

1. Aufgabenblatt vom Montag, den 16. Oktober 2017 zur Vorlesung

## Mafl I: Logik & Diskrete Mathematik (F. Hoffmann)

Abgabe: bis Freitag, den 3. November 2017, 10 Uhr

1. **Logik im Alltag I** (Wird im 1. Tutorium besprochen)

Ein 100-jähriger wird nach seinem Rezept fürs Altwerden gefragt. Seine Antwort:  
Hier sind meine Diätregeln. Wenn man kein Bier zu einer Mahlzeit trinkt, dann esse  
man Fisch. Wenn man Bier und Fisch zu einer Mahlzeit hat, dann verzichte man auf  
Eiscreme. Wenn man Eiscreme hat oder Bier meidet, dann esse man keinen Fisch.  
Das kann man auch kürzer sagen! Wie und warum?

2. **Logik im Alltag II** (wird im 1. Tutorium besprochen)

A(lice), B(ob), C(arol) und D(ave) fahren mit dem Zug und haben Platzkarten für ein  
Viererabteil, wobei die Plätze 1 und 2 (3 und 4) vorwärts (rückwärts) zur Fahrtrichtung  
liegen und 1 und 3 Fensterplätze sind. Folgende Wünsche sind zu berücksichtigen:

- 1) D will rückwärts fahren,
- 2) B und C wollen nicht nebeneinander sitzen,
- 3) A wünscht einen Fensterplatz
- 4) B und D wollen sich nicht gegenüber sitzen.

- (a) Finden Sie eine Platzverteilung die alle Wünsche berücksichtigt. Ist sie eindeutig?
- (b) Formulieren Sie ein Modell, in dem sich die Bedingungen 1) bis 4) als Boolesche  
Terme ausdrücken lassen. Gibt es eine eindeutige Belegung der Variablen, die diese  
Terme wahr macht?
- (c) Wenn nicht, formulieren Boolesche Terme für weitere Bedingungen, die erfüllt sein  
müssen, um Eindeutigkeit zu erzwingen.

Tipp: Als Bezeichner bietet sich etwa  $A_i, i = 1, 2, 3, 4$  für eine Boolesche Variable an,  
die aussagt, ob  $A$  auf Platz  $i$  sitzt, entsprechend dann auch  $B_i, C_i$  und  $D_i$ .

3. **Logik im Alltag IV**(wird im 1. Tutorium besprochen)

Ein Verurteilter befindet sich in einem Raum mit zwei Türen, von denen eine in die  
Freiheit und die andere zum Henker führt. Er steht 2 Männern gegenüber, von denen  
einer immer die Wahrheit sagt, der andere immer lügt. Der Verurteilte kennt diesen  
Sachverhalt, aber er weiß nicht, wer der Lügner ist. Er bekommt eine letzte Chance,  
sein Leben zu retten: Er darf einem von den Männern eine Frage stellen und soll dadurch  
feststellen, welche Tür in die Freiheit führt.

Warum ist die Frage, "Führt diese Tür in die Freiheit?", schlecht?

Welche Frage muß er stellen?

Versuchen Sie, Ihre Antwort mit Mitteln der Aussagenlogik zu begründen!

4. **Boolescher Term** (2 Punkte)

Bilden Sie aus den Variablen  $x, y, z$  eine Boolesche Formel, die genau dann zu 1 ausgewertet wird, wenn eine gerade Anzahl der ursprünglichen Variablen mit 1 belegt ist. Benutzen Sie dabei nur die Operatoren  $\{\neg, \wedge\}$ .

5. **Semantische Äquivalenzen** (2 Punkte)

Beweisen Sie sowohl mit Wertetabelle als auch mit der Anwendung von Booleschen Gesetzen, dass gilt:

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

6. **Tautologien** (4 Punkte)

Testen Sie mittels Wertetabellenmethode, ob die folgenden Booleschen Terme Tautologien sind.

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$$

$$((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow p$$

7. **NAND-Operator** (4 Punkte)

Der Wert  $b_1 \overline{\wedge} b_2$  der Sheffer-Funktion zweier Wahrheitswerte  $b_1, b_2$  ist genau dann 0, wenn beide gleich 1 sind. Das entspricht also der negierten Konjunktion. Man spricht deshalb auch vom NAND-Operator. Als Bezeichner sind  $|, \overline{\wedge}$  und  $\uparrow$  gebräuchlich. Untersuchen Sie, ob Kommutativ- und Assoziativgesetz für den NAND-Operator gelten!

**Hinweis:** Bitte die Übungszettel immer mit den Namen aller Bearbeiter und (!) dem Namen des Tutors (+ welches Tutorium) versehen. Bitte beachten Sie den Abgabetermin!