Guénon Marie et Favreau Jean-Dominique

VIM / Master SSTIM

Analyse d’image

Rapport de TD5

Table des matières

[Introduction 2](#_Toc375060137)

[Calcul du gradient 2](#_Toc375060138)

[Déduction et valeurs propres 3](#_Toc375060139)

[Comparaison 3](#_Toc375060140)

[Régularisation de Tychonov 6](#_Toc375060141)

[Calcul du gradient 6](#_Toc375060142)

[Observation et comparaison 7](#_Toc375060143)

[Variation de λ 8](#_Toc375060144)

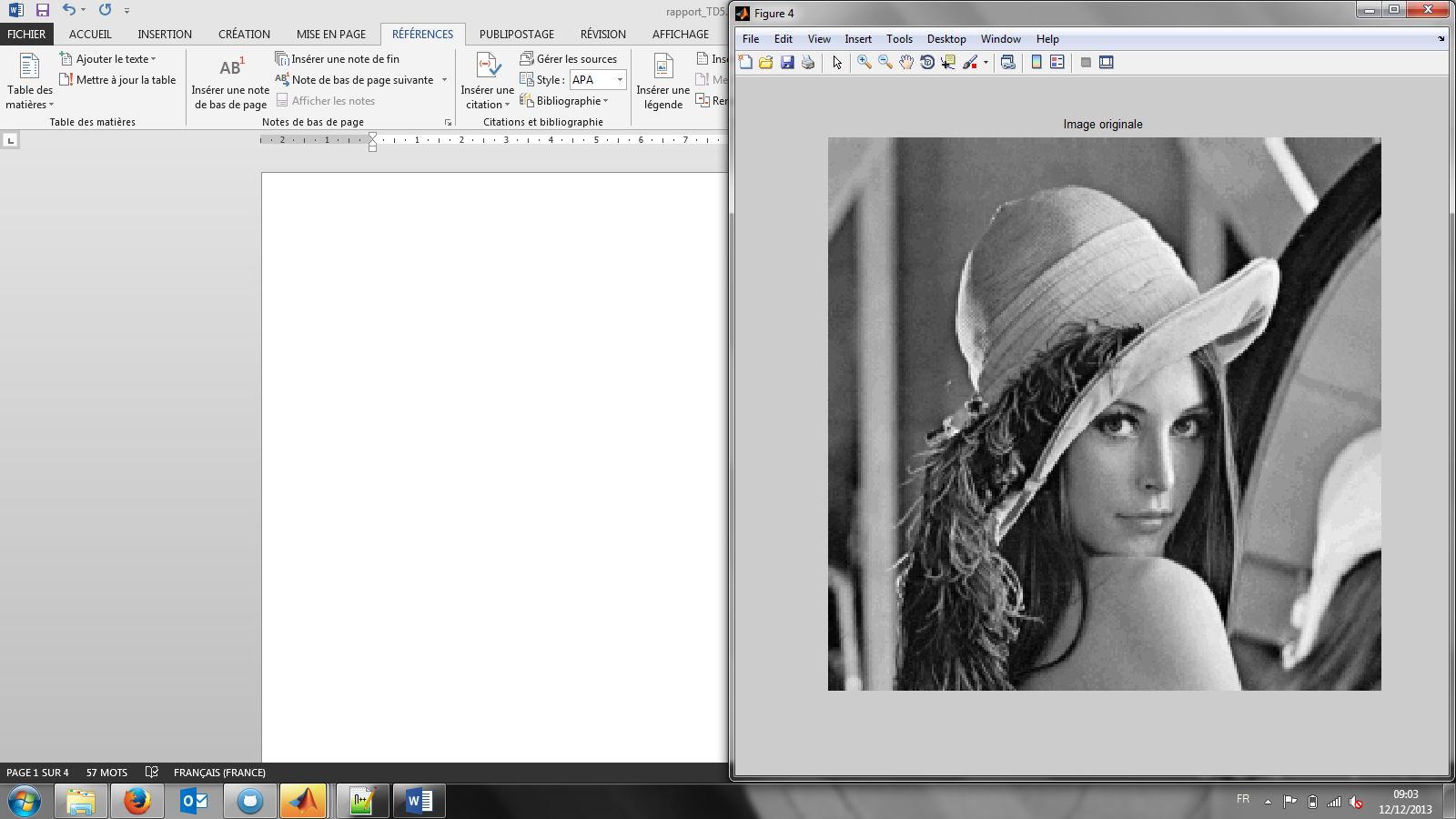
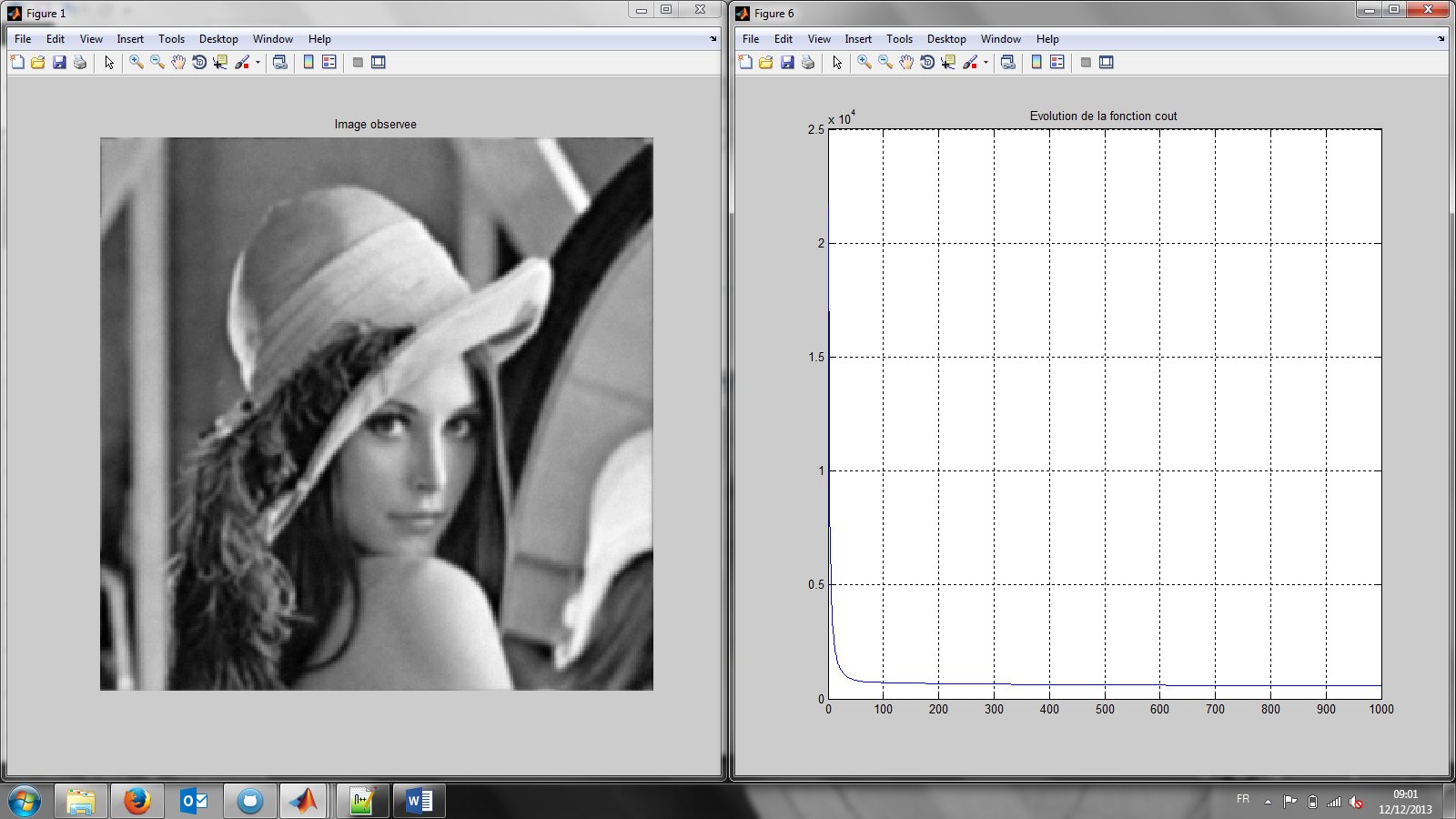
[Annexes 9](#_Toc375060145)

[MethVar.m 9](#_Toc375060146)

[divm3.m 10](#_Toc375060147)

# Introduction

Tout d’abord, nous commençons par appliquer une transformation ainsi qu’un terme aléatoire à notre image, et nous obtenons ainsi une image floutée, que l’on peut voir ci-après à gauche comparée avec l’image originale à droite :

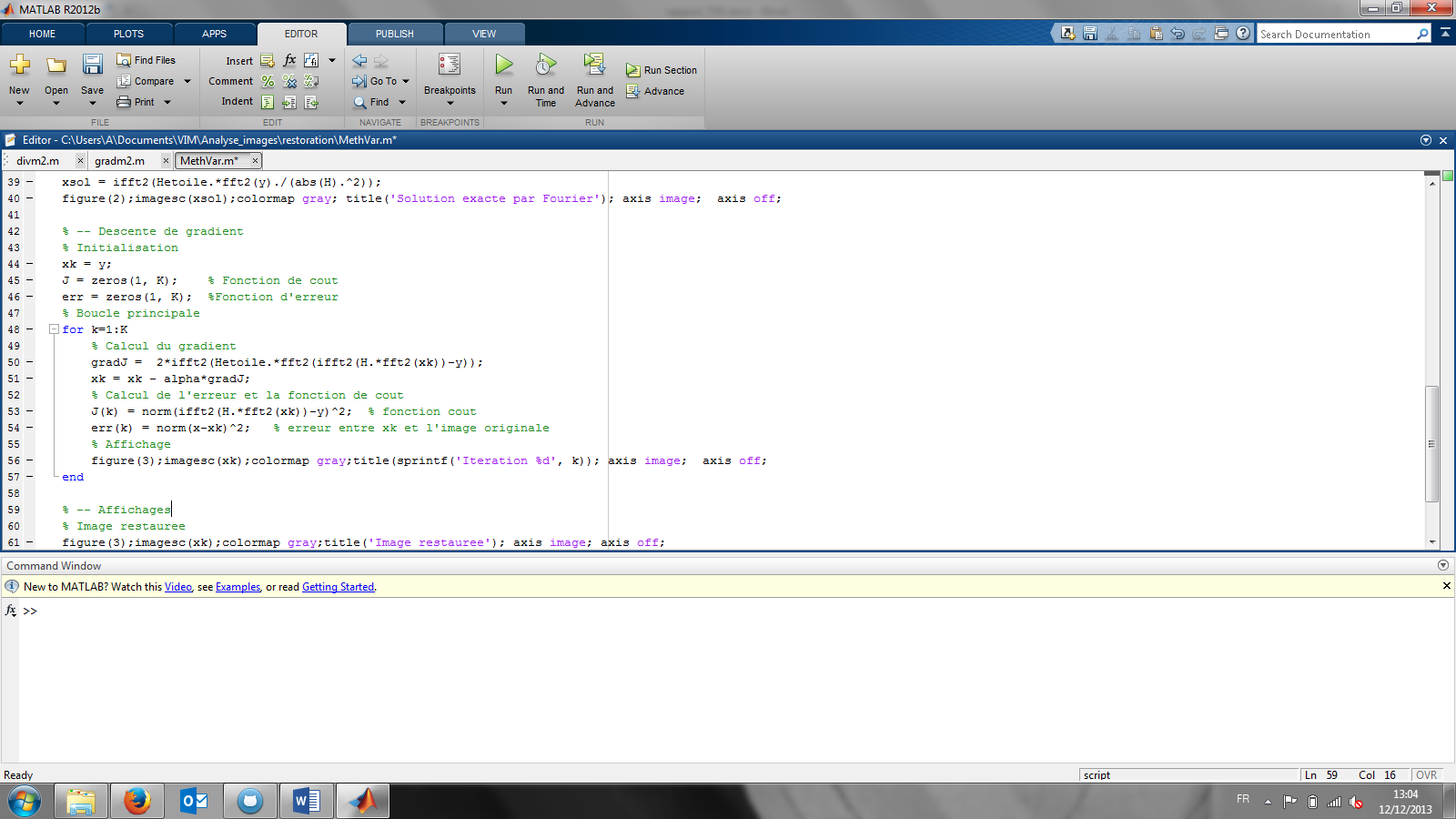
A partir de cette image floutée, nous cherchons maintenant à reconstruire l’image originale en utilisant un algorithme de descente de gradient. Pour cela, nous allons mettre en place l’algorithme suivant :

## Calcul du gradient

Démontrons déjà que  :

Par identification, nous avons qui est bien la formule que nous cherchions à démonter.

Une fois implémenté, cet algorithme nous donne :



Dans notre cas, nous avons pris et .

## Déduction et valeurs propres

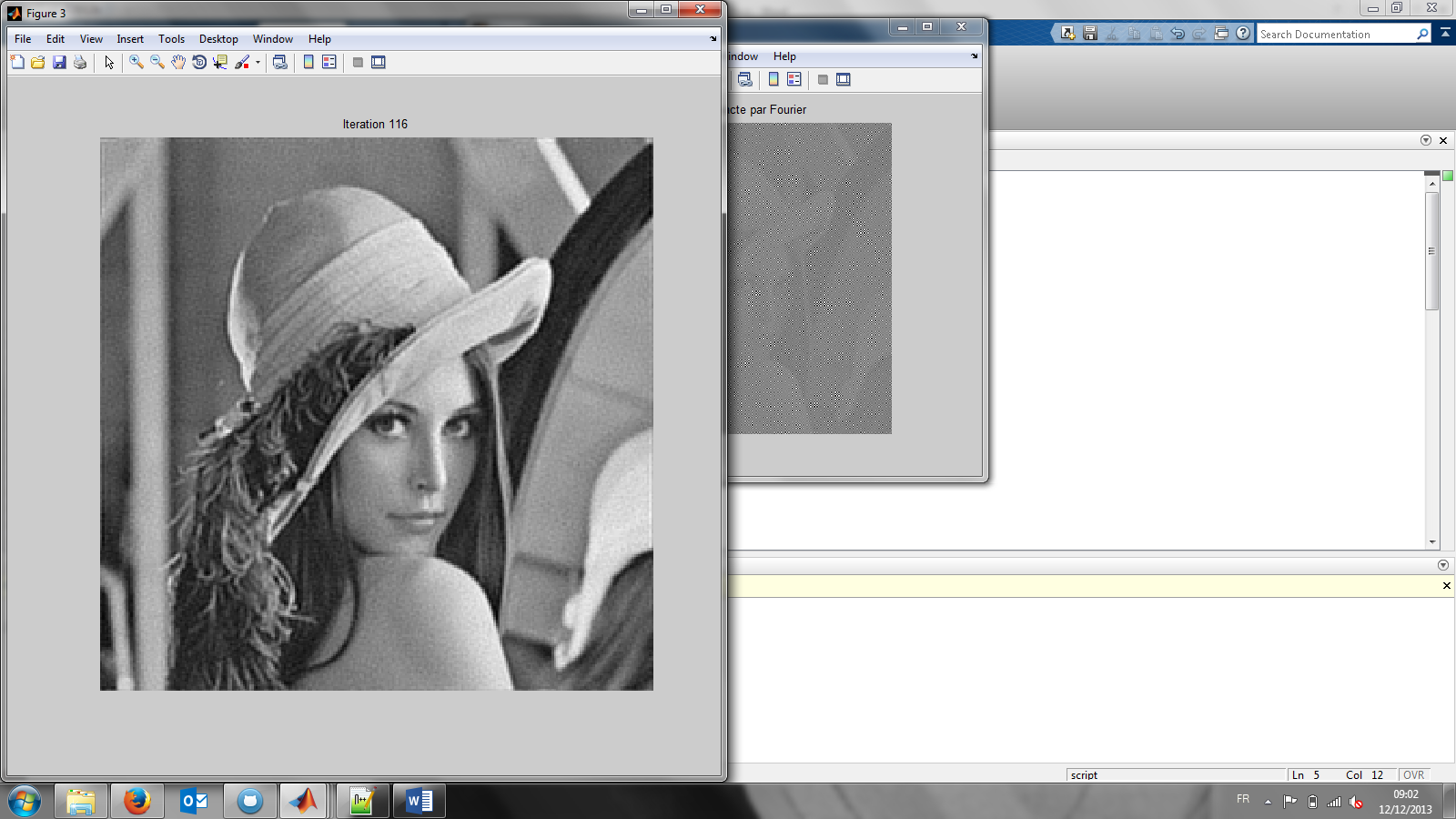
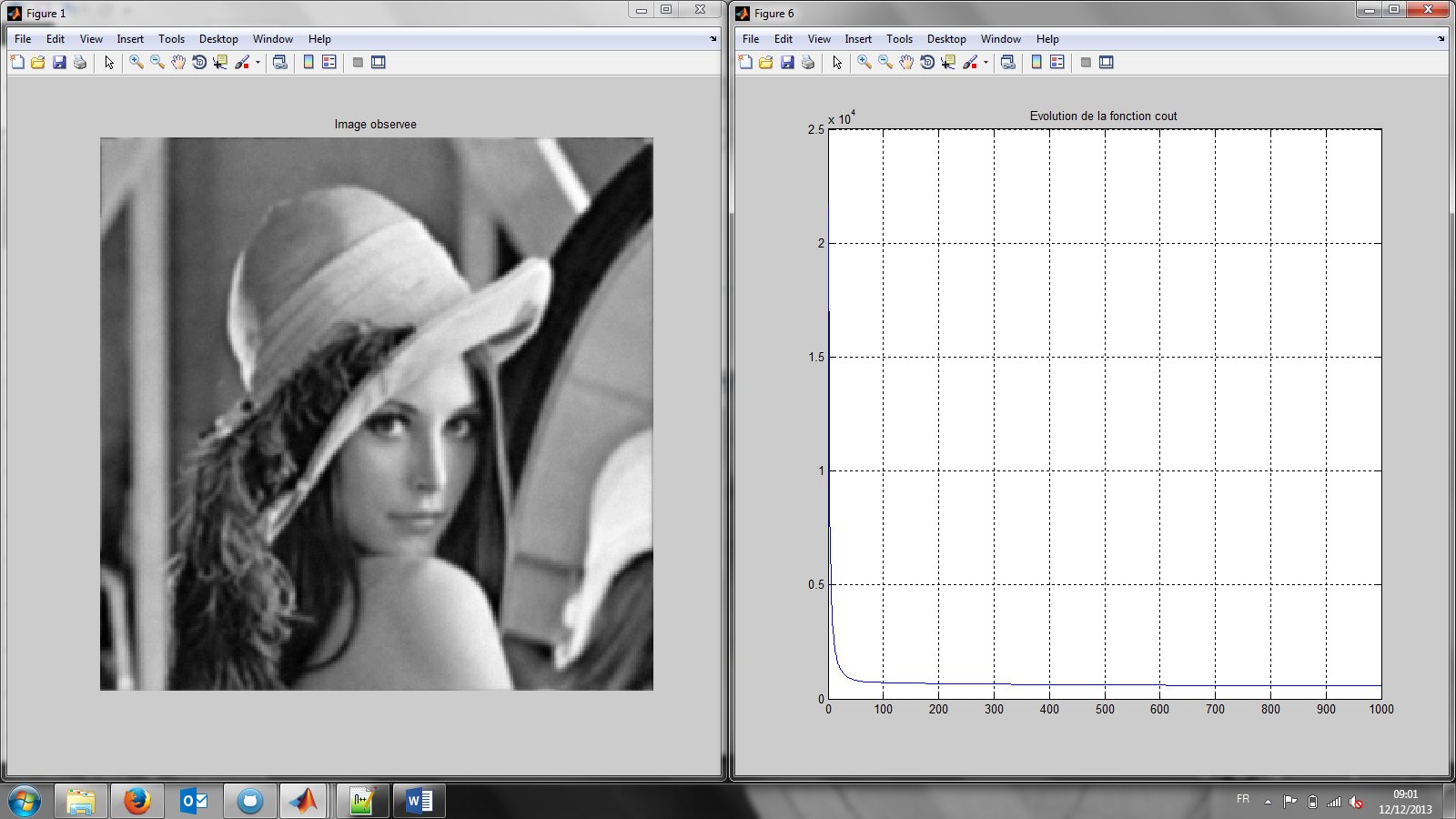
On cherche tel que . Ce qui est le cas si :

* est un vecteur propre de associé à la valeur propre 0.

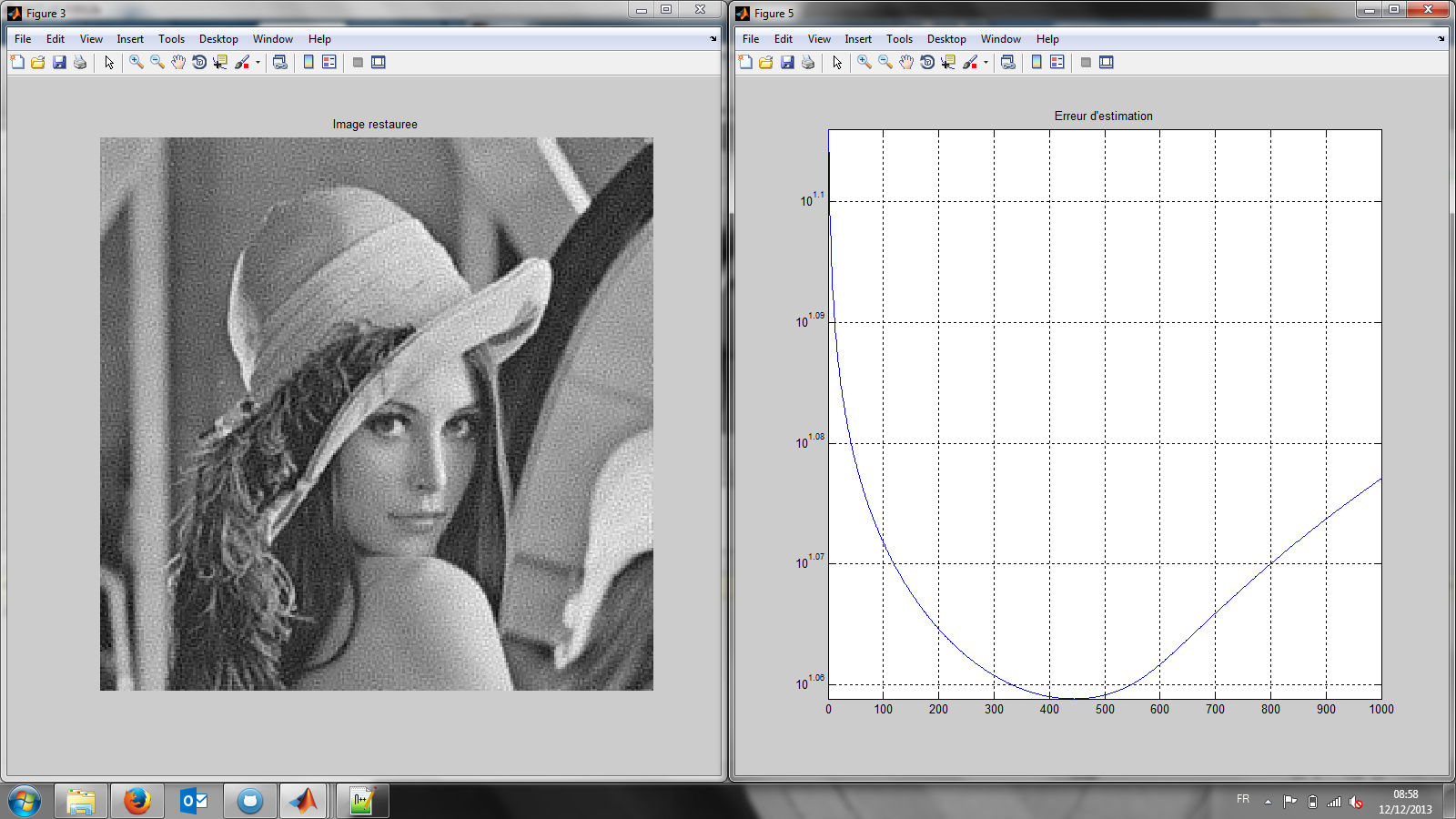
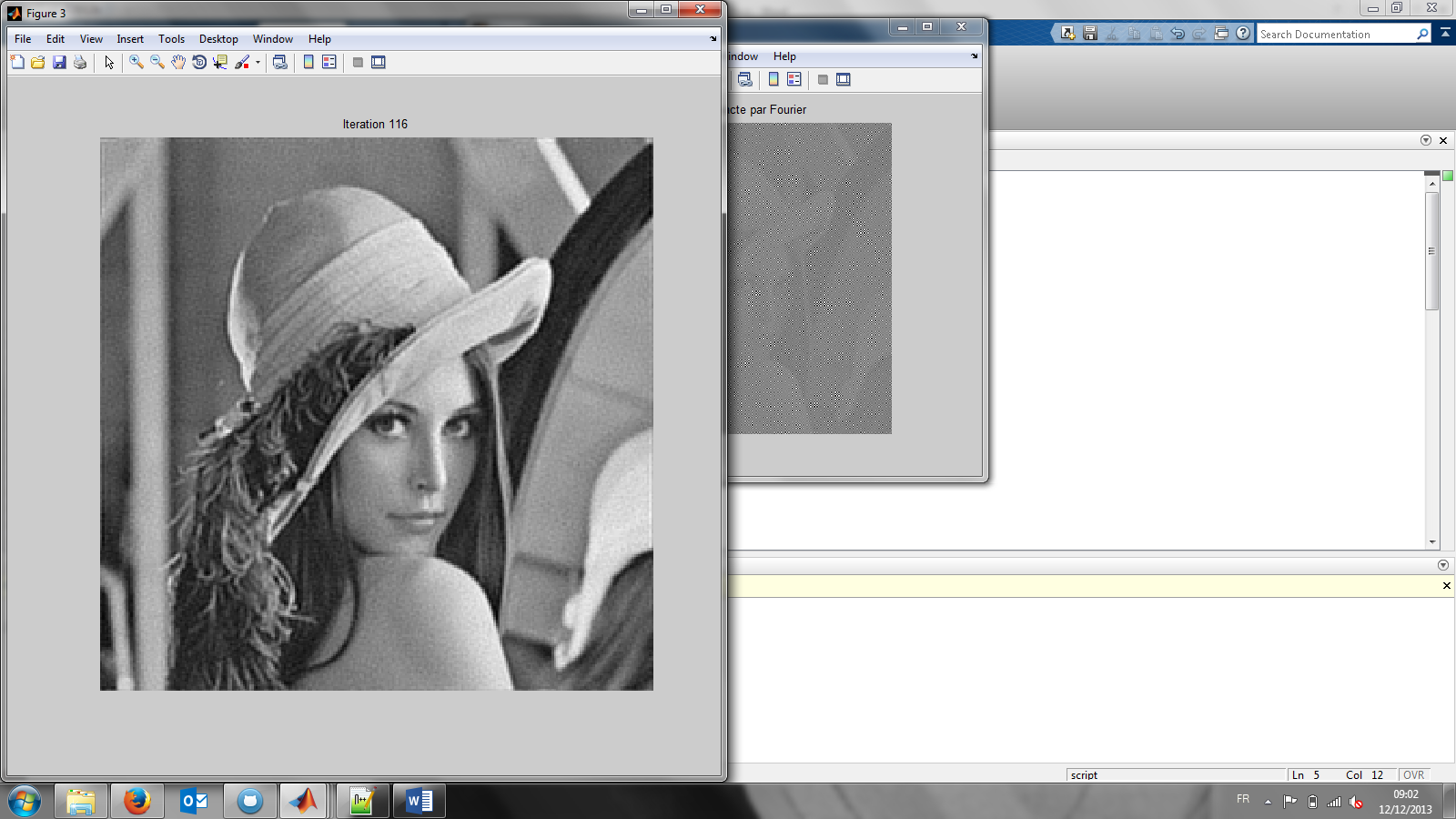
Dans ce dernier cas, si H comportait des valeurs propres trop faibles, elle serait alors mal conditionnée et le problème que nous traiterions ne serait plus stable.

## Comparaison

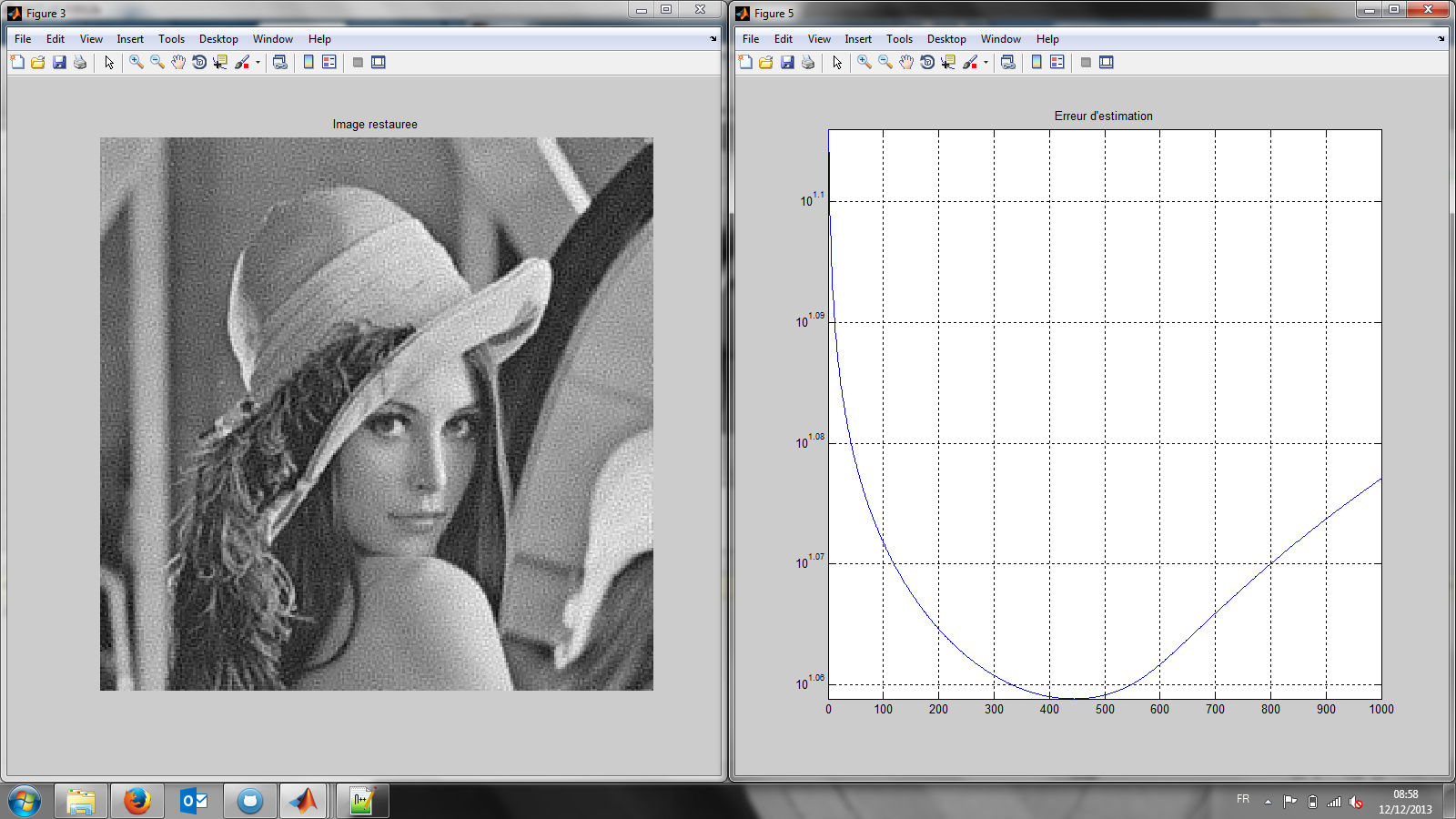
En faisant tourner notre programme de restauration d’image, nous avons constaté une amélioration de l’image transformée dans un premier temps. Comme nous pouvons ici le constater où nous comparons l’image transformée (à gauche) et l’image améliorée après 116 itération (à droite).



Cependant, nous avons aussi constaté qu’après un certain nombre d’itérations, l’image cesse de s’améliorer et nous pouvons voir une nette augmentation du bruit au sein de l’image restaurée. Comme nous pouvons le voir ci-après lors de la comparaison de l’image restaurée après 116 itérations (à gauche) et de l’image restaurée après 1000 itérations (à droite).



Ceci se voit aussi très bien sur la fonction d’estimation d’erreur qui compare la distance entre l’image restaurée au fil des itérations et l’image originale :



Comme nous pouvons le voir, l’erreur commence par diminuer puis après environ 450 itérations augmente nettement. Ceci reflète nettement l’explosion du bruit au cours de la restauration de l’image.

Ce problème de bruit est due au fait que nous n’avons pas de terme de régularisation dans notre algorithme de descente de gradient, et donc accordons de l’importance aux bruits qui finissent par l’emporter sur l’information essentielle de l’image. Pour résoudre ce problème, il faudrait donc imposer un terme de régularisation dans notre équation . Pour cela, comme nous le verrons après, nous avons décidé d’utiliser une régularisation de Tychonov d’ordre 1.

# Régularisation de Tychonov

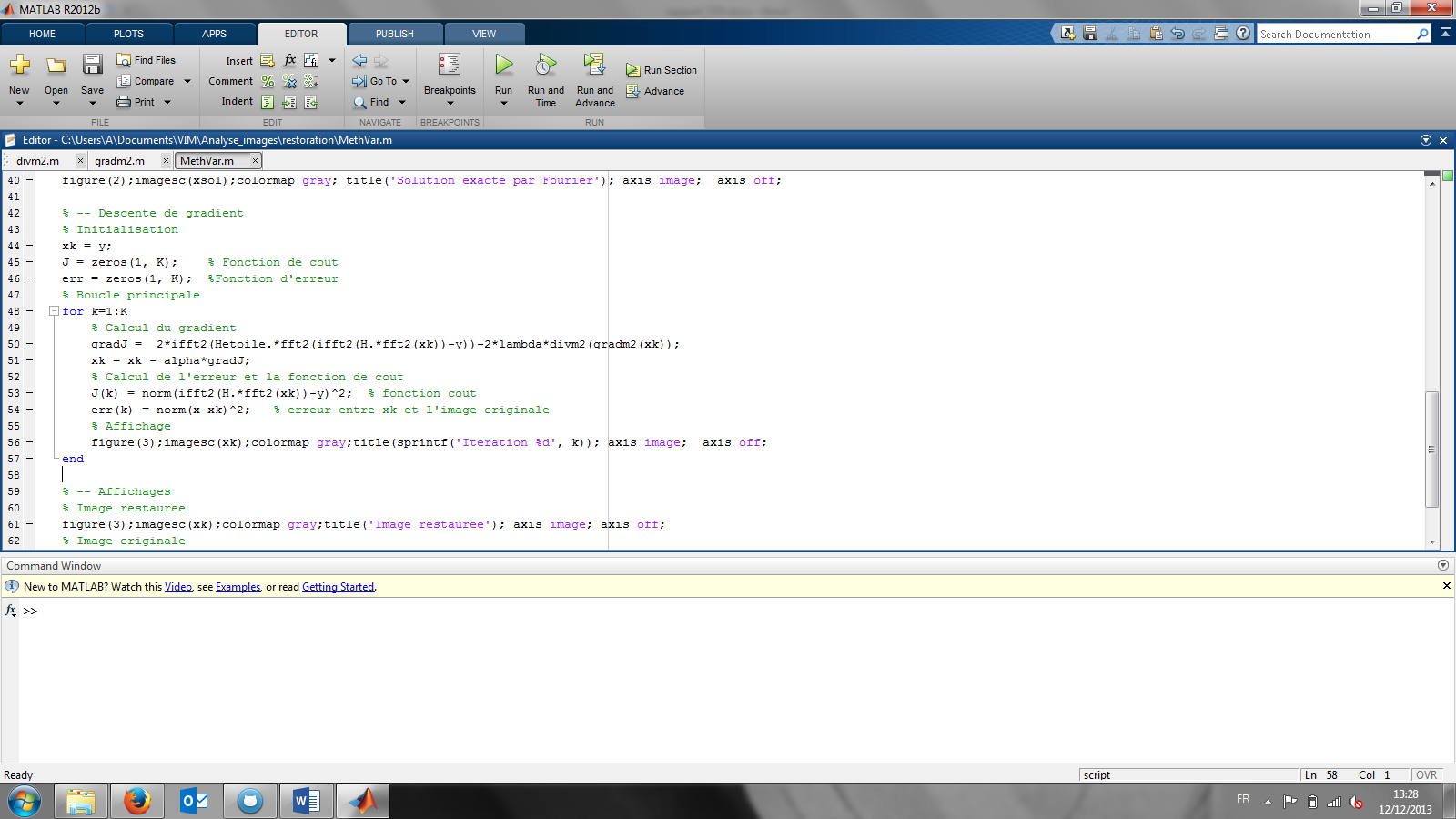
## Calcul du gradient

Le terme de régularisation de Tychonov se retrouve dans , qui ne s’écrit plus mais , nous avons donc à recalculer :

D’où par identification :

Et en recomposant tous les termes, on obtient :

Ce qui nous donne le code suivant :



Nous appliquons notre algorithme avec les paramètres ; et .

## Observation et comparaison

En appliquant l’algorithme de descente de gradient ainsi obtenue sur une image dégradée (à gauche), nous pouvons voir apparaitre une image restaurée (à droite) à la qualité tout à fait acceptable et où l’on reconnait une girafe.



Si l’on compare les résultats obtenus sur cette image avec (à gauche) et sans (à droite) régularisation, nous pouvons constater que dans le premier cas, nous obtenons une image floutée. Ceci est due au fait que nous effectuons une sorte de lissage sur l’image pour enlever les effets de bruit.

Cependant, sans régularisation nous avons une image plus nette si l’on fait abstraction du bruit. Mais d’une part la stabilité de l’algorithme n’est pas assurée et d’autre part, si l’on augmente trop le nombre d’itération, on se rapproche de la solution exacte donnée par Fourier qui est totalement illisible.

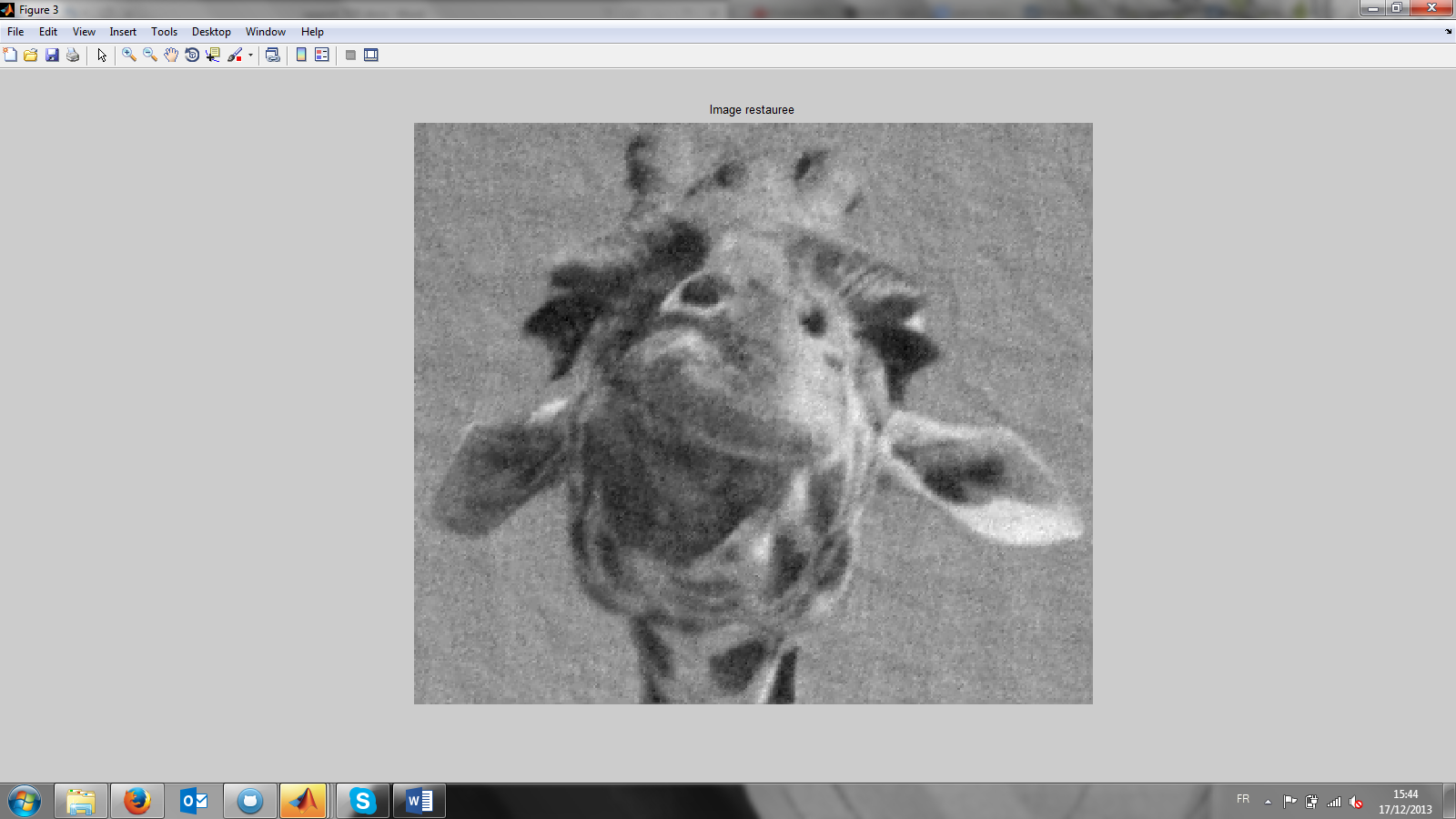
 

Pour éviter le floue due à la régularisation, nous pourrions utiliser une méthode anisotropique, comme vue lors du TP précédent, qui effectuerait le lissage évoqué ci-dessus seulement aux endroits où il n’y a pas de contours et éviterait ainsi de trop flouter l’image.

## Variation de λ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| λ | 0.001 | 0.01 | 0.5 |
| Image restaurée |  |  |  |

Nous pouvons constater que la variation de λ influence grandement la qualité de l’image restaurée et plus particulièrement sa netteté. En effet, nous pouvons constater que plus λ est petit (λ=0.001), moins d’importance est donnée au terme de régularisation, ce qui donne une image plus bruitée. A contrario, plus λ est grand (λ=0.5), plus on donne d’importance au terme de régularisation et donc plus on se retrouve avec une image floue en sortie.  
C’est pourquoi il faut savoir prendre un λ raisonné entre ces deux extrêmes pour éviter ces désagréments. Ou bien, comme il a déjà été dit plus haut, nous pouvons aussi faire appel à une méthode anisotropique qui permettrait de lisser l’image seulement aux endroits où il n’y a pas de contours et donc ainsi d’éviter le flou, ce qui nous donnerait un résultat du type :



# Annexes

## MethVar.m

clear all; close all; clc;

% -- Parametres

lambda = 0.01; % Ponderation de la regularisation de Tychonov d'ordre 1

alpha = 1/(2\*(1+8\*lambda)); % Pas de la descente de gradient

K = 1000; % Nomre d'iterations de la descente de gradient

sig2 = 1; % Variance du bruit additif Gaussien

% -- Lecture de l'image

x = double(imread('lena.bmp')); % Chargement de l'image reelle x

% -- Construction des operateurs H et H\*

% H sera un filtre passe-bas Gaussien de variance 1

h = fspecial('gaussian', 11, 1);

s = (size(h)-1)/2;

Hs = zeros(size(x));

Hs(1:s(1)+1,1:s(2)+1) = h(s(1)+1:end,s(2)+1:end);

Hs(end+1-s(1):end,end+1-s(2):end) = h(1:s(1),1:s(2));

Hs(1:s(1)+1,end+1-s(2):end) = h(s(1)+1:end,1:s(2));

Hs(end+1-s(1):end,1:s(2)+1) = h(1:s(1),s(2)+1:end);

%===== Pour l'image à la fin du TP ======

load('Hs\_motion\_blur');

x=double(imread('motion\_blur.png'));

%========================================

H = fft2(Hs); % H, Hx se calculera par ifft2(H.\*fft2(x));

Hetoile = conj(H); % H\*, H\*x se calculera par ifft2(Hetoile.\*fft2(x));

% -- Construction de l'image observee y

y = x;%ifft2(H.\*fft2(x)) + sqrt(sig2).\*randn(size(x));

% Affichage de l'image observee y

figure(1);imagesc(y);colormap gray;title('Image observee'); axis image; axis off;

% -- Calcul de la solution exacte par Fourier

xsol = ifft2(Hetoile.\*fft2(y)./(abs(H).^2));

figure(2);imagesc(xsol);colormap gray; title('Solution exacte par Fourier'); axis image; axis off;

% -- Descente de gradient

% Initialisation

xk = y;

J = zeros(1, K); % Fonction de cout

err = zeros(1, K); %Fonction d'erreur

% Boucle principale

for k=1:K

% Calcul du gradient

gradJ = 2\*ifft2(Hetoile.\*fft2(ifft2(H.\*fft2(xk))-y))-2\*lambda\*divm2(gradm2(xk));

xk = xk - alpha\*gradJ;

% Calcul de l'erreur et la fonction de cout

J(k) = norm(ifft2(H.\*fft2(xk))-y)^2; % fonction cout

err(k) = norm(x-xk)^2; % erreur entre xk et l'image originale

% Affichage

figure(3);imagesc(xk);colormap gray;title(sprintf('Iteration %d', k)); axis image; axis off;

end

% -- Affichages

% Image restauree

figure(3);imagesc(xk);colormap gray;title('Image restauree'); axis image; axis off;

% Image originale

figure(4);imagesc(x);colormap gray;title('Image originale'); axis image; axis off;

% Erreur d'estimation

figure;semilogy(log(err));title('Erreur d''estimation'); grid;

% Fonction cout

figure;plot(J);title('Evolution de la fonction cout');grid;

## divm3.m

cette fonction sert à calculer la divergence dans le cas anisotropique

%function im=divm(gim)

%divergence CHambolle scheme for B and W images

function im=divm2(gim)

function cs=c(s)

cs=1./sqrt(1+s);

end

function cs=cprim(s)

cs=-1./(2\*(sqrt(1+s)).^3);

end

[ny,nx,m]=size(gim);

ux = zeros(ny,nx);

ux(:,1:end-1) = gim(:,2:end,1) - gim(:,1:end-1,1);

uy = zeros(ny,nx);

uy(1:end-1,:) = gim(2:end,:,2) - gim(1:end-1,:,2);

norm\_grad2 = ux.\*ux + uy.\*uy;

cgrad = c(norm\_grad2);

cprim\_grad = cprim(norm\_grad2);

uxx=zeros(ny,nx);

uxx(:,1)=gim(:,1,1);

uxx(:,end)=-gim(:,end-1,1);

uxx(:,2:end-1)=gim(:,2:end-1,1)-gim(:,1:end-2,1);

uyy=zeros(ny,nx);

uyy(1,:)=gim(1,:,2);

uyy(end,:)=-gim(end-1,:,2);

uyy(2:end-1,:)=gim(2:end-1,:,2)-gim(1:end-2,:,2);

uxy=zeros(ny,nx);

uxy(:,1)=gim(:,1,2);

uxy(:,end)=-gim(:,end-1,2);

uxy(:,2:end-1)=gim(:,2:end-1,2)-gim(:,1:end-2,2);

uee=((ux.\*ux).\*uxx + (uy.\*uy).\*uyy + 2.\*ux.\*uy.\*uxy);%./norm\_grad2;

unn=((ux.\*ux).\*uyy + (uy.\*uy).\*uxx - 2.\*ux.\*uy.\*uxy);%./norm\_grad2;

for row = 1 : size(uee,1)

for col = 1 : size(uee,2)

aa = norm\_grad2(row,col);

if(aa~=0)

uee(row,col) = uee(row,col)/aa;

unn(row,col) = unn(row,col)/aa;

end

end

end

im=cgrad.\*uee+(cgrad+2\*norm\_grad2.\*cprim\_grad).\*unn;

end