

Магистратура/специалитет

Задача 1.

Универсальный компилятор двухуровневых операций

1. Рассмотрим двухуровневую систему, описываемую гамильтонианом:

$$H = \begin{pmatrix} \omega_1 & \varepsilon \\ \varepsilon & \omega_2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Пусть в начальный момент времени система находится в состоянии:

$$|\psi_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Найти вероятности $P_1(t)$ и $P_2(t)$ обнаружения системы в состояниях:

$$|\psi_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\psi_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

в момент времени t .

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с подробным описанием хода решения задачи в формате pdf.

2. Отдельно рассмотрите предельные случаи, когда $|\omega_1 - \omega_2| \gg \varepsilon$ и $|\omega_1 - \omega_2| \ll \varepsilon$. Как в этом случае изменятся вероятности $P_1(t)$ и $P_2(t)$?

Рассмотрим двухуровневую систему, с состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$, с соответствующими энергиями E_1 и E_2 , где $E_1 < E_2$. Пусть в момент времени $t = 0$ система находилась в основном состоянии и было включено возмущение P , не зависящее от времени. Определите вероятность обнаружения системы в том или ином состоянии в момент времени t .

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с подробным описанием хода решения задачи в формате pdf.

3. Построить алгоритм решения варианта общей задачи для кубитного случая $d = 2$.

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с разработанным алгоритмом, например, в формате jupyter notebook, если использовался язык разработки Python.

4. Построить алгоритм решения задачи для случая $d > 2$.

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с разработанным алгоритмом, например, в формате jupyter notebook, если использовался язык разработки Python.

5. Построить алгоритм решения задачи для случая $d > 2$ с дополнительным условием разрешенности лишь определенных переходов. В качестве тестовых входных данных рассмотреть топологию связей на Рис. 1.

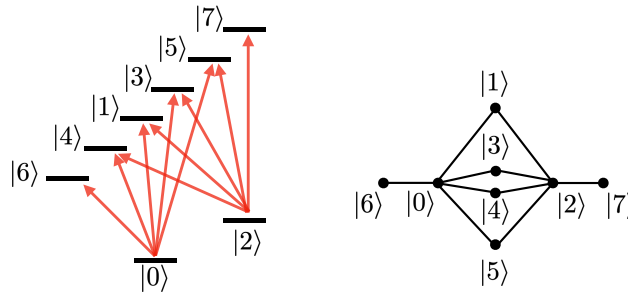


Рис. 1: Схема разрешенных переходов.

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с разработанным алгоритмом, например, в формате jupyter notebook, если использовался язык разработки Python.

Задача 2. «Квантовый компьютер на явлении ядерного магнитного резонанса»

Указания по оформлению и вводу ответов:

Формулы (5-17) см. в файле "Формулировки заданий"

Во всех заданиях с ручной проверкой необходимо загрузить файл с описанием хода решения в формате pdf. Участникам допускается загружать сканы и/или фотографии рукописных решений, конвертированные в pdf, если изображение хорошего качества, а решение оформлено аккуратно, разборчивым почерком без помарок и исправлений.

В заданиях с автоматической проверкой: дробную часть отделять от целой запятой; мнимую единицу обозначать буквой i без пробела. **Внимательно читайте правила ввода ответов** в заданиях с автоматической проверкой!

Задание 2.1. Подберите параметры импульсов (последовательностей импульсов), обеспечивающих физическую реализацию следующих операторов:

- операторы поворота на угол $\pi/3$ вокруг осей Oy , $-Ox$, $-Oy$;
- операторы поворота на угол $\pi/4$ вокруг осей Oz и $-Oz$;
- гейт Адамара

$$U_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Как необходимо модифицировать U_H , чтобы стало возможным реализовать этот оператор в рамках рассматриваемой задачи? Ответ обоснуйте.

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с подробным описанием хода решения в формате pdf.

Задание 2.2. На двухкубитное рабочее вещество в состоянии с матрицей плотности

$$\tilde{\rho}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.04 & -0.05 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.55 & 0.05 \\ 0.1 & 0 & 0.04 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

подействовали последовательностью управляющих импульсов (см. Рис. 2). В какое состояние перейдёт система? Введите элементы конечной матрицы плотности (во вращающейся системе отсчёта) с точностью до сотых в поле для ответа, разделив их точкой с запятой; порядок перечисления: $\rho_{11}; \dots; \rho_{14}; \rho_{21}; \dots; \rho_{24}; \dots$

Задание 2.3. Для трёхкубитного (линейного) квантового регистра подберите последовательность импульсов, обеспечивающих decoupling третьего кубита при выполнении двухкубитной операции на первых двух кубитах. (*Указание:* Для определённости можно рассмотреть любой двухкубитный оператор, кроме тождественного, допускающий реализацию в рамках рассматриваемой задачи.) Опишите ход своего решения, загрузив оформленное решение отдельным файлом в формате pdf.

Задание 2.4. Предложите процедуру определения коэффициента c_z в (15), основанную на измерении величины $M_x(t)$. Обобщите процедуру квантовой томографии однокубитной системы на случай двухкубитной. Подробно опишите всю последовательность действий и промежуточные результаты на каждом шаге, сопроводите описание необходимыми выкладками. Ответьте, в том числе, на вопросы: Каким наименьшим числом параметров можно задать матрицу плотности двухкубитной системы в общем случае? Какое наименьшее число измерений необходимо провести, чтобы полностью определить смешанное состояние двухкубитной системы? Является ли предложенная процедура квантовой томографии единственно возможной? *Указание 1:* В своём решении учтите, что измерения занимают какое-то время, а состояние двухкубитной системы эволюционирует со временем. *Указание 2:*

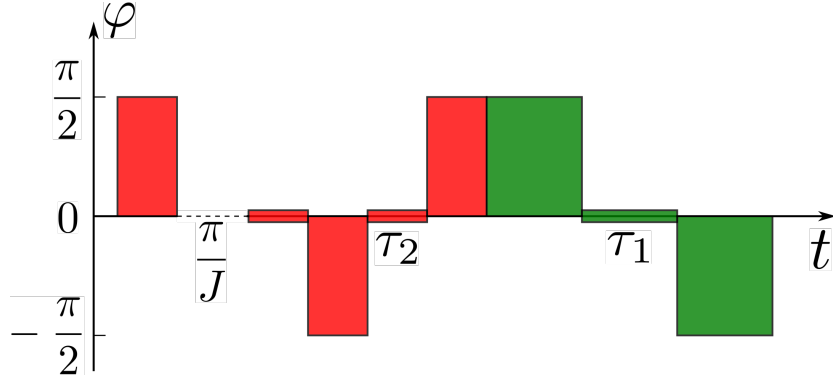


Рис. 2: Последовательность импульсов управляющего магнитного поля, действующих на первый (обозначены зелёным цветом) и второй (обозначены красным цветом) кубиты. По оси Ox – время t , идёт слева направо; по оси Oy – фаза управляющих импульсов φ . Пунктиром обозначено выключение всех управляющих магнитных полей на указанное время. Длительность всех импульсов, действующих на первый кубит – τ_1 , на второй кубит – τ_2 ; частоты управляющих импульсов $\omega_{1,i} = \pi/2\tau_i$.

Может оказаться удобным добавить к матрице плотности двухкубитной системы во вращающейся системе отсчёта слагаемое $I/2 \otimes I/2$, как это сделано в (15) для однокубитной системы. Это слагаемое не влияет на результаты измерений, но может упростить некоторые выкладки.

В качестве ответа в этом задании загрузите файл с подробным описанием хода решения в формате pdf.

Задание 2.5. На Рис. 3 представлены спектры, полученные в результате измерения магнитного момента $M_x(t)$ с учётом деградации. Аналитически они представляют собой Фурье-образы (17) при разложении по косинусам. Каким значениям α соответствуют данные зависимости? Сопоставьте графики со значениями величины α .

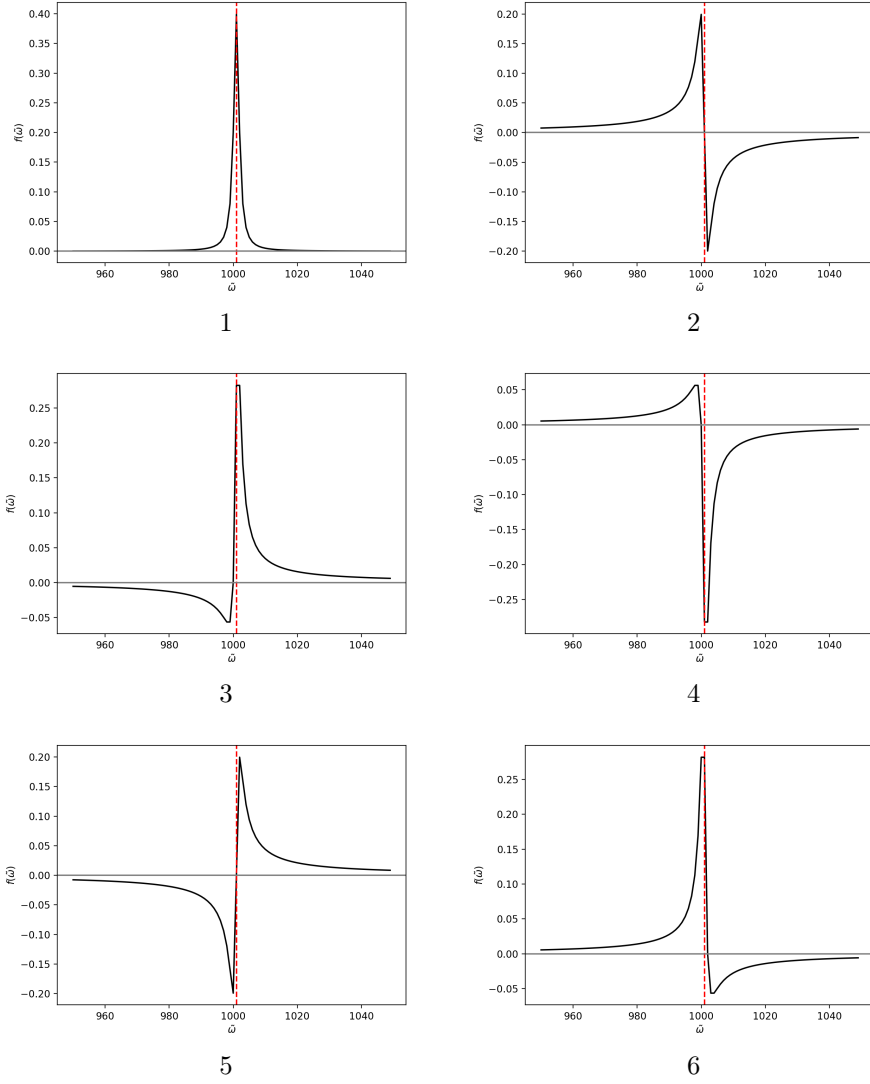


Рис. 3: График зависимости cos-Фурье-сигналов от безразмерной частоты $\tilde{\omega}$. Красным пунктиром обозначена безразмерная ларморовская частота $\tilde{\omega}_0$, соответствующая внешнему стационарному полю B_0 .