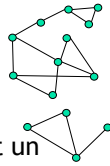


Champs de Markov en Vision par Ordinateur

Graphes et graphes image

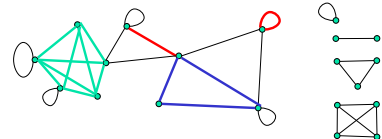
Interprétation comme un graphe.

- Un graphe non-orienté G est :
 - Un ensemble V (noeuds);
 - Un sous-ensemble $E \subset V \times V$ t.q.
 $(v, v') \in E \Leftrightarrow (v', v) \in E$
- Etant donné un MRF, on définit un graphe de la façon suivante :
 $V = S, E = \{(s, s') \in S \times S \text{ t.q. } s' \in N(s)\}$



Cliques.

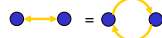
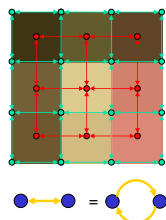
- Un sous-ensemble $C \subset V$ est une clique ssi : $\forall (c, c') \in C \times C, (c, c') \in E$.



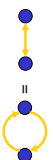
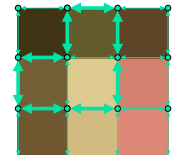
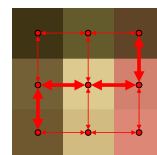
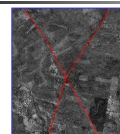
- On définit $Q(G) \subset 2^V$ comme l'ensemble de toutes les cliques dans le graphe G .

Graphes image

- V est l'ensemble des pixels.
- Deux graphes symétriques:
 - Vert: $G = (E, V)$.
 - Rouge: $G = (E, V)$.
- Il existe une bijection entre E et \bar{E} .

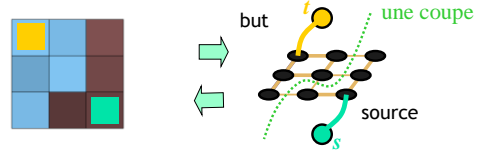


Exemples Image



Les coupes de graphes

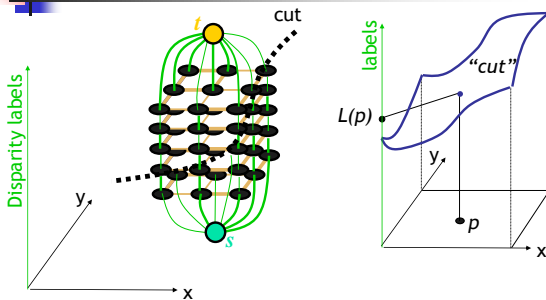
Etiquetage binaire



- La capacité d'une coupe (S,T) est définie par :

$$c(S,T) = \sum_{x \in S} \sum_{y \in T} c(x,y)$$

Etiquetage non-binaire



Coupes de graphes sous forme de minimisation d'énergie

$$E(f) = \sum_{s \in V} D_s(f_s) + \sum_{s,s' \in N} V_{s,s'}(f_s, f_{s'})$$

$E_{data}(f)$ $E_{priori}(f)$

- entrée: un ensemble de sites V , un ensemble d'étiquettes F , et un système de voisinage $N \subset V \times V$
- But: trouver l'étiquetage $f: V \rightarrow F$ qui minimise $E(f)$

Coupes de graphes sous forme de minimisation d'énergie

$$E(f) = \sum_{s \in V} D_s(f_s) + \sum_{s,s' \in N} V_{s,s'}(f_s, f_{s'})$$

$E_{data}(f)$ $E_{priori}(f)$

- $D_s(f_s)$ est une fonction qui mesure la cohérence de l'étiquette f_s au site s par rapport aux données observées.
- $V_{s,s'}(f_s, f_{s'})$ mesure le coût de l'étiquetage de deux sites voisins. Utilisé principalement pour imposer une homogénéisation locale des étiquettes (lissage).

Optimisation : α expansion

- Partir d'une configuration initiale quelconque
- Pour chaque étiquette " a " prise dans un ordre aléatoire:
 - Calculer l'expansion optimale (s - t coupe)
 - Rejeter l'expansion si l'énergie n'a pas décro
- Arrêter quand il n'y a plus d'expansion qui décroît l'énergie

Optimisation : α expansion

Dans chaque expansion, l'étiquette α concerné s'étend sur l'espace des autres étiquettes



Optimisation : α expansion

Dans chaque expansion, l'étiquette α concerné s'étend sur l'espace des autres étiquettes



initial solution

- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion

Pour chaque mouvement, on choisi l'expansion qui procure la plus grande décroissance d'énergie (problème d'optimisation binaire)

Optimisation : α expansion

Conditions à satisfaire:

$$V(a,b)=0 \text{ ssi } a=b$$

$$V(a,b) = V(b,a) \geq 0$$

$$V(a,c) \leq V(a,b) + V(b,c) \quad \text{Inégalité triangulaire}$$

Optimisation : α - β swap

Idee : segmenter successivement tous les sites étiquetés α à partir des sites étiquetés β , et itérer le procédé sur les combinaisons $\alpha - \beta$ jusqu'à la convergence

Quelques algorithmes sous-optimaux

ICM (Besag 1986).

- Choix d'un site s : balayage déterministe.
- Remise à jour de s par la valeur qui provoque la plus forte augmentation de probabilité.
- Echantillonneur de Gibbs à $T=0$.

ICM.

- Caractéristiques :
 - Algorithme *déterministe* ;
 - Convergence vers un *minimum local* ;
 - *Initialisation* et *mode de balayage* influent le *résultat* ;
 - Convergence en *~10* itérations
 - Très utilisé.

HCF (Chou 1988).

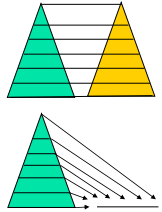
- **Highest Confidence First**
- Mesure de *stabilité* de la valeur f_p à un site s (U_0 est l'énergie de la configuration courante) :
$$\text{stab}(s) = \left(\min_{c \in C} U(f_s = c) \right) - U_0 \leq 0$$
- Les sites sont classés dans une *pile d'instabilités*.

HCF (Chou 1988).

- À chaque itération le point s_0 le *plus instable* (*sommet de la pile*) est remis à jour.
- s_0 devient stable.
- Les stabilités des points de $N(s_0)$ sont ré-évaluées.
- La pile est *réordonnée*. Répétez.
- Caractéristiques :
 - Algorithme *déterministe* ;
 - Convergence en *~1* itération.

Autres choses.

- Algorithmes multi-grilles :
 - *Pyramide des étiquettes* ;
 - *Pyramide des données*.
- Algorithmes multi-échelles :
 - *Pyramide des étiquettes* ;
 - *Données mono-résolution*.
- Approximation du champs moyen.



Paramètres.

- Tous les modèles ont des *paramètres*.
- Normalement, ils sont *inconnus*.
- Qu'est-ce qu'on peut faire ?
- Deux approches :
 - *Bayésien* : *marginaliser* ;
 - *Estimation*.

Quelques questions.

Qualifier les algorithmes 1-variationnels, 2-stochastiques, 3-combinatoires par les termes suivants:

optimaux / locaux / rapides / lents / restreints par rapport à la forme énergétique / restreints à un étiquetage discret