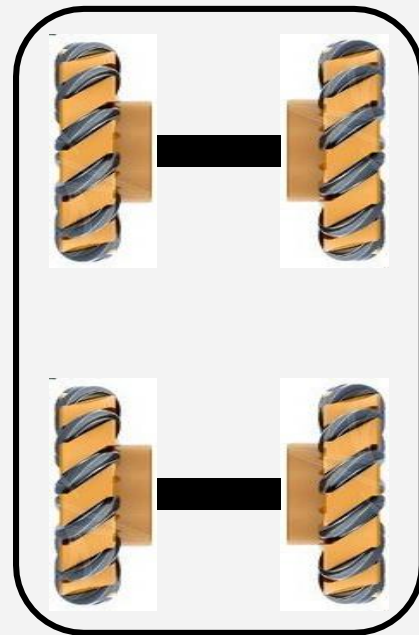
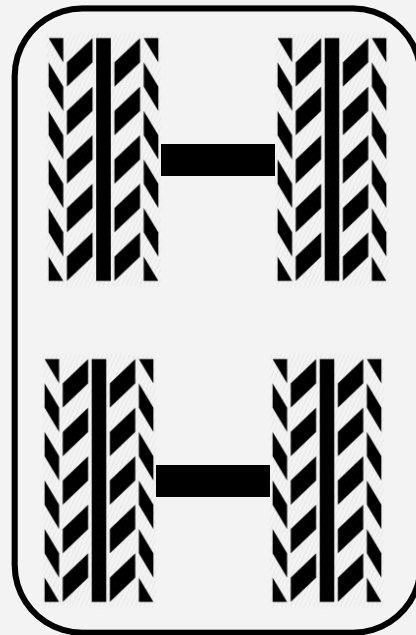
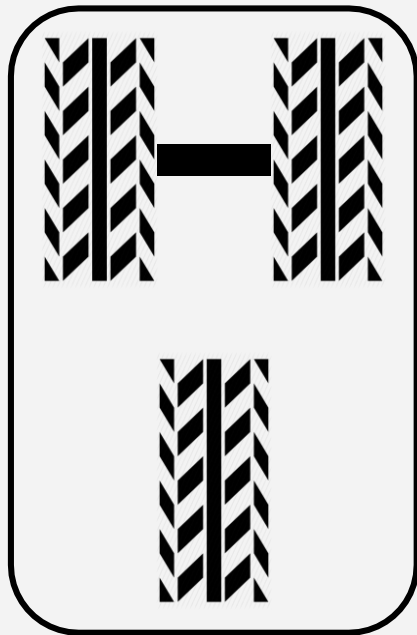
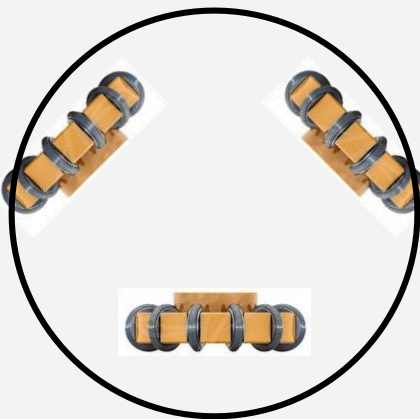


# (некоторые) ВИДЫ СХЕМ КОЛЕСНЫХ РОБОТОВ



# ГОЛОНОМНОСТЬ

- ❑ **Голономные** связи — ограничивают допустимое пространство состояний (геометрию).
- ❑ Например, если есть грузовик и прицеп, не все углы между ними возможны. Это голономное ограничение.

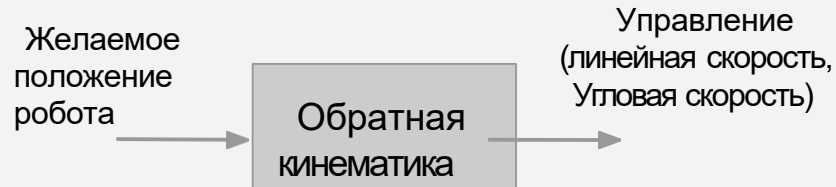
- ❑ **Неголономные** связи — ограничивают пространство управления относительно текущего состояния.
- ❑ Например, машина не может поехать в сторону.

# ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КИНЕМАТИКИ

❑ **Прямая задача кинематики**  
— имея параметры управления (например, скорости колес) и время движения, найти позу в которую переместился робот.



❑ **Обратная задача кинематики**  
— найти параметры управления, которые переводят робота в заданное положение за определенное время

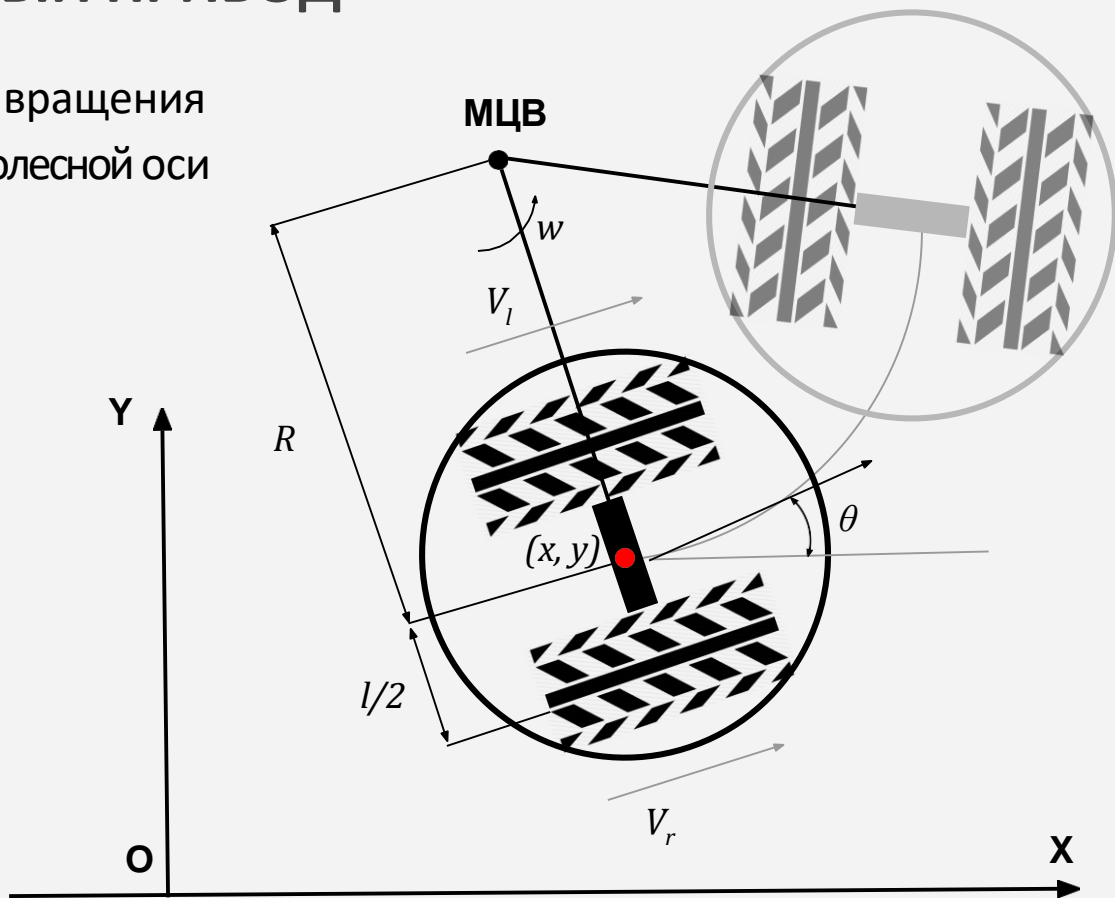


# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИВОД

**МЦВ (ИСС)** — мгновенный центр вращения

$(x, y, \theta)$  — координаты центра колесной оси

$V_r$  } — скорости правого и левого  
 $V_l$  } колес контролируемые  
          величины.



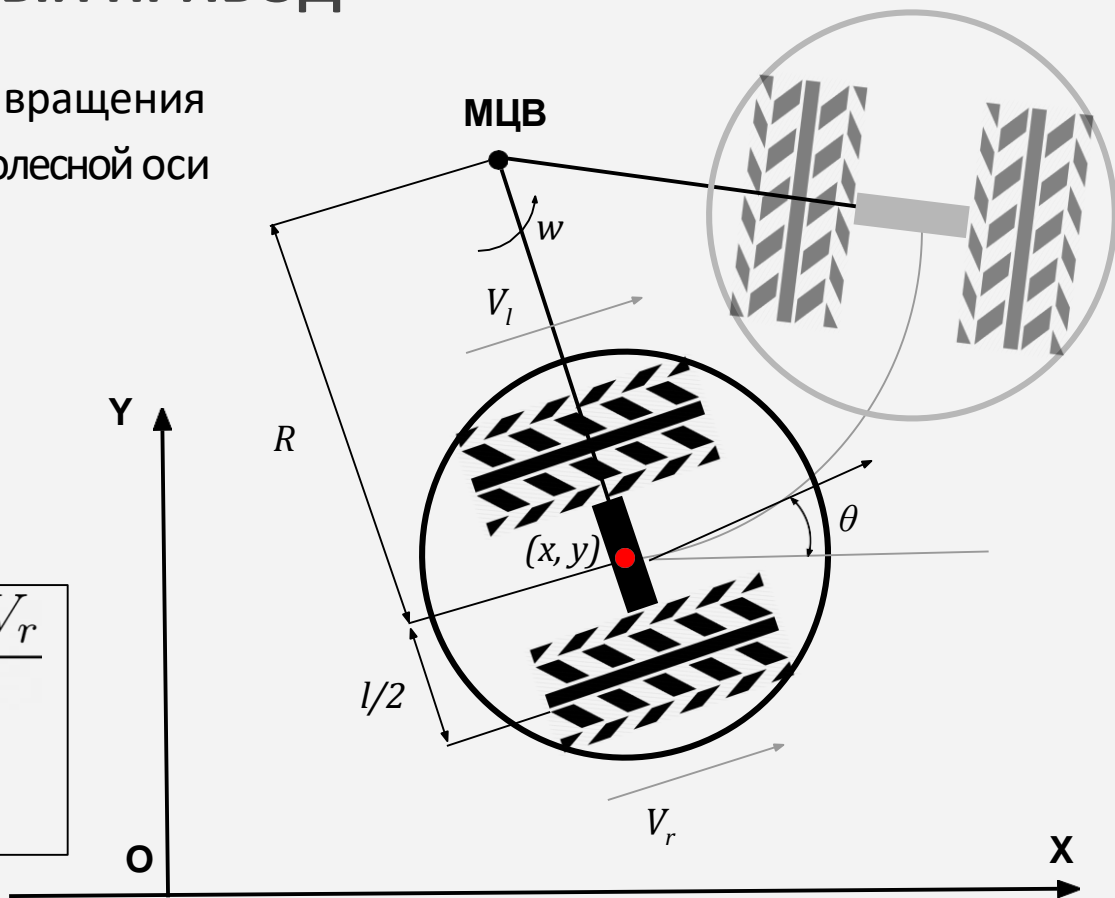
# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИВОД

**МЦВ (ИСС)** — мгновенный центр вращения

$(x, y, \theta)$  — координаты центра колесной оси

$$w(R + \frac{l}{2}) = V_r$$
$$w(R - \frac{l}{2}) = V_l$$

$$w = \frac{V_r - V_l}{l} \quad V = \frac{V_l + V_r}{2}$$
$$R = \frac{l}{2} \frac{V_r + V_l}{V_r - V_l}$$



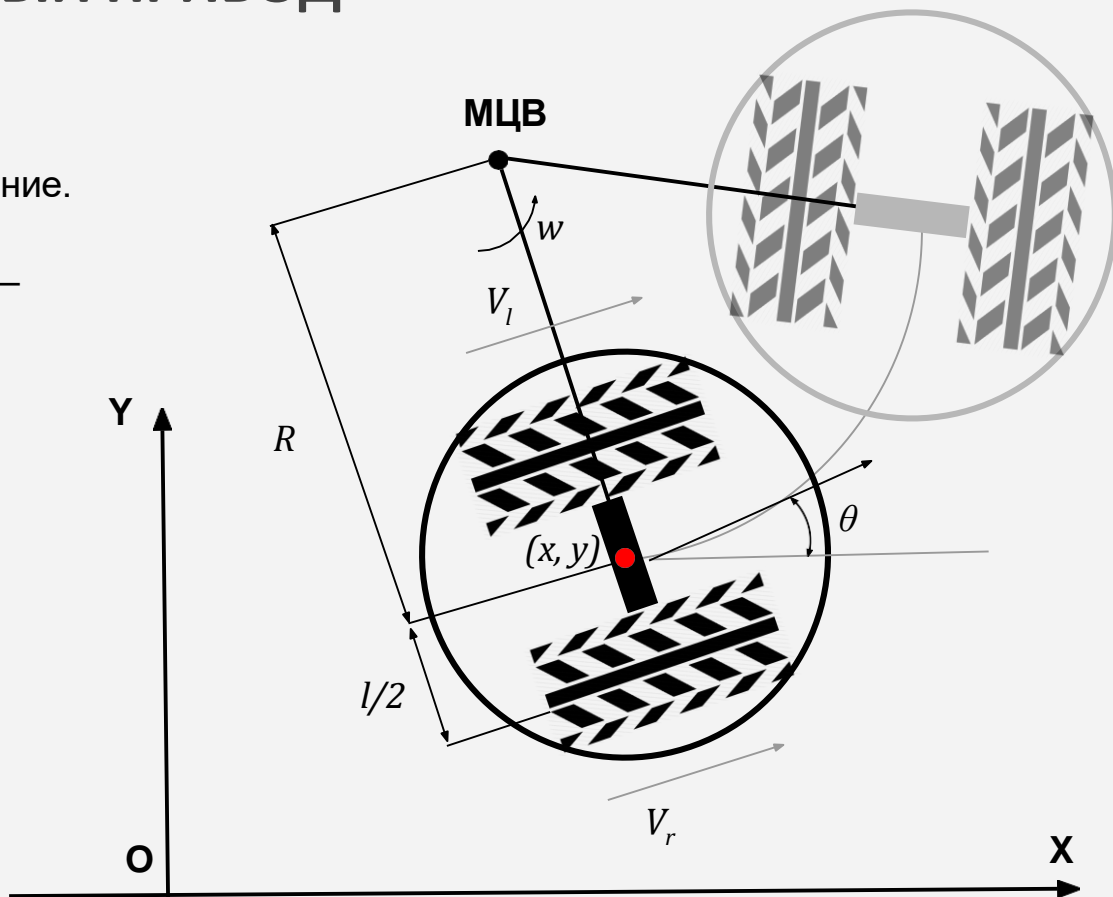
# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИВОД

3 случая движения:

□  $V_l = V_r$  — прямолинейное движение.  
Радиус вращения равен  
бесконечности. Угловая скорость —  
нулевая.

□  $V_l = -V_r$  — вращение вокруг  
центра.  
Радиус вращения нулевой.

□  $V_l = 0$  ( $V_r = 0$ ) — вращение  
вокруг левого (правого) колеса.  
Радиус вращения равен  $l/2$ .

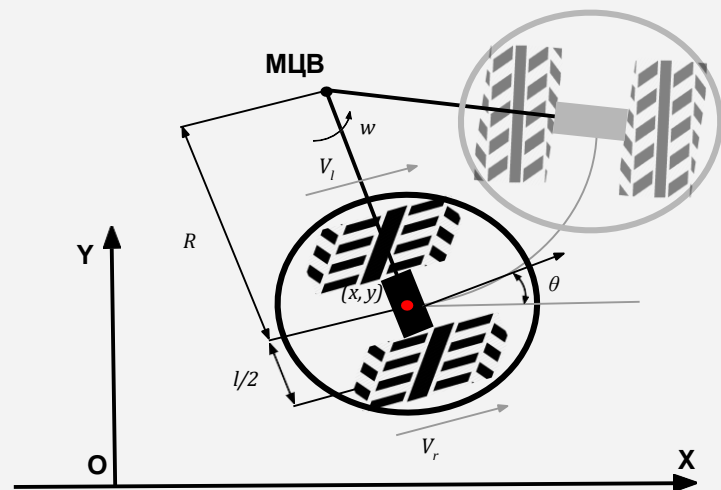


# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИВОД

## ПРЯМАЯ КИНЕМАТИКА

$$ICC = [x - R \sin(\theta), y + R \cos(\theta)]$$

В момент времени  $t + \delta t$  положение робота определяется как:



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega \delta t) & -\sin(\omega \delta t) & 0 \\ \sin(\omega \delta t) & \cos(\omega \delta t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - ICC_x \\ y - ICC_y \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ICC_x \\ ICC_y \\ \omega \delta t \end{bmatrix}$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИВОД

## ПРЯМАЯ КИНЕМАТИКА

$$x(t) = \int_0^t V(t) \cos[\theta(t)] dt$$

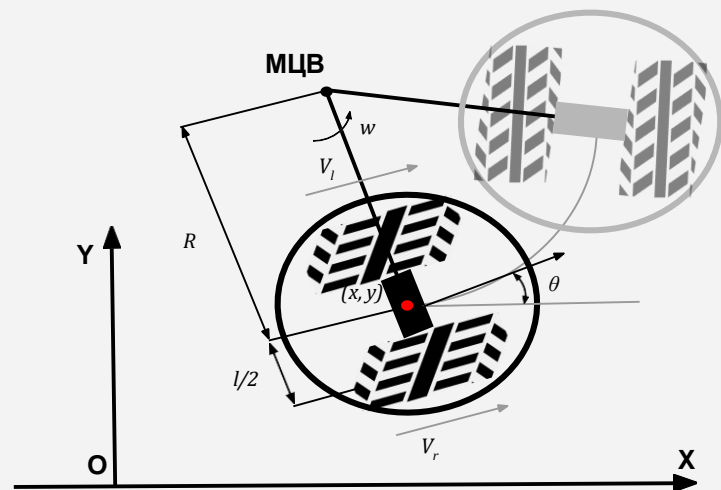
$$y(t) = \int_0^t V(t) \sin[\theta(t)] dt$$

$$\Theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \int_0^t [v_r(t) + v_l(t)] \cos[\theta(t)] dt$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \int_0^t [v_r(t) + v_l(t)] \sin[\theta(t)] dt$$

$$\Theta(t) = \frac{1}{l} \int_0^t [v_r(t) - v_l(t)] dt$$





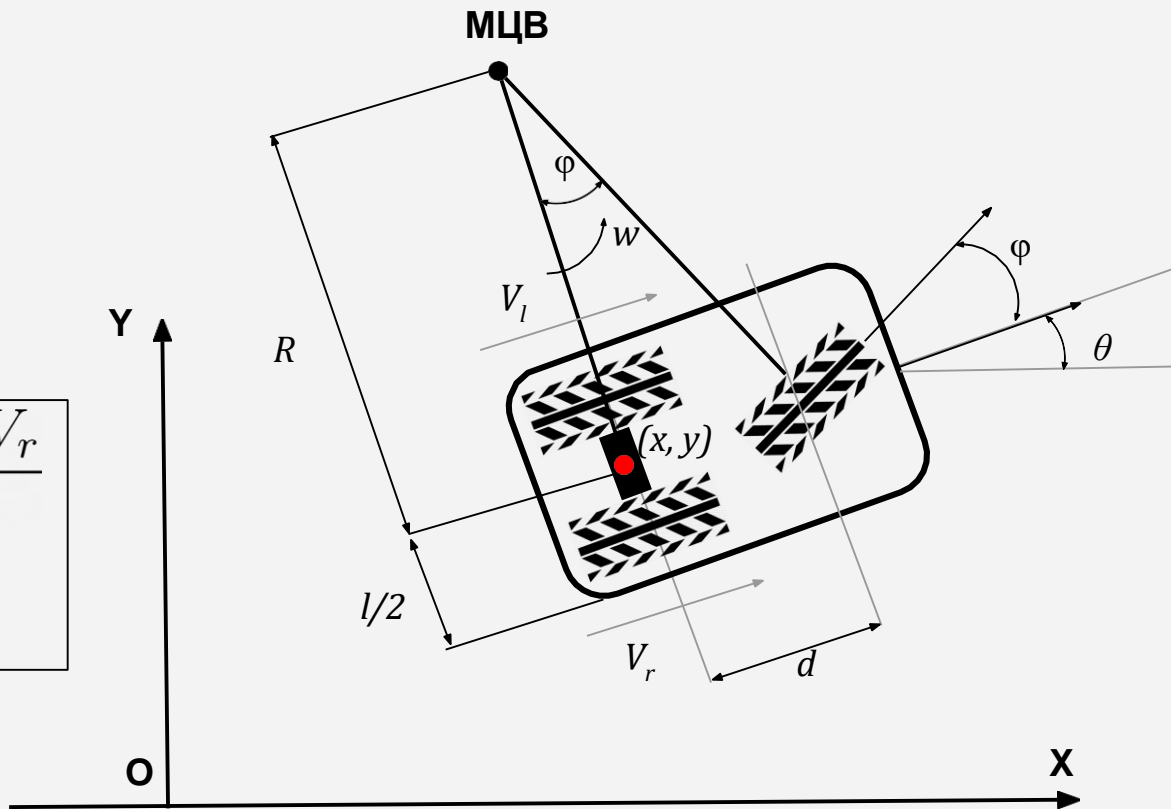
# ТРИЦИКЛ

$$w(R + \frac{l}{2}) = V_r$$

$$w(R - \frac{l}{2}) = V_l$$

$$w = \frac{V_r - V_l}{l} \quad V = \frac{V_l + V_r}{2}$$

$$R = \frac{l}{2} \frac{V_r + V_l}{V_r - V_l}$$



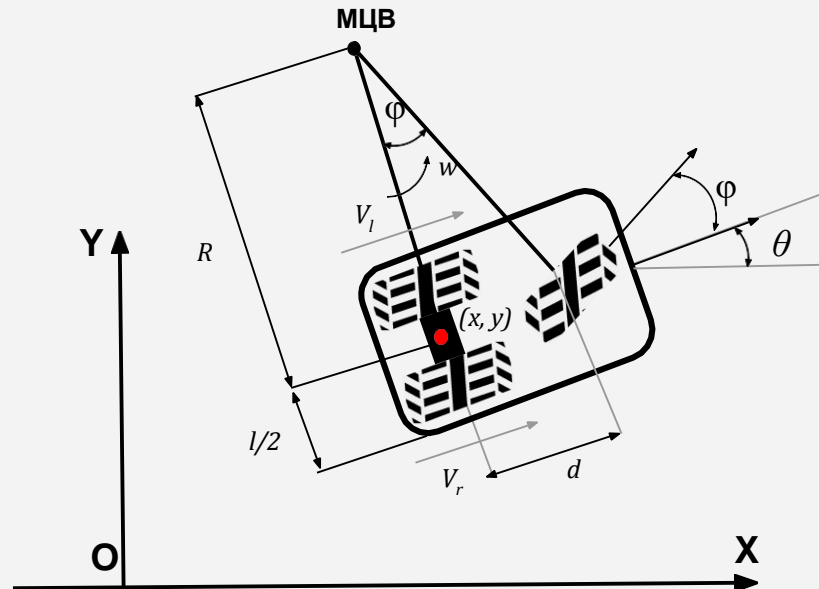
# ТРИЦИКЛ

$$ICC = [x - R \sin \theta, y + R \cos \theta]$$

$$R = \frac{d}{\tan \varphi}$$

В момент времени  $t + \delta t$  положение робота определяется как:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega \delta t) & -\sin(\omega \delta t) & 0 \\ \sin(\omega \delta t) & \cos(\omega \delta t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - ICC_x \\ y - ICC_y \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ICC_x \\ ICC_y \\ \omega \delta t \end{bmatrix}$$



# ТРИЦИКЛ

Особенности:

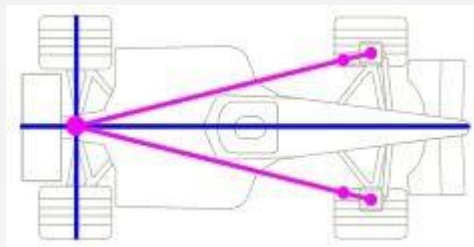
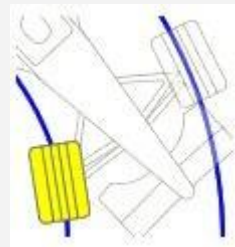
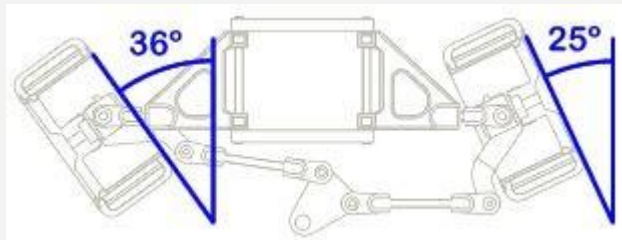
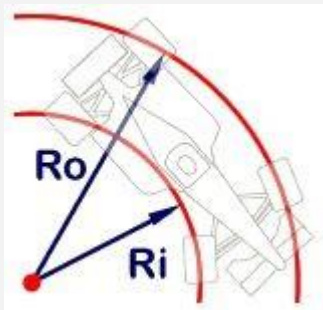
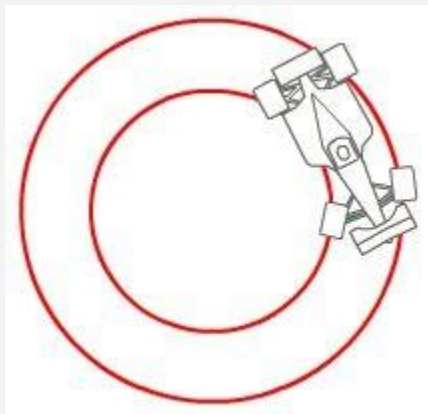
- ❑ Нельзя развернуться на месте
- ❑ При использовании 4 колес необходим

дифференциал для задних колес и схема

Аккермана для рулевых колес

# ПРИНЦИП АККЕРМАНА

Принцип рулевой геометрии, разработанный чтобы позволить рулевым колесам проходить окружности разного радиуса и избегать бокового скольжения колес.

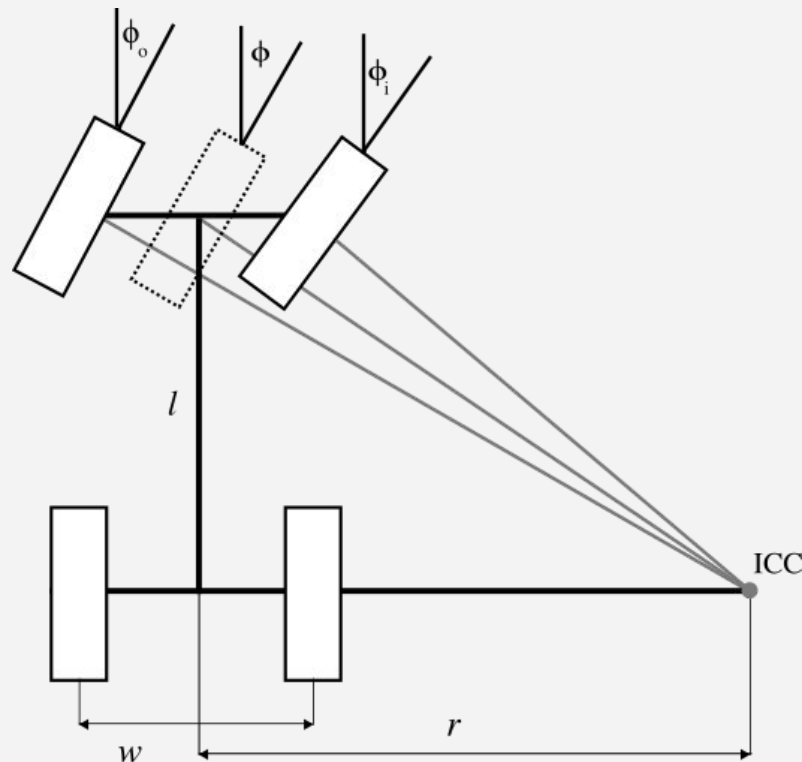


# ПРИНЦИП АККЕРМАНА

$$\tan(\phi) = \frac{l}{r}$$

$$\tan(\phi_i) = \frac{l}{r - \frac{w}{2}}$$

$$\tan(\phi_o) = \frac{l}{r + \frac{w}{2}}$$



# МЕКАНУМ-КОЛЕСА (КОЛЕСО ИЛОНА, ШВЕДСКОЕ КОЛЕСО)

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_z \\ \omega_0 \end{bmatrix} = \frac{r}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{L_1 + L_2} & \frac{1}{L_1 + L_2} & -\frac{1}{L_1 + L_2} & \frac{1}{L_1 + L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix}$$

Тип движения	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
По прямой	$\omega$	$\omega$	$\omega$	$\omega$
Поперечное движение	$\omega$	$-\omega$	$-\omega$	$\omega$
Движение под 45°	0	$\omega$	$\omega$	0
Вращение на месте	$\omega$	$-\omega$	$\omega$	$-\omega$

