

Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики и оптики.

Кафедра вычислительной техники

Вычислительная математика

Лабораторная работа №3

“Приближение функции”

Вариант: **Интерполирование многочленом Лагранжа**

Выполнил

Студент группы Р3210

Глушков Дмитрий Сергеевич

Санкт-Петербург
2018 г.

1. Описание метода, расчетные формулы.

Интерполирование многочленом Лагранжа.

При глобальной интерполяции на всем интервале [a, b] строится единый многочлен. Одной из форм записи интерполяционного многочлена для глобальной интерполяции является многочлен Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot l_i(x)$$

Где $l_i(x)$ находится по формуле:

$$l_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}$$

И удовлетворяет условию:

$$l_i(x_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

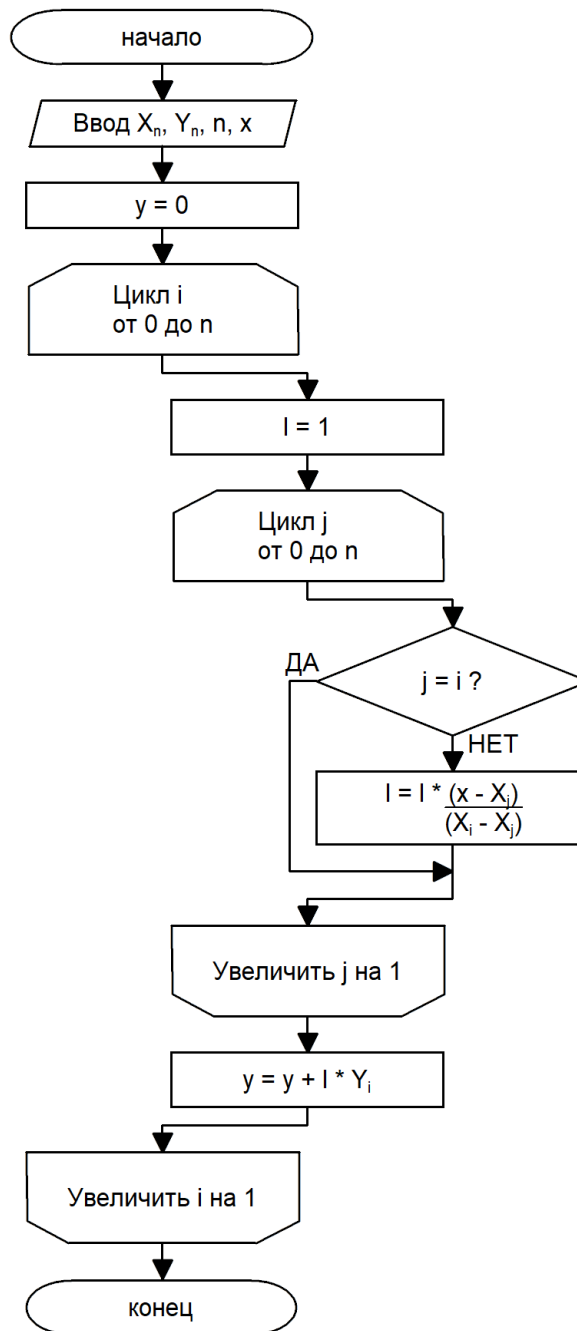
То есть многочлен Лагранжа имеет вид:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

2. Листинг функции, реализующей численный метод.

```
double lagrange_polynomial(double* _x, double* _y, int n, double x)
{
    double y = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        double l = 1.0;
        for (int j = 0; j < n; j++)
            if (j != i)
                l *= (x - _x[j]) / (_x[i] - _x[j]);
        y += l * _y[i];
    }
    return y;
}
```

3. Блок схема метода.



4. Примеры и результаты работы

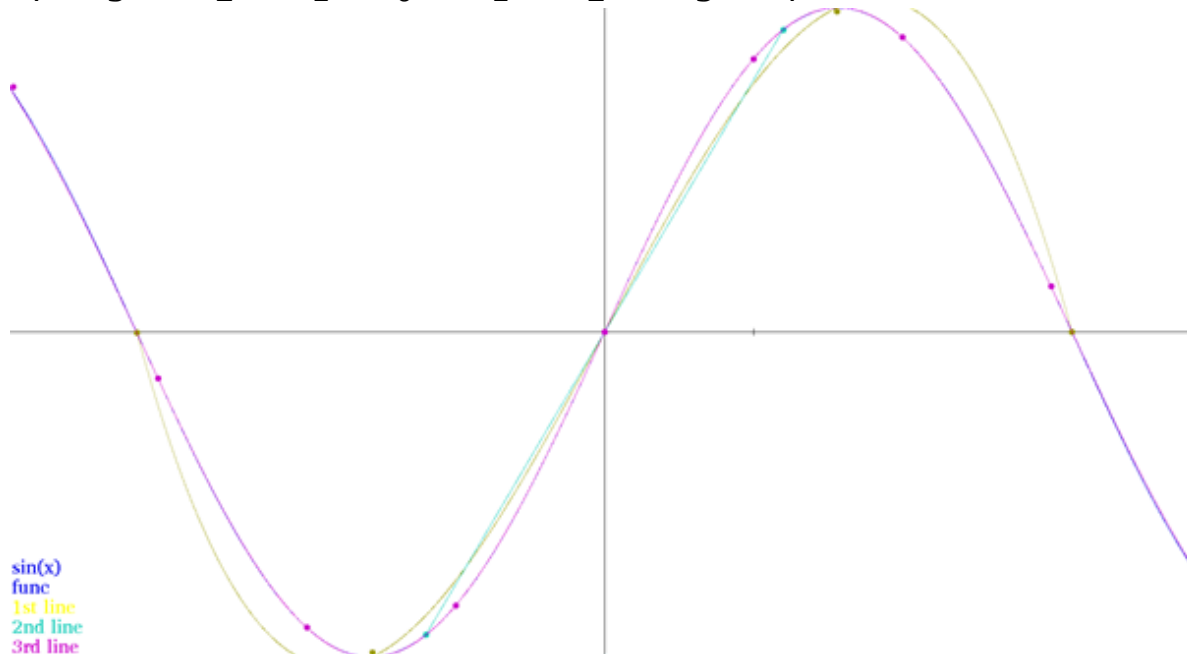
1) $y = \sin(x)$

Значения x: (значения y высчитываются автоматически)

-3.14 -1.56 0 1.56 3.14

1.2 -1.2

-4 3 -2 -1 0 1 2 -3 4



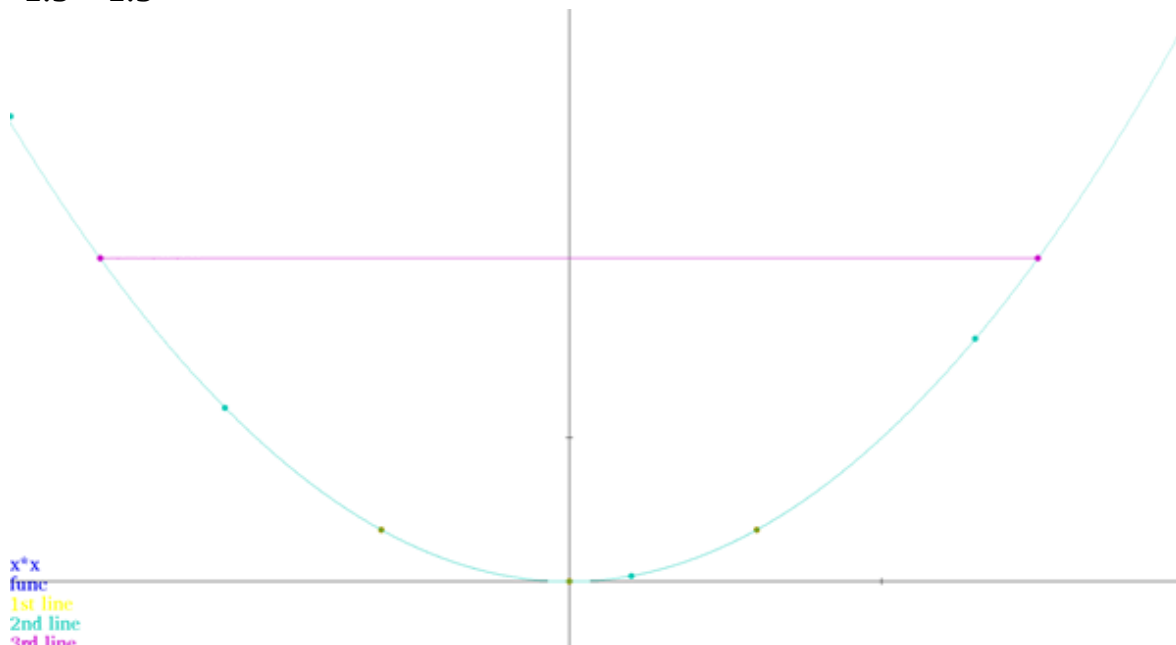
2) $y = x^2$

Значения x: (значения y высчитываются автоматически)

-0.6 0 0.6

-1.1 2 -1.8 0.2 1.3

-1.5 1.5



5. Выводы

Во время выполнения лабораторной работы были сделаны следующие выводы:

- Число арифметических операций, необходимых для построения многочлена Лагранжа, пропорционально n^2
- Многочлен Лагранжа в явном виде содержит значения функций в узлах интерполяции, поэтому он удобен, когда значения функций меняются, а узлы интерполяции неизменны.
- Метод интерполяции многочленом Лагранжа является методом глобальной интерполяции, то есть с помощью одного полиному описываются все точки графика.