

Maß I: Logik & Diskrete Mathematik
(F. Hoffmann)

Abgabe: bis Freitag, den 24. November 2017, 10 Uhr

1. **Abschluss von Relationen** (4 Punkte)

Finden Sie für die folgenden Relationen jeweils den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss sowie den transitiven Abschluss.

- (a) \leq in \mathbb{N}
- (b) R in \mathbb{N} mit xRy falls $y = x + 1$.
- (c) R in \mathbb{R} mit xRy falls $y \leq x + 1$.
- (d) R in \mathbb{R} mit xRy falls $|x - y| < 0.0005$.

2. **Äquivalenzrelationen** (4 Punkte)

Zeigen sie, dass die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind. Was sind die Äquivalenzklassen?

- (a) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn $\sin(x) = \sin(y)$.
- (b) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn entweder sind x, y beide positiv oder beide negativ oder beide 0.

3. **Zirkuläre Relation** (3 Punkte)

Wir nennen eine Relation $R \subseteq A \times A$ zirkulär, falls gilt:

$$\forall a, b, c \in A : aRb \wedge bRc \Rightarrow cRa.$$

Beweisen Sie: R ist reflexiv und zirkulär genau dann, wenn R Äquivalenzrelation ist.

4. **Posets** (4 Punkte) Betrachten Sie die folgenden Relationen \preceq auf der Menge der Punkte in der Ebene mit natürlichen Koordinaten (d.h. $(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$):

- (a) $(a, b) \preceq (c, d)$ genau dann, wenn $a + b \leq c + d$
- (b) $(a, b) \preceq (c, d)$ genau dann, wenn $(a < c) \vee (a = c \wedge b \leq d)$
- (c) $(a, b) \preceq (c, d)$ genau dann, wenn $[(a, b) = (c, d)] \vee [a + b < c + d]$
- (d) $(a, b) \preceq (c, d)$ genau dann, wenn $(a \leq c) \wedge (b \leq d)$

Welche dieser Relationen sind partielle Ordnungsrelationen und welche nicht?

Kurze Begründungen! Welche sind sogar totale Ordnungen?

Hinweis: Bitte die Übungszettel immer mit den Namen aller Bearbeiter und (!) dem Namen des Tutors (+ welches Tutorium) versehen. Bitte beachten Sie den Abgabetermin!