Ligne de partage des eaux

But : segmentation d'image

Segmentation = partition de l'image

L'image n'est plus considérée comme une **collection de pixels** mais comme un **ensemble de régions connexes** disjointes

Deux types de représentations duales :

$\rightarrow$ par labels (régions)

$\rightarrow$ par contours

$\Rightarrow$ deux types d'approches :

$\rightarrow$ par croissance de régions

$\rightarrow$ par détection de contours

La ligne de partage des eaux (*Watershed*) combine la croissance de régions et la détection de contours.

On considère une représentation topographique de l'image :

$$z = f(x, y)$$

Si on laisse tomber une goutte d'eau, celle-ci va couler le long de la ligne de plus grande pente (par l'effet de la gravitation) jusqu'à un minimum local.
A chaque minimum est associé un bassin d'attraction.

La **ligne de partage des eaux** représente les frontières entre bassins d'attraction adjacents.

Les minima peuvent être interprétés comme des marqueurs des régions et la ligne de partage des eaux comme les contours :

$\rightarrow$ segmentation

NB : il est nécessaire d'utiliser un opérateur dérivatif comme pré-traitement.

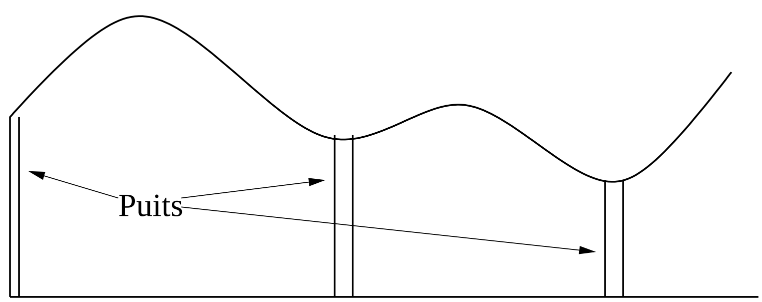
La définition par la notion d'écoulement est difficile à formaliser proprement :

→ cas des plateaux

→ cas où l'on a deux (ou plus) plus fortes pentes

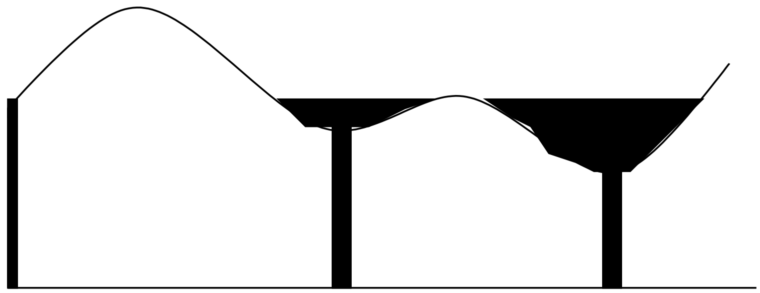
⇒ définition à partir du concept d'innondation

Supposons que l'on ait creusé un puit en chaque minimum local de la surface topographique :

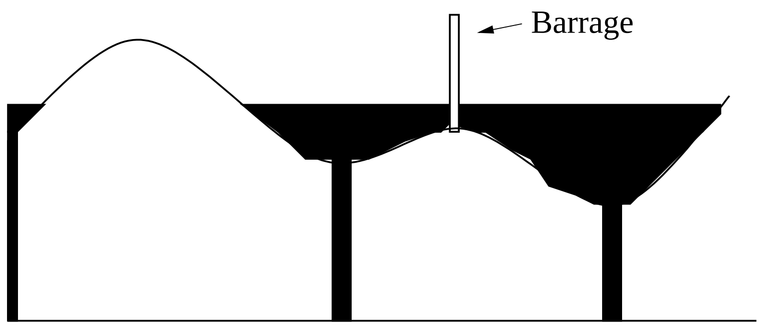


On immerge progressivement la surface dans l'eau.

L'eau commence à remplir les minima :

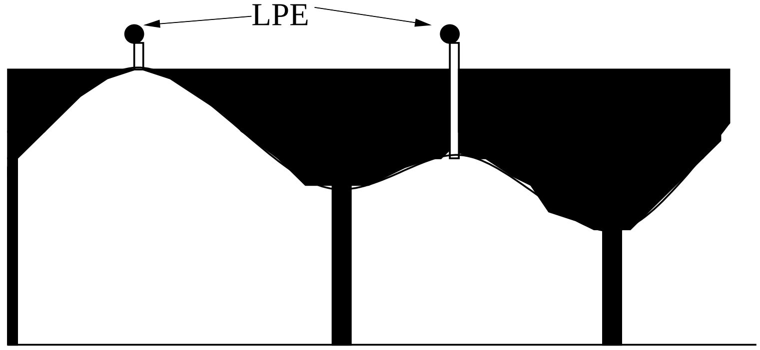


Lorsque de l'eau provenant de deux minima distincts se rencontre, on pose un barrage :



A la fin, chaque minimum a son bassin d'attraction entouré par des barrages :

La **ligne de partage des eaux** est donnée par l'ensemble des barrages.



Ligne de partage des eaux : formalisation (I)

Soient h_{min} et h_{max} les plus petite et plus grande valeurs de f.

On note M_i les minima locaux de f et $BA(M_i)$ les bassins d'attraction associés.

Soit:

$$CA_h(M) = \{p \in CA(M) | f(p) \leq h\}$$

$$CA_h(M) = CA(M) \cup S_{t \leq h}(f)$$

on note alors :

$$X_h = \cup_i CA_h(M_i)$$

L'ensemble des minima locaux de hauteur h est noté :

$$LMIN_h(f)$$

Ligne de partage des eaux : formalisation (2)

Simulation du processus d'immersion

les premiers points atteints sont :

$$X_{h_{min}} = S_{h_{min}} = LMIN_{h_{min}}(f)$$

$$X_{h_{min}+1} =? \begin{cases} \rightarrow \ \text{extension des régions existantes} \\ \ \text{ou} \\ \rightarrow \quad \text{nouveaux minima locaux} \end{cases}$$

Il faut étudier les relations entre les composantes connexes Y de $S_{t \leq h_{min}+1}(f)$ et l'intersection de Y avec $X_{h_{min}}$:

<u>Premier cas</u> :

$$Y \cup X_{h_{min}} = \emptyset$$

Y est un nouveau minimum local de f au niveau $h_{min} + 1$ car :

$$(i) \forall p \in Y \begin{cases} \text{p} \notin X_{h_{min}} & \Rightarrow f(p) & \geq h_{min} + 1 \\ \text{p} \in Y & \Rightarrow f(p) & \leq h_{min} + 1 \end{cases}$$

$$(ii) \forall p \in \delta^{(1)}(Y) \ Y, f(p) > h_{min} + 1$$

Cette composante connexe contribue donc à $LMIN_{h_{min}+1}(f)$.

Deuxième cas :

$$Y \cup X_{h_{min}} \neq \emptyset$$

et $Y \cup X_{h_{min}}$ est connexe.

alors Y appartient au bassin d'attraction de $Y \cup X_{h_{min}}$.

$$Y = BA_{h_{min}+1}(Y \cup X_{h_{min}}) = IZ_Y(Y \cup X_{h_{min}})$$

Rappel:

$$IZ_Y(K_i) = \{y \in Y | \forall j \in \{1, ..., n\}, i \neq j \Rightarrow d(y, K_i) < d(y, K_j)\}$$

Troisième cas :

$$Y \cup X_{h_{min}} \neq \emptyset$$

et $Y \cup X_{h_{min}}$ n'est pas connexe.

alors Y contient plusieurs minima de f au niveau h_{min}, soient $Z_i, i = 1, ..., k$ ces minima :

$$BA_{h_{min}+1} = IZ_Y(Z_i)$$

cas 2 et 3 : diffusions de bassins d'attraction déjà existants qui peuvent s'écrire comme une unique diffusion géodésique par zones d'influence : la diffusion de la zone $Y_{h_{min}}$ dans $S_{t \leq h_{min}+1}(X_{hmin})$

$$X_{h_{min}+1} = LMIN_{h_{min}+1}(f) \cup IZ_{S_{t \leq h_{min}+1}(f)}(X_{h_{min}})$$

La ligne de partage des eaux est alors obtenue par un algorithme itératif :

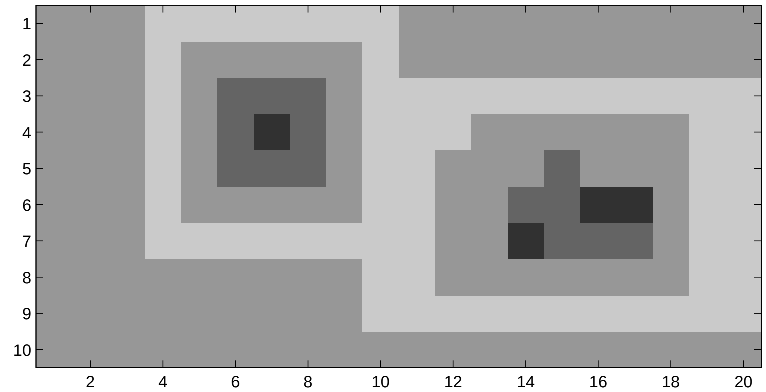
1) $X_{h_{min}} = s_{h_{min}}(f)$,

2) $\forall h \in [h_{min}, h_{max} - 1]$
$$X_{h+1} = LMIN_{h+1}(f) \cup IZ_{S_{t \leq h+1}(f)}(X_h)$$

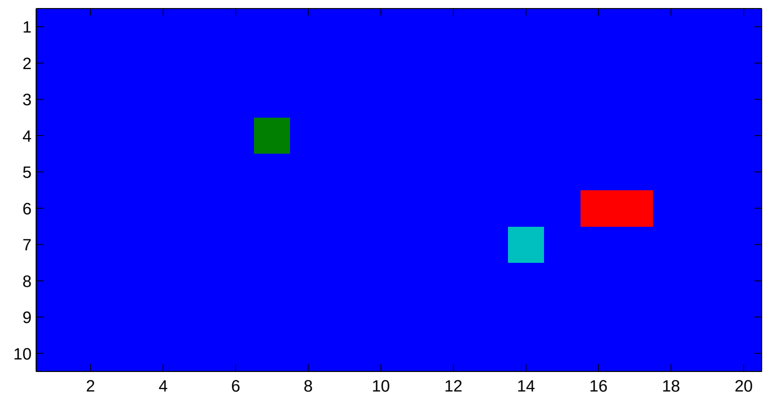
NB : la ligne de partage des eaux peut être vue comme un SKIZ.

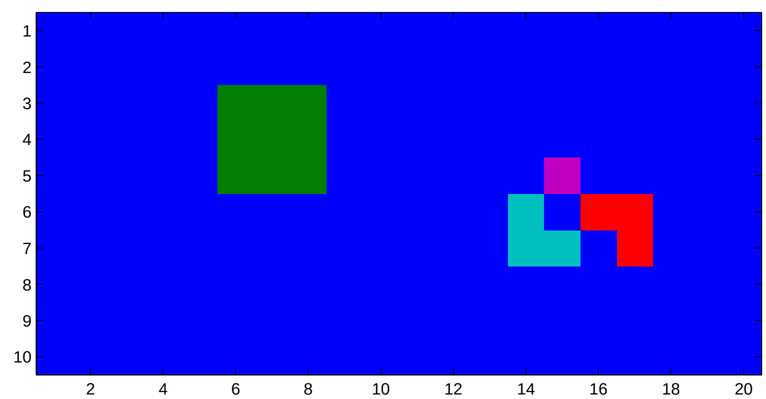
Exemple :

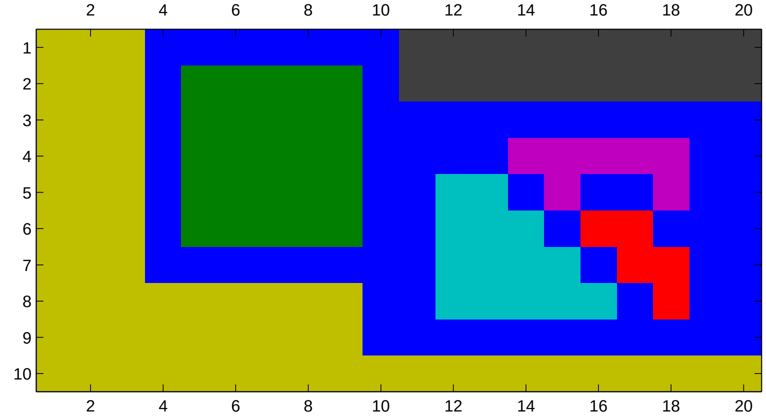
Image initiale :



Différentes itérations :

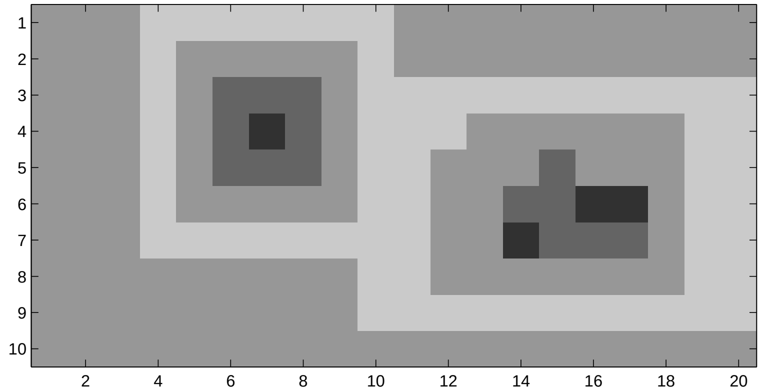




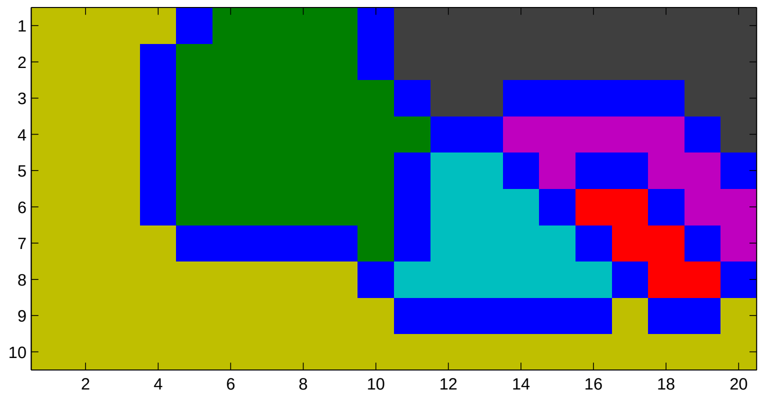


Exemple :

Image initiale :



Segmentation finale :



Ligne de partage des eaux :