

Кафедра вычислительной техники

Вычислительная математика

Лабораторная работа №2

“Интегрирование”

Вариант: Метод трапеций

Выполнил

Студент группы Р3210

Глушков Дмитрий Сергеевич

Санкт-Петербург
2018 г.

1. Описание метода, расчетные формулы.

Метод трапеций

Метод трапеций - метод численного интегрирования функции. При интегрировании методом трапеций функция на промежутке $[a, b]$ разбивается на бесконечно малые участки. Площадь под графиком функции на бесконечно малых промежутках аппроксимируется прямоугольными трапециями. Тогда сумма площадей всех трапеций – искомая интегральная сумма.

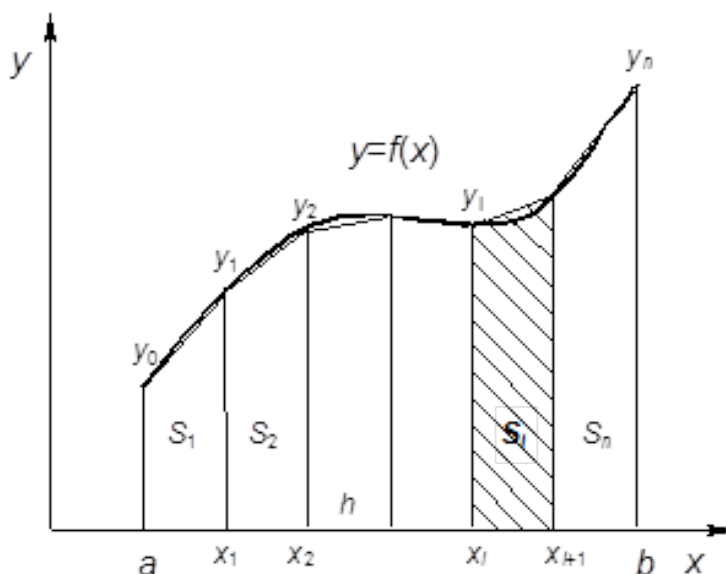


Рисунок 1. Иллюстрация разбиения функции.

Формула вычисления:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} (x_{i+1} - x_i)$$

Где x_i и x_{i+1} – элементы разбиения отрезка $[a, b]$ бесконечно большим количеством x_i , то есть $x_{i+1} - x_i \rightarrow 0$.

Оценка Рунге для вычисленного интеграла.

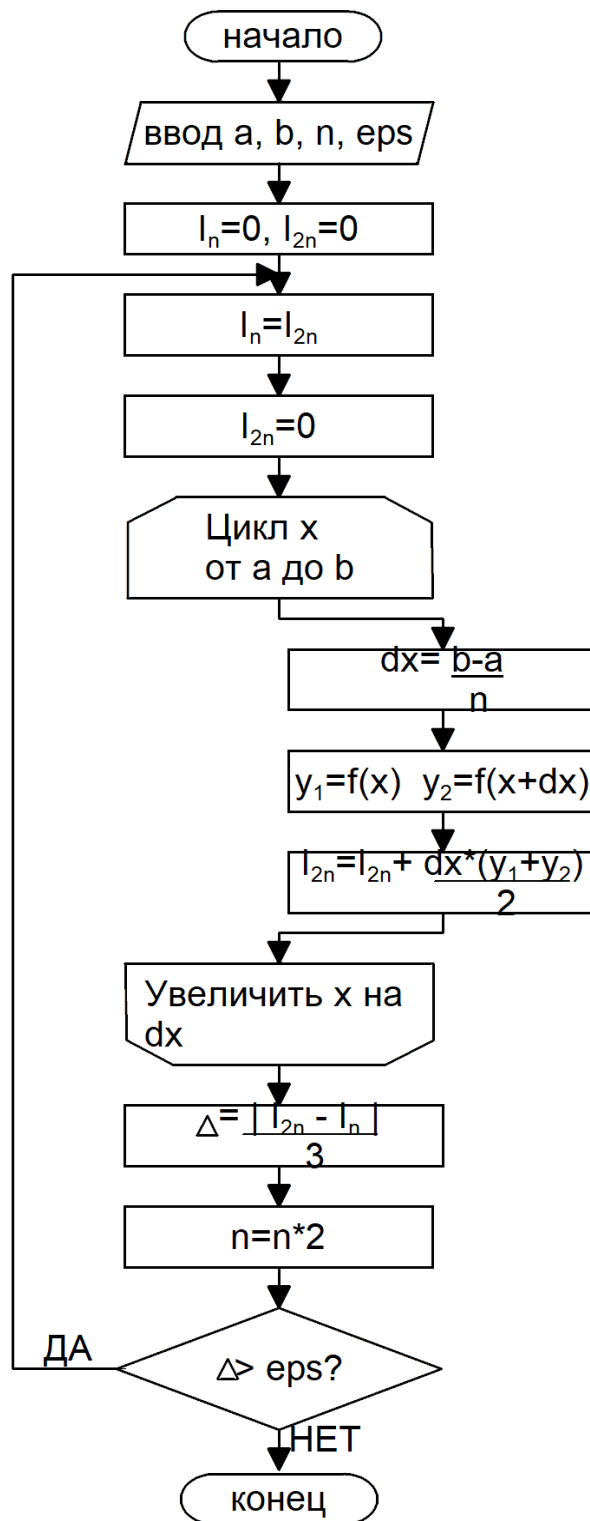
Интеграл вычисляется дважды, для количества шагов n , затем для количества шагов $2n$. Тогда погрешность вычисления определяется по формуле Рунге:

$\Delta_{2n} \approx \Theta |I_{2n} - I_n|$, где $\Theta = 1/3$ для метода трапеций.

2. Листинг функции.

```
double Calc()
{
    if (a==b)
    {
        I=0;
        return 0;
    }
    double tempI=0; //tempI = I(n), I=I(2n)
    do
    {
        tempI=I;
        I=0;
        for (double x=a, dx=(b-a)/num; x<b; x+=dx)
        {
            double y2, y1;
            y1=Func(x);
            y2=Func(x+dx);
            I+=dx/2*(y1+y2);
        }
        if (tempI==I)
            diff=0;
        else
        {
            diff=(double)fabs(I-tempI)/3L;
            num*=2;
        }
    }
    while(diff>eps);
    if (isRight)
        return I;
    else
        return -I;
}
```

3. Блок схема функции.



4. Примеры и результаты работы

1) Исходные данные:

$$y=x^2, a=-3.41, b=52, \text{eps}=0.001$$

Результат работы программы:

Нахождение интеграла методом трапеций
Выберите интересующую функцию:
1. $y=x*x$
2. $y=(1+\sin(x))^3 * \cos(x)$
3. $y=x^{(1/2)}$
4. $y=4$
5. $y=x$
1
Введите точность: 0.001
Введите нижнюю границу интегрирования: -3.41
Введите верхнюю границу интегрирования: 52

Интеграл: 46882.6
Погрешность: 3.57457e-005
Количество разбиений: 56320

2) Исходные данные:

$$y=\sqrt{x}, a=5, b=1.11, \text{eps}=0.1$$

Результат работы программы:

Нахождение интеграла методом трапеций
Выберите интересующую функцию:
1. $y=x*x$
2. $y=(1+\sin(x))^3 * \cos(x)$
3. $y=x^{(1/2)}$
4. $y=4$
5. $y=x$
3
Введите точность: 0.1
Введите нижнюю границу интегрирования: 5
Введите верхнюю границу интегрирования: 1.11

Интеграл: 6.6652
Погрешность: 0.00850991
Количество разбиений: 12

3) Исходные данные:

$$y = (1+\sin(x))^3 \cos(x), a=-4, b=2.4, \text{eps}=0.0001$$

Результат работы программы:

Нахождение интеграла методом трапеций
Выберите интересующую функцию:
1. $y=x*x$
2. $y=(1+\sin(x))^3 * \cos(x)$
3. $y=x^{(1/2)}$
4. $y=4$
5. $y=x$
2
Введите точность: 0.0001
Введите нижнюю границу интегрирования: -4
Введите верхнюю границу интегрирования: 2.4

Интеграл: -0.411562
Погрешность: 7.52612e-005
Количество разбиений: 196608

5. Выводы

В результате проделанной работы был реализован в виде отдельной подпрограммы алгоритм интегрирования трапециями с заданной точностью и проверка погрешности с помощью правила Рунге. Также во время ознакомления с теоретической частью лабораторной работы были изучены методы интегрирования прямоугольниками и метод Симпсона.