

TP — Surface Interrogation (surfaces de Bézier)

durée 5-7h

Le but du TP est d'implémenter 2 méthodes d'interrogation de surfaces et de les tester sur des surfaces de Bézier.

Un programme Matlab est à votre disposition pour ce TP. C'est un programme graphique qui, à partir d'un ensemble de $k \cdot 16$ points de contrôle $\mathbf{b}_{ij}^k \in \mathbb{R}^3$, $i, j = 0, \dots, 3$ calcule et dessine k surfaces de Bézier bicubiques

$$X^k(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \mathbf{b}_{ij}^k B_i^3(u) B_j^3(v), \quad (u, v) \in [a, b] \times [c, d].$$

Vous pouvez faire ce TP avec le langage de votre choix: Matlab (ou Scilab), C/C++ ou Python avec OpenGL, etc. Si vous souhaitez utiliser Matlab, vous pouvez télécharger sur Chamilo l'archive *BEZIER-SURF.zip*, démarrer *matlab* et exécuter le programme principal *mainBezier.m* avec la commande *mainBezier*. Ensuite vous pouvez utiliser ce programme comme cadre pour votre TP.

1. Génération de surfaces

La fonction *load* permet de lire des données à partir d'un fichier ascii. Nous utilisons cette fonction pour lire les points de contrôle de la surface à partir d'un fichier. Dans le répertoire se trouve un fichier exemple, nommé *surface1*. Il contient les 16 points de contrôle d'un patch de Bézier.

Générez vous-même au moins 3 autres exemples de surfaces (au moins une avec $k > 1$, i.e. plusieurs morceaux de surfaces avec raccord C^0 ou raccord C^1) et sauvez les points de contrôle respectives dans 3 fichiers *surfacei*. $i = 2, 3, 4$.

Note: Vous pouvez écrire des petites routines Matlab pour générer les points de contrôle (p.ex. en échantillonnant des surfaces paramétriques connues, ou avec une méthode procédurale) et utiliser la commande *save* pour sauver les points dans un fichier ascii.

2. Champs des normales

Ecrire une fonction *bezierPatchNormal* qui pour chaque patch k calcule le champs des normales $N(:, :, k) = \text{bezierPatchNormal}(P(:, :, k), u, v)$,

où u, v sont des vecteurs Matlab de *num_n* valeurs de paramètre. Elle prend en entrée les 16 points de contrôle et l'ensemble des valeurs de paramètre en lesquels les normales N (vecteurs unitaires) sont calculées. En sortie $N(:, :, k)$ est une matrice de taille *num_n* \times *num_n* \times 3.

La normale de la surface X au paramètre (\bar{u}, \bar{v}) est défini par $N(\bar{u}, \bar{v}) = \frac{X_u(\bar{u}, \bar{v}) \times X_v(\bar{u}, \bar{v})}{\|X_u(\bar{u}, \bar{v}) \times X_v(\bar{u}, \bar{v})\|}$.

3. Interrogation de surfaces

Ces méthodes servent à examiner visuellement la qualité d'une surface grâce à des courbes calculées sur la surface ou grâce aux visualisations des courbures (color plots).

Exercice — TP2a Lignes isophotes

Les isophotes sont des lignes d'intensité lumineuse égales sur une surface pour une direction de lumière donnée. Soit $L \in \mathbb{R}^3$ la direction des rayons lumineux parallèles. Une isophote est alors définie par l'ensemble des points $X(\bar{u}, \bar{v})$ dont les paramètres (\bar{u}, \bar{v}) vérifient

$$\langle N(\bar{u}, \bar{v}), L \rangle = c \quad (1)$$

où c est une valeur constante.

Remarque: Comment tracer les isophotes? La façon la plus simple est d'évaluer la fonction $I(u, v) = \langle N(\bar{u}, \bar{v}), L \rangle$ pour un ensemble assez dense de valeurs (\bar{u}, \bar{v}) et de faire un plot des points $X^k(\bar{u}, \bar{v})$ pour lesquels $|I(\bar{u}, \bar{v}) - c| < \varepsilon$.

Une autre possibilité est de tracer les isophotes sous forme de courbes en utilisant l'algorithme de "marching cubes" en 2D.

Travail demandé: Pour chacune des 4 surfaces, *surface1*, ..., *surface4*, calculez une dizaine d'isophotes en choisissant une direction L adaptée et en faisant varier la valeur c . Visualisez toutes les isophotes sur chacune des surfaces et sauvez le résultat dans un fichier image. C'est un plus si vous calculez des images avec des directions L différentes. *Donnez un nom au fichier image qui fait référence au no. de surfaces et autre parametre.*

En option: Perturbiez légèrement un ou deux points de contrôle des 4 surfaces et sauvez les points de contrôle dans des fichiers, nommés *psurface1*, ..., *psurface4*. Calculez les isophotes avec les mêmes paramètres (view, L , c , ε) que pour les surfaces originales, puis sauvez les visualisations dans des fichiers image.

Exercice — TP2b Curvature plot

Un plot de courbure associe à chaque point de la surface une couleur $[R, G, B] \in [0, 1]^3$ en fonction d'une courbure de la surface. Généralement on utilise la courbure de Gauss $K(u, v) = \kappa_1(u, v) \cdot \kappa_2(u, v)$ ou la courbure absolue $A(u, v) = |\kappa_1(u, v)| + |\kappa_2(u, v)|$, où κ_1, κ_2 sont les courbures principales de la surface X .

Travail demandé: Pour chacune des 4 surfaces, *surface1*, ..., *surface4*, calculez les courbures principales en une grille **très dense** de points sur la surface (p.ex. 30x30 points). Visualisez le curvature plot en choisissant une fonction de courbure et une échelle de couleur adaptée que vous affichez à côté du plot de la surface colorée.

En option: Utilisez les mêmes surfaces perturbées que dans la question précédente.

Questions: Quelles sont vos observations quant aux 2 méthodes d'inspection de surfaces? Quelles propriétés d'une surface les deux méthodes sont-elles capables (et ne pas capables) de visualiser? (p.ex. ordre de continuité, irrégularités, etc.)

Travail á rendre

Le travail est à effectuer par chaque élève **individuellement** au plus tard le

mercredi 16/11/2018

Chaque élève dépose sur Teide une archive à son nom *nom.zip* contenant

- les sources (matlab ou autre),
- les 4 fichiers ascii *surface1,...,surface4* ainsi que
- les snapshots des résultats, idéalement sous forme d'un seul document *pdf*, sinon sous forme d'images *png/jpeg*.
- vos observations et reponses pour chacune des 2 méthodes d'interrogation de surface (dans un fichier txt ou pdf).

Doc Matlab

La doc de Matlab est online. Il suffit d'écrire *help nom_de_commande* pour avoir la doc sur la commande. p.ex. *help load*. En cliquant ensuite sur le lien "reference page for load" vous êtes redirigé sur le site web du support Matlab.

Conseil: Pour calculer les dérivée première et secondes de la surface de Bézier, il est certainement plus facile d'utiliser la représentation cardinale d'un polynôme que la représentation Bernstein-Bézier. Cette représentation cardinale est déjà utilisée dans le programme matlab fourni.

Rappel: Les courbures principales (voir slides du cours) peuvent être calculées comme les valeurs propres de la matrice $H \cdot G^{-1}$, où G est la matrice de la première forme fondamentale, G^{-1} son inverse, et H la matrice de la deuxième forme fondamentale. Les éléments des matrices G et H sont des simples produits scalaires des dérivée premières et secondes, ainsi que la normale (normée).