

Tarea 3: Profesor Laboret

Tabajo Práctico

Autor: Villar, Federico Ignacio
Profesor: Laboret, Sergio Oscar
Fecha de entrega: 10 de junio de 2023
Córdoba, Argentina

Resumen

En el siguiente informe se detallará la resolución de la tercera tarea propuesta por el profesor Laboret para la materia de Sistemas de Control II. En el documento se adjuntan imágenes, fragmentos de código y plots de respuestas. Se pretende ser lo más claro posible, es por ello que se detallan varios procedimientos de cálculo y aplicación. Aunque, la mayoría de los resultados se obtuvieron de simulaciones con Matlab, por lo que no hay tantas expresiones analíticas.

Índice de Contenidos

1. Consigna	1
2. Desarrollo del sistema y su controlador	4
2.1. Simulación con los primeros parámetros	4
2.1.1. Error del sistema	4
2.1.2. Plano de fase	5
2.1.3. Señal de control	5
2.1.4. Salida del sistema	6
2.2. Modificaciones al sistema	7
2.2.1. Error del sistema	7
2.2.2. Plano de fase	7
2.2.3. Señal de control	8
2.2.4. Salida del sistema	9
2.3. Tercer escenario de simulación	11
2.3.1. Error del sistema	11
2.3.2. Plano de fase	12
2.3.3. Señal de control	13
2.3.4. Salida del sistema	14
2.4. Simulación con T 10 veces menor a ganancia total	15
2.4.1. Error en el sistema	15
2.4.2. Plano de fase	16
2.4.3. Señal de control	16
2.4.4. Salida del sistema	17
2.5. Última simulación	18
2.5.1. Error en el sistema	18
2.5.2. Plano de fase	19
2.5.3. Señal de control	19
2.5.4. Salida del sistema	20
3. Código de Matlab utilizado	21
4. Conclusiones	25

Índice de Figuras

1. Relay con histéresis.	2
2. Esquema de Simulink.	2
3. Error para la primer simulación.	4
4. Plano de fase para la primer simulación.	5
5. Señal de control para la primer simulación.	6
6. Salida del sistema para la primer simulación.	6
7. Error en segunda simulación.	7
8. Plano de fase de la segunda simulación.	8

9.	Señal de control para la segunda simulación.	9
10.	Salida del sistema en la segunda simulación.	10
11.	Ciclo límite en segunda simulación.	11
12.	Error en la tercera simulación.	12
13.	Plano de fase en la tercera simulación.	13
14.	Señal de control en la tercera simulación.	13
15.	Salida del sistema para la tercera simulación.	14
16.	Ciclo límite en la tercera simulación.	15
17.	Error en la cuarta simulación.	15
18.	Plano de fase para la cuarta simulación.	16
19.	Señal de control para la cuarta simulación.	17
20.	Salida del sistema en su cuarta simulación.	17
21.	Ciclo límite en la cuarta simulación.	18
22.	Error en la última simulación.	18
23.	Plano de fase en la última simulación.	19
24.	Señal de control en la última simulación.	20
25.	Salida en la última simulación.	20
26.	Análisis del funcionamiento del controlador por histéresis.	25

Índice de Códigos

1.	Diseño sistema.	1
2.	Simulación.	1
3.	Modificación ancho de histéresis.	2
4.	Segunda modificación al ancho de histéresis.	3
5.	Código utilizado a lo largo del desarrollo.	21

1. Consigna

Se dispone de una tabla con valores de 2 polos (uno de ellos inestable), ganancia y tiempo de establecimiento 2% para cada alumno, se pide:

- Diseñar un controlador PD de tiempo continuo de la forma $C(s) = K_C(s+a)$ mediante Sisotool de Matlab de forma que el cero cancele el polo estable de la planta y ajustando la ganancia K_C para obtener el tiempo de establecimiento deseado.

Código 1: Diseño sistema.

```

1  p1=
2  p2=
3  K=
4  G=zpk([],p1 p2,K)
5  sisotool(G)

```

- Simular en el diagrama adjunto cuya configuracion se cambia con la variable lineal y mostrar el error, dibujar al plano de fases, la acción de control y determinar el error de régimen.

Código 2: Simulación.

```

1  Kc= % ganancia
2  a= % cero del controlador con signo invertido
3  M=1 % ganancia rele
4  T=0.1 % histeresis
5  lineal=1 % simula control lineal
6  sim('bang_bang_hist_DI_PD')
7  figure(1)
8  plot(tout,yout(:,1)) % error
9  grid on
10 figure(2)
11 plot(yout(:,1),yout(:,3)) % plano de fases: eje x error, eje y derivada del error
12 grid on
13 figure(3)
14 plot(tout,yout(:,2)) % señal de control
15 grid on

```

Se puede mejorar el error llevándolo a un entorno de cero mediante el control no lineal mostrado en la entrada inferior del switch que es el PD anterior sustituyendo la ganancia K_C por un rele todo/nada con histéresis (fácil de construir electrónicamente) con $M = K_C$ que genera una señal PWM cuyo ciclo de trabajo depende del error y su derivada.

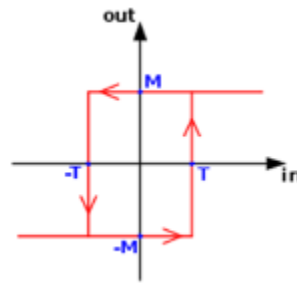


Figura 1: Relay con histéresis.

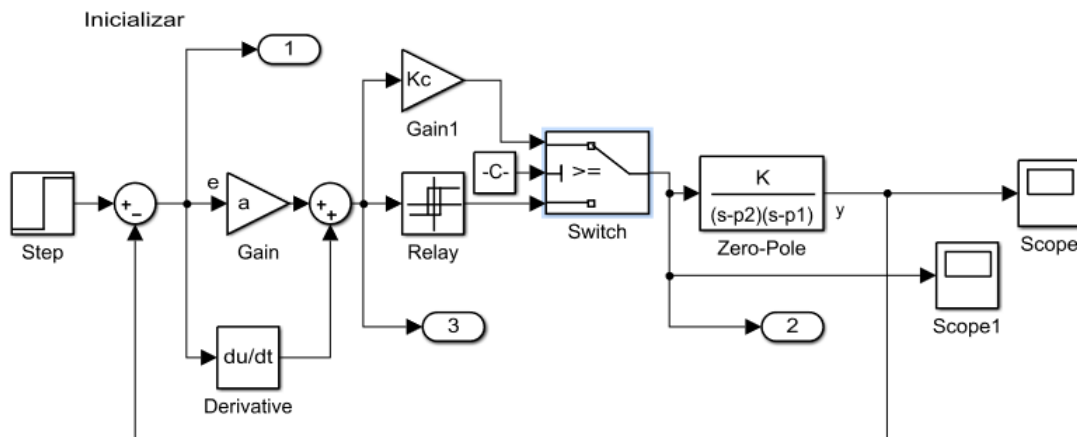


Figura 2: Esquema de Simulink.

- Con un ancho de histéresis T 100 veces menos que la ganancia total $K_C * K$ simular y dibujar lo mismo que con el controlador lineal pero cambiando las líneas.

Código 3: Modificación ancho de histéresis.

```
1 M=Kc % ganancia rele = +-ganancia Kc
2 T=K*Kc/100 % 100 veces menos que la ganancia total
3 lineal=0 % simula no lineal
4
```

- ¿Qué pasa con el error de régimen?
- ¿El tiempo de establecimiento mejoró o empeoró y cuál puede haber sido la causa?
- Verificar que haya un ciclo límite, determinar su amplitud y la cota de valor absoluto del error de régimen.
- Determinar la frecuencia de conmutación de la señal de control.
- Aumentar el ancho de histéresis y analizar como evolucionan el error máximo, el tiempo de establecimiento y la frecuencia de conmutación, sustituyendo.

Código 4: Segunda modificación al ancho de histéresis.

```
1 T=K*Kc/25 % 25 veces menos que la ganancia total
2 T=K*Kc/10 % 10 veces menos que la ganancia total
3
```

- Subir el ancho de histéresis a la ganancia total, que sucede con la estabilidad ?, explorar la causa viendo la acción de control.

2. Desarrollo del sistema y su controlador

Se comenzó con las declaraciones en Matlab tal cual están dadas en la consigna. Y, para los valores de los polos y ganancia del sistema se obtuvo la siguiente función de transferencia.

$$G(s) = \frac{10}{(s-1)(s+1)}$$

Luego, cancelando el polo en -1 (por ser éste el estable), haciendo uso de un controlador PD, y, ajustando la ganancia para lograr un tiempo de establecimiento de 4 segundos se logró el siguiente controlador:

$$C(s) = 0.2(s+1)$$

Se entiende entonces, que, se obtuvo una ganancia para el controlador de $K_C = 0.2$. Entonces, con los códigos planteados, se simularon diferentes situaciones.

2.1. Simulación con los primeros parámetros

Haciendo uso de los parámetros del controlador obtenidos, de un sistema de control lineal, con una ganancia del relé de $M = 1$, un ancho de histéresis de $T = 0.1$, se logran los siguientes resultados.

2.1.1. Error del sistema

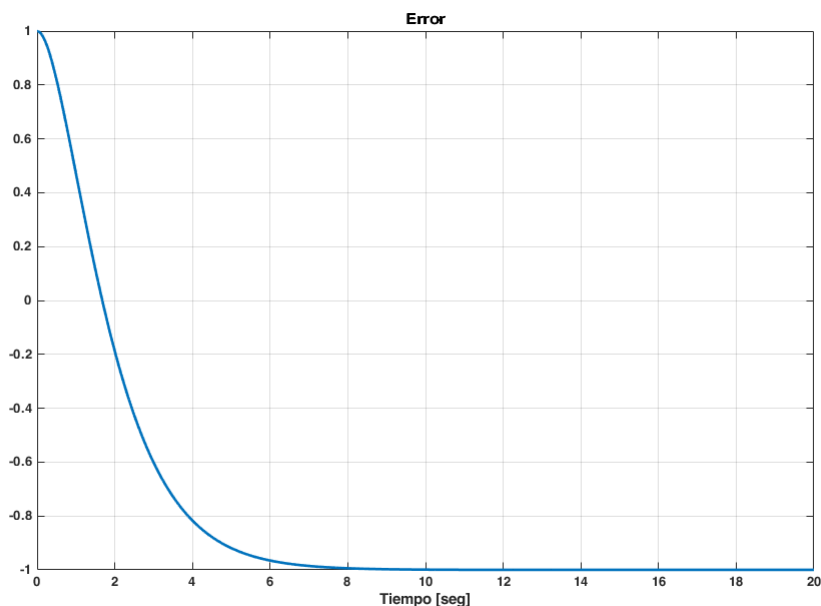


Figura 3: Error para la primer simulación.

Puede apreciarse en la figura 3 que el error inicia en un valor de 1, algo que es lógico, ya que el sistema en un inicio contaría con un error total, sin embargo, en el establecimiento del mismo, el error tiende a un valor de -1 . Tal cómo se lo menciona en la consigna, se tratará de mejorar esta

característica del sistema con el uso de una emulación de un control PWM en el sistema modificando la ganancia del relé al valor de la ganancia del controlador.

2.1.2. Plano de fase

El plano de fases obtenido se muestra a continuación.

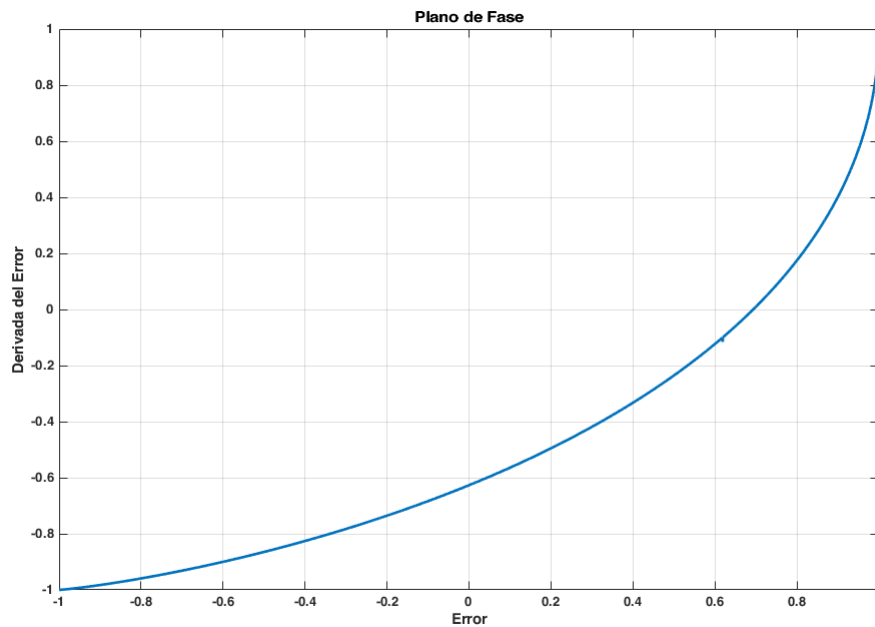


Figura 4: Plano de fase para la primer simulación.

2.1.3. Señal de control

La señal de control para este escenario de simulación se muestra a continuación.

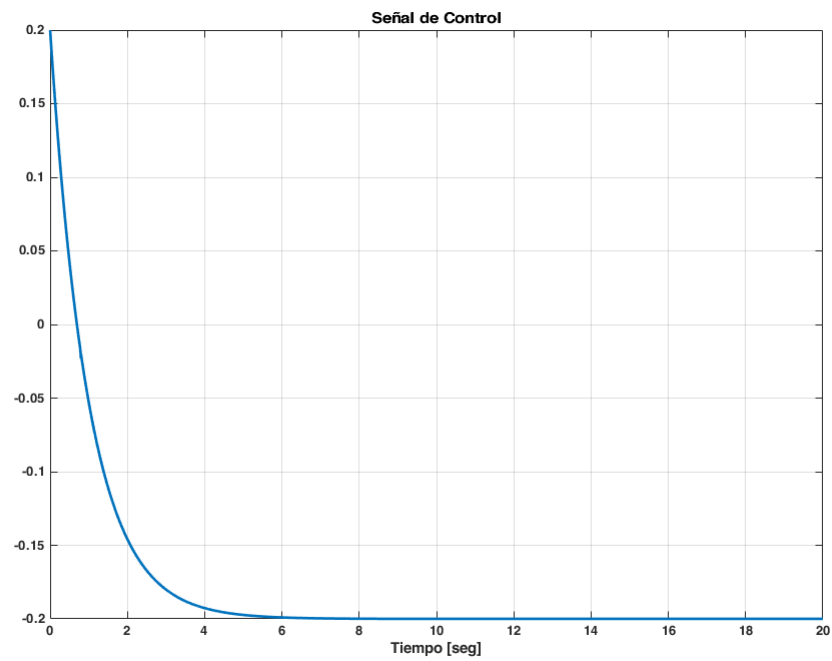


Figura 5: Señal de control para la primer simulación.

2.1.4. Salida del sistema

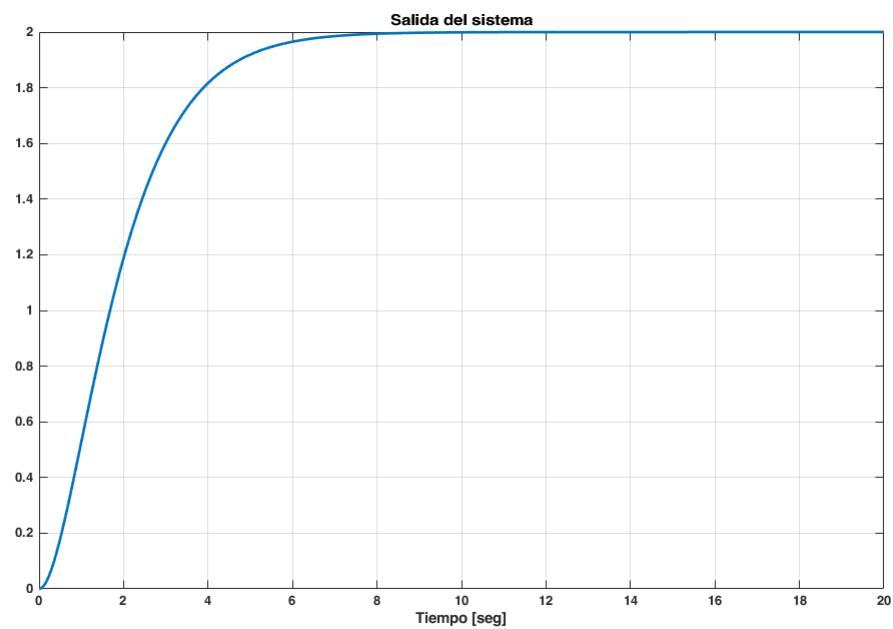


Figura 6: Salida del sistema para la primer simulación.

2.2. Modificaciones al sistema

Para la segunda simulación, se plantea otro escenario, modificándose así algunas variables a intervenir. Primeramente, se trabajará con un sistema no lineal, y, luego:

- $M = K_C$
- $T = K * K_C / 100$

2.2.1. Error del sistema

Con las modificaciones realizadas, se obtiene la siguiente señal de error.

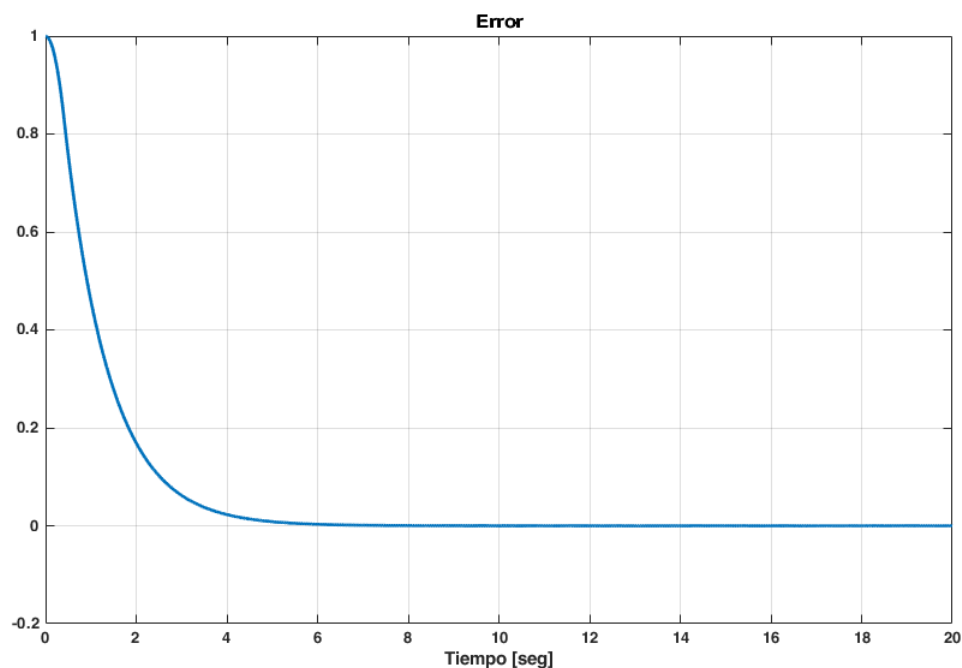


Figura 7: Error en segunda simulación.

Con esta nueva simulación se obtiene una mejora en la señal de error con respecto a la primera simulación, esto a priori está implicando que la salida se acercará más a la referencia. Pudo verse que en la primera simulación, el error tendía a -1 en su estado de régimen, y, esa situación se vio reflejada en el nivel de salida, que poseía un valor de régimen de 2. En esta nueva dinámica, el sistema cuenta con un error en régimen que tiende a ser nulo, teniendo así una salida que copia perfectamente a la señal de entrada. Más adelante se confirmará si se cuenta con el tiempo de establecimiento deseado.

2.2.2. Plano de fase

Se muestra cómo varió el plano de fase con esta nueva dinámica del sistema.

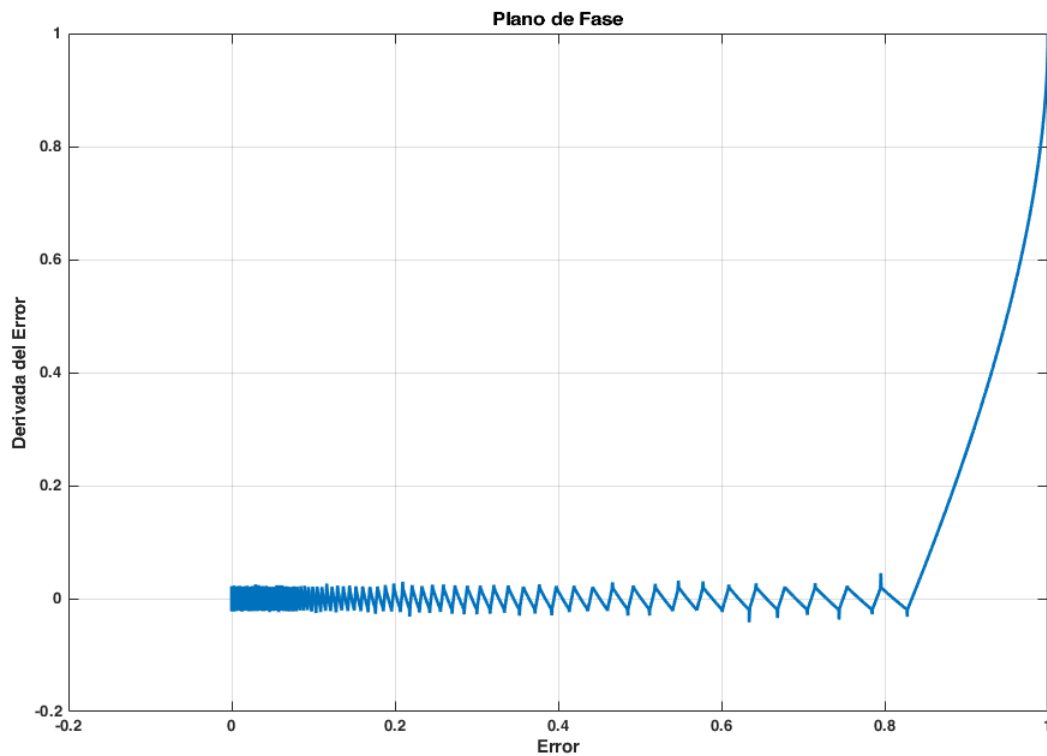


Figura 8: Plano de fase de la segunda simulación.

Se aprecia cómo existe una oscilación en el mismo, y cómo en un momento esa variación constante tiende a aumentar desmedidamente, esto supone la existencia de un ciclo límite, situación que se confirmará con la acción de control.

2.2.3. Señal de control

La salida de la acción de control para este sistema es la siguiente.

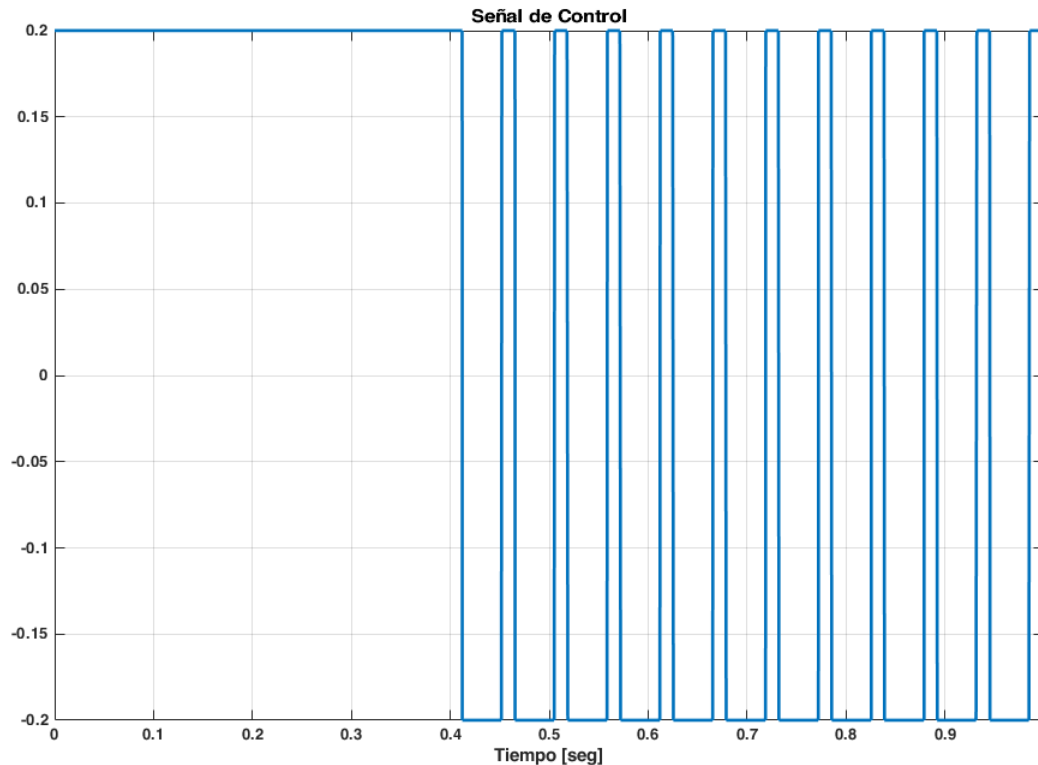


Figura 9: Señal de control para la segunda simulación.

La aparición de una señal de control que varía de forma periódica a partir de aproximadamente 0.4 segundos habla de la existencia de un ciclo límite en el sistema. Por la amplitud de la acción de control, se puede predecir que este será de pequeña amplitud, y eso se verificará en la salida. Sin embargo, este gráfico permite apreciar la frecuencia de este ciclo límite.

Para dibujar el anterior esquema, se modificó la escala del eje, de modo de poder apreciar las oscilaciones a alta frecuencia propias del ciclo límite. Se determina entonces que la frecuencia del ciclo límite observado es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.05 \text{ seg}} = 20 \text{ Hz}$$

2.2.4. Salida del sistema

La salida del sistema es la que se aprecia a continuación.

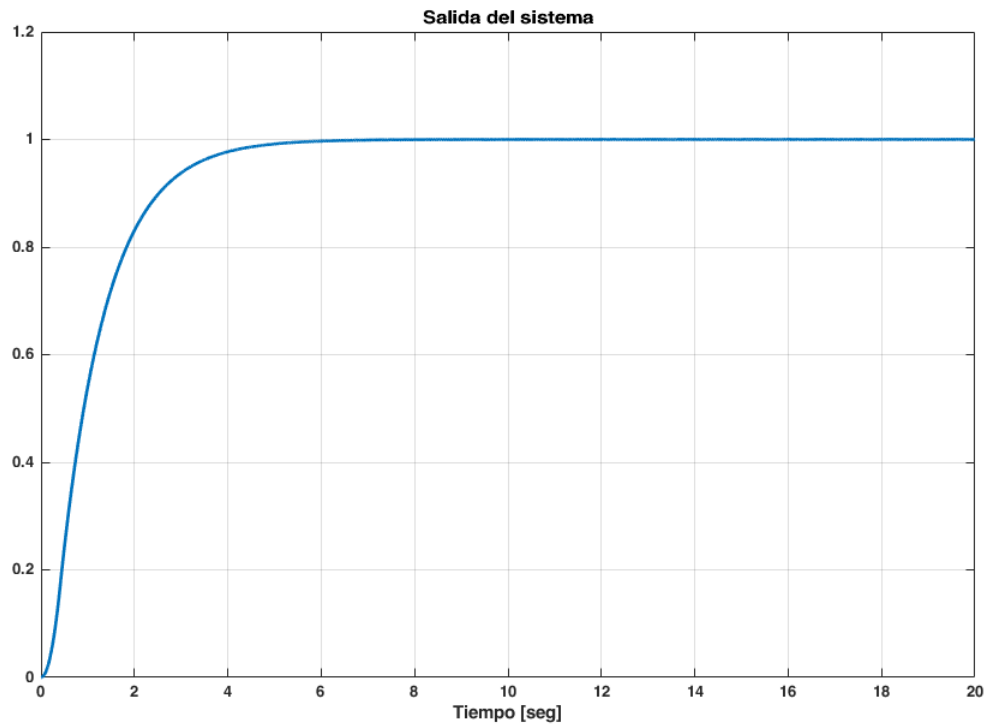


Figura 10: Salida del sistema en la segunda simulación.

Puede verse en esta dinámica que el tiempo de establecimiento mejoró. La causa de esto es posiblemente el aumento en la ganancia del relé, junto con la disminución del tiempo de conmutación del relé. Lo que significa que el ancho de la histéresis es menor, haciendo que exista una conmutación más rápida, generando así una dinámica más rápida, con un menor tiempo de establecimiento.

Para determinar la amplitud del ciclo límite, y su cota de valor absoluto en estado estable, se le realiza un zoom in a la figura anterior, y se obtiene el valor de 2 puntos representativos.

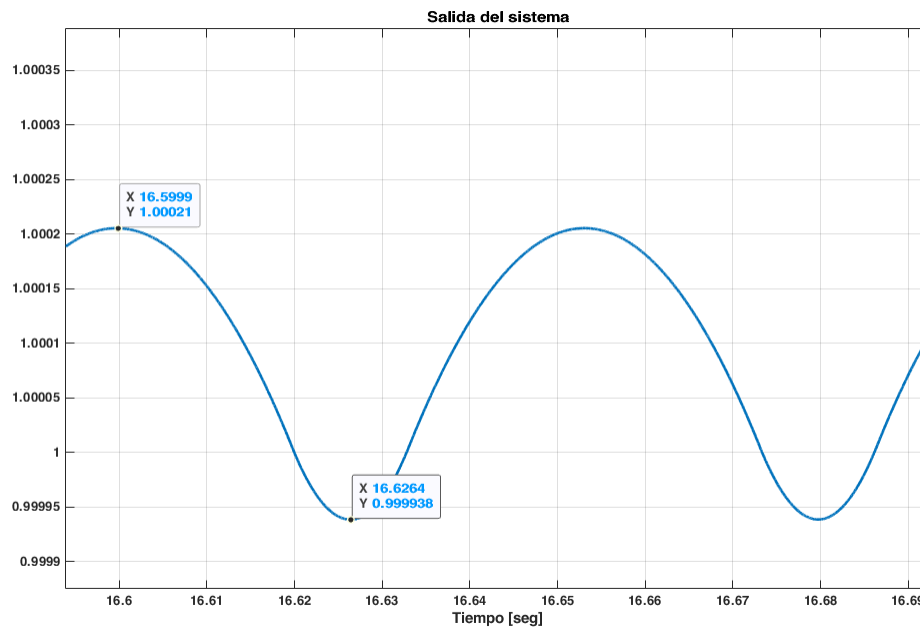


Figura 11: Ciclo límite en segunda simulación.

La amplitud del ciclo límite es de 0.000272 según lo que puede apreciarse en la salida de Matlab. Siendo entonces, la cota de valor absoluto de error en estado estable de 0.000136, ya que es la mitad de la amplitud del ciclo límite observado. Otra observación que se puede hacer, es que, la frecuencia del ciclo límite (apreciada en la figura 11), es la misma que la de conmutación de la señal de control.

2.3. Tercer escenario de simulación

En esta ocasión, se modifica el ancho de histéresis, siendo ahora 25 veces menos que la ganancia total del sistema, es decir:

$$T = \frac{K * K_C}{25}$$

2.3.1. Error del sistema

Ahora, la señal de error es la siguiente:

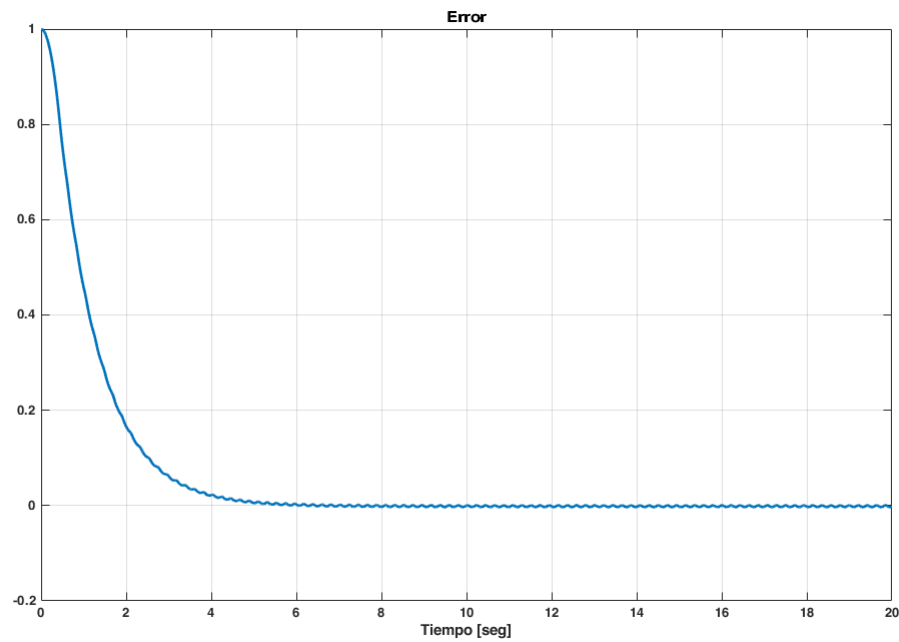


Figura 12: Error en la tercera simulación.

Con los nuevos parámetros de la dinámica, ya es posible apreciar a simple vista la existencia del ciclo límite en la dinámica del error en el sistema. El error máximo siempre es unitario, ya que es el que aparece como condición inicial. Y, la cota del error absoluto para el estado de régimen del sistema es de 0.001, es decir, con esta nueva ganancia, aumentó el error en estado estable.

2.3.2. Plano de fase

El plano de fase para la tercer simulación es el siguiente:

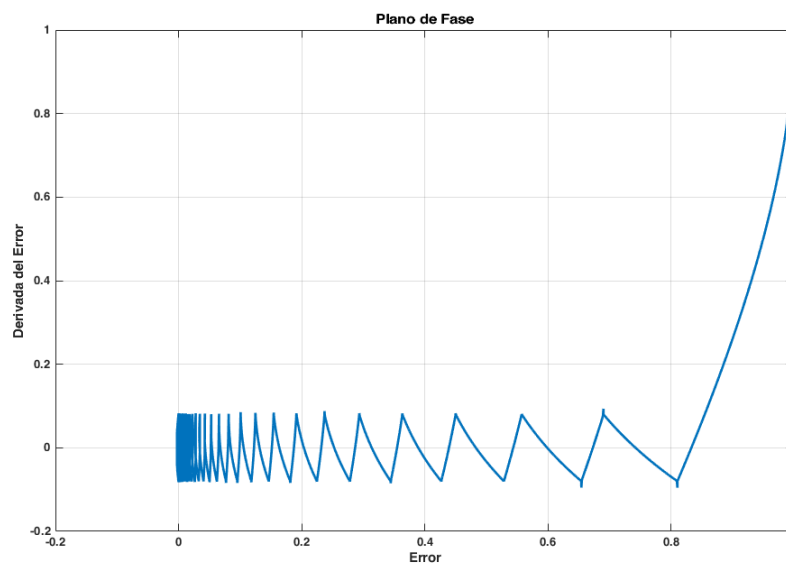


Figura 13: Plano de fase en la tercera simulación.

Nuevamente, el plano de fase indica la presencia de un ciclo límite, y esta vez de mayor amplitud, algo que puede apreciarse fácilmente en las diferentes oscilaciones del plano.

2.3.3. Señal de control

La señal de control para la dinámica en cuestión es:

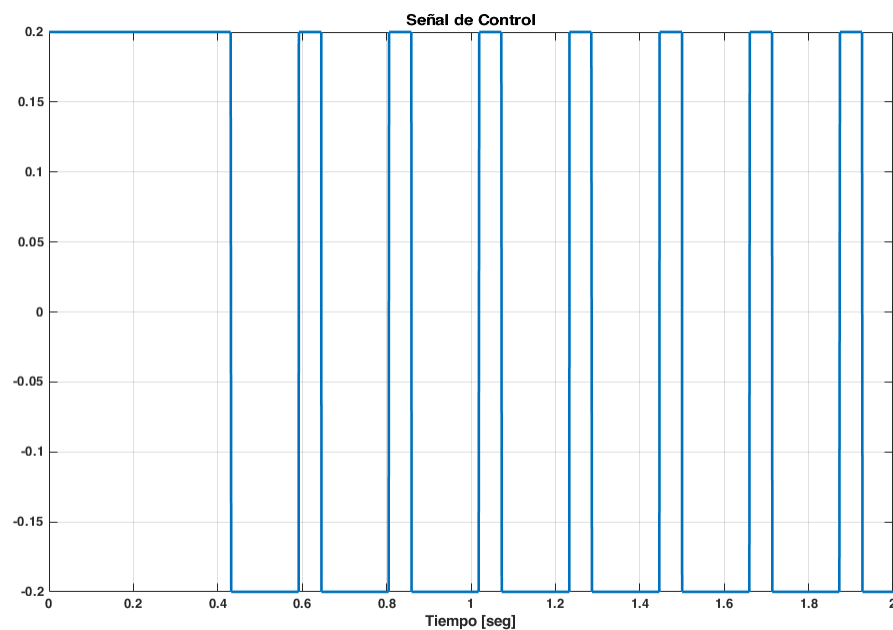


Figura 14: Señal de control en la tercera simulación.

Del gráfico, nuevamente ampliado en su eje horizontal, se puede apreciar una conmutación en la acción de control. Y, de la simple inspección de la longitud del período de la misma, es que se determina la frecuencia de conmutación de la acción de control para el sistema actual.

$$f = 6.24 \text{ Hz}$$

Es decir, que, con las modificaciones realizadas al sistema, el error aumenta, y la frecuencia de conmutación disminuye. Esto tiene sentido, ya que, el relé tardará más en conmutar, por lo que el error aumentará por más tiempo, y entonces, la salida de la acción de control podrá controlar el sistema, pero cada una mayor cantidad de tiempo. Esta demora con respecto a la acción anterior, implica que el sistema se irá alejando de la referencia por mayor tiempo, generando así una cota del error mayor a la vista en la segunda simulación.

2.3.4. Salida del sistema

La salida del sistema en estas condiciones es:

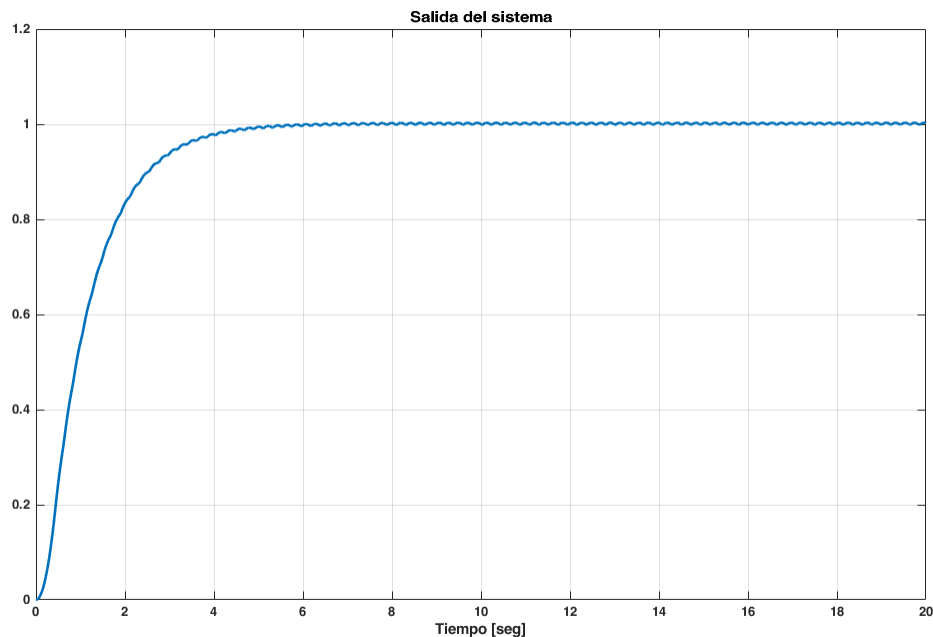


Figura 15: Salida del sistema para la tercera simulación.

Se puede ver que el tiempo de establecimiento es similar al anterior, no se vio modificado. Lo que a priori significaría que la variación del tiempo de establecimiento está ligada al valor de M , y no de T .

El ciclo límite ampliado es el siguiente:

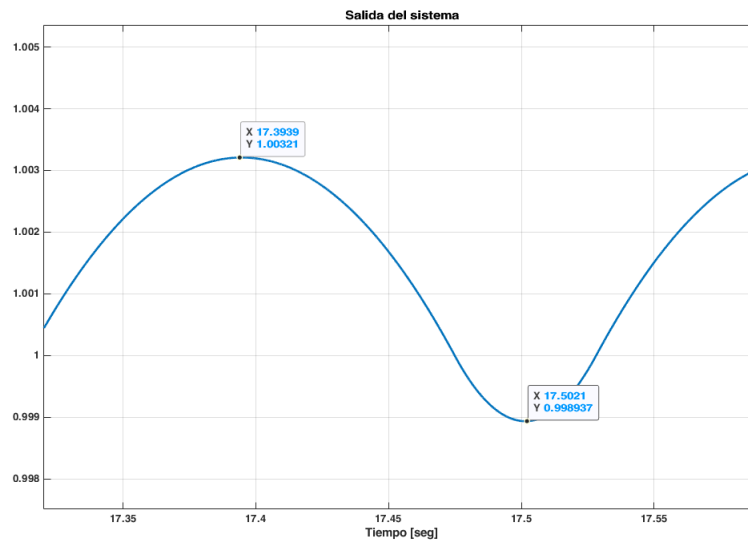


Figura 16: Ciclo límite en la tercera simulación.

Puede apreciarse en la figura 16, que el error es el visto desde la señal de error.

2.4. Simulación con T 10 veces menor a ganancia total

Con $T = \frac{K * K_C}{10}$, se tienen las siguientes dinámicas.

2.4.1. Error en el sistema

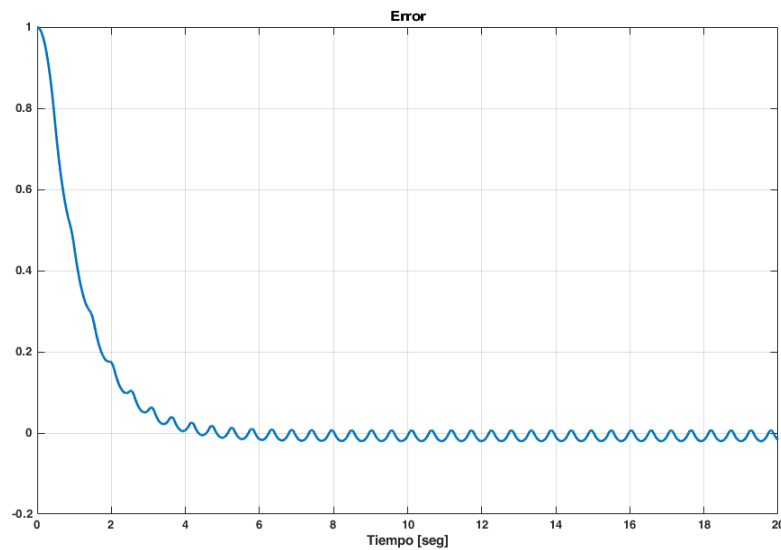


Figura 17: Error en la cuarta simulación.

Cada vez es más apreciable el ciclo límite en el sistema, esta vez de nuevo en el error se aprecia la oscilación. Se extrae de la gráfica la cota del error para el estado de régimen, en este caso es de 0.02. Se aprecia que el error absoluto máximo se da en el semiciclo negativo del ciclo límite, es decir, es asimétrica con respecto a un offset de error nulo.

2.4.2. Plano de fase

El plano de fase para este sistema sugiere la existencia de un ciclo límite nuevamente.

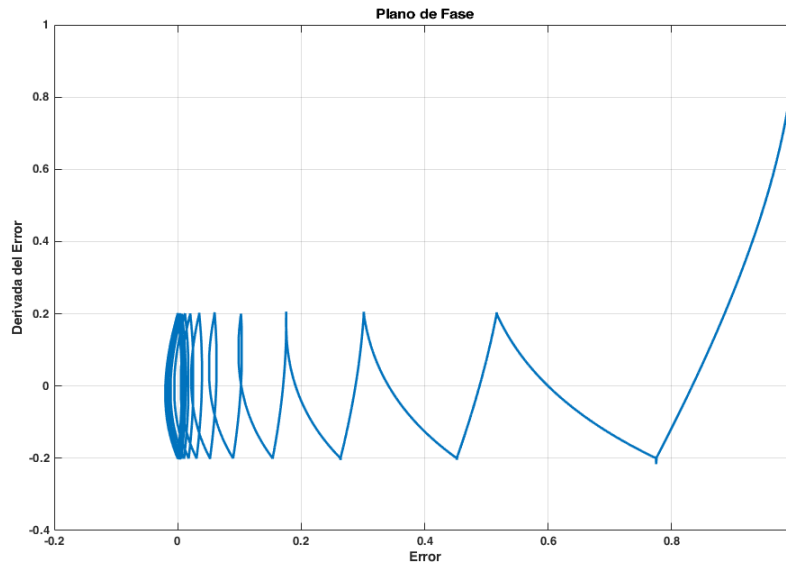


Figura 18: Plano de fase para la cuarta simulación.

Cada vez aumentan más las oscilaciones periódicas vistas en el plano de fase.

2.4.3. Señal de control

La señal de control está nuevamente conmutando con una frecuencia de $f = 1.82 \text{ Hz}$. Con las últimas 3 simulaciones, es que se puede determinar que la frecuencia de conmutación está inversamente relacionada con el valor de T .

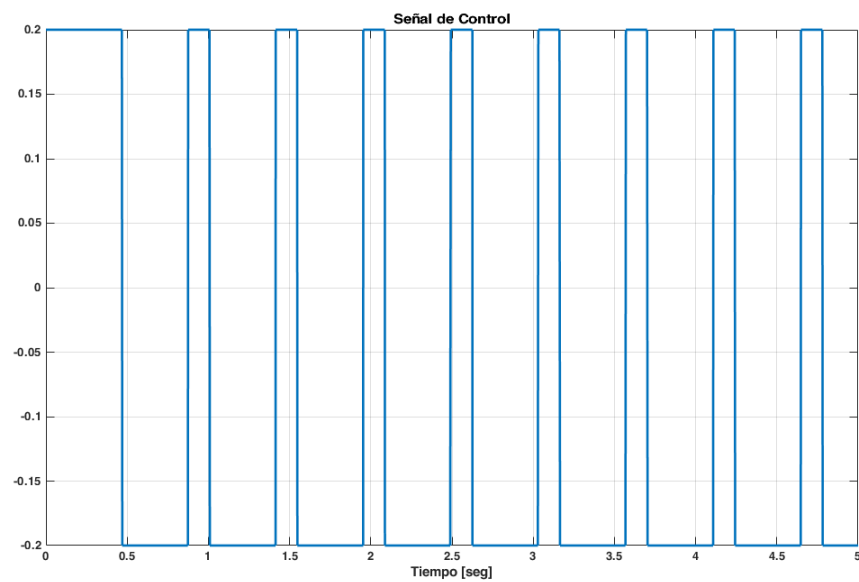


Figura 19: Señal de control para la cuarta simulación.

2.4.4. Salida del sistema

El sistema tiene ahora la siguiente salida. El tiempo de establecimiento

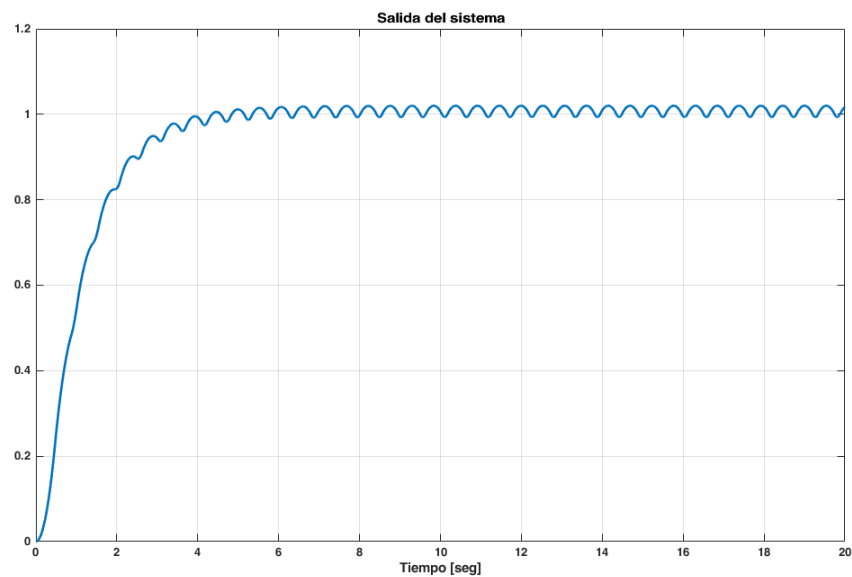


Figura 20: Salida del sistema en su cuarta simulación.

Al ampliar el ciclo límite puede apreciarse lo siguiente:

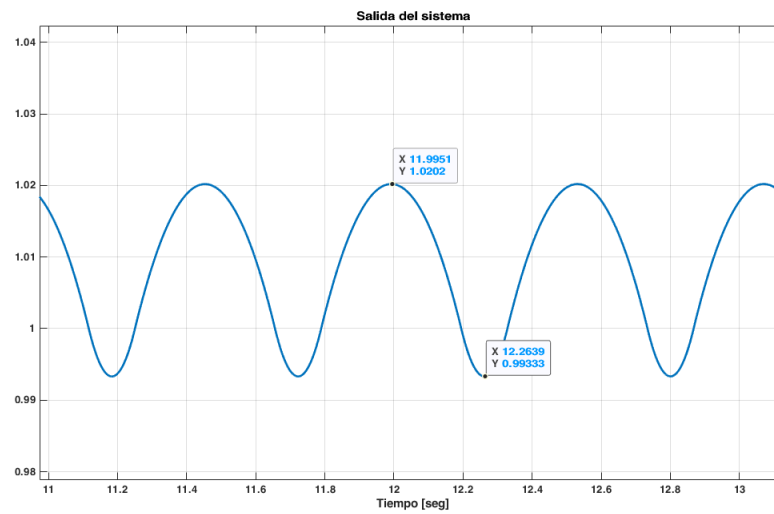


Figura 21: Ciclo límite en la cuarta simulación.

Como pudo verse que el error tenía un offset negativo, esto significa que el offset del ciclo límite en la respuesta del sistema.

2.5. Última simulación

En esta última simulación, se sube el ancho de histéresis a la ganancia total del sistema, es decir: $T = K * K_C$.

2.5.1. Error en el sistema

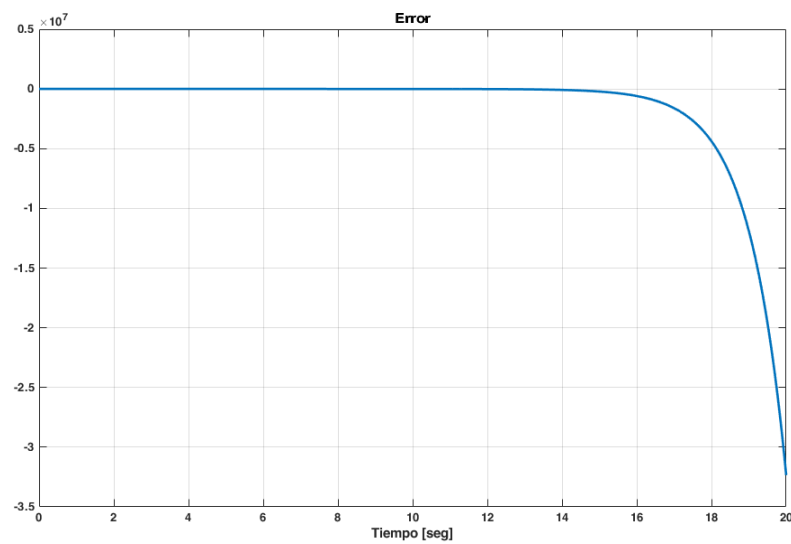


Figura 22: Error en la última simulación.

La gráfica del error sugiere que la respuesta del sistema diverge hacia el infinito, ya que su error tiende a $-\infty$.

2.5.2. Plano de fase

Para la situación de inestabilidad se aprecia el siguiente plano de fase. Se aprecia una recta, esto muestra el comportamiento predicho por la salida de la señal de error.

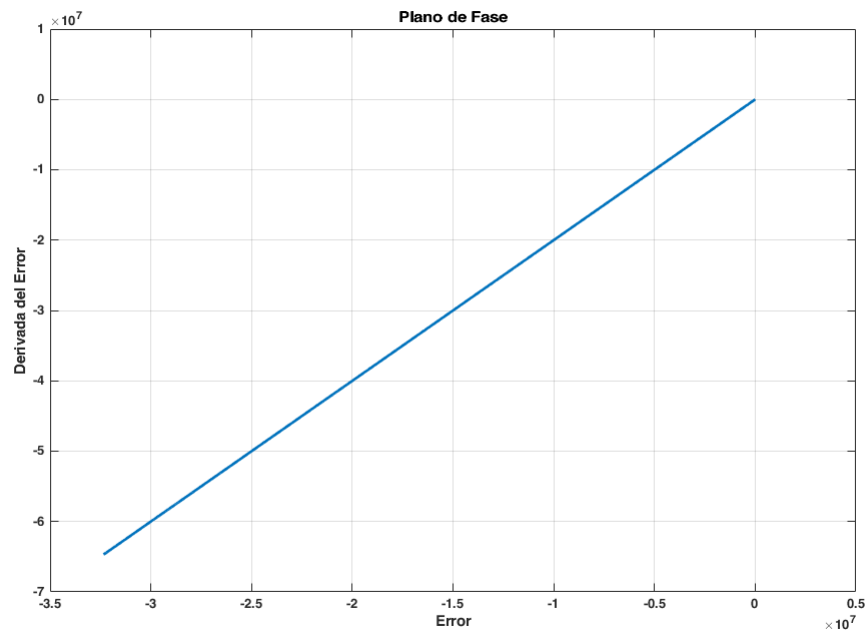


Figura 23: Plano de fase en la última simulación.

2.5.3. Señal de control

La señal de control en este sistema posee un único momento en que su valor no es nulo, luego se hace nula. Esto hace que el sistema no posea acción de control, y la salida tienda al infinito (sistema inestable).

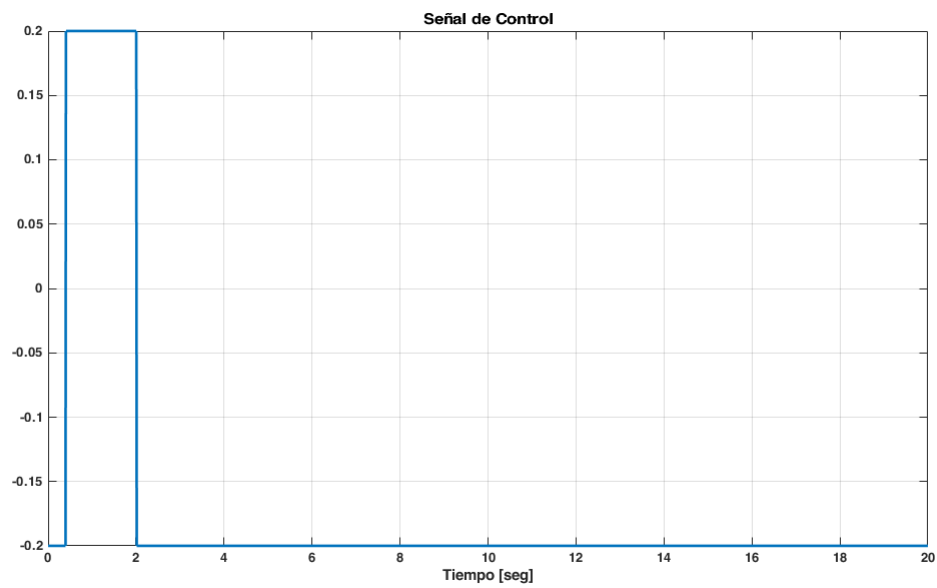


Figura 24: Señal de control en la última simulación.

2.5.4. Salida del sistema

La salida predicha por las anteriores curvas es la siguiente:

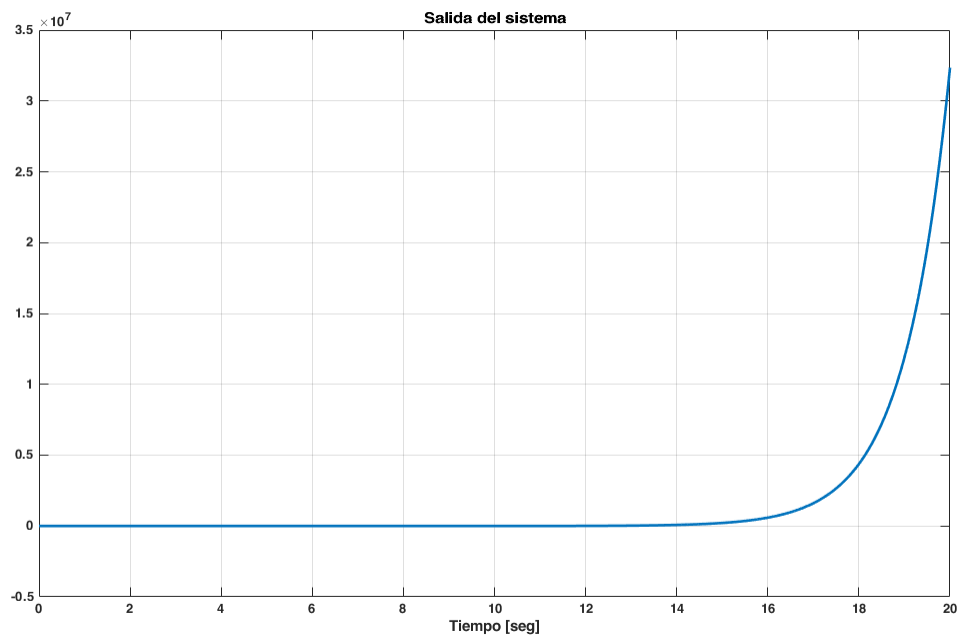


Figura 25: Salida en la última simulación.

3. Código de Matlab utilizado

Código 5: Código utilizado a lo largo del desarrollo.

```

1 %% Tarea 2: Profesor Laboret
2 % Se comienza definiendo el sistema con el que se trabaja:
3
4 p1 = 1;
5 p2 = -1;
6 K = 10;
7 G = zpk([], [p1 p2], K)
8 %%
9 % Se llama a la herramienta Sisotool, y allí se ajusta la ganancia, y con el
10 % cero que cancela al polo estable, se obtiene un sistema con el tiempo de establecimiento
11 % de 4 segundos solicitado en la consigna:
12
13 %sisotool(G)
14 %%
15 % Se obtiene  $K_C = 0$  \ldotp 2$.
16
17 %C
18 s = tf('s');
19 C = 0.2*(s+1)
20 %%
21 % Se definen a continuación las constantes necesarias para simular el relé con
22 % histéresis en Simulink.
23
24 Kc = 0.2;
25 a = 1;
26 M = 1;
27 T = 0.1;
28 lineal = 1;
29 sim('bang_bang_hist_DI_PD')
30 %%
31 % Se grafica el error:
32
33 plot(tout,yout(:,1),'LineWidth',2)
34 title('Error')
35 xlabel('Tiempo [seg]')
36 grid on
37 %%
38 % Ahora se muestra el plano de fases:
39
40 plot(yout(:,1),yout(:,3),'LineWidth',2)
41 title('Plano de Fase')
42 xlabel('Error')
43 ylabel('Derivada del Error')
44 grid on
45 %%
46 % A continuación, la señal de control:

```

```

47
48 plot(tout,yout(:,2),'LineWidth',2)
49 title('Señal de Control')
50 xlabel('Tiempo [seg]')
51 grid on
52 %%
53 % La salida del sistema es:
54
55 plot(ScopeData.time,ScopeData.signals.values,'LineWidth',2)
56 title('Salida del sistema')
57 xlabel('Tiempo [seg]')
58 grid on
59 %%
60 % Ahora, modificando el ancho de histéresis, la ganancia del relé y simulando
61 % un sistema no lineal, se obtiene:
62
63 M = Kc;
64 T = K*Kc/100;
65 lineal = 0;
66 %%
67 % Se obtienen de nuevo los gráficos para el nuevo sistema.
68
69 sim('bang_bang_hist_DI_PD')
70 plot(tout,yout(:,1),'LineWidth',2)
71 title('Error')
72 xlabel('Tiempo [seg]')
73 grid on
74 %%
75 % El error minimo en la simulación es de:
76
77 minError = min(yout(:,1))
78 plot(yout(:,1),yout(:,3),'LineWidth',2)
79 title('Plano de Fase')
80 xlabel('Error')
81 ylabel('Derivada del Error')
82 grid on
83 plot(tout,yout(:,2),'LineWidth',2)
84 title('Señal de Control')
85 xlabel('Tiempo [seg]')
86 %%
87 % Se achica el límite en el eje horizontal, de modo de poder apreciar las oscilaciones
88 % con claridad.
89
90 xlim([0 1])
91 grid on
92 plot(ScopeData.time,ScopeData.signals.values,'LineWidth',2)
93 title('Salida del sistema')
94 xlabel('Tiempo [seg]')
95 grid on
96 %%
97 % Se plantean dos nuevas situaciones:

```

```
98
99 T = K*Kc/25;
100 sim('bang_bang_hist_DI_PD')
101 plot(tout,yout(:,1),'LineWidth',2)
102 title('Error')
103 xlabel('Tiempo [seg]')
104 grid on
105 minError = min(yout(:,1))
106 plot(yout(:,1),yout(:,3),'LineWidth',2)
107 title('Plano de Fase')
108 xlabel('Error')
109 ylabel('Derivada del Error')
110 grid on
111 plot(tout,yout(:,2),'LineWidth',2)
112 title('Señal de Control')
113 xlabel('Tiempo [seg]')
114 xlim([0 2])
115 grid on
116 plot(ScopeData.time,ScopeData.signals.values,'LineWidth',2)
117 title('Salida del sistema')
118 xlabel('Tiempo [seg]')
119 grid on
120 T = K*Kc/10;
121 sim('bang_bang_hist_DI_PD')
122 plot(tout,yout(:,1),'LineWidth',2)
123 title('Error')
124 xlabel('Tiempo [seg]')
125 grid on
126 minError = min(yout(:,1))
127 plot(yout(:,1),yout(:,3),'LineWidth',2)
128 title('Plano de Fase')
129 xlabel('Error')
130 ylabel('Derivada del Error')
131 grid on
132 plot(tout,yout(:,2),'LineWidth',2)
133 title('Señal de Control')
134 xlabel('Tiempo [seg]')
135 xlim([0 5])
136 grid on
137 plot(ScopeData.time,ScopeData.signals.values,'LineWidth',2)
138 title('Salida del sistema')
139 xlabel('Tiempo [seg]')
140 grid on
141 %%
142 % Finalmente, al subirse al ancho de histéresis a la ganancia total, se obtiene:
143
144 T = K*Kc;
145 sim('bang_bang_hist_DI_PD')
146 plot(tout,yout(:,1),'LineWidth',2)
147 title('Error')
148 xlabel('Tiempo [seg]')
```

```
149 grid on
150 maxError = max(yout(:,1))
151 plot(yout(:,1),yout(:,3),'LineWidth',2)
152 title('Plano de Fase')
153 xlabel('Error')
154 ylabel('Derivada del Error')
155 grid on
156 plot(tout,yout(:,2),'LineWidth',2)
157 title('Señal de Control')
158 xlabel('Tiempo [seg]')
159 grid on
160 plot(ScopeData.time,ScopeData.signals.values,'LineWidth',2)
161 title('Salida del sistema')
162 xlabel('Tiempo [seg]')
163 grid on
```

4. Conclusiones

En el informe se desarrolló un análisis de un sistema planteado como relé con histéresis para el control todo o nada de un sistema. Este tipo de sistemas requieren de un cierto tipo de consideraciones al momento del planteamiento del mismo, de modo que se pueda obtener el resultado esperado.

En el análisis se modificaron los valores de M y de T , y se simularon diferentes escenarios con estos valores modificados. Los diferentes escenarios permitieron encontrar que el tiempo de establecimiento está directamente relacionado con el valor de la ganancia del relé con histéresis, es decir, del valor de M . Y, luego, la amplitud del ciclo límite, si es que lo hay, depende del valor de T .

En la quinta simulación, se planteó un control en donde T tenía el valor de la ganancia total del sistema, por lo que al tener un ciclo límite, no existía un límite que haga que el control del sistema modifique la salida del mismo, para poder obtener un valor deseado, siguiendo como pauta la referencia establecida. En el caso de que $T < K * K_C$, la acción de control conmutará cada vez que la oscilación del ciclo límite alcance el límite impuesto por T . En caso contrario, la oscilación no hará conmutar a la señal de control, solo ocurrirá una vez, haciendo así que la señal de control sólo se encuentra activa por un intervalo de tiempo, siendo este el apreciado en la figura 24.

Ambas situaciones anteriormente planteadas, se encuentran simbolizadas en las figuras de la derecha e izquierda a continuación, respectivamente.

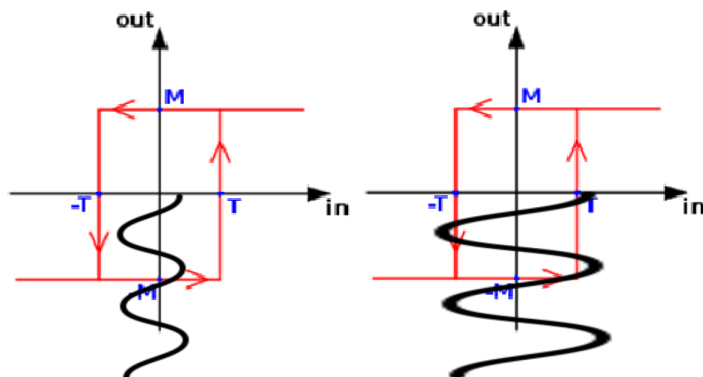


Figura 26: Análisis del funcionamiento del controlador por histéresis.

Con el último análisis, se puede concluir que el control por histéresis, es viable siempre y cuando $T \ll K * K_C$, de modo de alejarse del límite planteado por el ciclo, y con ello no obtener la respuesta de un sistema inestable.