

# Алгоритм Евклида

---

Мадаманов Аллаберды

6 февраля, 2024, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи

---

# Цель лабораторной работы

Изучение алгоритма Евклида нахождения НОД и его вариаций.

# **Выполнение лабораторной работы**

---

# Наибольший общий делитель

Наибольший общий делитель (НОД) – это число, которое делит без остатка два числа и делится само без остатка на любой другой делитель данных двух чисел. Проще говоря, это самое большое число, на которое можно без остатка разделить два числа, для которых ищется НОД.

# Алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b < a$ .
  - Выход.  $d = \text{НОД}(a, b)$ .
1. Положить  $r_0 = a, r_1 = b, i = 1$ .
  2. Найти остаток  $r_{i+1}$  от деления  $r_{i-1}$  на  $r_i$ .
  3. Если  $r_{i+1} = 0$ , то положить  $d = r_i$ . В противном случае положить  $i = i + 1$  и вернуться на шаг 2.
  4. Результат:  $d$ .

# Бинарный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b \leq a$ .
  - Выход.  $d = \text{НОД}(a, b)$ .
1. Положить  $g = 1$ .
  2. Пока оба числа  $a$  и  $b$  четные, выполнять  $a = a/2, b = b/2, g = 2g$  до получения хотя бы одного нечетного значения  $a$  или  $b$ .
  3. Положить  $u = a, v = b$ .
  4. Пока  $u \neq 0$ , выполнять следующие действия.
    - Пока  $u$  четное, полагать  $u = u/2$ .
    - Пока  $v$  четное, полагать  $v = v/2$ .
    - При  $u \geq v$  положить  $u = u - v$ . В противном случае положить  $v = v - u$ .
  5. Положить  $d = gv$ .
  6. Результат:  $d$

# Расширенный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b \leq a$ .
- Выход:  $d = \text{НОД}(a, b)$ ; такие целые числа  $x, y$ , что  $ax + by = d$ .

## 1. Положить

$$r_0 = a, r_1 = b, x_0 = 1, x_1 = 0, y_0 = 0, y_1 = 1, i = 1$$

## 2. Разделить с остатком $r_{i-1}$ на $r_i$ :

$$r_{i-1} = q_i * r_i + r_{i+1}$$

## 3. Если $r_{i+1} = 0$ , то положить $d = r_i, x = x_i, y = y_i$ .

В противном случае положить

$$x_{i+1} = (x_{i-1}) - q_i * x_i, y_{i+1} = (y_{i-1}) - q_i * y_i, \\ i = i + 1 \text{ и вернуться на шаг 2.}$$

## 4. Результат: $d, x, y$ .



# Пример работы алгоритма

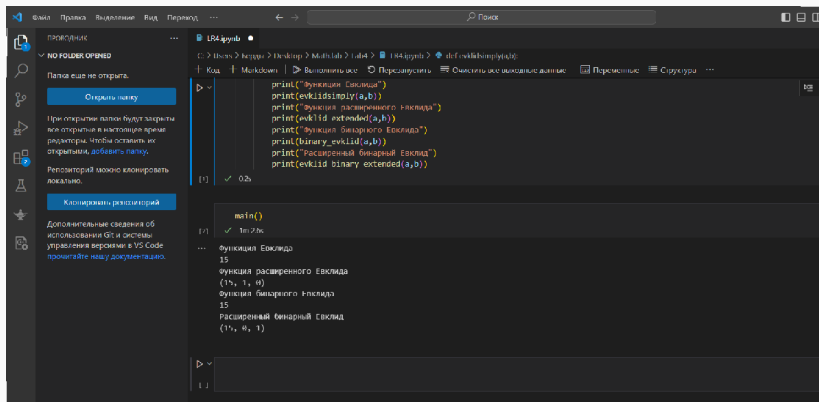


Рис. 1: Работа алгоритма

## **Выводы**

---

В данной лабораторной работе мы изучили алгоритм Евклида нахождения НОД.