

Respuesta en frecuencia y compensación de amplificadores

Trabajo Práctico de Laboratorio 3

Integrantes: Clemenz, Jeremías Ezequiel
Gallardo, Nicolás
Recalde, Santiago
Villar, Federico Ignacio
Profesores: Ferreyra, Pablo
Reale, César

Fecha de entrega: 15 de diciembre de 2023
Córdoba, Argentina

Resumen

En el siguiente trabajo de laboratorio se busca compensar y estabilizar a un amplificador de tecnología VFA mediante tres métodos diferentes: un VFA de misma tecnología, un amplificador de tecnología CFA, y el mismo CFA, pero con una red pasiva intermedia para introducir ceros y polos.

Los VFA utilizados son LM324 de dos polos y los CFA son LM6181 de también dos polos.

Las especificaciones generales a cumplir con este amplificador compuesto son una ganancia de 20 dB y la de máxima planicidad de módulo, en otras palabras, que tenga un Q_p de 0,707 o un margen de fase de 65° . Esto justamente se logra mediante el planteamiento de un compensador o controlador, el cual se diseña según los requerimientos específicos de cada caso, utilizando las tecnologías mencionadas anteriormente.

El modelo general de amplificador compuesto a analizar es el siguiente:

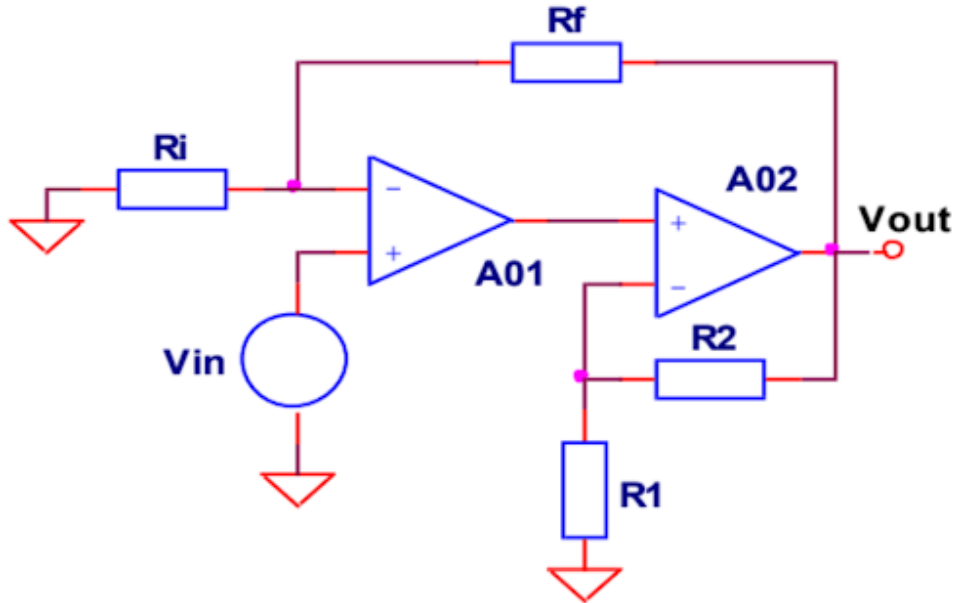


Figura 1: Amplificador compuesto genérico.

Características de los amplificadores:

- **LM324:** Ad_0 : 100dB; F_1 : 10 Hz; F_2 : 5,06 Hz; FT : 1 MHz.
- **LM6181:** F_a : 14 kHz; F_b : 82,3 MHz; R_t : 2,37 MΩ; C_t : 4,8 pF.

Las funciones de transferencia son:

- Para el caso del VFA: $Ao(s) = \frac{Ad_0}{(1 + \frac{s}{2\pi F_1})(1 + \frac{s}{2\pi F_2})}$
- Para el caso del CFA: $Z_t(s) = \frac{R_t}{(1 + \frac{s}{2\pi F_a})(1 + \frac{s}{2\pi F_b})}$

Índice de Contenidos

1. Marco teórico y primer aproximación	1
1.1. Tecnología VFA	1
1.2. Tecnología CFA	1
1.3. Amplificador inicial	2
2. Desarrollo	4
2.1. Circuito 1. VFA - VFA	4
2.1.1. Respuesta en frecuencia	6
2.1.2. Conclusión	9
2.2. Circuito 2. VFA - CFA I	10
2.2.1. Diseño del controlador	11
2.2.2. Respuesta en frecuencia	12
2.2.3. Simulaciones	14
2.2.4. Conclusiones	16
2.3. Circuito 3. VFA - CFA II	17
2.3.1. Respuesta en frecuencia	19
2.3.2. Simulaciones	22
2.3.3. Conclusiones	25
Anexo A. Scripts utilizados	27
A.1. VFA - VFA	27
A.2. VFA - CFA	28

Índice de Figuras

1. Amplificador compuesto genérico.	i
2. Esquema de un VFA realimentado.	1
3. Esquema de un CFA.	2
4. Bode de $T(s)$ explicitando ω_g y fase de 65°	6
5. Bode de la ganancia total del sistema.	7
6. Comparación entre el Bode del sistema compensado y sin compensar.	8
7. Comparación entre la respuesta al impulso del sistema compensado y sin compensar.	9
8. Bode de $T(s)$ simplificado explicitando ω_g y fase de 65°	12
9. Bode de la ganancia total del sistema en el caso real. Se nota el valor de ω_p	13
10. Bode de $T(s)$ real explicitando ω_g y fase cercana a 65°	13
11. Circuito con los valores correspondientes de resistencias.	14
12. Se puede ver la amplificación de la señal de 1 V a 10 V aproximadamente (10 kHz).	14

13.	Se puede observar que no llega a los 10 V de amplificación.	15
14.	Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.	15
15.	Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.	16
16.	Red cero-polo genérica.	17
17.	Red cero-polo con los valores calculados.	19
18.	Comparación del Bode entre $T_{2P}(s)$ frente a $T_2(s)$	20
19.	Comparación de los Bode entre $Avf_1(s)$ y $Avf_{1P}(s)$	21
20.	Comparación de la respuesta al impulso entre $Avf_1(s)$ y $Avf_{1P}(s)$	22
21.	Circuito con la red pasiva incorporada.	23
22.	Se puede ver la amplificación de la señal de 1 V a 10 V aproximadamente (10 kHz).	23
23.	Se puede observar que no llega a los 10 V de amplificación.	24
24.	Se observa la frecuencia de corte del sistema.	24
25.	Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.	25

Índice de Códigos

A.1.	Cálculos para amplificador VFA - VFA.	27
A.2.	Cálculos para amplificador VFA - CFA.	28

1. Marco teórico y primer aproximación

1.1. Tecnología VFA

Por sus siglas Voltage Feedback Amplifier, es un amplificador de alta ganancia, que presenta dos entradas de alta impedancia en modo diferencial (una inversora y otra no inversora), y una salida de baja impedancia. Entradas y salidas son señales de tensión.

Dada su alta ganancia, estos amplificadores suelen ser utilizados mediante redes de realimentación, para así, de esta forma, obtener ganancias y sistemas más estables y útiles.

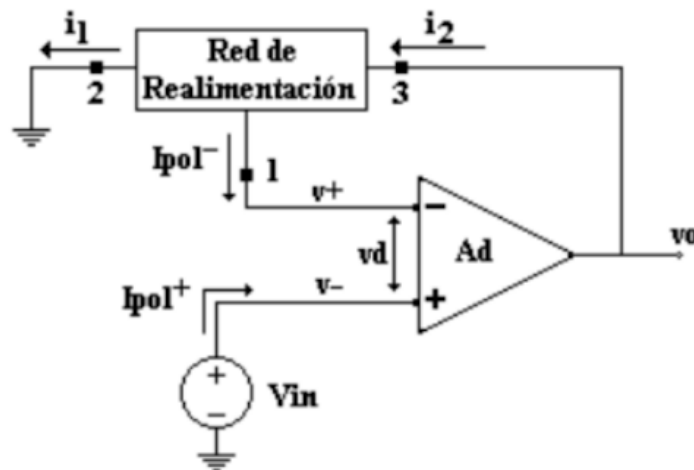


Figura 2: Esquema de un VFA realimentado.

1.2. Tecnología CFA

Por sus siglas Current Feedback Amplifier, es un amplificador de alta ganancia, que presenta dos entradas, una de alta impedancia que recibe señales de tensión, y otra de baja impedancia que recibe señales de corriente. Por otro lado, presenta una salida (de señales de tensión) de baja impedancia, que es función de la corriente que ingresa por el terminal “inversor”.

Dada su alta ganancia, estos amplificadores suelen ser utilizados mediante redes de realimentación, para así, de esta forma, obtener ganancias y sistemas más estables y útiles. El CFA, a diferencia del VFA, presenta un “polo móvil” que otorga más versatilidad a la hora de realizar la compensación, o en sí mismo, de determinar el ancho de banda de una configuración realimentada.

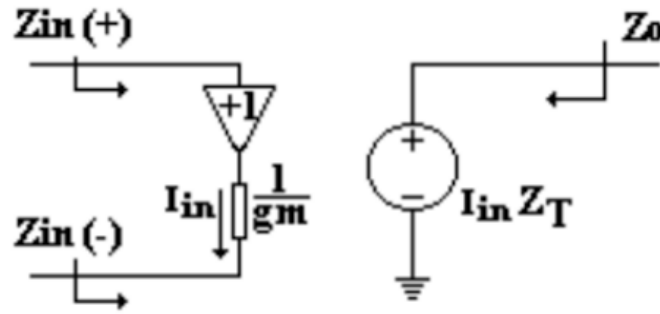


Figura 3: Esquema de un CFA.

La realimentación del mismo se realiza de forma similar al VFA.

1.3. Amplificador inicial

Se plantea el circuito a compensar, se toma como referencia el circuito realimentado VFA de la figura 2, y se determina su comportamiento, como así también los valores de realimentación (R_i y R_f).

En este caso, la red de realimentación está conformada por las resistencias R_i y R_f .
Mediante la fórmula de Black:

$$A_{vf}(s) = \frac{A_o(s)}{1 - T(s)} \quad (1)$$

Donde:

$$T(s) = -\frac{R_i}{R_i + R_f} A_o(s) = -k A_o(s) \quad (2)$$

Se analiza el caso ideal donde A_{d0} tiende a infinito:

$$A_{vfi} = \frac{A_o(s)}{1 - T(s)} = \frac{A_o(s)}{-T(s)} = \frac{A_o(s)}{k * A_o(s)} = \frac{1}{k} \quad (3)$$

Y como la ganancia ideal es de 20 dB, o, dicho de otra forma, 10 veces:

$$A_{vfi} = 1 + \frac{R_f}{R_i} = 10 \quad (4)$$

Entonces:

$$\frac{R_f}{R_i} = 9 \quad (5)$$

Tomando como valor genérico $R_i=10 \text{ k}\Omega$, resulta $R_f=90 \text{ k}\Omega$. Este sistema presenta un ancho de banda a -3 dB según la siguiente relación de ganancia por ancho de banda:

$$FT = Avfi F_h \quad (6)$$

Entonces:

$$F_h = \frac{FT}{Avfi} = \frac{1 \text{ MHz}}{10} \quad (7)$$

Por lo tanto, $F_h = 100 \text{ kHz}$.

Y referido al margen de fase, este se puede calcular mediante que FT se encuentra en 1 MHz, y que:

$$T(s) = -k Ao(s) \quad (8)$$

Por lo tanto, el bode de T(s) será similar al de Ao(s), con las diferencias de que en fase estará desplazado 180° , y reducido en 20 dB en lo que respecta a módulo.

Por tanto, siguiendo el principio del constancia de ganancia por ancho de banda, se determina que:

$$F_g = FT k = 100 \text{ kHz} \quad (9)$$

La fase de Ao(s) a los 100 kHz es de -90° , dado que esta frecuencia se encuentra a más de una década por delante de F1, y a más de una década por debajo de F2.

Finalmente, se recuerda lo descrito anteriormente sobre la diferencia de fase entre Ao(s) y T(s), y se concluye que la fase de T(s) a en Fg es de 90° , coincidiendo este con el margen de fase del sistema.

De ahora en más, se busca llevar el margen de fase a 65° , cosa que en primera instancia denota un aumento en el ancho de banda, a costa de una cierta inestabilidad despreciable.

La frecuencia en la cual se producen los 65° de margen de fase se determina utilizando la siguiente relación:

$$M\varphi = 65^\circ = 180^\circ - \arctg\left(\frac{f}{F_1}\right) - \arctg\left(\frac{f}{F_2}\right) \quad (10)$$

Como claramente $f \gg F_1$, ese término puede suponerse 90° , y, despejando f, resulta:

$$f = F_2 \operatorname{tg}(25^\circ) = 5,06 \text{ MHz} \operatorname{tg}(25^\circ) = 2,36 \text{ MHz} \quad (11)$$

Entonces la frecuencia a la que la fase es de 65° es aproximadamente de 2,36 MHz.

2. Desarrollo

2.1. Circuito 1. VFA - VFA

A la hora de querer compensar este VFA con otro VFA se plantea la idea de que este segundo VFA se pueda suponer ideal, para que, de esta forma, el amplificador realimentado sea simplemente un controlador proporcional. Esto facilitaría la determinación de los valores de R1 y R2, ya que simplemente debemos analizar los dB del bode de módulo de T a la frecuencia mencionada anteriormente de 2,36 MHz. Este valor de dB tendría que ser compensado ajustando R1 y R2, para que de esa forma wg se posicione a los 2,36 MHz. Sin embargo, esto no es posible, dado que los polos del segundo amplificador son los mismos que los del primero, generando que el intento de compensador proporcional introduzca polos y ceros nuevos que modifican la respuesta en frecuencia de todo el sistema. Se pudo identificar que el polo que más afecta esta consideración de idealidad es el polo ubicado a 10 Hz, mientras que el polo ubicado a 5,06 MHz es culpable mayormente de producir inestabilidades en el sistema, que se pueden ver como picos en bode de módulo de Avf(s). Para considerar el sistema “ideal” se necesita que el polo de 10 Hz esté ubicado 4 décadas por delante según simulaciones. Debido a esto, se modela el sistema en su totalidad, considerando ambos VFA con sus respectivos polos.

Viendo que existen dos realimentaciones, se determina el Av(s) y el T(s):

$$Av(s) = \frac{Ad_0^2}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)^2} \quad (12)$$

$$T_1(s) = T_1(s) + T_2(s) \quad (13)$$

Donde:

$$T_1(s) = -\frac{k Ad_0^2}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)^2} \quad (14)$$

$$T_2(s) = -\frac{k_p Ad_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} \quad (15)$$

Siendo 1/k la ganancia del lazo principal, y 1/kp la ganancia de compensación. Por lo tanto resulta que:

$$T(s) = -\frac{k Ad_0^2 + k_p Ad_0 \left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)^2} \quad (16)$$

Se puede notar que la función presenta dos ceros, que, al tomar peso en la suma frente al término constante, cancelan dos de los cuatro polos que se encuentran en el denominador. Y recordando el bode del amplificador en solitario, se puede decir que cuando los ceros hayan cancelado los efectos de estos polos, el sistema en fase se comportará igual que su contraparte sin el segundo VFA. Ergo, si estos ceros aparecen una década por delante (o

más) de la frecuencia de 2,36 MHz (14,8 Mrps), se puede garantizar que allí se encuentran unos 65° de margen de fase. Dado que esta frecuencia se encuentra también a más de una década de w_2 , se pueden despreciar sus efectos de su término en este análisis, y también dado que esta frecuencia es muy superior a la w_1 , se pueden ignorar los efectos del +1 que aparecen junto al cociente de frecuencias.

Se define que el segundo término toma peso respecto al primero cuando este último presenta un valor de -3 dB respecto al otro (0,707 veces):

$$\frac{k Ad_0^2}{0.707} = k_p Ad_0 \frac{s}{\omega_1} \quad (17)$$

Se despeja k_p :

$$k_p = \frac{k Ad_0 \omega_1}{0.707 s} \quad (18)$$

Se toma un s que cumpla la condición anterior, por lo tanto que sea de unos 1,48 Mrps (como máximo, para determinar el k_p mínimo), y lo llamamos w_z (ya que sería la ubicación de este “cero”).

Y resulta que el k_p mínimo, para el cual el margen de fase será de 65° es de 0,6. Por lo tanto, cualquier valor superior a este, presentará el margen de fase mencionado anteriormente a la frecuencia de 14,8 Mrps.

También aparece otra consideración más sobre k_p , la cual manifiesta que este no puede ser superior a 1400 ya que introduciría los ceros muy cerca del valor de w_1 haciendo que la simplificación del +1 mencionada anteriormente no sería válida.

De esta forma, conociendo el margen de valores que puede adoptar k_p , se plantea un $k_p=1$. Con este valor tomado, se hace un análisis del bode del $T(s)$ resultante, y se analiza a la frecuencia de 14,8 Mrps a cuantos dB se encuentra la función de módulo del cruce por cero:

Valor de módulo a esa frecuencia: -8,15 dB

Analizando la ecuación anterior que relaciona w_z y k_p , se puede notar que las variaciones de k_p dentro de esos márgenes, se trasladan linealmente a los valores de w_z , eso quiere decir, aumentando una década el valor de k_p , el valor de w_z se reducirá también en una década, haciendo esto notorio una relación lineal entre estos parámetros, que se traduce al bode como que por cada década que aumente k_p , el sistema aumentará 20 dB su valor luego de w_z (dado que existe una pendiente negativa en ese punto que pasa de -40 dB por década a -20 dB por década debido al cero introducido).

Finalmente, dado que se deben aumentar 8,15 dB, el análisis es el siguiente:

$$8.15 \text{ dB} = 20 \log(k^+) \quad (19)$$

Entonces:

$$k^+ = 10^{\frac{8.15}{20}} = 2.6 \quad (20)$$

El k_p final resulta de multiplicar k_p por k^+ , y dado que k_p vale 1:

$$k_p = 2.6 \quad (21)$$

Con este valor se puede constatar que se cumple la condición de módulo cuando la fase es de 65° , a unos 14,8 Mrps.

Finalmente, las resistencias a seleccionar surgen de la relación:

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{k_p} \quad (22)$$

Y que como se puede anticipar, dado que k_p es mayor que 1, alguna de las dos resistencias resultará negativa. Por lo tanto vemos que esta compensación prácticamente no puede realizarse. Sin embargo, a continuación mostraremos su respuesta en frecuencia para desarrollar aún más el punto.

2.1.1. Respuesta en frecuencia

Como se mencionó anteriormente, la ω_g del sistema se encuentra a una frecuencia de 14,8 MHz.

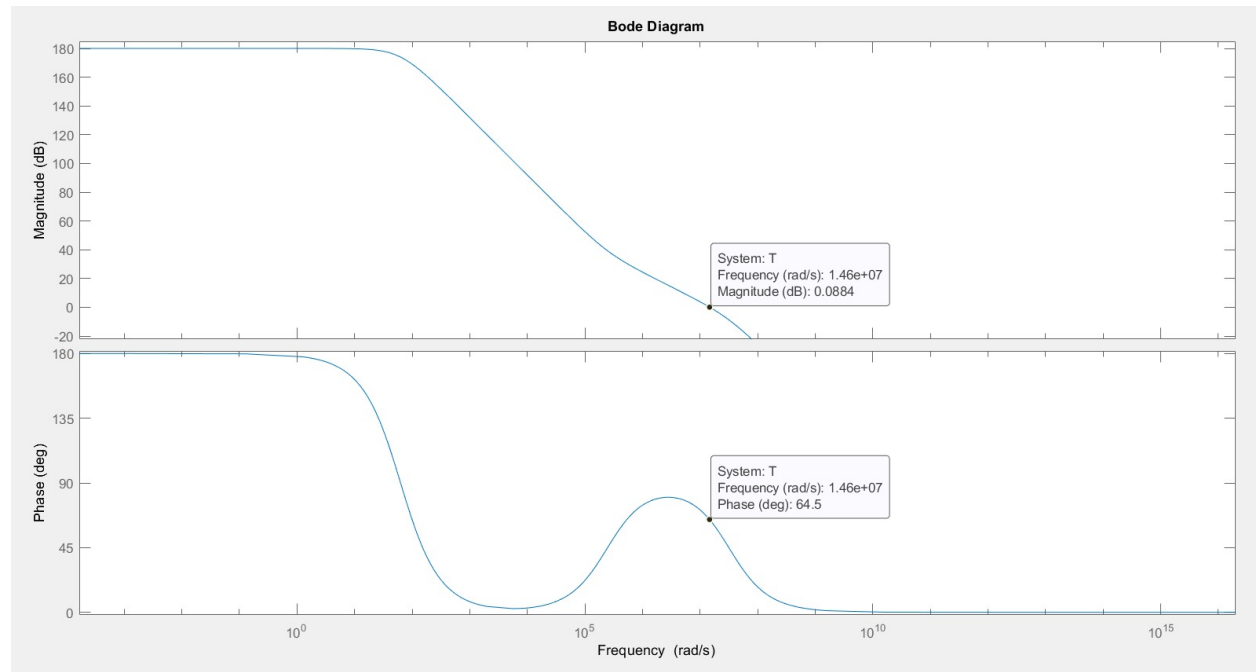


Figura 4: Bode de $T(s)$ explicitando ω_g y fase de 65° .

Dado que el sistema presenta máxima planicidad de módulo, se encuentra la frecuencia del polo haciendo:

$$\omega_p = \frac{\omega_g}{0.644} \quad (23)$$

Resultando en que ω_p es aproximadamente igual a 23 MHz.

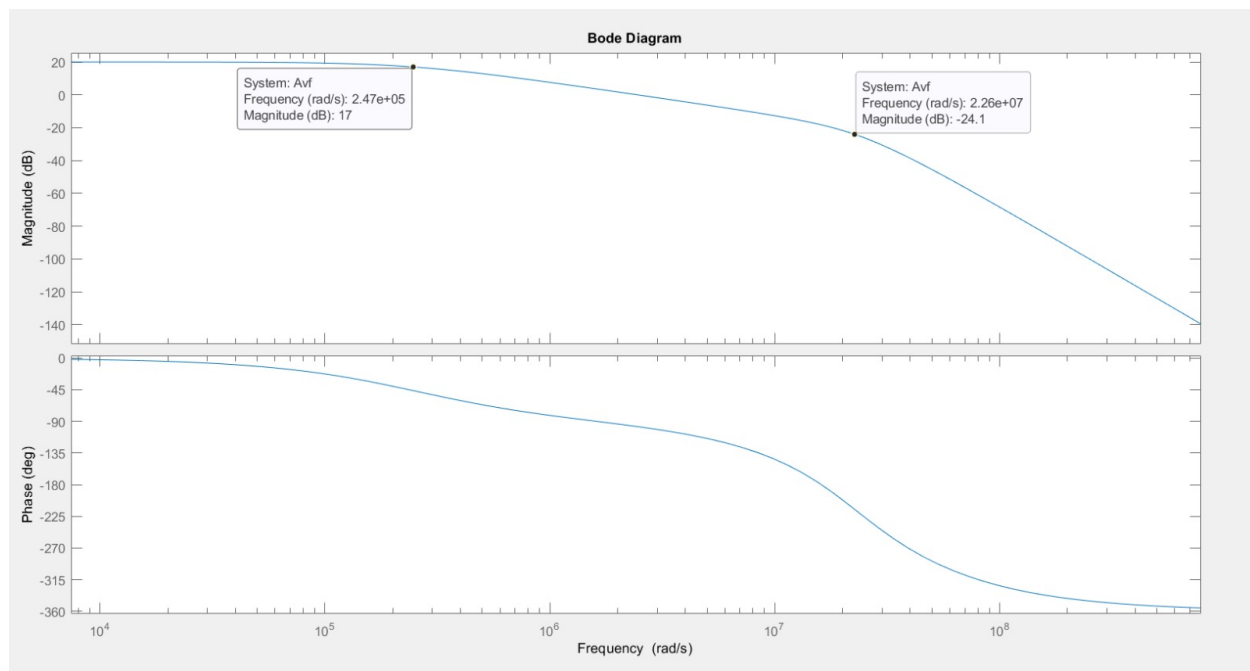


Figura 5: Bode de la ganancia total del sistema.

Sin embargo se puede notar que, a pesar de que si existe un polo en wp, este no es el punto donde la ganancia cae 3 dB, ya que ese punto corresponde a una frecuencia 247 kHz.

Estas variaciones respecto a lo esperado se deben justamente al hecho de tratar de compensar y modificar al sistema mediante un amplificador que presenta los polos muy cercanos al que se trata de compensar.

Incluso para finalizar, se muestra una comparación entre el ancho de banda del amplificador VFA original, sin compensar, frente a este compensado:

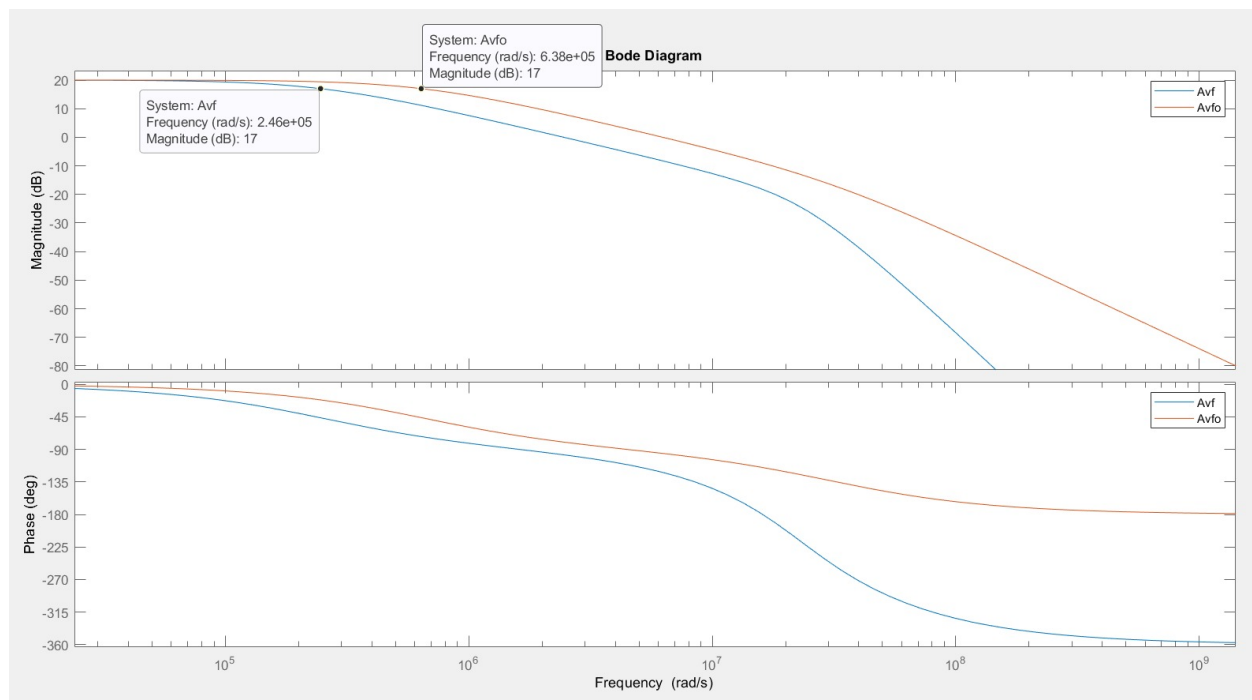


Figura 6: Comparación entre el Bode del sistema compensado y sin compensar.

Se puede constatar que incluso el sistema compensado (Avf) presenta menos ancho de banda que el sistema sin compensar ($Avfo$).

Por último, analizando la respuesta de los sistemas al impulso, como puede adelantarse, el sistema compensado es más lento que el sistema sin compensar:

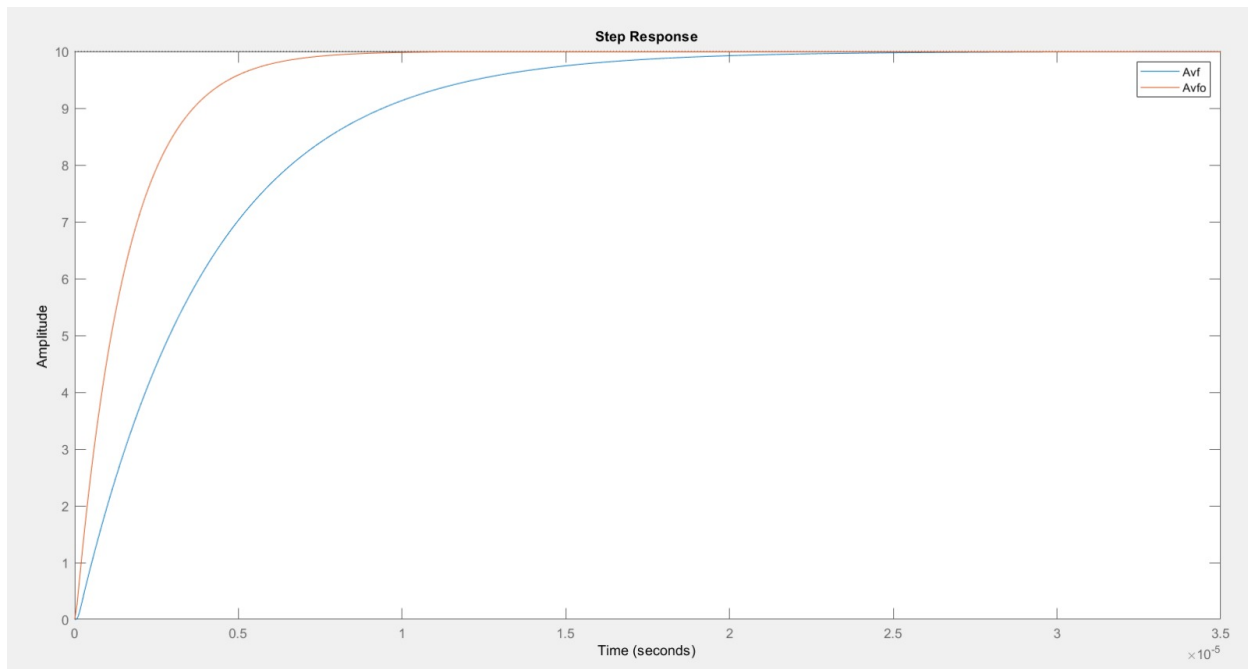


Figura 7: Comparación entre la respuesta al impulso del sistema compensado y sin compensar.

2.1.2. Conclusión

Gracias a este laboratorio, se pudo concluir en que no se puede compensar amplificadores con otros que sean similares en lo que ubicación de polos refiere, ya que se encontraron muchos problemas, entre los que priman:

- La necesidad de resistencias negativas para lograr la compensación.
- La reducción del ancho de banda.

Esta compensación debe hacerse con amplificadores que tengan polos de orden superior, en especial el polo dominante.

Y que finalmente, si se desea compensar el sistema considerando al sistema ideal, se debe constatar que los polos del compensador (lazo cerrado) tienen vasta diferencia con los polos del sistema a compensar.

Se aclara también que por obvios motivos (la resistencia negativa), este laboratorio no puede simularse con el objetivo de que tenga implicancias útiles o reales, por lo que los puntos de obtención del margen de fase mediante la respuesta al escalón del sistema simulado no serán calculados, como tampoco será posible medir empíricamente (en la simulación) la frecuencia en la que la señal cae 3 dB.

2.2. Circuito 2. VFA - CFA I

Los requerimientos particulares de este caso son que la fg debe ser de unos 2 MHz, implicando una frecuencia de corte fp de unos 3,1 MHz.

Para analizar el comportamiento de este tipo de amplificador al realimentarlo, se comienza comentando las particularidades que presenta el mismo.

Primero que nada, se comenta nuevamente que este amplificador presenta un “polo móvil”, el cual nos otorga mayor versatilidad a la hora de compensar redes. Este polo móvil surge del siguiente planteo:

Se sabe que la función que determina la ganancia es la siguiente:

$$Z_t(s) = \frac{R_t}{(1 + s C_t R_t) (1 + \frac{s}{2\pi F_b})} \quad (24)$$

Se recuerda que su red de realimentación es idéntica al caso del VFA en forma, y conociendo su comportamiento, resulta que:

(Se considera en todo el análisis que $R_1 > 10/gm$ y que $R_2 > 10 \cdot R_1$)

$$Avfi = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (25)$$

$$T(s) = -\frac{Z_t(s)}{R_2} \quad (26)$$

Para luego aplicar que:

$$Avf(s) = \frac{Avfi}{(1 - \frac{1}{T(s)})} \quad (27)$$

Por lo tanto, el denominador definirá los polos del sistema.

$$D(s) = 1 - \frac{1}{T(s)} = 1 + \frac{R_2}{Z_t(s)} = \frac{(Z_t(s) + R_2)}{Z_t(s)} \quad (28)$$

$$D(s) = \frac{\frac{R_t}{(1+s R_t C_t) (1+\frac{s}{2\pi F_b})} + R_2}{\frac{R_t}{(1+s C_t R_t) (1+\frac{s}{2\pi F_b})}} \quad (29)$$

$$D(s) = \frac{R_t + R_2 (1 + s R_t C_t) (1 + \frac{s}{2\pi F_b})}{R_t} \quad (30)$$

Aplicando propiedad distributiva con R_2 y dado que $R_2 \gg R_t$:

$$D(s) = 1 + s R_2 C_t (1 + \frac{s}{2\pi F_b}) \quad (31)$$

Pero dado que la frecuencia de operación del sistema según requerimientos se encuentra en el orden de los 3,1 MHz y la frecuencia F_b es de unos 82,3 MHz, se pueden ignorar los

efectos de la misma en el modelo del compensador. De esta forma, finalmente resulta que la función de transferencia del compensador es aproximadamente:

$$Avf(s) = \frac{Avfi}{(1 + s R_2 C_t)} \quad (32)$$

Quedando explicitado el polo móvil mencionado anteriormente, y resultando en un controlador mucho más versátil.

Esto da lugar a un modelo simplificado del controlador, con el que se determinarán los valores de R1 y R2, que finalmente se aplicarán al modelo completo que incluye los efectos del polo Fb, analizando diferencias.

2.2.1. Diseño del controlador

Primero se plantean las funciones de transferencia que resultan:

$$Av(s) = \frac{Ad_0 Avfi}{(1 + \frac{s}{\omega_1}) (1 + \frac{s}{\omega_2} (1 + s R_2 C_t))} \quad (33)$$

$$T(s) = \frac{k Ad_0 Avfi}{(1 + \frac{s}{\omega_1}) (1 + \frac{s}{\omega_2} (1 + s R_2 C_t))} \quad (34)$$

Se busca que la fase de T(s) sea de 65° a una frecuencia de fg=2 MHz. Por lo tanto, dado que la parte compleja solo se encuentra en el denominador, podemos hacer lo siguiente:

$$M\varphi = 65^\circ = 180^\circ - \arctg(\frac{f_g}{F_1}) - \arctg(\frac{f_g}{F_2}) - \arctg(f_g 2\pi R_2 C_t) \quad (35)$$

Despejamos R2:

$$R_2 = \frac{1}{2\pi f_g C_t} \lg(115^\circ - \arctg(\frac{f_g}{F_1}) - \arctg(\frac{f_g}{F_2})) \quad (36)$$

Y sustituyendo los valores resulta que:

$$R_2 = 925 \Omega \quad (37)$$

En base a esto, se toma un valor de R1=92,5 Ω. De esta forma tenemos un Avfi=11.

Con estos valores, se hace el bode y se toma la frecuencia wg; la cual resulta ser 6,77 Mrps. Dado que este valor debe ser 12,6 Mrps, analizamos las décadas que tienen de distancia estos valores, siendo la misma 0,27 décadas, y como la pendiente del bode en este punto es de 20 dB/década, la ganancia que debemos aplicarle al bode resulta ser de unos 5,4 dB.

Luego:

$$20 \log(G) = 5.4 \text{ dB} \quad (38)$$

Entonces:

$$G = 10^{\frac{5.4}{20}} = 1.86 \quad (39)$$

Dado que la Avfi anterior era 11, la nueva Avfi debe ser G veces mayor, es decir, 20,46. Desde acá se despeja R1:

$$R_1 = \frac{R_2}{20.46 - 1} = \frac{925 \, \Omega}{19.46} \quad (40)$$

Así que finalmente, redondeando el resultado, R1=45 Ω .

2.2.2. Respuesta en frecuencia

Como se mencionó anteriormente, la wg del sistema se encuentra a una frecuencia de 12,6 MHz.

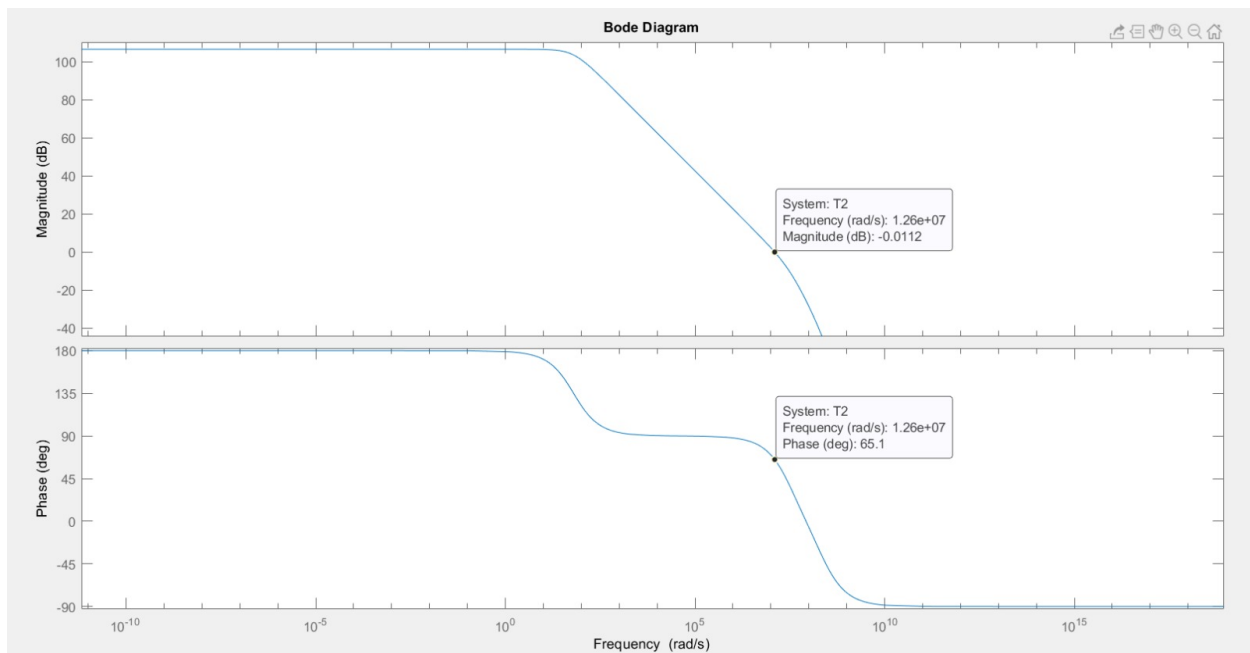


Figura 8: Bode de $T(s)$ simplificado explicitando ω_g y fase de 65° .

Dado que el sistema presenta máxima planicidad de módulo, se encuentra la frecuencia del polo haciendo:

$$\omega_p = \frac{\omega_g}{0.644} \quad (41)$$

Resultando en que ω_p es aproximadamente igual a 19,6 Mrps.

Retomando lo mencionado anteriormente, respecto a que lo que se compensó fue un modelo simplificado, ahora se aplican los valores de R1 y R2 al caso real y se observa que también funciona:

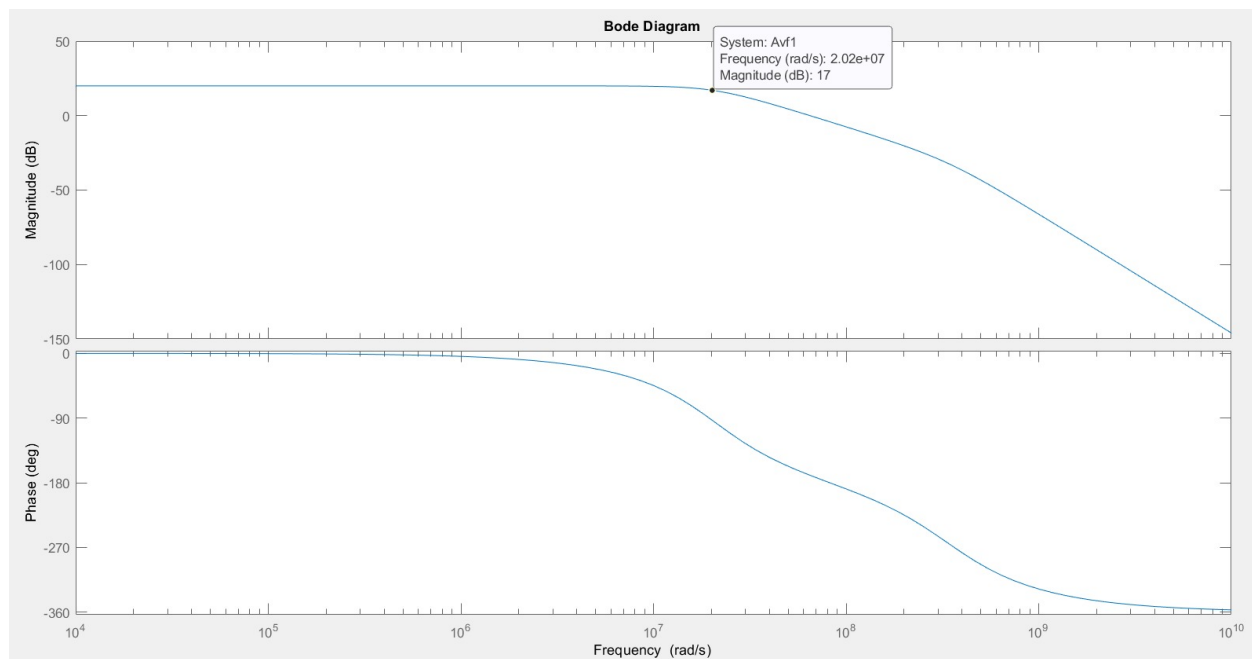


Figura 9: Bode de la ganancia total del sistema en el caso real. Se nota el valor de ω_p .

Sin embargo, vemos que la frecuencia ω_g no es 12,6 Mrps en el caso real, aunque si se cumple que llegado a ω_g el valor de la fase es de 65° :

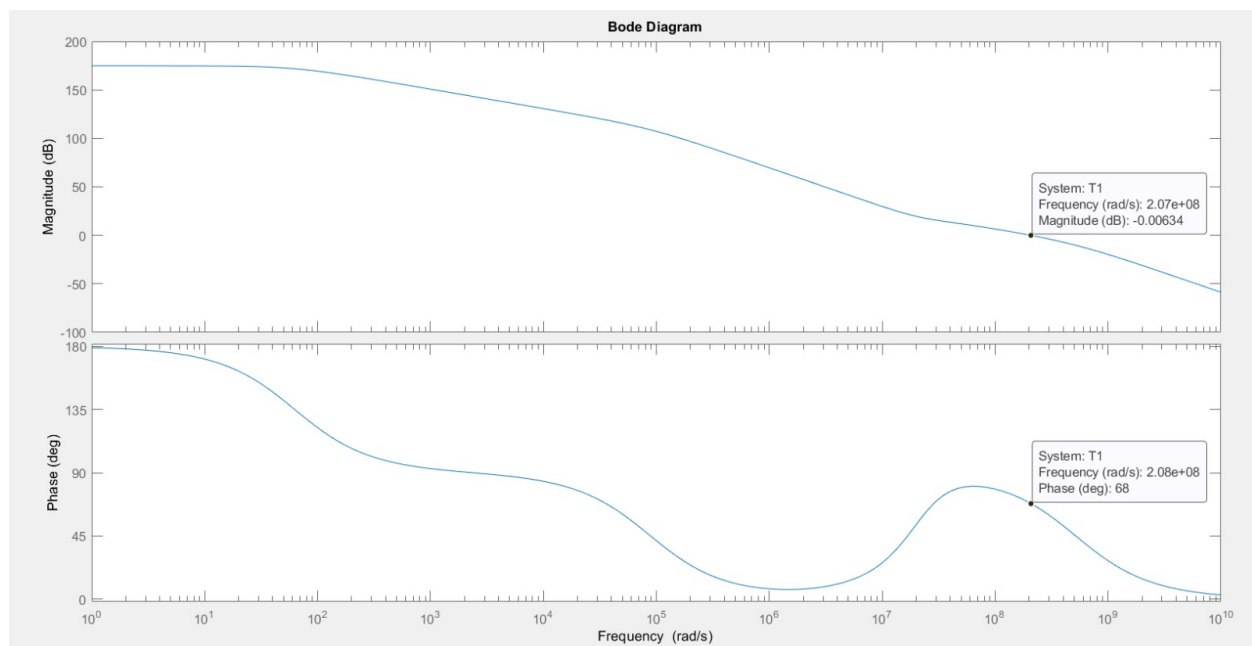


Figura 10: Bode de $T(s)$ real explicitando ω_g y fase cercana a 65° .

2.2.3. Simulaciones

Para constatar todos los cálculos realizados, se procede a simular el circuito en cuestión y analizar su ancho de banda y su respuesta del sistema al impulso, este último con el objetivo de estimar su margen de fase.

El circuito queda de la siguiente forma:

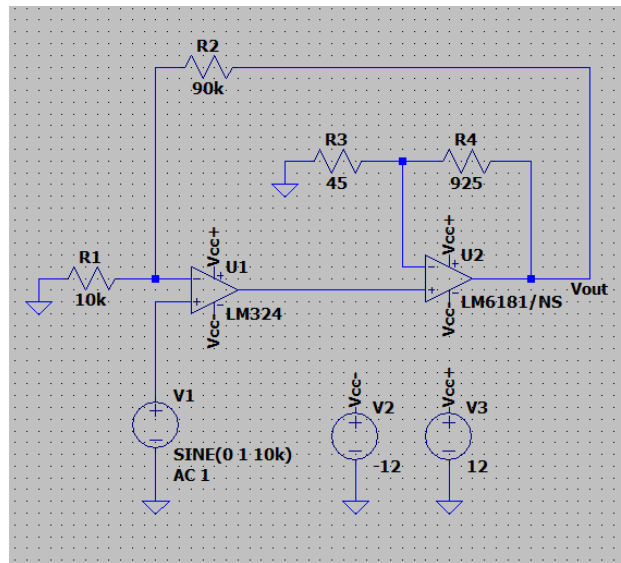


Figura 11: Circuito con los valores correspondientes de resistencias.

Se puede verificar en el sistema el hecho de que la ganancia no es exactamente 10 dado que la función de transferencia es de tipo 0, es decir, no presenta polos en el origen, condición que produce un error en estado estable.

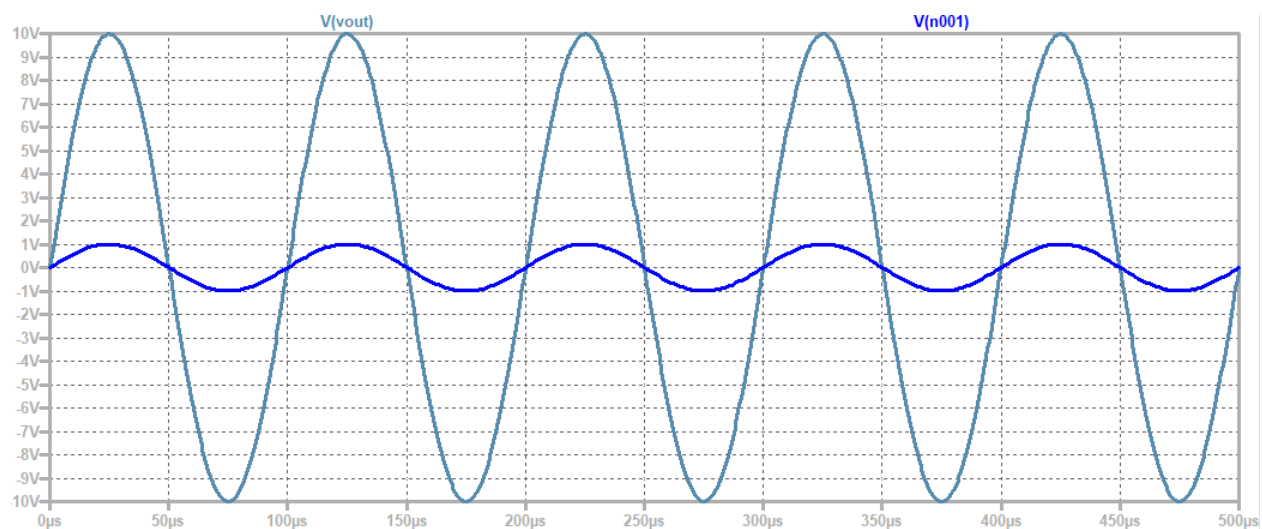


Figura 12: Se puede ver la amplificación de la señal de 1 V a 10 V aproximadamente (10 kHz).

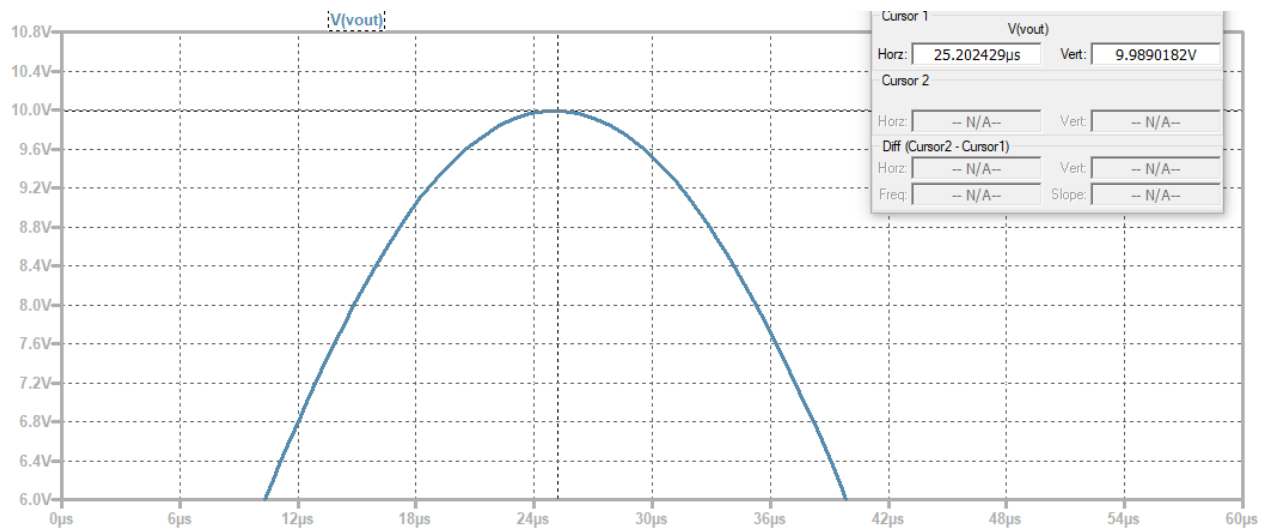


Figura 13: Se puede observar que no llega a los 10 V de amplificación.

Finalmente vemos que la ganancia final del sistema no es de 10, sino que es de 9,989 (valor muy cercano igualmente).

Para determinar el ancho de banda nos movemos en frecuencias, hasta obtener una que produzca a la salida un valor aproximado equivalente a 7,07 veces el valor de la entrada, aspecto que implica una caída de 3 dB en la ganancia del amplificador.

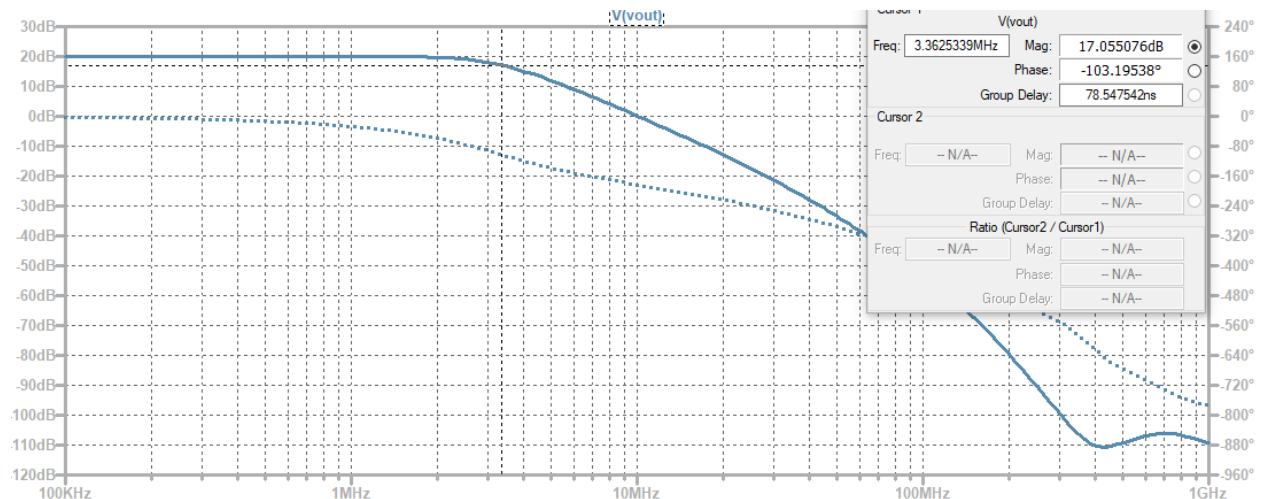


Figura 14: Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.

El ancho de banda resulta ser de 3,36 MHz, un valor muy cercano al de los cálculos previos. La diferencia puede explicarse debido a pequeñas variaciones entre los modelos y los valores aplicados en los cálculos.

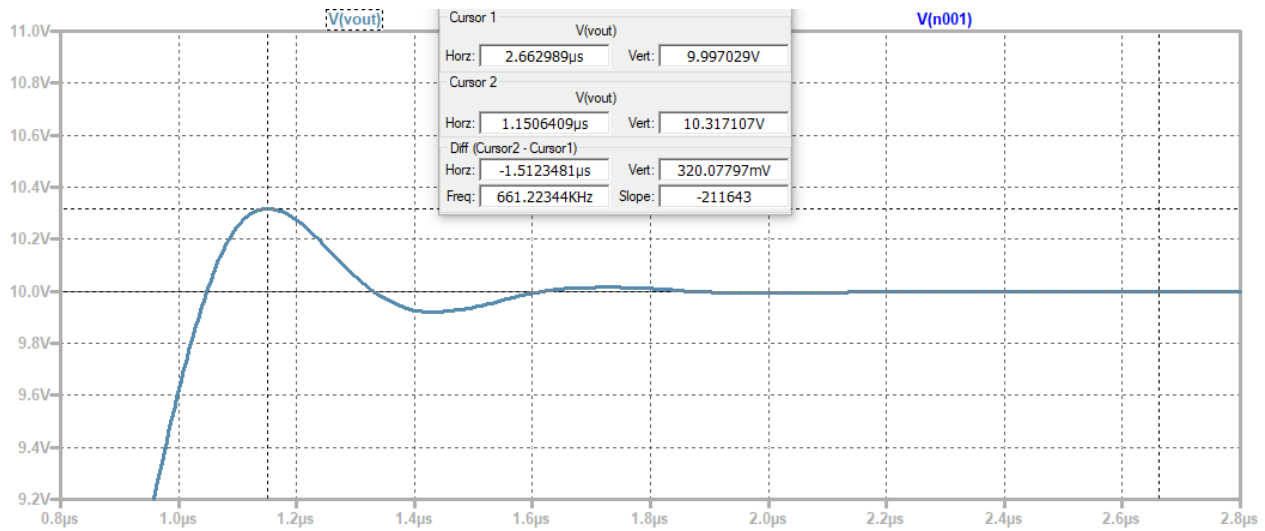


Figura 15: Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.

El valor del sobrepasamiento resulta ser de 10,317 V, y en conjunto con el valor en estado estable que resulta ser 9,997 V, se puede determinar el sobrepasamiento porcentual en cuestión:

$$OS = \frac{V_{max} - V_{SS}}{V_{SS}} = \frac{10.317 - 9.997}{9.997} = 0.032 \quad (42)$$

A partir de este valor se calcula el factor de amortiguamiento:

$$\zeta = -\frac{\ln(OS)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(OS)^2}} = -\frac{\ln(0.032)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(0.032)^2}} = 0.739 \quad (43)$$

Finalmente, el margen de fase resulta ser:

$$M\phi = \arctg\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^4}}}\right) = \arctg\left(\frac{2 * 0.739}{\sqrt{-2 * 0.739^2 + \sqrt{1 + 4 * 0.739^4}}}\right) \quad (44)$$

Entonces $M\phi$ es igual a 67° , valor cercano al determinado mediante los cálculos previos.

2.2.4. Conclusiones

Gracias a este laboratorio se pudo notar la utilidad de tener un polo móvil, además de contar con un ajuste de ganancia “independiente” de la ubicación de este polo. Es decir, contamos con dos grados de libertad, ya que con R2 se posiciona el polo móvil y con R1 se determina la ganancia.

Con estos dos parámetros se facilita mucho la compensación de un amplificador, y se pudo notar como se logró aumentar el ancho de banda del sistema en más de una década sin afectar negativamente al funcionamiento del mismo, como así también aumentar su velocidad.

Sin embargo estas mejoras son a costa de producir un ligero sobrepasamiento en la respuesta al escalón unitario, sobrepasamiento que debe evaluarse si es admisible en la operación que deba realizar el amplificador.

También se denota la utilidad de trabajar con modelos simplificados para facilitar el manejo de las variables, y no caer en complicados cálculos que solo vuelven más tedioso a la resolución del problema. Vale aclarar también que estos modelos simplificados solo son útiles dentro de un intervalo de valores, ya que si nos movemos más allá de los mismos nos pueden hacer caer en grandes errores.

2.3. Circuito 3. VFA - CFA II

Se decide agregar al caso anterior, una red pasiva entre ambos amplificadores que compense el polo de mayor orden del VFA (F2), y agregue un cero una octava por delante del mismo. Luego se evalúan los efectos que produce haber hecho esta modificación. Dado que se hace uso de una red cero-polo se utiliza una red serie-paralelo:

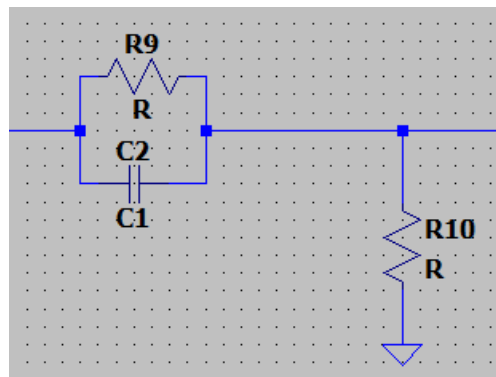


Figura 16: Red cero-polo genérica.

La función de transferencia de la misma es:

$$P(s) = \frac{R_y}{R_x + R_y} \frac{1 + s R_x C_x}{1 + (s R_x) // R_y C_x} \quad (45)$$

En esta se puede identificar que:

$$\omega_z = \frac{1}{R_x C_x} \quad (46)$$

$$\omega_p = \frac{1}{R_x // R_y C_x} \quad (47)$$

Dada la condición de que el nuevo polo se encuentra una octava por delante del cero, se aplica la relación:

$$\frac{\omega_p}{\omega_z} = 2 \quad (48)$$

Entonces:

$$2 = \frac{R_x C_x}{R_x // R_y C_x} = \frac{R_x C_x}{R_x R_y \frac{C_x}{R_x + R_y}} \quad (49)$$

Se simplifican algunos términos y resulta:

$$2 = 1 + \frac{R_x}{R_y} \quad (50)$$

Finalmente:

$$R_x = R_y \quad (51)$$

Así que mediante esta relación, se seleccionarán las resistencias.

Dado que los valores de capacitores son los que menos diversidad presentan, se selecciona un capacitor Cx de 10pF. En función de este valor se seleccionan las resistencias:

$$F_2 = \omega_z = \frac{1}{R_x C_x} \quad (52)$$

Entonces:

$$R_x = \frac{1}{F_2 C_x} \quad (53)$$

Resultando en una resistencia Rx de un valor de 3100 Ω . Este valor será también el de Ry.

Respecto a la atenuación que presenta esta red, esta se calcula a continuación:

$$R_y // (R_x + R_y) = \frac{1}{2} \quad (54)$$

Debido a esto, el CFA debe ajustarse para compensar esta atenuación. Esta compensación se logra duplicando la ganancia Avfi, ajustando R1:

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 40.92 \quad (55)$$

$$R_1 = \frac{R_2}{40.92 - 1} = \frac{925 \Omega}{39.92} \quad (56)$$

Así que finalmente, redondeando el resultado, R1=23 Ω .

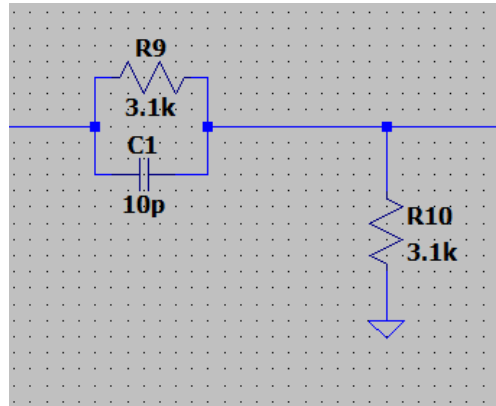


Figura 17: Red cero-polo con los valores calculados.

2.3.1. Respuesta en frecuencia

Dado que el sistema en términos de ganancia no se vió afectado, y de que el polo que se “desplazó” se encontraba después de w_g , este último sigue en la misma posición que en el caso anterior: 2 MHz.

Sin embargo, lo que sí cambió es el margen de fase del sistema:

$$M\varphi = 180^\circ - \arctg\left(\frac{f_g}{F_1}\right) - \arctg\left(\frac{f_g}{F_2}\right) - \arctg\left(\frac{f_g}{f_{CFA}}\right) \quad (57)$$

donde $f_{CFA} = 35.7 \text{ MHz}$.

$$M\varphi = 180^\circ - 90^\circ - 11.2^\circ - 3.2^\circ = 75.6^\circ \quad (58)$$

Este valor es consistente con un caso un poco mejor al que garantiza máxima planicidad de fase, e implica que el sistema mejoró en lo que a estabilidad se refiere.

A continuación se puede apreciar la mejoría en fase del sistema con red pasiva T2P(s) frente al original T2(s), y como esta mejoría es prácticamente la misma a la calculada anteriormente:

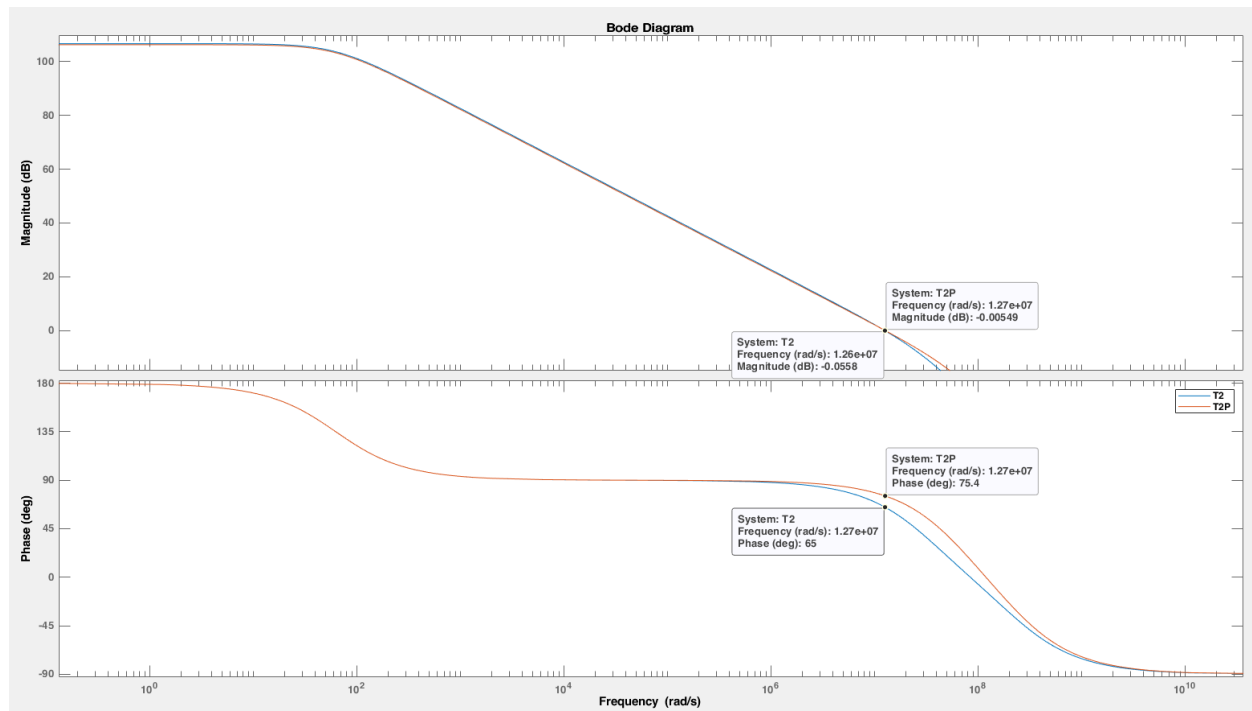


Figura 18: Comparación del Bode entre $T_{2P}(s)$ frente a $T_2(s)$.

Luego, dejando de lado al modelo simplificado volviendo al modelo real, se analiza el ancho de banda del sistema y se identifica la frecuencia del polo ω_p . También se compara este nuevo sistema con el anterior, para identificar más fácilmente las diferencias que presentan, siendo $Avf1(s)$ el sistema original y $Avf1P(s)$ el sistema con la red pasiva:

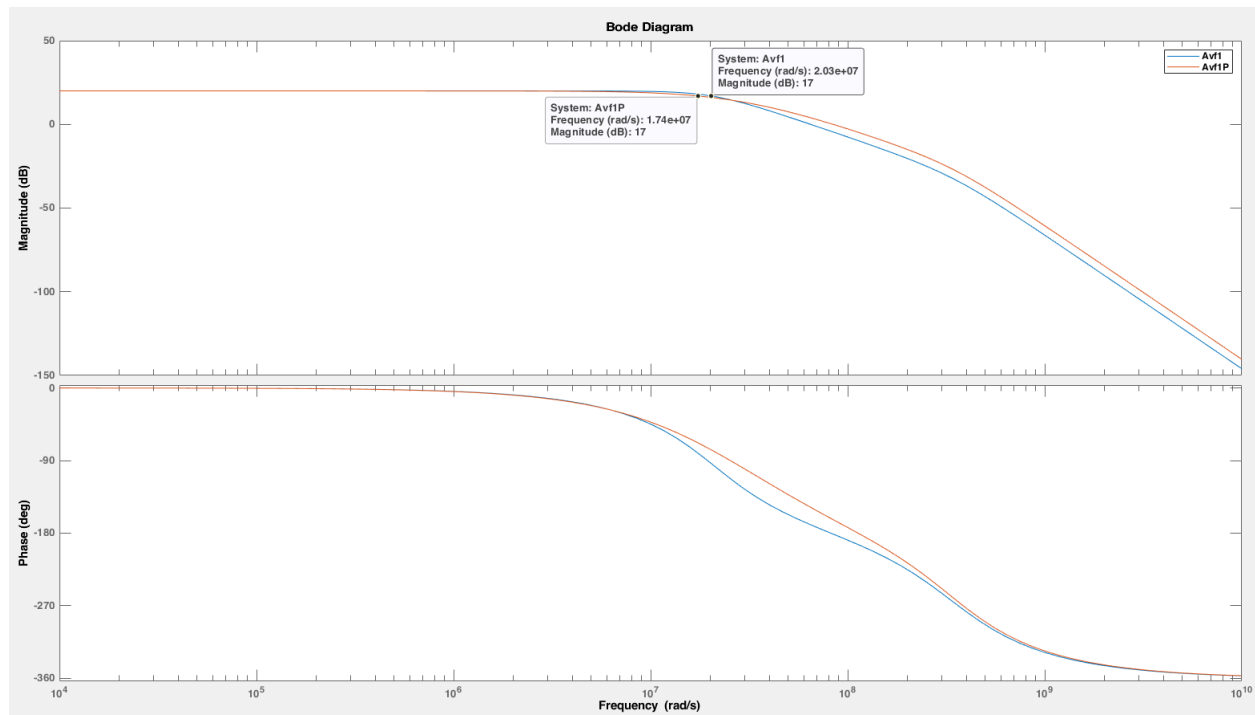


Figura 19: Comparación de los Bode entre $Avf_1(s)$ y $Avf_{1P}(s)$.

Se puede verificar una ligera reducción en el ancho de banda, como también del polo w_p , el cual resulta tener un valor de 17,4 Mrps.

Para finalizar este análisis, se muestra una comparación entre la respuesta al impulso del sistema original y el sistema con red pasiva:

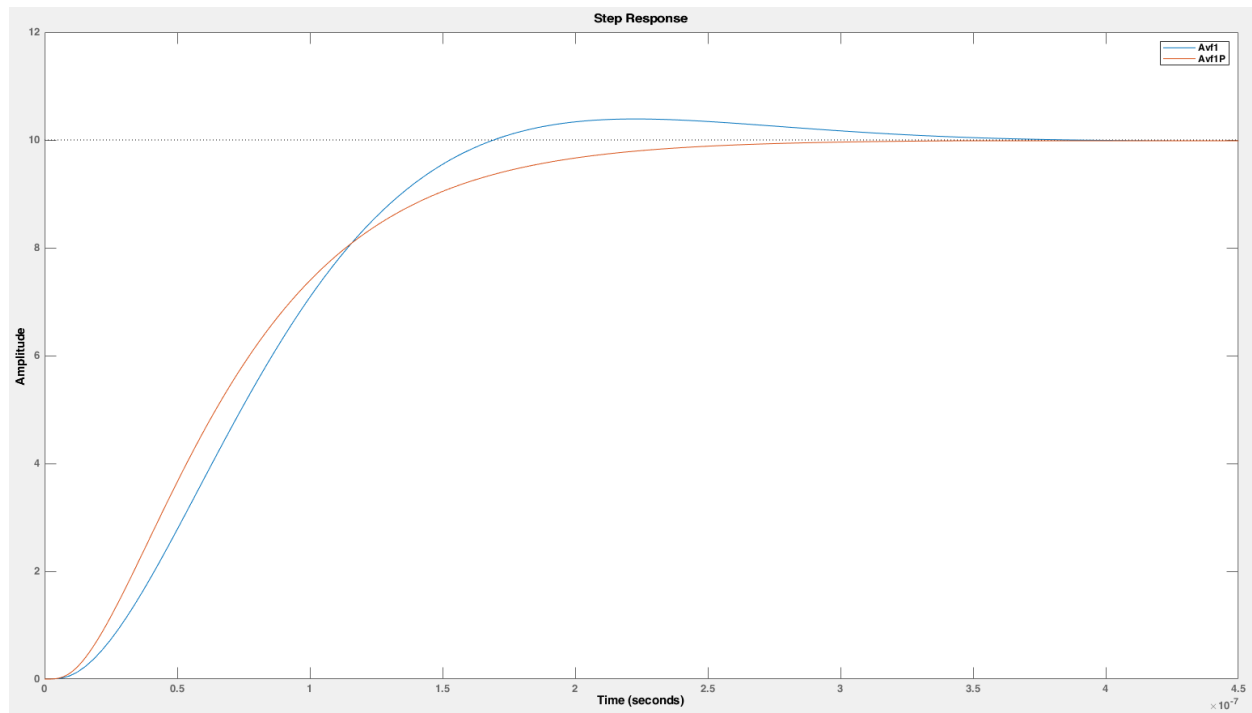


Figura 20: Comparación de la respuesta al impulso entre $Avf_1(s)$ y $Avf_{1P}(s)$.

Se nota como el sistema con red pasiva es similar en velocidad, pero no presenta un sobrepasamiento a diferencia del sistema original.

2.3.2. Simulaciones

Para constatar todos los cálculos realizados, se procede a simular el circuito en cuestión y analizar su ancho de banda y su respuesta del sistema al impulso, este último con el objetivo de estimar su margen de fase.

El circuito queda de la siguiente forma:

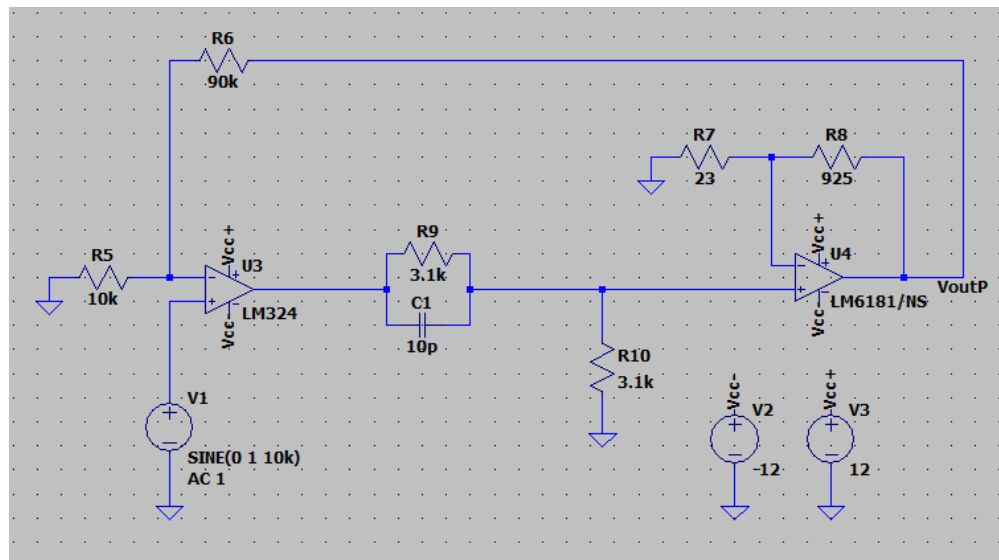


Figura 21: Circuito con la red pasiva incorporada.

Nuevamente se puede verificar en el sistema el hecho de que la ganancia no es exactamente 10 dado que la función de transferencia es de tipo 0.

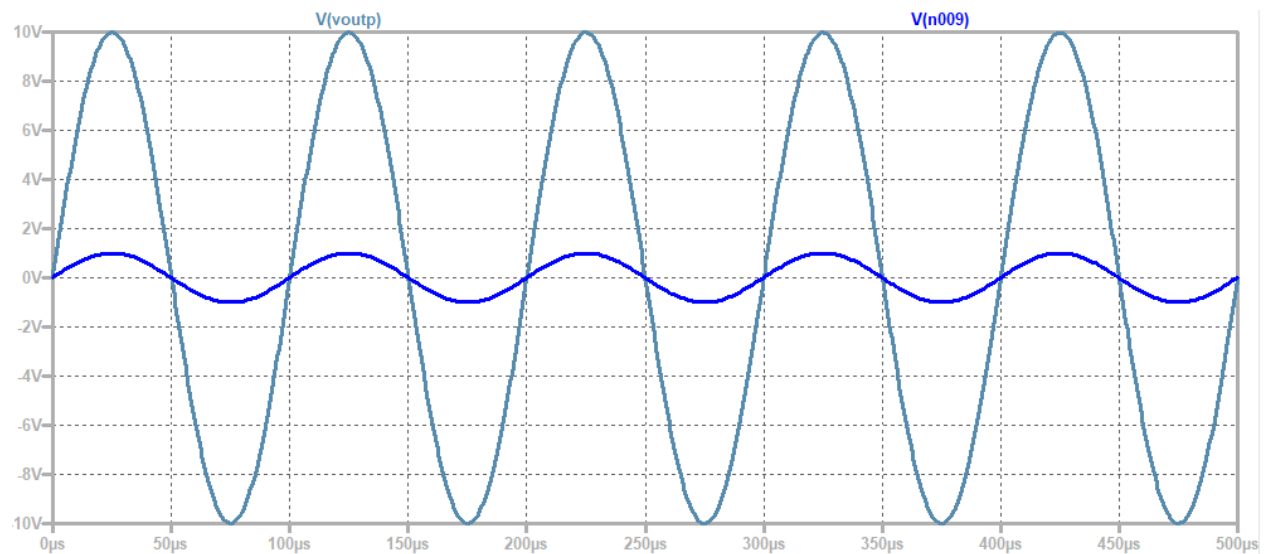


Figura 22: Se puede ver la amplificación de la señal de 1 V a 10 V aproximadamente (10 kHz).

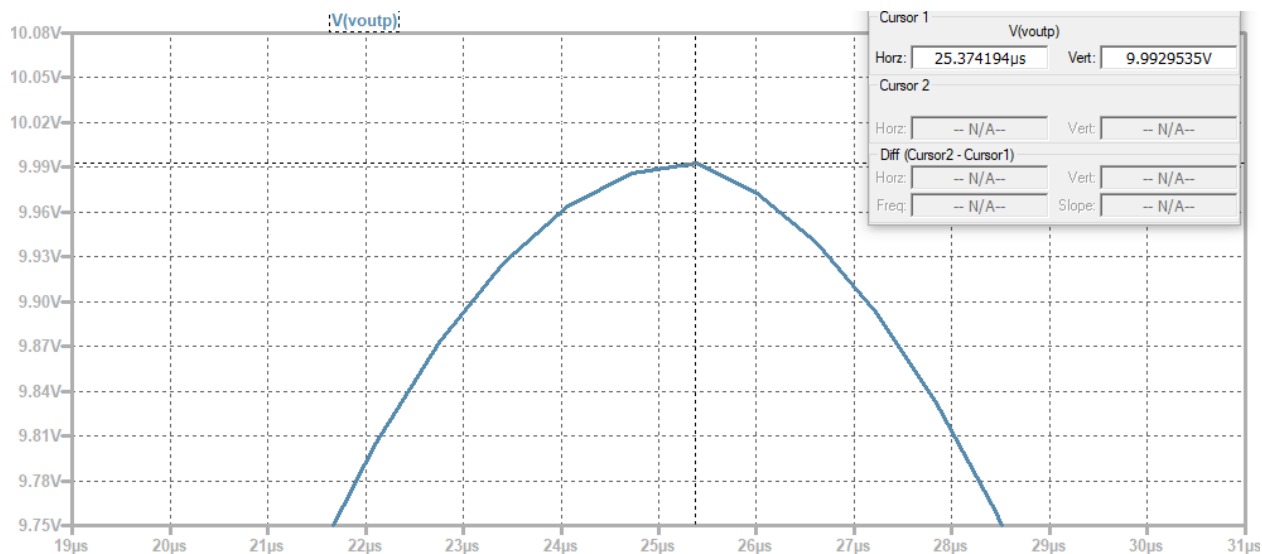


Figura 23: Se puede observar que no llega a los 10 V de amplificación.

Finalmente vemos que la ganancia final del sistema no es de 10, sino que es de 9,993 (valor muy cercano igualmente).

Para determinar el ancho de banda nos movemos en frecuencias, hasta obtener una que produzca a la salida un valor aproximado equivalente a 7,07 veces el valor de la entrada, aspecto que implica una caída de 3 dB en la ganancia del amplificador.

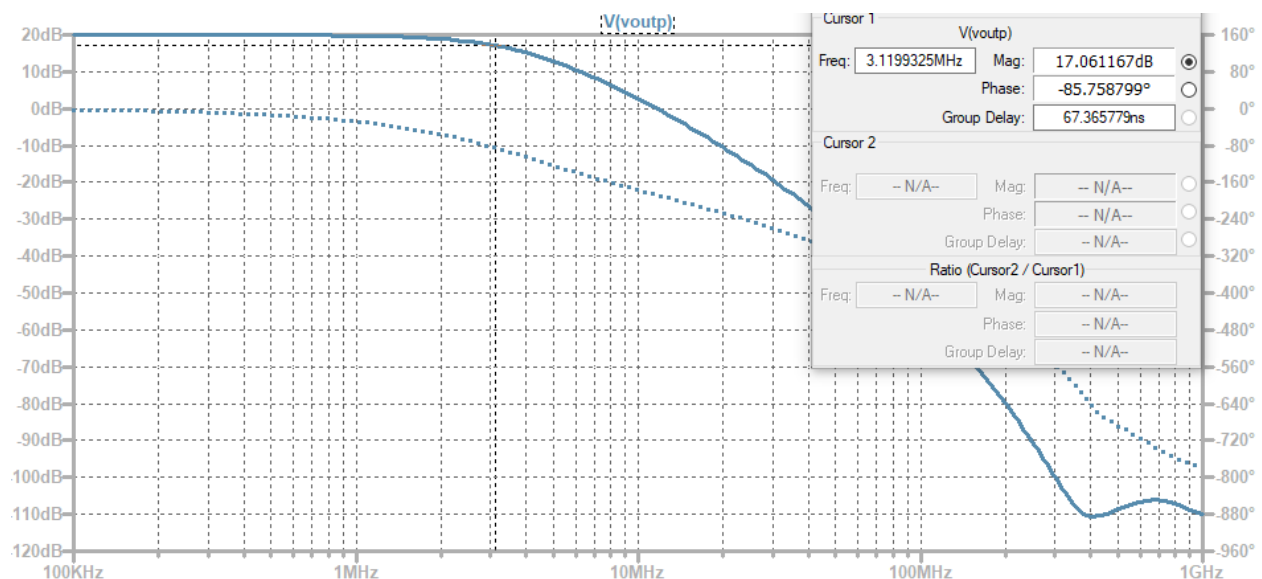


Figura 24: Se observa la frecuencia de corte del sistema.

El ancho de banda resulta ser de 3,12 MHz. Explicitando esa ligera caída en ancho de banda que se previó en los cálculos.

Nuevamente se aproxima el margen de fase que presenta nuestro sistema mediante la

respuesta al impulso.

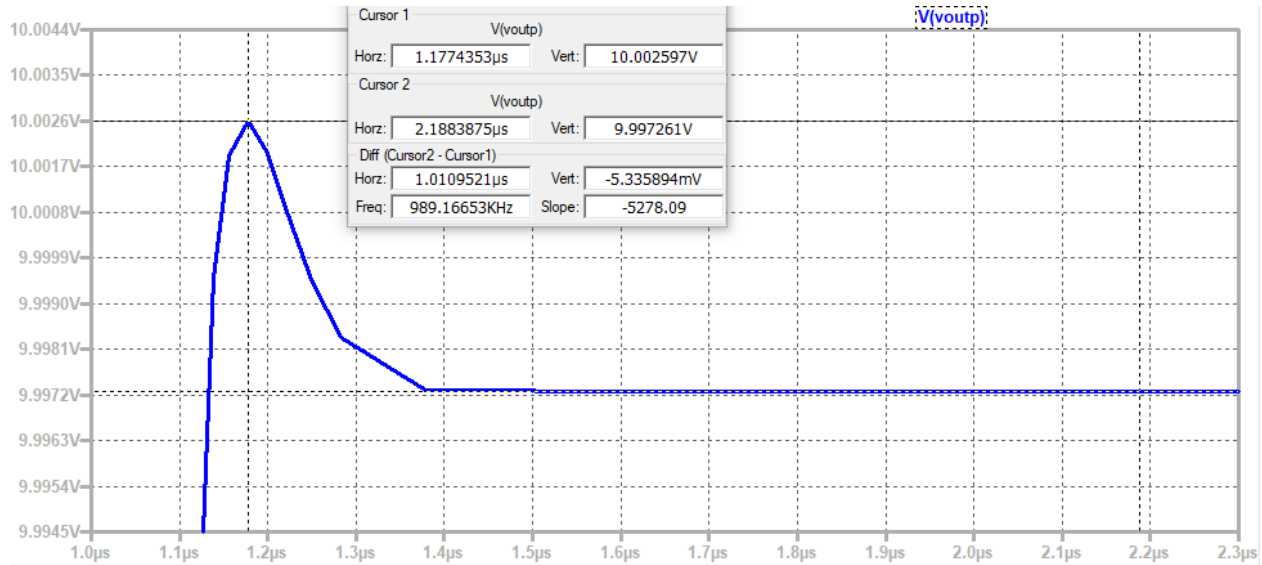


Figura 25: Se aprecia el sobrepasamiento y su valor, como así también el valor en estado estable.

El valor del sobrepasamiento resulta ser de 10,003 V, y en conjunto con el valor en estado estable que resulta ser 9,997 V, se puede determinar el sobrepasamiento porcentual en cuestión:

$$OS = \frac{V_{max} - V_{SS}}{V_{SS}} = \frac{10.003 - 9.997}{9.997} = 0.006 \quad (59)$$

A partir de este valor se calcula el factor de amortiguamiento:

$$\zeta = -\frac{\ln(OS)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(OS)^2}} = -\frac{\ln(0.006)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(0.006)^2}} = 0.921 \quad (60)$$

Finalmente, el margen de fase resulta ser:

$$M\phi = \arctg\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^4}}}\right) = \arctg\left(\frac{2 * 0.921}{\sqrt{-2 * 0.921^2 + \sqrt{1 + 4 * 0.921^4}}}\right) \quad (61)$$

Entonces $M\phi$ es igual a 74° , valor cercano al determinado mediante los cálculos previos.

2.3.3. Conclusiones

Gracias a este laboratorio se pudo notar la utilidad que presentan las redes pasivas a la hora de compensar y estabilizar sistemas. Simplemente con un par de resistencias y un capacitor se pudo eliminar el problema del sobrepasamiento, sin afectar en gran medida el ancho de banda, y sin modificar prácticamente la velocidad del sistema. Todo esto quiere

decir que se logró mejorar la estabilidad del sistema, aumentando su margen de fase.

Debido a esto se puede también decir que mejoró el Q_p del sistema y que, este último, mejoró en su rendimiento general.

Anexo A. Scripts utilizados

A.1. VFA - VFA

Código A.1: Cálculos para amplificador VFA - VFA.

```

1  clear all; close all; clc;
2  s=tf('s');
3  k=0.1;
4  kpA=0;
5  kpB=1;
6  kpC=10;
7  kpD=2.6; % Ganador
8  Ao=100000/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000)));
9  T1=-k*Ao^2;
10 T2A=-kpA*Ao;
11 T2B=-kpB*Ao;
12 T2C=-kpC*Ao;
13 T2D=-kpD*Ao; % Ganador
14 TA=T1+T2A;
15 TB=T1+T2B;
16 TC=T1+T2C;
17 TD=T1+T2D; % Ganador
18 P=Ao/(1+Ao/25); % intento de compensar el sistema ignorando efectos de los polos de
    ↪ P
19 Ts=-k*Ao; % realimentación simplificada sin compensar
20 Gs=Ao/(1-Ts); % modelo simplificado sin compensar
21 % LOS MODELOS SIMPLIFICADOS SOLO SIRVEN SI EL SEGUNDO
    ↪ AMPLIFICADOR TIENE
22 % POLOS DE ORDEN MUY SUPERIOR AL PRIMERO
23 Gt=Ao^2/(1-TD); % considerando todo
24 bode(Gs ,Gt) % comparación compensaciones
25 % Buscamos el valor exacto de wg:
26 frecuencias1 = logspace(log10(8e+06), log10(8e+08), 1000);
27 [dB1, phi1, w1] = bode(TD,frecuencias1);
28 % Encuentra el índice donde la magnitud es aproximadamente 0 dB:
29 idx1 = find(dB1 <= 1.001, 1);
30 % Obtiene la frecuencia correspondiente al punto de 0 dB y la fase:
31 wg = w1(idx1);
32 phig = phi1(idx1);
33 % Buscamos el valor exacto donde la ganancia cae 3 dB:
34 frecuencias2 = logspace(log10(7e+04), log10(3e+05), 1000);
35 [dB2, phi2, w2] = bode(Gt/dcgain(Gt),frecuencias2);
36 % Encuentra el índice donde la magnitud es aproximadamente -3 dB:
37 idx2 = find(dB2 <= 0.708, 1);
38 % Obtiene la frecuencia correspondiente al punto de -3 dB:

```

```

39 w3dB = w2(idx2);
40 % Muestra los resultados
41 disp(['El ancho de banda potencial es: ', sprintf('%.1f',wg/1e6), ' Mrad/s']);
42 disp(['La fase en la frecuencia wg es: ', sprintf('%.1f',phig), ' grados']);
43 disp(['La frecuencia del polo wp se encuentra en: ', sprintf('%.1f',wg/0.644/1e6), ' Mrad
↳ /s']);
44 disp(['La frecuencia de wh se encuentra también donde está wp']);
45 disp(['El ancho de banda a 3dB es desde los 0 rad/s hasta ',sprintf('%.1f',w3dB/1000),
↳ krad/s']);

```

A.2. VFA - CFA

Código A.2: Cálculos para amplificador VFA - CFA.

```

1 clear all; close all; clc;
2 s=tf('s');
3 R1=45;
4 R2=925;
5 T1=-((0.1*(1/R1+1/R2)*2.37*10^11)+(1/R2)*2.37*10^6*(1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi
↳ *5060000)))/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s/(2*pi*14000))*(1+s/(2*pi
↳ *82300000)));
6 T2=-(0.1*(1+R2/R1)*10^5)/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s*R2
↳ *4.8*10^-12));
7 A1=(1/R1+1/R2)*2.37*10^11/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s/(2*pi
↳ *14000))*(1+s/(2*pi*82300000)));
8 A2=((1+R2/R1)*10^5)/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s*R2*4.8*10^-12));
9 frecuencias = logspace(log10(1e+06), log10(1e+08), 1000); % Por ejemplo, 1000 puntos
10 [dB, phi, w] = bode(T2,frecuencias);
11 idB = find(dB <= 1,1);
12 iphi = find(phi <= 65,1);
13 Avf1=A1/(1-T1); % Modelo completo
14 Avf2=A2/(1-T2); % Modelo simplificado
15 % Modelo compensado con una red pasiva
16 R1P=23;
17 R2P=925;
18 P=(1+s/(2*pi*5060000))/(2*(1+s/(2*pi*10120000)));
19 T1P=-P*((0.1*(1/R1P+1/R2P)*2.37*10^11)/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))
↳ *(1+s/(2*pi*14000))*(1+s/(2*pi*82300000)))-(1/R2P)*2.37*10^6/((1+s/(2*pi
↳ *14000))*(1+s/(2*pi*82300000)));
20 T2P=-P*(0.1*(1+R2P/R1P)*10^5)/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s*R2P
↳ *4.8*10^-12));
21 A1P=P*(1/R1P+1/R2P)*2.37*10^11/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s
↳ /(2*pi*14000))*(1+s/(2*pi*82300000)));
22 A2P=P*((1+R2P/R1P)*10^5)/((1+s/(2*pi*10))*(1+s/(2*pi*5060000))*(1+s*R2P
↳ *4.8*10^-12));

```



```
23     frecuenciasP = logspace(log10(1e+06), log10(1e+08), 1000); % Por ejemplo, 1000
    ↪ puntos
24     [dBP, phiP, wP] = bode(T1P,frecuenciasP);
25     idBP = find(dBP <= 1,1);
26     iphiP = find(phiP <= 75,1);
27     Avf1P=A1P/(1-T1P); % Modelo completo
28     Avf2P=A2P/(1-T2P); % Modelo simplificado
```