

Ajustamento da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira

Iris Pereira Escobar
Newton Pereira dos Santos

Abstract

The Gravity Standardization Net of Brazil, with a 1700 mGal range, consists of 404 stations, 466 gravity intervals measured with Lacoste and Romberg gravimeters and 46 closed circuits, and has been adjusted to the "International Gravity Standardization Net (IGSN-71)". For the adjustment 16 IGSN-71 stations in Brazil, were used to provide datum and scales. Adjustment was done by the least squares method, without fixing the values of gravity at the reference stations which were inserted as relative differences, with the weights inversely proportional to their variances.

Prior to the adjustment, the scale factors of the ten gravimeters used in the measurements were standardized, using instrument G-257 as reference, over a gravity interval of 628 mGal along the calibration line Observatorio Nacional - Agulhas Negras.

The standard deviation for the gravity intervals observed obtained by adjustment, was estimated of 0.013 mGal and the largest residual value was 0.026 mgal.

Resumo

A Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira, que abrange 1700 mGal, constituida atualmente de 404 estações, 466 intervalos de gravidade medidos com gravímetros LaCoste & Romberg e 46 circuitos fechados, é ajustada à "International Gravity Standardization Net-1971". No ajustamento foram tomadas como referência 16 estações da IGSN-71 existentes no Brasil. O ajustamento foi executado pelo método dos mínimos quadrados sem fixação dos valores de gravidade nas estações de referência, que foram inseridos na forma de injunções relativas, com pesos iguais aos inversos de suas variâncias.

Antes do ajustamento é feita a homogeneização das escalas dos dez gravímetros envolvidos nos levantamentos, tomando-se o instrumento de número

de série G-257 como referência, ocupando-se a linha de calibração Observatório Nacional - Agulhas Negras, com amplitude de 628 mGal. O desvio padrão dos intervalos de gravidade observados, obtido no ajustamento, foi estimado em 0,013 mGal e o maior resíduo foi de 0,026 mGal.

1. Introdução

O presente trabalho tem como objetivo principal analisar a aplicação do método dos mínimos quadrados, com injunções relativas ao ajustamento da rede gravimétrica fundamental brasileira, em fase de implantação pelo Observatório Nacional do Brasil.

Em sua publicação especial No. 4, *The International Gravity Standardization Net - 1971 (IGSN-71)*, a Associação Internacional de Geodésia, IAG, sugere o ajustamento das redes gravimétricas nacionais à IGSN-71 sem fixação dos valores de gravidade nas estações daquela rede, tomada como referencial gravimétrico mundial. Procurando atender à recomendação da IAG, adota-se o modelo matemático combinado, ou seja, envolvendo implícita e simultaneamente parâmetros e observações, inserindo-se as informações do referencial como injunções relativas, ponderadas de acordo com os inversos de suas variâncias. Os pesos das observações são atribuídos com base num ajustamento preliminar, onde o modelo matemático utilizado é o das equações de condição ou dos correlatos, tomando como condição os erros de fechamento iguais a zero para os circuitos fechados da rede.

Para execução do ajustamento foi utilizado um computador IBM 370/158 do Laboratório Nacional de Computação Científica LNCC, através de terminais instalados no Observatório Nacional.

2. Descrição da rede

A rede gravimétrica implantada pelo Observatório Nacional se estende por todo o território brasileiro e é esquematicamente representada pela figura 1. Esta rede, cobrindo uma amplitude de gravidade da ordem de 1700 mGal, é constituída atualmente de 404 estações, das quais 16 integram o atual "datum" gravimétrico mundial, a IGSN-71 *International Gravity Standardization Net-1971*. As estações da rede são interligadas por 466 intervalos de gravidade, observados com gravímetros La Coste & Romberg, de modo a constituírem uma malha composta de 46 circuitos fechados. Foram utilizados nos levantamentos os gravímetros cujos números de série são os seguintes: G-041, G-061, G-257, G-372, G-454, G-602, G-613, G-622, G-628 e G-674. Além do Observatório Nacional, outras instituições colaboraram emprestando seus instrumentos; são elas: IAGS *Inter American Geodetic Survey*, UFPr *Universidade Federal de Paraná*, USP *Universidade de São Paulo*, UFPa *Universidade Federal do Pará* e UnB *Universidade de Brasília*. Os levantamentos foram efetuados com pelo menos 2 (dois) gravímetros simultaneamente. Neste caso,

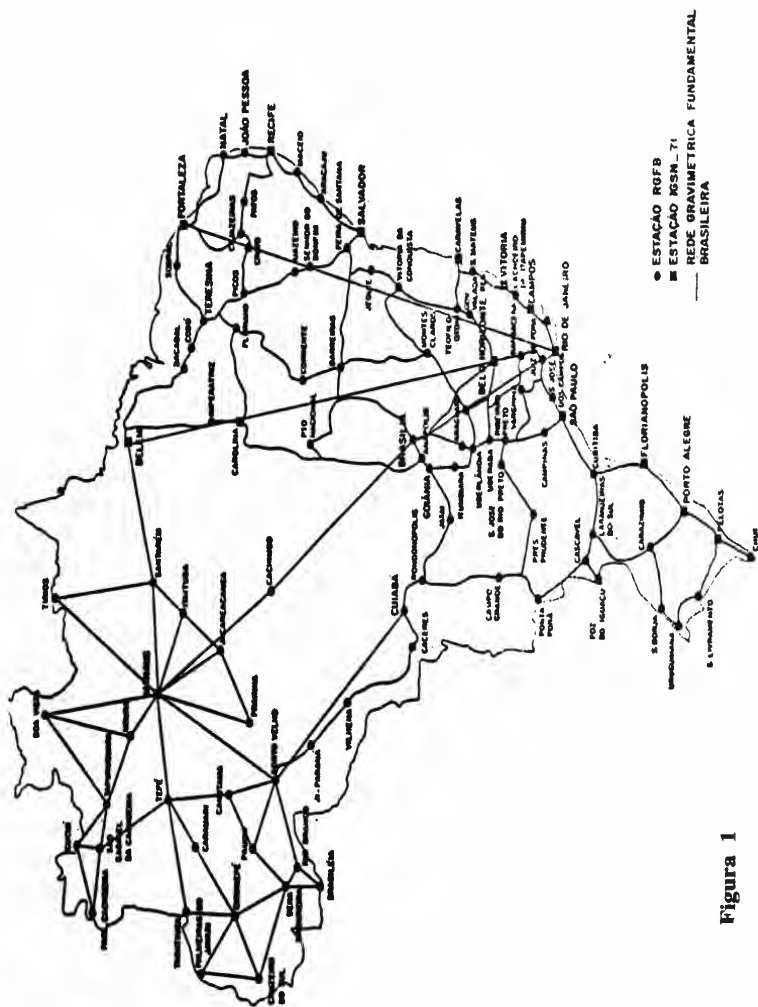


Figura 1

foram feitas leituras nas estações, percorrendo-se duas vezes o itinerário de ida e volta. Alternativamente, em alguns casos, foram empregados simultaneamente 4 (quatro) gravímetros, percorrendo-se o itinerário de ida e volta apenas uma vez. Em qualquer caso cada intervalo de gravidade entre as estações ocupadas foi medido pelo menos 8 (oito) vezes.

Os valores de gravidade e desvios padrão nas estações comuns com a IGSN-71 foram extraídos de [8]. Os valores de gravidade nestas estações foram expurgados da correção de Honkasalo [9].

Os intervalos de gravidade observados foram previamente corrigidos dos efeitos sistemáticos da atração gravitacional luni-solar e deriva instrumental. Para compensação da deriva instrumental adotou-se para cada intervalo a média ponderada de suas 4 (quatro) observações, tomando-se para pesos os inversos dos respectivos intervalos de tempo, decorridos entre as leituras nas estações que materializam seus extremos. As diferenças residuais de calibração entre aparelhos foram determinadas, conforme o item 3, sendo os intervalos reduzidos à escala do gravímetro número de série G-257.

Homogeneização das escalas dos gravímetros

Como já foi dito anteriormente os intervalos de gravidade foram medidos independentemente, sempre com dois ou mais gravímetros simultaneamente. Neste caso, as diferenças residuais de escala entre os instrumentos participou do levantamento de poucas e distintas linhas, tornar-se-ia pouco recomendável, do ponto de vista estatístico, a inserção de seus coeficientes de escala como parâmetros a serem determinados no ajustamento, face ao número reduzido de observações efetuadas. Sendo assim, optou-se pela redução de todas as observações à escala do gravímetro número de série G-257, através da determinação dos coeficientes de escala de todos os instrumentos em relação a este. O gravímetro G-257 foi escolhido como referência de escala em virtude de sua utilização em quase todos os levantamentos. Os coeficientes relativos de escala foram determinados pela ocupação simultânea, com todos os instrumentos, da linha de calibração Observatório Nacional-Agulhas Negras, que possui uma variação de gravidade de 628 mGal, percorrendo-se duas vezes o itinerário de ida e volta. Considerando que as diferenças de escala, após a aplicação de função de calibração fornecida pelo fabricante não apresentam evidências de falta de linearidade, optou-se pela redução linear, através de um único fator relativo de escala para cada gravímetro. Deste modo, o fator relativo de escala, c_i , para o i -ésimo instrumento será dado por:

$$c_i = \frac{\Delta g_{257}}{\Delta g_i} \quad , \quad (3.1)$$

onde Δg_{257} e Δg_i representam a observação do mesmo intervalo de gravidade com o gravímetro G-257 e o i -ésimo gravímetro respectivamente.

Como Δg_{257} e Δg_i são grandezas independentes, o erro relativo em c_i pode ser expresso por:

$$\frac{\sigma_{c_i}^2}{c_i^2} = \frac{\sigma_{\Delta g_{257}}^2}{\Delta g_{257}^2} + \frac{\sigma_{\Delta g_i}^2}{\Delta g_i^2}, \quad (3.2)$$

onde $\sigma_{c_i}^2$ é a variância do valor de c_i calculado, $\sigma_{\Delta g_{257}}^2$ é a variância da observação Δg_{257} e $\sigma_{\Delta g_i}^2$ é a variância da observação Δg_i . Considerando que Δg_{257} e Δg_i foram observados simultaneamente, utilizando o mesmo método e o mesmo observador, conclui-se, sem grande probabilidade de erro, que ambos têm a mesma precisão, portanto:

$$\sigma_{\Delta g_{257}}^2 = \sigma_{\Delta g_i}^2 = \sigma_{\Delta g}^2. \quad (3.3)$$

Assim, considerando também que Δg_i e Δg_{257} são aproximadamente iguais e c_i é um valor próximo da unidade, a partir da equação (3.2), tem-se:

$$\sigma_{c_i} = \frac{\sigma_{\Delta g} \sqrt{2}}{\Delta g}, \quad (3.4)$$

ou seja, o desvio padrão, na determinação do fator relativo de escala, c_i , do i -ésimo gravímetro é inversamente proporcional à amplitude do intervalo de gravidade utilizado para tal.

Se em lugar de um foram observados n intervalos de gravidade de diferentes amplitudes, o fator de escala, c'_i , será dado pela média ponderada dos fatores parciais, tomando-se para pesos as amplitudes dos respectivos intervalos. Deste modo,

$$c'_i = \frac{\sum_{j=1}^n c_i \Delta g_j}{\sum_{j=1}^n \Delta g_j} \quad (3.5)$$

e o desvio padrão de c_i será dado por:

$$\sigma_{c'_i} = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n (\Delta g_j \sigma_{c_i})^2}}{\sum_{j=1}^n \Delta g_j} \quad (3.6)$$

Considerando a equação (3.4), tem-se:

$$\sigma_{c'_i} = \frac{\sigma_{\Delta g} \sqrt{2n}}{n \sum_{i=1}^n \Delta g} \quad (3.7)$$

Para determinação dos fatores relativos de escala a linha ON-Agulhas Negras foi subdividida em quatro intervalos de gravidade, inserindo-se três estações intermediárias. Do ON até a primeira estação intermediária mediu-se 162 mGal, até a segunda 256 mGal, até a terceira 437 mGal e até Agulhas Negras 628 mGal. Neste caso, considerando $\sigma_{\Delta g} = 0,02$ mGal,

$$\sum_{i=1}^n \Delta g = 1483$$

$$\sigma_{c'_i} = 0,0000381$$

que é o desvio padrão estimado dos fatores relativos de escala, igual para todos os instrumentos envolvidos.

Aplicando-se a equação (3.5) às observações efetuadas com os nove aparelhos utilizados, obteve-se os seguintes valores para os fatores de escala em relação ao gravímetro G-257:

$c_{41} = 0,9992876,$	$c_{602} = 1,0001544,$
$c_{61} = 0,9997381,$	$c_{613} = 1,0005857,$
$c_{372} = 1,0001241,$	$c_{622} = 1,0001311,$
$c_{454} = 1,0000424,$	$c_{628} = 1,0001307,$
	$c_{674} = 1,0001459.$

4. Ajustamento preliminar

Antes do ajustamento final da rede, é aconselhável efetuar-se uma avaliação preliminar de sua coerência, eliminando-se eventuais enganos e obtendo-se uma estimativa da precisão das observações, com vistas à atribuição de pesos. Tal objetivo pode ser alcançado através de um ajustamento preliminar.

O ajustamento preliminar da rede foi executado pelo método dos mínimos quadrados com base no modelo matemático das equações de condição, aplicadas aos fechamentos dos circuitos, conforme descrito em [4]. Este modelo foi escolhido por envolver apenas observações, não sendo por isso afetado por eventuais erros externos à rede, possibilitando a obtenção de uma estimativa da precisão das observações, sem a propagação de erros de outras fontes. Além disso, a matriz dos coeficientes normalizados, M , terá a dimensão do

número de circuitos fechados, que é menor do que o número de estações incógnitas da rede, o que reduz significativamente o trabalho de computação em relação aos modelos combinado ou paramétrico.

Como medida adicional, a fim de reduzir o tempo de processamento e o espaço de armazenamento na memória do computador foram ajustados inicialmente apenas os intervalos internodais, que interligam estações nodais ou estações conhecidas (IGSN-71), ou ainda, uma estação nodal com uma conhecida. Desta forma, no ajustamento final a ser conduzido com base no modelo combinado, as dimensões da matriz normal, que deve ser invertida, são reduzidas ao número de estações nodais e conhecidas mais uma unidade correspondente ao fator de escala, como é analisado no item 5.

O resultado do ajustamento preliminar indicou o desvio padrão de 0,013 mGal para os intervalos observados. O maior resíduo verificado foi de 0,026 mGal e nenhum circuito da rede teve erro de fechamento superior a $0,02 \sqrt{n}$ mGal, sendo n o número de intervalos de gravidade do circuito fechado.

5. Ajustamento final

Finalmente, deseja-se ajustar a rede gravimétrica ao datum gravimétrico mundial, a IGSN-71. Com este objetivo adotou-se o modelo combinado [4], inserindo-se os valores de gravidade nas estações do datum como injunções relativas, com pesos iguais aos inversos dos quadrados dos respectivos desvios-padrão. Os intervalos observados foram considerados igualmente precisos e receberam para peso o valor inverso da variância obtida no ajustamento preliminar, ou seja, $(0,00016945)^{-1}$. Neste sistema a variância da observação de peso unitário, σ_0^2 , ao final do ajustamento, deverá ser próxima da unidade, atestando a validade dos pesos atribuídos. O valor obtido no ajustamento foi $\sigma_0^2 = 1,0539$.

Os valores de gravidade nas estações da rede foram obtidos em duas etapas. A primeira envolveu apenas as estações nodais e as conhecidas; a segunda envolveu as estações intercaladas e as excêntricas.

Os valores de gravidade nas estações intercaladas e nas excêntricas foram obtidos adotando-se a injunção absoluta, considerando constantes os valores de gravidade das estações nodais e conhecidas, bem como o valor do fator de escala, k , obtidos na primeira etapa. Assim, para o intervalo de gravidade entre as estações nodais A e B, figura 2, com n sub-intervalos e $n-1$ estações intercaladas, numeradas de 2 a n , tem-se o seguinte sistema de equações.



Figura 2

$$\begin{aligned}
 g_A - g_2 + k\Delta g_{A2} &= 0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 F(X_a, L_a) = 0 \text{ ou } g_{n-1} - g_n + k\Delta g_{n-1,n} &= 0 \\
 g_n - g_B + k\Delta g_{nB} &= 0
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Os elementos do vetor dos parâmetros incógnitas, X_a , são: $g_2, g_3, g_4, \dots, g_n$ e os elementos de vetor das grandezas observáveis, L_a , são: $\Delta g_{A2}, \Delta g_{23}, \Delta g_{34}, \dots, \Delta g_{nB}$. Portanto, a matriz será:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & - & - & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & - & - & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & - & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & - & - & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & - & - & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

A matriz normal R será dada pela equação $R = A^T P A + P$, fazendo $P = 0$, já que se adotou a injunção absoluta e não relativa. Assim,

$$R = A^T P A. \tag{5.3}$$

o vetor S, será:

$$S = A^T P W, \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 w_1 &= g_A - g_2^O + k\Delta g_{A2}^b \\
 \text{sendo } W &= F(X_O, L_b) \text{ ou } w_{n-1} = g_{n-1}^O - g_n^O + k\Delta g_{n-1,n}^b \\
 w_n &= g_n^O - g_B + k\Delta g_{nB}^b
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Tomando-se $P = I$, ou seja, fazendo-se os pesos iguais à unidade, a matriz R será do tipo:

$$R = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & - & - & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & - & - & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & - & - & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & - & - & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & - & - & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

e o vetor S será do tipo:

$$S = \begin{bmatrix} w_2 & - & w_1 \\ w_3 & - & w_2 \\ w_4 & - & w_3 \\ \hline w_{n-1} & - & w_{n-2} \\ w_n & - & w_{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

A solução do problema é dada pelas equações $X = -R^{-1}S$ e $X_a = X_o + X$. A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados, X_a , é dada pela equação $\sum_{x_a} = \sigma_o^2 R^{-1}$, fazendo

$$\sigma_o^2 = V^T P V. \quad (5.8)$$

Entretanto, como os valores de gravidade nas estações A e B, bem como k, foram considerados isentos de erros, ou seja, constantes, a matriz variância-covariância será função apenas dos erros cometidos nas observações dos sub-intervalos, sem influência das variâncias daquelas grandezas, que, como se sabe, também estão sujeitas a erros. O problema pode ser resolvido empregando-se para o cálculo da variância, σ_{gi}^2 , na estação intercalada de ordem i a seguinte equação:

$$\sigma_{gi}^2 = k^2 \sigma_{xi}^2 + x_{ii}^2 \sigma_k^2 + A_{ii}^2 \sigma_A^2 + B_{ii}^2 \sigma_B^2 + 2 A_{ii} B_{ii} \sigma_{g_A g_B}, \quad (5.9)$$

onde,

$$A_i = \frac{n-i+1}{n},$$

$$B_i = \frac{i-1}{n}$$

$$X_i = A_i \Delta g_{Ai} + B_i \Delta g_{Bi}$$

$$i = 2, \dots, n,$$

sendo Δg_{Ai} e Δg_{Bi} os intervalos de gravidade medidos a partir das estações A e B até a estação i.

O primeiro termo do segundo membro da equação (5.9) representa a influência dos erros cometidos nas observações dos sub-intervalos, que é dado pela diagonal principal da matriz variância-covariância dos valores de gravidade intercalados ajustados. Os demais termos representam as influências dos erros cometidos na determinação de k , g_A e g_B e da correlação entre g_A e g_B , que podem ser calculados em função dos elementos da matriz variância-covariância do ajustamento das estações nodais e adicionados ao primeiro.

Os valores de gravidade nas estações excêntricas, g_e , e suas variâncias, $\sigma_{g_e}^2$, são obtidos de modo simples:

$$g_e = g_A + k \Delta g_{Ae}$$

$$\text{e } \sigma_{g_e}^2 = k^2 \sigma_{\Delta g_{Ae}}^2 + (\Delta g_{Ae})^2 \cdot \sigma_k^2 + \sigma_{g_A}^2.$$

Como $\sigma_{\Delta g_{Ae}}^2$ é igual a σ_0^2 do ajustamento preliminar e $\sigma_{g_A}^2$ e σ_k^2 são conhecidas, é possível obter-se tanto g_e com $\sigma_{g_e}^2$.

Obteve-se para fator absoluto de escala do gravímetro G-257 ($k=1,0003040$) e para seu desvio padrão ($\sigma_k = 0,0000219$). O maior desvio padrão, 0,029 mGal, foi encontrado na estação de ordem 112.

Comparando os valores de gravidade assimismo obtidos com aquelas das estações IGSN-71 encontrou-se as seguintes diferenças (B-A), em miligals:

010176	Rio de Janeiro	"A"	-0,023
011176	São Paulo	"J"	-0,005
013576	Belo Horizonte	"J"	0,053
032276	Manaus	"J"	-0,003
041378	Caravelas	"J"	0,009
041878	Vitória	"B"	-0,002
042178	Campos	"J"	0,005
080679	Carolina	"J"	-0,001

081179	Belém	"A"	0,013
081375	Belém	"K"	0,031
090280	Salvador	"B"	0,015
100881	Recife	"J"	-0,049
130382	Florianópolis	"A"	0,056
131182	Porto Alegre	"B"	-0,009
141583	Pelotas	"B"	-0,013
171669	Fortaleza	"J"	-0,012

6. Coeficientes absolutos de escala

No item 3 foram determinados os coeficientes de escala, c_i , de todos os gravímetros envolvidos nos levantamentos, em relação ao gravímetro -257. Os coeficientes absolutos de escala, k_i , ou seja, coeficientes de escala em relação à IGSN-71, podem ser obtidos em função do coeficiente absoluto, k_{257} , do gravímetro G-257 e dos coeficientes apresentados no item 3. O valor de k_{257} e seu desvio padrão $\sigma_{k_{257}}$ foram estimados no ajustamento final:

$$k_{257} = 1,0003040 \quad \text{e} \quad \sigma_{k_{257}} = 0,0000219.$$

O valor de k_i é dado por:

$$k_i = k_{257} \times c_i \quad (6.1)$$

e o seu desvio padrão pode ser expresso, sem erro significativo, na seguinte forma:

$$\sigma_{k_i} = \sqrt{\sigma_{c_i}^2 + \sigma_{k_{257}}^2} \quad (6.2)$$

A estimativa para σ_{c_i} é conhecida do item 3, $\sigma_{c_i} = 0,0000381$, e $\sigma_{k_{257}}$ também já foi estimado. Assim, os coeficientes absolutos de escala, k_i , têm um desvio padrão estimado, σ_{k_i} , igual a:

$$\sigma_{k_i} = 0,00005$$

e os seus valores para cada gravímetro são:

$k_{41} = 0,99959,$	$k_{602} = 1,00046,$
$k_{61} = 1,00004,$	$k_{613} = 0,99989,$
$k_{257} = 1,00030,$	$k_{622} = 1,00044,$
$k_{372} = 1,00043,$	$k_{628} = 1,00043$
$k_{454} = 1,00035,$	$k_{674} = 1,00045.$

7. Conclusões

O refinamento prévio dos dados gravimétricos, efetuando as correções dos efeitos sistemáticos passo a passo, mostrou-se bastante eficiente no ajustamento da rede. Os desvios padrão e os resíduos constatados no ajustamento preliminar, bem como no ajustamento final, indicam que, se tais efeitos não foram totalmente eliminados, pelo menos foram reduzidos à ordem de grandeza da precisão nominal de leitura dos gravímetros empregados. Tal procedimento, além de conduzir a um modelo matemático mais simples, parece ser física e estatisticamente mais justificável, já que em alguns casos, a natureza do efeito sistemático envolvido não favorece a sua inclusão como parâmetro a ser determinado no ajustamento. A inclusão de todos os coeficientes absolutos de escala no modelo matemático pode se tornar viável à medida que forem aumentando as participações dos gravímetros nos levantamentos da rede. Entretanto, como o controle das escalas dos gravímetros deve ser feito periodicamente, é possível que seja mais conveniente a homogeneização prévia das escalas, através do controle anual dos coeficientes relativos de escala.

A não fixação dos valores de gravidade da IGSN-71, conduziu a pequenas diferenças entre estes valores e aqueles oriundos do ajustamento, sendo a maior diferença, 0,056 mGal, verificada na estação FLORIANÓPOLIS "A". A inconveniência dessa discordância torna-se apenas aparente face a sua magnitude. Com efeito, embora não tenha sentido pensar-se em corrigir os valores do datum, é perfeitamente viável a adoção dos valores ajustados para uso local, conforme sugere a IAG [10].

Os coeficientes relativos de escala dos gravímetros foram confirmados em duas ocupações de linha ON-Agulas Negras, num intervalo de dois anos. Portanto, os coeficientes absolutos de escala dos gravímetros, para conversão à escala da IGSN-71, podem ser aplicados, desde que se assegure a sua invariabilidade no período de utilização, através da ocupação periódica da linha de calibração.

Referências Bibliográficas

- 1 Association Internationale de Géodésie, Bureau Gravimétric International. Note to the users of the International gravity standardization net 1971, *Bulletin d'information*, Toulouse, 47:15-16, 1980.
- 2 De Andrade, J.B. *Photogrammetric Refraction*, s.l. The Ohio State University, 1977, pp. 117.
- 3 Dehlinger, P. *Marine Gravity*, Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978, pp. 322.
- 4 Escobar, I.P. Injunções Relativas em Ajustamento Gravimétrico. Curitiba, UFPR, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1985, pp. 122.
- 5 Estados Unidos. Defense Mapping Agency Topographic Center. *General land gravity survey instructions*. s.l., 1974, pp. 50.

- 6 Gama, L.I. & Gualda, J. *Base Gravimétrica do Corcovado*. Rio de Janeiro, Observatório Nacional, 1968, pp. 15.
- 7 Gama, L.I. *Valores de gravidade no nordeste e região centro-leste do Brasil*. Rio de Janeiro, Observatório Nacional, 1971, pp. 45.
- 8 Gemaël, C. *Aplicações do cálculo matricial em geodésia*; 2ª parte: ajustamento de observações. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1974, pp. 103.
- 9 Hamilton, A.C. World Standards for Gravity Measurements. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, Ottawa, 57 (5): 199-209, 1963.
- 10 Hamilton, A.C. & Brulê, B.G. Vibration-induced drift in La Coste & Romberg geodetic gravimeters. *Journal of Geophysical Research*, Richmond, 72(8): 2187-2197, 1967
- 11 Hirvonen, R.A. *Adjustement by least squares in geodesy and photogrammetry*. New York, Frederick Ungar Publishing Co., 1971, pp. 261.
- 12 Koslosky, J.A. & Ziegler, R.E. *Standars of precision and operating methods for modern gravity surveys*. Washington, U.S. Army Topographic Command, 1969, pp. 10
- 13 Lacoste & Romberg, Inc. *Instruction manual for La Coste & Romberg, Inc. model G land gravity meter*. Austin, s.d. pp.14.
- 14 Lejay, P. *Développements modernes de la gravimétrie*. Paris Gauthier-Villars, 1974, pp. 243.
- 15 Longman, I.M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research*, Richmond, 64(12):2351-2355, 1959.
- 16 McConnel, R.K. *Provisional Adjustement of LAPGN*. Ottawa, Earth Physics Branch, 1973, pp. 43.
- 17 McConnel, R.K. *et al. An evaluation of six La Coste & Romberg gravimeters for use on the Latin American Primary Gravity Net*. Ottawa, Earth Physics Branch, Buenos Aires, Servicio de Hidrografía Naval, Honolulu, Hawaii Institute of Geophysics, 1973, pp. 27.
- 18 McConnel, R.K. *et al. Latin America Gravity Standardization Network 1977 (LAGSN 77)*. Ottawa, SILAG, 1979, pp. 30.
- 19 Melchior, P. *Physique et dynamique planétaires*. Louvain, Vander, 1971. V.1,2.
- 20 Mironóv, V.S. *Curso de prospección gravimétrica*. Barcelona, Reverté, 1977, pp. 525.
- 21 Morelli, C. *The international gravity standardization net 1971 (IGSN 71)*. Paris, Bureau Central de l'Association Internationale de Géodésie, s.d. pp. 194 (Publication spéciale, 4).
- 22 Pick, M. *et al. Theory of the earth's gravity field*. Amsterdam, Elsevier, 1971, pp. 538.
- 23 Parasnis, D.S. *Principles of Applied Geophysics*. London, Chapman and Hall Ltd., 1972, pp. 214.
- 24 Rosier, F.A. *Medidas diferenciais da gravidade: ajustamentos de uma sub-rede de estações gravimétricas e determinação de coeficientes de escala*

- para os gravímetros La Coste & Romberg modelo G No. 41, 372, 454. Curitiba, UPFR, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1979, pp. 190.
- 25 Sazhina, N. & Grushinski, N. *Gravity prospecting*. Moscow, Mir Publishers, 1971, pp. 491.
- 26 Shokin, P.F. *Gravimetry* (apparatus and methods for measuring gravity). Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations, 1963, pp. 323.
- 27 Uotila, U.A. *Introduction to adjustment computations with matrices*. s.l., The Ohio State University, 1976, pp. 84.
- 28 Vaniceck, P. & Krakiwsky, E.J. *Geodesy: the concepts*. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1982, pp. 691.