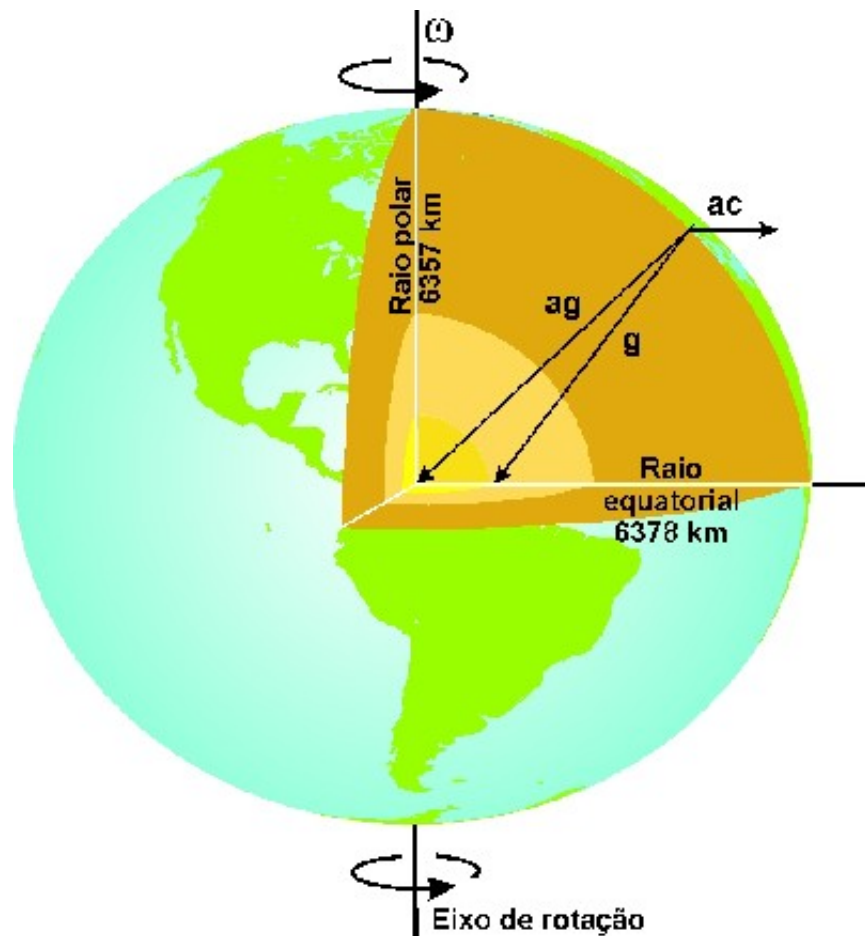


# ***A FORMA E O CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA***

---

*Manoel S. D'Agrella Filho*

# Gravitação Próxima à superfície da Terra



A aceleração da gravidade ( $g$ ) varia de ponto para ponto na superfície da Terra. A aceleração da gravidade em um determinado local resulta da soma vetorial das acelerações gravitacional ( $ag$ ) e da centrífuga ( $ac$ ). A Aceleração da gravidade  $g$  não é radial e sua intensidade atinge valores máximos nos pólos e mínimos na região equatorial.

$$\mathbf{g} = \mathbf{ag} + \mathbf{ac}$$

# **Gravitação Próxima à superfície da Terra**

Existem três razões para a variação de  $g$  sobre a superfície da Terra:

- 1 - A Terra não é uniforme. Há uma concentração maior de massa no equador, o que faz com que o valor de  $g$  aumente em direção ao equador;**
- 2 - Ela não é uma esfera perfeita (elipsóide com raio equatorial  $\sim 21$  km maior que o raio polar). A distância ao centro de massa da Terra é menor nos pólos do que no equador, o que produz um aumento da gravidade em direção aos pólos.**
- 3 - Ela está em rotação. A aceleração centrífuga se opõe à aceleração da gravidade que é zero nos pólos e tem seu valor máximo no equador. Portanto, este efeito produz um aumento de  $g$  em direção ao pólo.**

# ENERGIA POTENCIAL

**Energia potencial é a energia que um objeto tem em virtude de sua posição em relação à origem de uma força.**

Podemos considerar a energia potencial de uma maçã em uma árvore que decorre da força de gravidade produzida pela Terra. Quando a maçã cai, ela perde energia potencial, a qual é transformada em energia cinética. Para computar a energia potencial, nós precisamos realizar um trabalho, o qual corresponde a exercer uma força igual e oposta a força gravitacional ( $F$ ). Supondo uma força  $F$  constante, e uma altura  $h$ , o trabalho realizado será  $(-F)h$ . Esta é a energia potencial quando a maçã está na árvore.

# ENERGIA POTENCIAL

Se a força constante mover um objeto de uma distância  $dr$  (na direção da força), o trabalho realizado será  $dW = Fdr$  e a mudança de energia potencial  $dE_p$  será dado por:

$$dE_p = -dW = -Fdr$$

# POTENCIAL GRAVITACIONAL

**O potencial gravitacional ( $U_g$ ) é a energia potencial ( $E_p$ ) de uma unidade de massa em um campo de atração gravitacional.**

A energia potencial de uma massa  $m$  situada em um campo gravitacional será:

$$mU_g$$

e a mudança de energia potencial ( $dE_p$ ) é igual a:

$$(mdU_g)$$

# POTENCIAL GRAVITACIONAL

Sabendo agora que  $dE_p = -F dr$ , podemos escrever que:

$$m dU_g = -F dr \text{ e que:}$$

$$m dU_g = -m a_g dr.$$

Rearranjando esta equação, vetorialmente, teremos:

$$\mathbf{a}_g = -dU_g/dr \mathbf{r}$$

( $\mathbf{r}$  é um vetor unitário)

Sabendo que:

$$\mathbf{a}_g = -GM / r^2 \mathbf{r},$$

podemos escrever que:

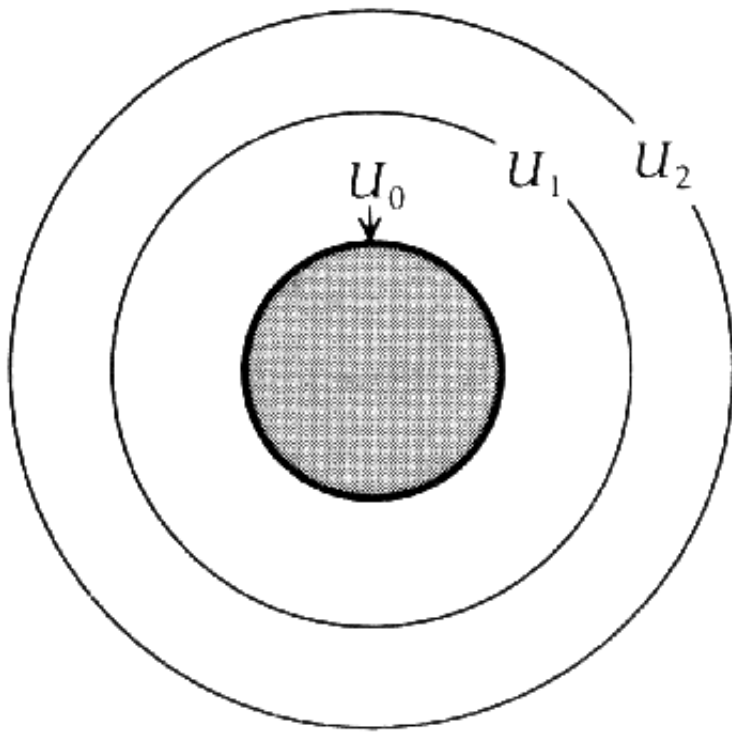
$$dU_g/dr = GM / r^2,$$

cuja solução é:

$$U_g = -GM / r.$$

# SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

**Uma superfície equipotencial é aquela em que o potencial gravitacional é constante.**



Superfícies equipotencias para uma massa M esférica formam um conjunto de esferas concêntricas ( $U_g = -GM / r$ ).



# SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

Pela própria definição, nenhuma mudança de potencial (e, portanto, nenhum trabalho) acontece ao se mover de um ponto a outro de uma superfície equipotencial.  $dW = Fdr$ . No caso da esfera, a força é radial e o deslocamento é horizontal. Como o trabalho é  $Fdr\cos(\theta)$  e  $\theta$  vale  $90^\circ$ ,  $\cos(90^\circ) = 0$  e o trabalho para se movimentar sobre a superfície equipotencial será nula.

**A força e a aceleração do campo gravitacional devem agir perpendicularmente a esta superfície.**

# **A FIGURA DA TERRA**

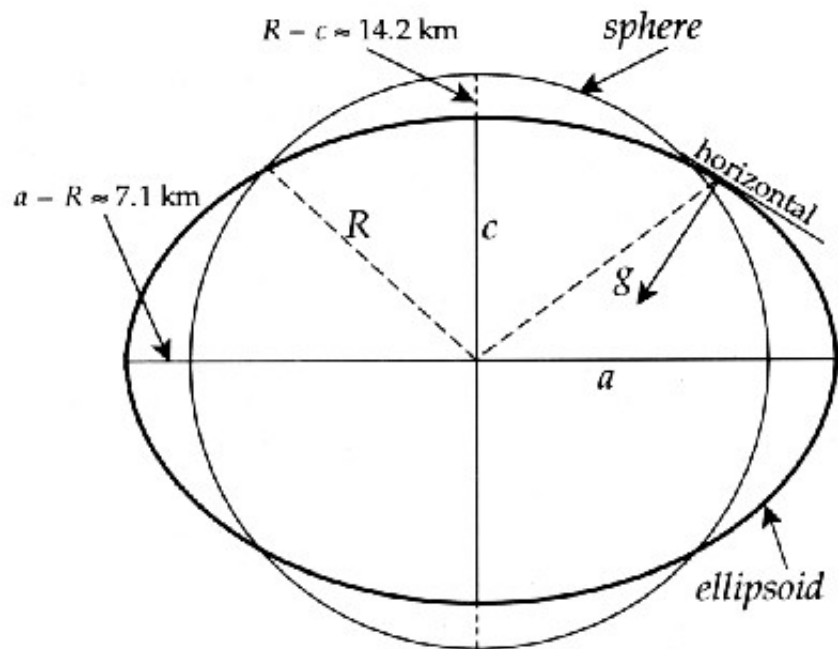
**A superfície verdadeira da Terra é irregular, formada em parte por continentes e oceanos. Para propósitos geofísicos, entretanto, a Terra é representada por uma superfície plana e fechada, a qual é chamada de figura da Terra.**

**A forma da Terra e a gravidade estão intimamente ligadas, de modo que a figura da Terra é considerada como tendo a forma de uma superfície equipotencial de gravidade, em particular a que coincide com o nível médio dos mares.**

# A FIGURA DA TERRA

A melhor aproximação matemática para esta figura é a de um elipsóide oblato, ou esferóide. A determinação precisa das dimensões da Terra (isto é, seus raios equatorial e polar) é o principal objetivo da geodésia. Análises atuais da forma da Terra têm como base observações precisas de órbitas de satélites artificiais da Terra. Estes dados são ajustados para definir o melhor elipsóide oblato, o qual é denominado Elipsóide Internacional de Referência.

# A FIGURA DA TERRA



$a = 6378.136 \text{ km}$
$c = 6356.751 \text{ km}$
$R = 6371.000 \text{ km}$

1980

Elipsóide Internacional de referência (1980) – superfície equipotencial.

O achatamento polar  $f$  é definido como:

$$f = (a - c) / a$$

Com os dados acima,

$$f = 1/298,257.$$

# GEÓIDE

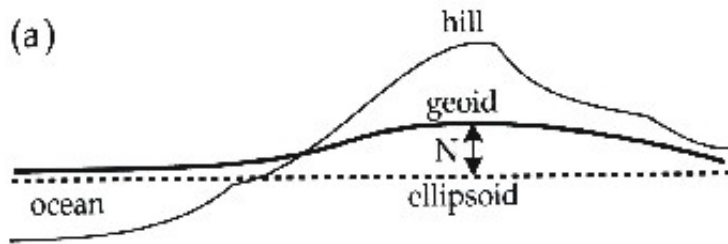
O Elipsóide Internacional de Referência é uma boa aproximação da superfície equipotencial de gravidade, mas é, na realidade, uma conveniência matemática.

**A superfície equipotencial física da gravidade é chamada de Geóide e reflete a verdadeira distribuição de massa dentro da Terra. Ele difere pouca coisa do Elipsóide teórico.**

# GEÓIDE

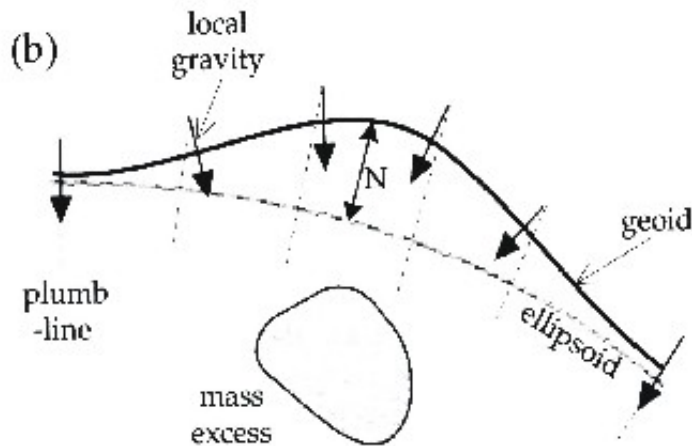
Longe dos continentes, o geóide coincide com a superfície livre dos oceanos, excluindo as perturbações temporárias das marés e ventos. Sobre os continentes, o geóide é afetado pela massa da Terra localizada sobre o nível médio dos mares.

# GEÓIDE



Uma montanha faz com que haja uma elevação local do geóide acima do elipsóide.

Um excesso de massa tem o mesmo efeito.



O deslocamento entre o Geóide e o elipsóide é chamado de ondulação do Geóide.

Fig. 2.22 (a) A mass outside the ellipsoid or (b) a mass excess below the ellipsoid elevates the geoid above the ellipsoid.  $N$  is the geoid undulation.

# GEÓIDE

A combinação entre dados de satélites e medidas de gravidade na superfície da Terra foi usada para definir um modelo de superfície do geóide (Goddard Earth Model (GEM) 10). Uma comparação global entre o elipsóide de referência e o modelo GEM 10 mostra ondulações do geóide com comprimentos de ondas longos. Estas feições de larga escala não podem ser associadas a anomalias de crosta rasa ou mesmo da litosfera. Elas devem ser decorrentes de heterogeneidades que se estendem a profundidades do manto inferior, mas sua origem não é ainda bem entendida.



# MEDIDAS ABSOLUTAS DE GRAVIDADE

## Método da queda livre

Os métodos atuais de medidas de gravidade são baseados em observações de objetos em queda livre.

Para um objeto em queda livre, começando em uma posição  $Z_0$ , com velocidade inicial  $u$ , a equação de movimento para a posição  $z$  em um instante  $t$  é dada por:

$$Z = Z_0 + ut + \frac{1}{2} gt^2$$

Um sistema sofisticado, onde a passagem do objeto é detectada por um feixe de luz monocromática, é usado para determinar o tempo de queda livre do corpo.

Embora este aparato seja compacto, ele não é suficientemente adequado para as pesquisas gravimétricas. Neste sentido, foram desenvolvidos aparelhos que fazem medidas relativas de gravidade, chamados gravímetros.

# MEDIDAS RELATIVAS DE GRAVIDADE

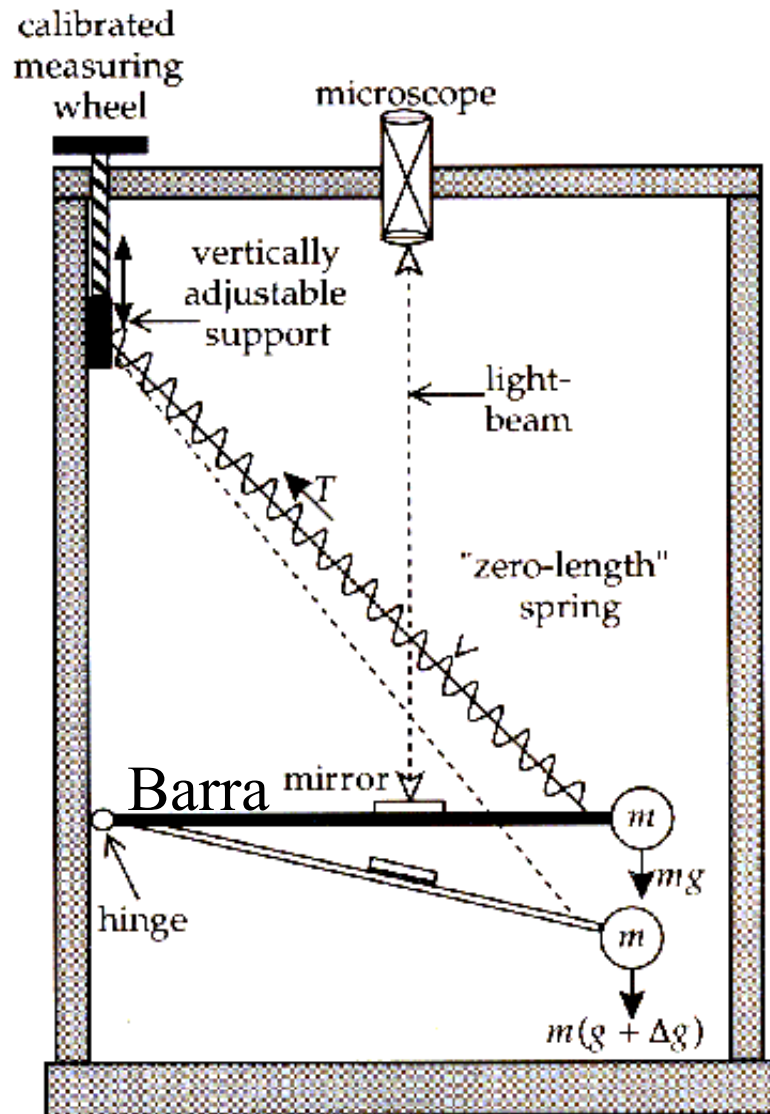
## GRAVÍMETRO

Os primeiros gravímetros são baseados na *lei de Hook*. Uma massa  $m$  suspensa por uma mola de comprimento  $S_0$  causa uma extensão da mola levando-a para um novo comprimento  $S$ . A lei de Hook diz que a mudança de comprimento da mola é proporcional à força restauradora da mola e, assim, ao valor da gravidade  $g$ :

$$F = mg = -k(S - S_0),$$

onde  $k$  é a constante elástica da mola.

# GRAVÍMETRO



## MEDIDAS RELATIVAS DE $g$ .

Um parafuso situado na parte superior do gravímetro (calibrated measuring wheel), quando girado, altera a tensão da mola e restaura a posição horizontal da barra. O movimento do parafuso está calibrado para fornecer a mudança da gravidade, geralmente, na unidade mgal.

O gravímetro é leve, robusto e portátil.

Precisão: 0,01 mgal – 10  $\mu$ gal

# Deriva do instrumento

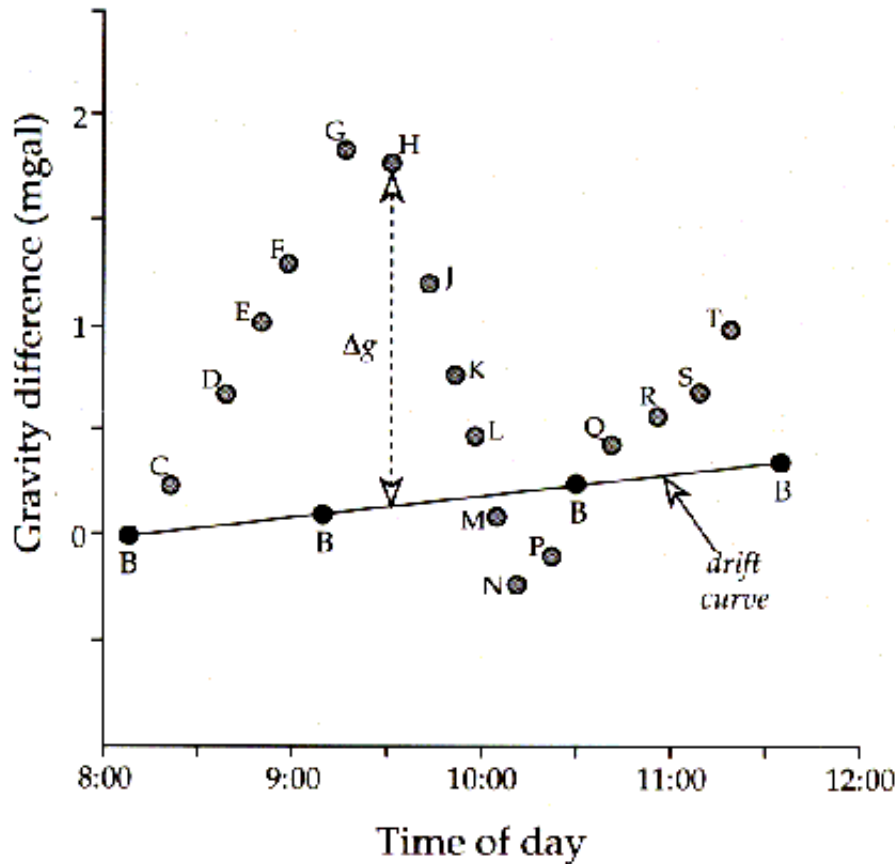
Se o gravímetro é colocado em algum lugar e monitorado por algum tempo, veremos que as medidas variam suavemente com o tempo (as quais podem ser de até centenas de mgals).

Decorre de mudanças nas propriedades elásticas da mola do gravímetro induzidas por variações de temperatura. Este efeito pode ser minimizado colocando-a em uma câmara evacuada.

As propriedades elásticas da mola não são perfeitas. Este efeito pode ser corrigido, embora seja pequeno nos gravímetros atuais.

A correção pode ser obtida repetindo-se a medida realizada em algumas estações durante o dia e assim construir uma curva de deriva, a qual pode ser utilizada para corrigir as medidas em outras estações de medidas. Para fazer esta correção, a hora de cada medida deve ser anotada.

# Deriva do instrumento



A correção pode ser obtida repetindo-se a medida realizada em algumas estações durante o dia e assim construir uma curva de deriva, a qual pode ser utilizada para corrigir as medidas em outras estações de medidas. Para fazer esta correção, a hora de cada medida deve ser anotada.

Fig. 2.33 Compensation of gravity readings for instrumental drift. The gravity stations B–T are occupied in sequence at known times. The repeated measurements at the base station B allow a drift correction to be made to the gravity readings at the other stations.

# LEVANTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS

O objetivo dos levantamentos gravimétricos é o de localizar e descrever estruturas de subsuperfície decorrentes dos efeitos de gravidade causadas por densidades anômalas.

Normalmente, uma rede de estações é utilizada para as medidas, espaçadas de acordo com os objetivos do levantamento.

Em estudos ambientais, uma investigação detalhada requer distâncias de poucos metros entre as estações de medidas.

# LEVANTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS

Em levantamentos regionais, tais como os utilizados para prospecção de interesse comercial, as distâncias entre as estações pode ser de vários quilômetros.

Se a área não for muito grande, uma estação pode ser utilizada de base (base de referência) e as diferenças de gravidade entre todas as outras bases e a base de referência são medidas.

O levantamento em escala nacional, as diferenças de gravidade podem ser determinadas relativas a uma base onde o valor absoluto da gravidade é conhecido.

# CORREÇÃO DAS MEDIDAS DE GRAVIDADE

devido ao movimento de rotação da Terra e seu achatamento o valor de  $g$  diminui em direção ao equador.

A atração exercida pela Lua e pelo Sol, bem como as diferenças de altitude entre os pontos de medidas causam alteração no valor da gravidade.

Como todas estas variações se superpõem, torna-se necessário quantificá-las e eliminá-las ao máximo para, então, estudar aquelas variações causadas por diferenças na composição e estrutura da crosta ou do manto da Terra.



# CORREÇÃO DAS MEDIDAS DE GRAVIDADE

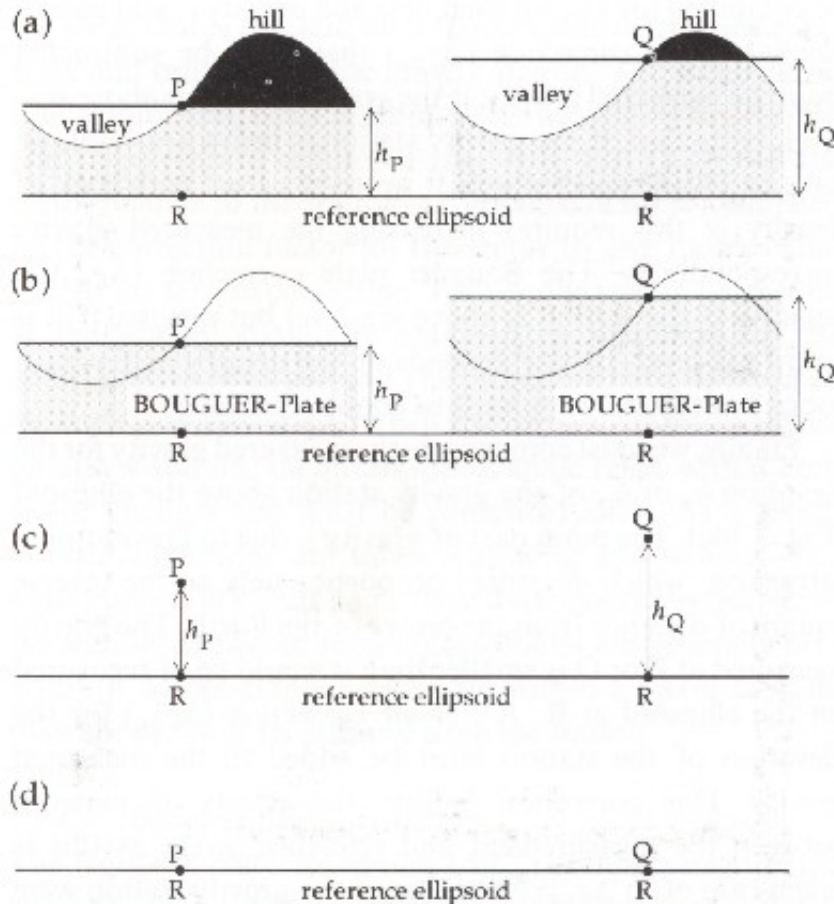
A maior variação no valor de  $g$  é latitudinal, causada pela rotação e achatamento terrestres. A referência teórica usada para determinar as anomalias de gravidade é o elipsóide de referência internacional, o qual representa uma superfície equipotencial passando pelo nível médio dos mares.

Em 1980, especialistas em geofísica e geodésia estabeleceram que o valor de  $g$  ao nível do mar pode ser descrito pela **Fórmula Internacional da Gravidade**, dada por:

$$g(\phi) = 978,0318(1 + 0,0053024\text{sen}^2\phi - 0,00000587\text{sen}^22\phi) \\ \text{Gal.}$$

( $\phi$  - latitude)

# Correções de terrenos, de ar-livre e de Bouguer.



Correção de Terreno – positiva;

Correção de Bouguer – negativa  
acima do nível do mar;

Correção de ar livre – positiva  
acima do nível do mar

Fig. 2.34 After (a) terrain corrections, (b) the Bouguer plate correction, and (c) the free-air correction, the gravity measurements at stations P and Q can be compared to the theoretical gravity at R on the reference ellipsoid.

# CORREÇÃO DE TERRENO

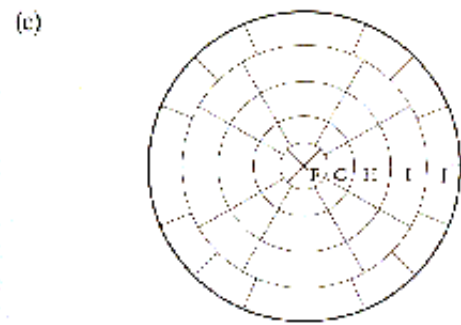
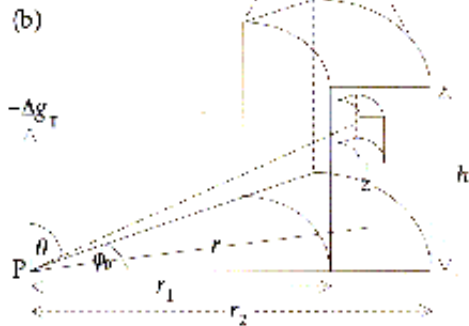
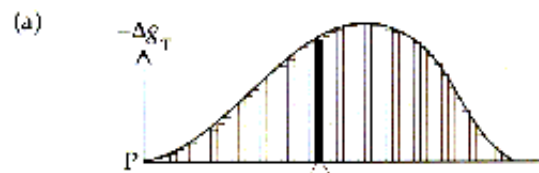


Fig. 2.35 Terrain corrections  $\Delta g_T$  are made by (a) dividing the topography into vertical elements, (b) computing the correction for each cylindrical element according to its height above or below the measurement station, and (c) adding up the contributions for all elements around the station, with the aid of a transparent overlay on a topographic map.

$$\Delta g_T = G\pi\rho \{[(r_1^2+h^2)^{1/2} - r_1] - [(r_2^2+h^2)^{1/2} - r_2]\}$$

Na prática, as correções de terreno são realizadas com a utilização de uma carta de terreno, a qual consiste de círculos concêntricos e linhas radiais que dividem a área em torno da estação, em setores que apresentam simetria radial. Através de um mapa topográfico avalia-se a altitude média para cada setor, fazendo coincidir o centro da carta com a localização da estação. A correção (mgal/m) para cada setor (fator de correção – os valores de gravidade por metro de cada setor são tabelados) é multiplicada pela altitude e a soma de todos os setores representa a correção topográfica a ser realizada.

# CORREÇÃO DE BOUGUER.

$$\Delta g_{\text{BP}} = 2\pi G \rho h \quad (G - \text{Constante gravitacional})$$

ou

$$\Delta g_{\text{BP}} = 0,0419 \times 10^{-3} \rho \text{ (mgal/m)}$$

A correção de Bouguer é negativa (positiva) se a estação está acima (abaixo) do nível do mar.

Quando a estação está sobre o oceano, deve-se considerar a atração exercida pela água, a qual deve ser substituída por uma camada de rocha. Na realidade devemos substituir  $\rho$  por  $(\rho - d_a)$ , onde  $d_a$  é a densidade da água ( $d_a = 1030 \text{ kg/m}^3$  para a água salgada e  $d_a = 1000 \text{ kg/m}^3$  para a água doce)

# CORREÇÃO DE AR LIVRE.

A correção ar-livre é positiva (negativa) se a estação está acima (abaixo) do nível do mar.

A correção ar-livre ( $\Delta g_{\text{FA}}$ ) pode facilmente ser calculada:

$$\delta g / \delta r = \delta(-GM/r^2) / \delta r = 2GM/r^3 = -2g/r,$$

Supondo r como sendo o raio da Terra (6371 km) e g = 981.000 mgals, teremos:

$$\Delta g_{\text{FA}} = 0.3086 \text{ mgal/m.}$$

# CORREÇÕES DE MARÉ E DE LATITUDE

Outras correções devem ser efetuadas, tais como a correção de maré e de latitude. As variações de gravidade decorrentes da ação da Lua e do Sol (efeitos de marés) são descritas por meio de tabelas publicadas periodicamente. Se um determinado levantamento está sendo realizado em relação a uma estação base, medidas realizadas para norte ou para sul desta estação devem ser corrigidas da variação de  $g$  em latitude ( $\phi$ ). Esta correção é de:

$0.8141 \sin 2\phi$  mgal/ quilômetro de deslocamento para norte ou para sul.

Como  $g$  aumenta em direção aos pólos, a correção para estações mais próximas do pólo do que a estação base deve ser subtraída da gravidade medida.

# ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS

Uma vez que todas as correções foram feitas, o valor obtido é comparado com o valor teórico.

Se a Terra fosse homogênea, estes valores seriam iguais.

Entretanto, isto não acontece.

A discrepância entre o valor de  $g$  corrigido e o teórico é chamado de **anomalia da gravidade**.

# ANOMALIA BOUGUER

A **anomalia Bouguer** é definida pela aplicação de todas as correções descritas acima:

$$\Delta g_{BP} = g_m + (\Delta g_{FA} - \Delta g_{BP} + \Delta g_T + \Delta g_{maré}) - g_n$$

$g_m$  é a gravidade medida e  $g_n$  é a gravidade teórica.



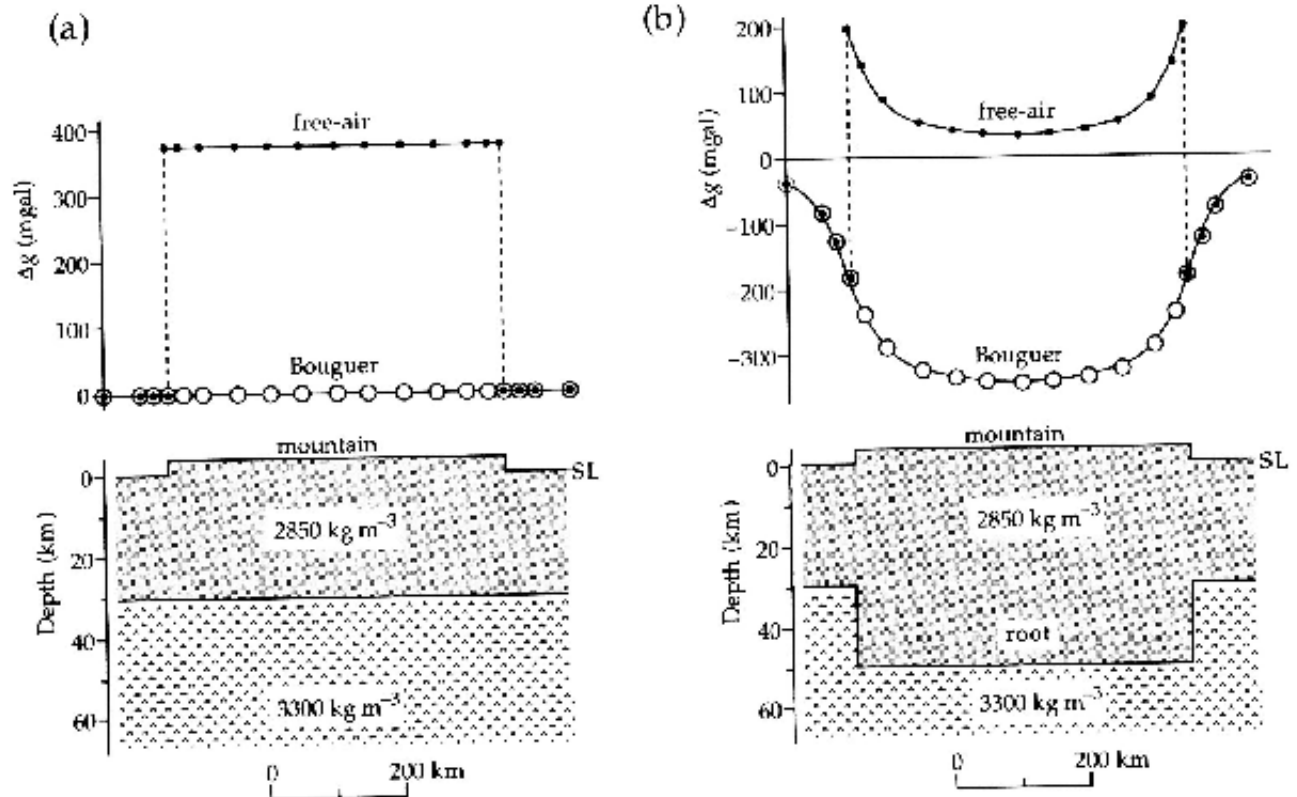
# ANOMALIA AR-LIVRE

A **anomalia de ar-livre** é definida pela aplicação da correção ar-livre, de terreno e de maré:

$$\Delta g_F = g_m + (\Delta g_{FA} + \Delta g_T + \Delta g_{maré}) - g_n$$

# ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS

Fig. 2.41 Free-air and Bouguer anomalies across a mountain range. In (a) the mountain is modelled by a fully supported block, and in (b) the mass of the mountain above sea-level (SL) is compensated by a less-dense crustal root, which projects down into the denser mantle (based on Bott, 1982).

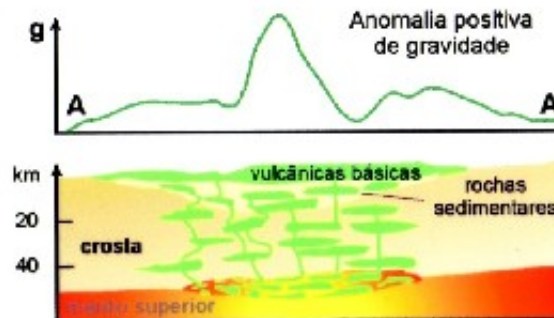


Anomalias de Bouguer negativas indicam deficiência de massa (densidade mais baixa que a média) e anomalias positivas indicam excesso de massa (densidade mais alta que a média).

# Anomalia Positiva de Gravidade

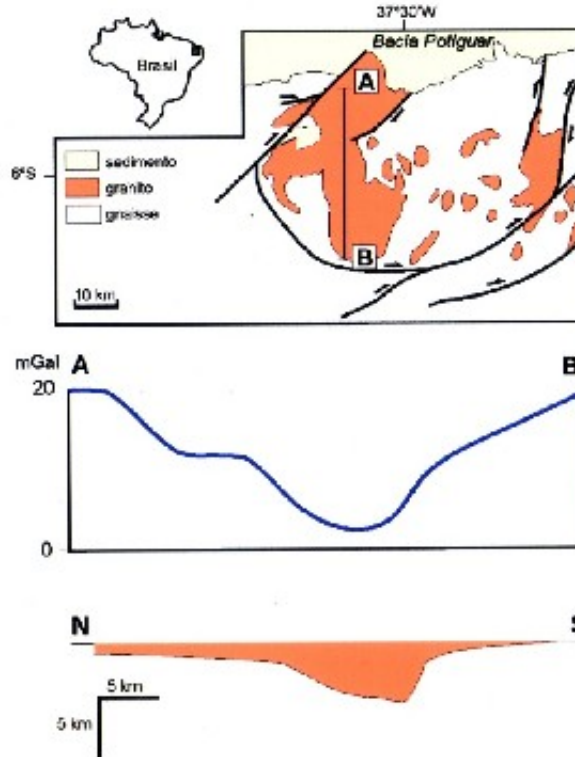


Locais de alta densidade  
- vulcanismo básico  
- minerais metálicos



Locais de alta densidade: vulcanismo básico; minerais metálicos.

# Anomalia Negativa de Gravidade



- corpos rochosos de baixa densidade
- domos salinos (evaporação de água de antigos mares rasos) ambiente propício para deposição de matéria orgânica – petróleo  
⇒ áreas favoráveis para prospecção.

Corpos rochosos de baixa densidade (granito Tourão, RN);

Domos salinos (evaporação de água de antigos mares rasos) ambiente propício para deposição de matéria orgânica – petróleo – áreas favoráveis para prospecção.

# ISOSTASIA

Entre 1735 e 1745 foi realizada uma expedição francesa para o Peru, liderada por P. Bouguer, com o objetivo de determinar a forma da Terra.

Nesta viagem, Bouguer notou que as montanhas da cordilheira Andina exerciam uma força de atração gravitacional menor do que a esperada para o respectivo volume.

Cerca de um século mais tarde, Everest fez a mesma observação nos Himalaias, durante uma expedição à Índia.

Na época, foi sugerida a hipótese de que as montanhas teriam menor massa do que as áreas adjacentes;

Não havia, entretanto, uma explicação geológica razoável para esse tipo de fenômeno comum.

# ISOSTASIA

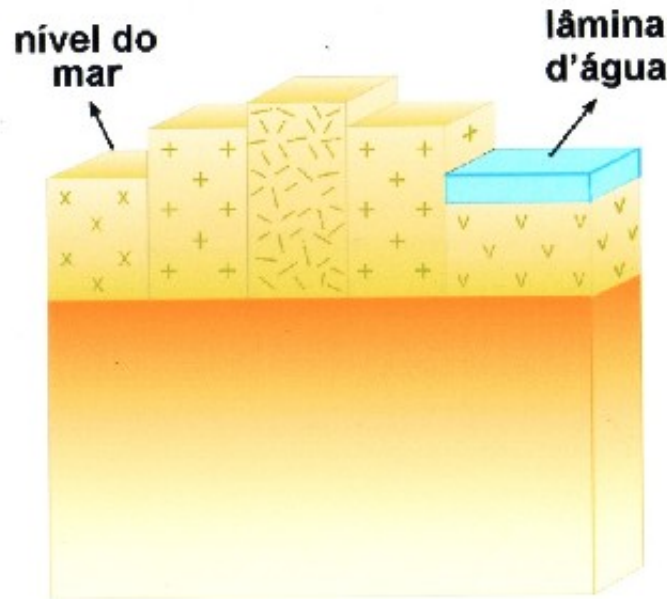
A explicação viria mais de século depois, quando G. Airy (1855) e J.H. Pratt (1859) propuseram, independentemente, hipóteses para explicar essas observações.

Ambos os modelos consideram a crosta mais leve como que flutuando em um substrato mais denso (Manto), como um Iceberg flutua no oceano:

## **Princípio de equilíbrio hidrostático de Arquimedes**

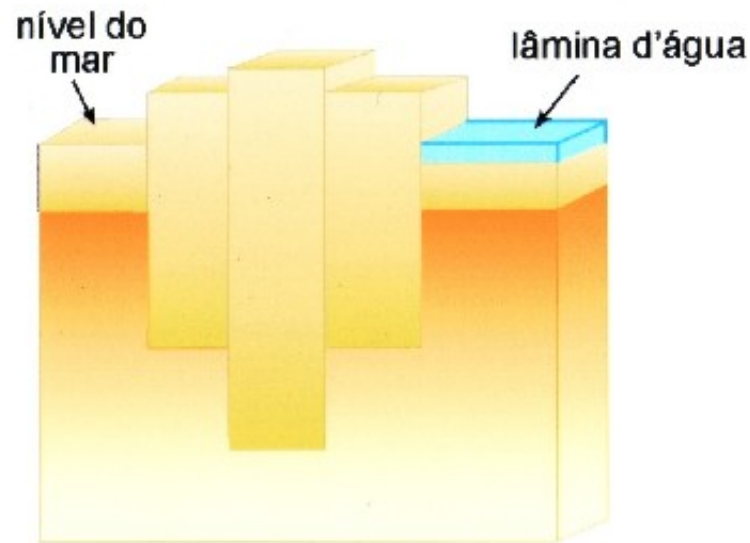
Um corpo ao flutuar desloca uma massa de água equivalente à sua própria massa submersa.

# Compensação Isostática (Modelo de Pratt)



Neste modelo, as montanhas são elevadas por serem compostas por rochas de menor densidade do que as existentes nas regiões vizinhas, havendo neste caso variação lateral na densidade. A parte mais alta é menos densa que a parte mais baixa.

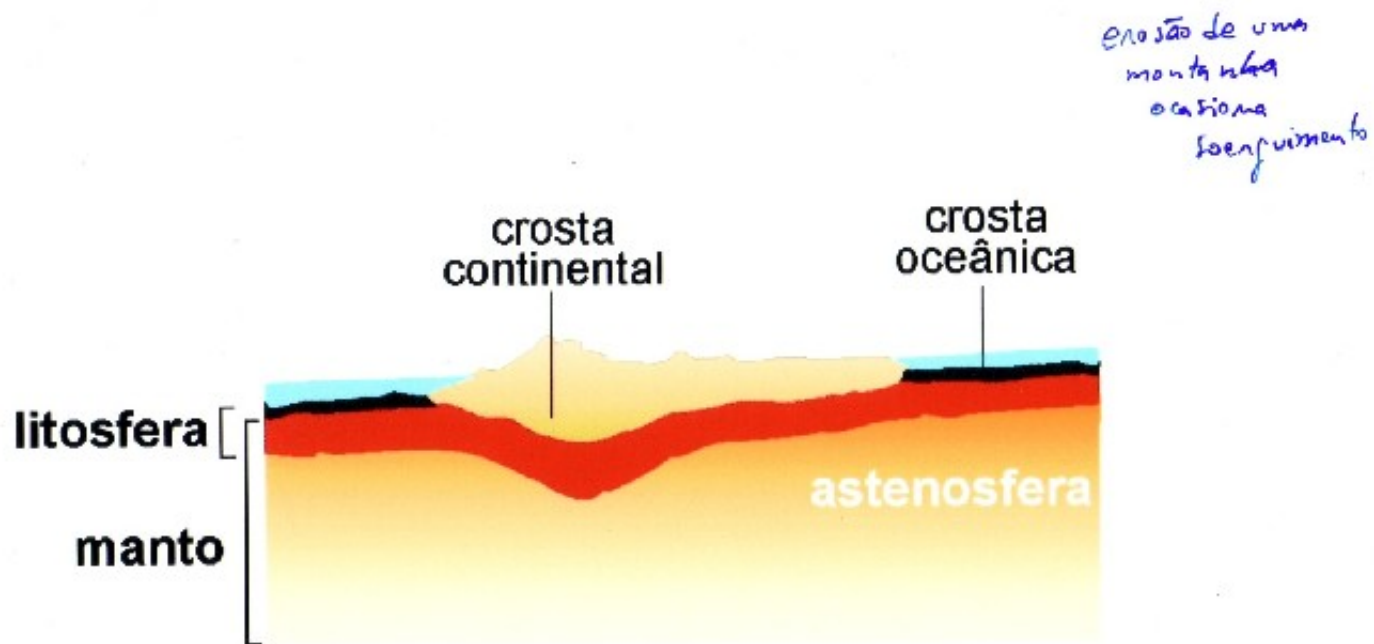
# Compensação Isostática (Modelo de Airy)



Neste modelo, as montanhas (compostas por rochas de mesma densidade) são associadas a uma raiz que flutua sobre um substrato do manto mais denso. Como um iceberg flutua sobre a água do mar.

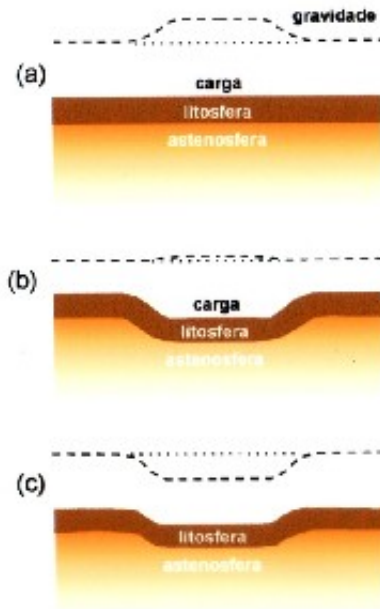


# Compensação Isostática Total



Modelo de compensação isostática de Vening Meinesz. Neste modelo, a camada superior mais leve (litosfera) flutua sobre um substrato fluido mais denso. Entretanto, a camada superior age como uma placa elástica sobre um fluido mole. Isto faz com que a compensação se estenda lateralmente para distâncias maiores.

# Movimentos Verticais da Litosfera



- basaltos - províncias ígneas  
- sedimentação  
- gelo - ex. Groenlândia

Modelo mostrando como uma carga pode produzir movimentos verticais da litosfera. Cargas podem ocasionar subsidências; como exemplos de cargas podemos citar sedimentação, calotas de gelo relacionadas a eras glaciais, províncias ígneas basálticas, formação de cadeias de montanhas. Pode também ocorrer soerguimento em decorrência, por exemplo, do derretimento de gelo com o fim de uma era glacial (exemplo da Escandinávia que vem sofrendo soerguimento de até 1 cm/ano) ou a erosão de uma cadeia de montanhas.

***FIM***