Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики.

Кафедра вычислительной техники

Вычислительная математика

Лабораторная работа №4

Решение ОДУ (задача Коши)

Вариант: **метод Адамса**

Выполнил:

Студент группы P3210

Глушков Дмитрий Сергеевич

Санкт-Петербург
2018 г.

1. Описание метода, расчетные формулы.

Метод Адамса — многошаговый метод численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Многошаговые методы могут быть построены следующим образом.

1) Преобразуем уравнение

$$\frac{dY}{dx}=f(x,Y)$$

К виду

$$dY(x)=f(x,Y)dx$$

2) Проинтегрируем обе части уравнения по x на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$y_{i+1}=y_i+\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x,Y)dx$$

$$y_{i+1}=y_i+\int_{x_i}^{x_{i+1}} P_{k-1}(x)dx$$

Тогда для метод Адамса определяется следующим образом:
Пусть имеются значения y_{i-3}, y_{i-2}, y_{i-1}, y_i, в 4 последовательных узлах (k = 4), значения f_{i-3}, f_{i-2}, f_{i-1}, f_i. В случае постоянного шага h конечные разности в узле x_i имеют вид

$$\Delta f_i=f_i-f_{i-1}$$

$$\Delta^2 f_i=f_i-2f_{i-1}+f_{i-2}$$

$$\Delta^3 f_i=f_i-3f_{i-1}+3f_{i-2}-f_{i-3}$$

Разностная схема 4 порядка метода Адамса запишется в виде

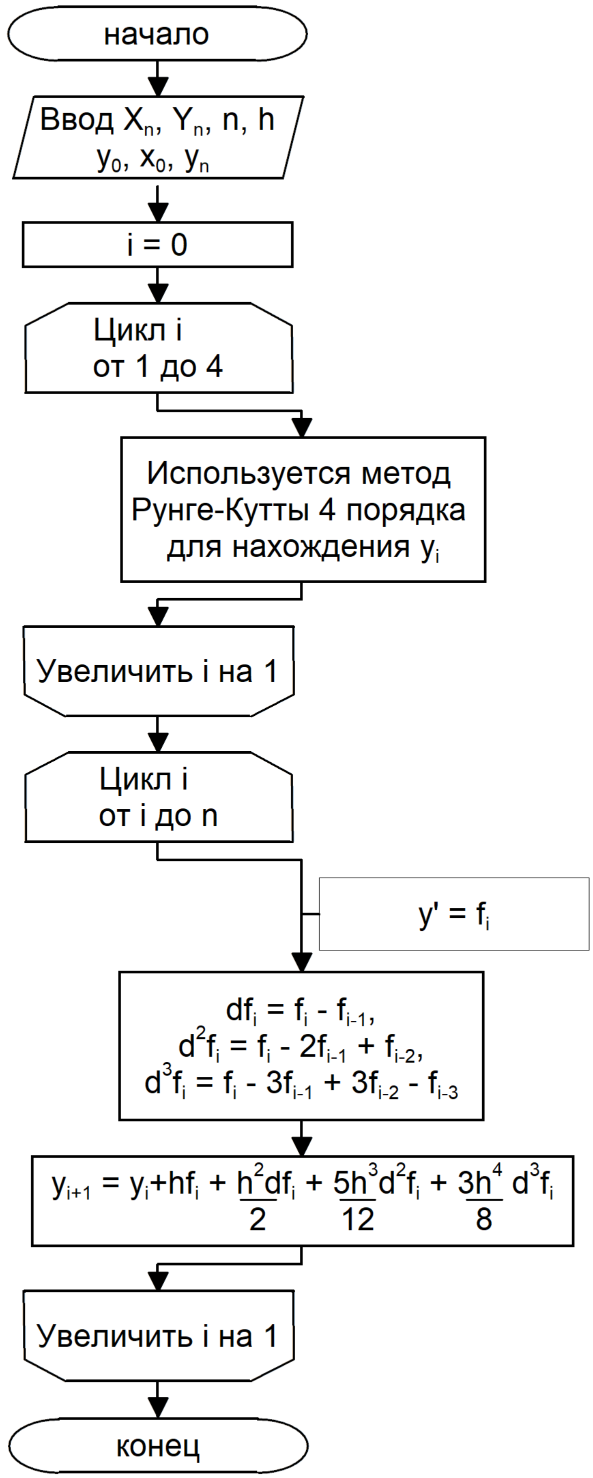
$$y_{i+1}=y_i+hf_i+\frac{h^2}{2}\Delta f_i+\frac{5h^3}{12}\Delta^2 f_i+\frac{3h^4}{8}\Delta^3 f_i.$$

2. Листинг функции, реализующей численный метод.

```
double Runge(char id, double x0, double y0, double h)
{
  double y1, k1, k2, k3, k4;
  k1 = func(id, x0, y0);
  k2 = func(id, x0 + h / 2, y0 + h * k1 /2);
  k3 = func(id, x0 + h / 2, y0 + h * k2 / 2);
  k4 = func(id, x0 + h, y0 + h * k3);
  y1 = y0 + h * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4) / 6;
  return y1;
}

short Adams (char id, double *x, double *y, double h, int numofp)
{
  int i;
  //для первых 4 метод рунге
  for (i = 1; i < 4 && i < numofp; i++)
    y[i] = Runge(id, x[i-1], y[i-1], h);
  //метод Адамса
  for (i; i < numofp; i++)
  {
    double d1f, d2f, d3f;
    //[i - 1?]
    d1f = func(id, x[i-1], y[i-1]) -     func(id, x[i-2], y[i-2]);
    d2f = func(id, x[i-1], y[i-1]) - 2 * func(id, x[i-2], y[i-2]) +     func(id, 
x[i-3], y[i-3]);
    d3f = func(id, x[i-1], y[i-1]) - 3 * func(id, x[i-2], y[i-2]) + 3 * func(id, 
x[i-3], y[i-3]) - func(id, x[i-4], y[i-4]);
    y[i] = y[i-1] + h*func(id, x[i-1], y[i-1]) + h*h*d1f/2 + 5*h*h*h*d2f/12 + 
3*h*h*h*h*d3f/8;
  }
  return 0;
}
```

3. Блок схема метода.



4. Примеры и результаты работы

Входные данные:

Решение задачи Коши методом Адамса

1. y' = x^2 - 2y
2. y' = 2x
3. y' = 3*x^2
4. y' = -sin(x)

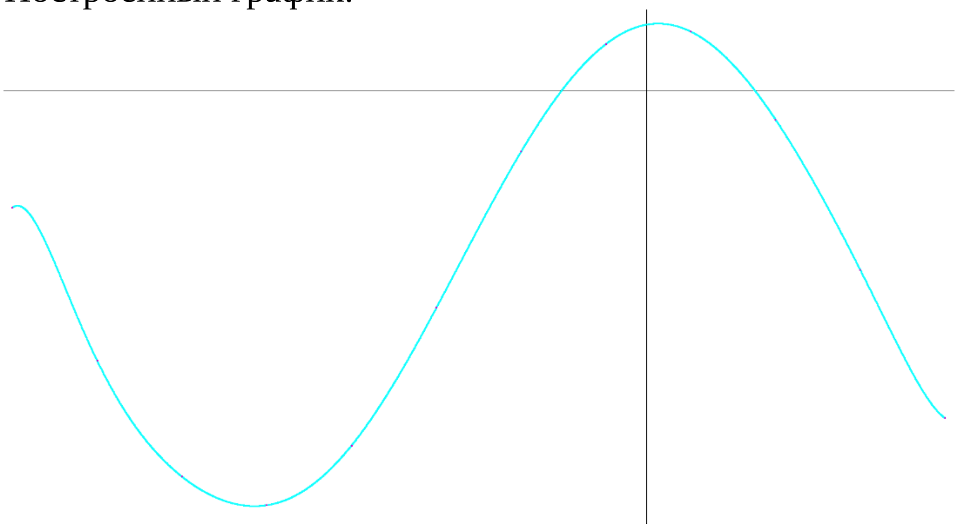
Введите x0: -5

Введите y0: -0.5

Введите xN: 2

Введите точность: 0.2

Построенный график:



Входные данные:

Решение задачи Коши методом Адамса

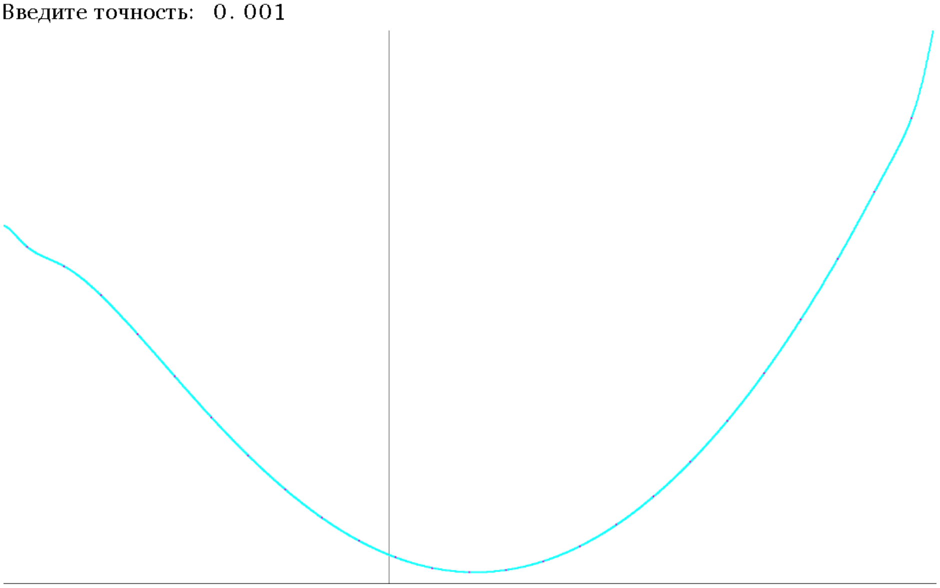
1. y' = x^2 - 2y
2. y' = 2x
3. y' = 3*x^2
4. y' = -sin(x)

Введите x0: -2.5

Введите y0: 2

Введите xN: 3

Введите точность: 0.001



5. Выводы

При выполнении лабораторной работы были сделаны следующие выводы:

- Метод Адамса при порядке точности равном одному совпадает с методом Эйлера первого порядка точности.
- Метод Адамса экономичнее метода Рунге-Кутта 4 порядка точности, так как он требует в 4 раза меньше вычислений на каждом этапе.
- Метод Адамса не удобен тем, что невозможно начать счет по одному лишь неизвестному значению y_0.
- Метод Адамса (без усложнения формул) не позволяет изменить шаг h в процессе счета (этого недостатка нет у одношаговых методов).
- Локальная погрешность методов Адамса k-го порядка — *$O(h^k)$.* Структура погрешности метода Адамса такова, что погрешность остаётся ограниченной или растёт очень медленно в случае асимптотически устойчивых решений уравнения.
- Метод Адамса требует равноудаленности узлов.
- Так как коэффициент в остаточном члене метода Рунге-Кутта в 960 раз меньше, чем в методе Адамса, схема Рунге-Кутта позволяет брать шаг в $\sqrt[4]{(960)}$ ¿5.7раза крупнее, то есть фактически вычислять f(x,Y) даже меньшее число раз, чем в методе Адамса.