenden Gleichungen ist korrekt? Begründen Sie Ihre Antwort.

- 1) $((\lambda a.\lambda b.(b)a)\lambda x.(x)x)\lambda y.(y)(y)y = (\lambda b.(\lambda a.(a)b)\lambda x.(x)x)\lambda y.(y)(y)y$
- 2) $((\lambda b.\lambda a.(a)b)\lambda y.(y)(y)y)\lambda x.(x)x = (\lambda a.(\lambda b.(b)b)a)\lambda y.(y)(y)y$

5. Aufgabe (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass folgender drei λ -Ausdrücke äquivalent sind

$$I \equiv \vee F \equiv F \neg$$

6. Aufgabe (6 Punkte)

Definieren Sie **Lambda**-Ausdrücke für folgende Vergleichsoperationen und testen Sie diese, indem Sie sie mit Zahlen anwenden.

\neq und $<$

7. Aufgabe (3 Punkte)

Überlegen Sie sich einen alternativen λ -Ausdruck für die Konjunktion (\wedge -Funktion), der, obwohl er für Wahrheitswerte funktioniert, nicht äquivalent zu dem in der Vorlesung gegebenen λ -Ausdruck für die Konjunktion (Und-Funktion) ist.

Begründen Sie Ihre Antwort mit einem entsprechenden Beweis.