



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE ASTRONOMIA, GEOFÍSICA E
CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS.
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA



ÁLVARO AUGUSTO PEREIRA

UM GEÓIDE GRAVIMÉTRICO PARA O SUDESTE DO BRASIL:
DETERMINAÇÃO PELA INTEGRAL DE STOKES E
AVALIAÇÃO POR GPS/NIVELAMENTO

São Paulo
2008



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE ASTRONOMIA, GEOFÍSICA E
CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS.
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA



ÁLVARO AUGUSTO PEREIRA

**UM GEÓIDE GRAVIMÉTRICO PARA O SUDESTE DO BRASIL:
DETERMINAÇÃO PELA INTEGRAL DE STOKES E
AVALIAÇÃO POR GPS/NIVELAMENTO**

Dissertação apresentada ao Instituto de
Astronomia, Geofísica e Ciências
Atmosféricas da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de mestre
em Geofísica.

Orientador: Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá

São Paulo
2008

*Dedico este trabalho àqueles que são as
pessoas mais importantes na minha vida,
meus pais Pereira e Zeni e minha irmã
Simone.*

RESUMO

O geóide é o modelo que melhor representa a forma da Terra real. Nesse trabalho, modelos geoidais gravimétricos com resolução de 2,5° x 2,5° para a região Sudeste do Brasil foram determinados. A determinação dos modelos geoidais foi realizada utilizando os modelos geopotenciais EGM96 e GL04C, dados gravimétricos e modelo topográfico digital. Os dados gravimétricos foram referidos à IGSN71, e as anomalias gravimétricas calculadas com a fórmula do GRS80. O modelo topográfico da região, usado no cálculo da correção topográfica, do efeito indireto, e na componente que transforma anomalia de altitude em altura geoidal, foi obtido com a integração do SRTM e do GSFT. Os geóides gravimétricos foram determinados pela soma das componentes de diferentes contribuições espectrais e envolveu a componente fornecida pelo modelo geopotencial até grau e ordem 360; a componente residual, calculada através da FFT; o efeito indireto, determinado com aplicação da FFT; e a componente que transforma anomalia de altitude em altura geoidal, obtida a partir da anomalia Bouguer e do modelo topográfico. Os modelos geoidais gravimétricos obtidos foram avaliados em relação às alturas geoidais determinadas por GPS/nivelamento. A análise estatística dos resíduos encontrados fazendo a diferença entre as alturas geoidais dos geóides gravimétricos e as calculadas por GPS/nivelamento, mostrou que o melhor modelo é o GGL04C B com a média de -0,14 m e o desvio padrão de 0,62 m. A compatibilização dos geóides gravimétricos determinados com o geóide referenciado à RAFB foi realizada com a equação de similaridade de 7 parâmetros. A análise das estatísticas dos resíduos, gerados da comparação dos geóides compatibilizados com as alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento, resultou, para o melhor modelo (GGL04C B), média de $-7,17 \times 10^{-7}$ m e desvio padrão de 0,37m.

Palavras-chave: modelo geoidal, Stokes, FFT, GPS/nivelamento.

ABSTRACT

The geoid is the model that best represents the shape of the real Earth. In this work, gravimetric geoidal models with resolution of 2,5'x2,5' for the Southeast area of Brazil were determined. The determination of the geoidal models were computed using the geopotential models EGM96 and GL04C, gravimetric data and digital topographical model. The gravimetric data were referred to IGSN71, and the gravity anomalies were computed by using the GRS80 gravity formula. The topographic model of the region, used to compute the topographic correction, the indirect effect, and the component that transforms height anomalies into geoidal heights, was obtained by integration of the models SRTM and GSFT. The geoidal models were determined by the sum of the components of different spectral contributions and involved the component from the geopotential models up to degree and order 360; the residual component, calculated through FFT; the indirect effect, determined with application of FFT; and the component that transforms the height anomalies into geoidal heights, obtained from Bouguer anomalies and the topographic model. The gravimetric geoidal models computed were evaluated in relation to the geoidal heights determined by GPS/leveling. The statistical analysis of the residues from the difference between the geoidal heights from the gravimetric geoids and from the heights calculated by GPS/levelling, showed that the best model is the GGL04C B with average of -0,14 m and the standard deviation of 0,62 m. The fitting of the gravimetric geoids determined with the geoid referenced to RAFB was carried out with the 7 parameters similarity equation. The statistical analysis of the residues, generated from the comparison of the geoids fitted with GPS/leveling geoidal model, resulted, for the best model (GGL04C B), average of $-7,17 \times 10^{-7}$ m and standard deviation of 0,37m.

Keywords: geoidal model, Stokes, FFT, GPS/levelling

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Nelsi Côgo de Sá, pela paciência e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do IAG/USP.

Aos professores do programa de Pós-Graduação em Geofísica, em especial ao Professor Dr. Éder Cassola Molina, relator do projeto junto ao Conselho de Orientadores, e ao professor Dr. Vladimir Shukowsky, por sempre me atender nos momentos de dificuldade.

Ao técnico Clarino do Divino Vieira, por passar um pouco da experiência adquirida ao longo desses anos como técnico do laboratório de Geodésia do IAG/USP.

A CAPES, pela concessão da bolsa de mestrado.

Ao laboratório de Geodésia do IAG/USP, por fornecer os dados que possibilitaram a realização desse projeto.

Aos pesquisadores Yecai Li, por disponibilizar o programa FFTGeoid, e Georg Wenzell, por disponibilizar o programa GEOPGRID.

Aos meus colegas do IAG/USP, pelas dicas, força e momentos de descontração, em especial a minha colega de sala Andrea Ustra.

Agradeço a minha família, por sempre estarem ao meu lado em todos os momentos da minha vida.

Enfim, a todos aqueles que ajudaram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Coordenadas esféricas polares | 5 |
| Figura 3.1 – Superfícies equipotenciais e linhas de força (Heiskanen & Moritz, 1967) | 11 |
| Figura 3.2 – A superfície física da Terra, o geóide e o elipsóide | 11 |
| Figura 3.3 – O teluróide e a anomalia de altitude (Gmael, 1999)..... | 12 |
| Figura 3.4 – Projeção de P' sobre o geóide (P) e sobre o elipsóide (Q) (Lambeck, 1988) | 13 |
| Figura 3.5 – Argumento da função de Stokes (ψ) (Heiskanen & Moritz, 1967) | 20 |
| Figura 4.1 – Representação da assimetria de uma distribuição..... | 27 |
| Figura 4.2 – Representação da curtose de uma distribuição | 28 |
| Figura 4.3 - Diferença entre anomalias ar-livre geradas com GL04C e EGM96 | 29 |
| Figura 4.4 - Diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com EGM96 | 30 |
| Figura 4.5 - Diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com GL04C | 31 |
| Figura 4.6 – Médias das diferenças entre modelos digitais das anomalias ar-livre..... | 32 |
| Figura 4.7 – Desvios padrões das diferenças entre modelos digitais das anomalias ar-livre..... | 32 |
| Figura 4.8 - Diferença entre anomalias de altitude geradas com GL04C e EGM96 | 33 |
| Figura 5.1 - Dados gravimétricos | 35 |
| Figura 5.2 – Modelo topográfico digital | 36 |
| Figura 5.3 – Alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento | 37 |
| Figura 6.1 - Parâmetros do variograma, modelo de variograma e variograma amostral..... | 43 |
| Figura 6.2 - Ajuste dos modelos ao variograma amostral..... | 44 |
| Figura 6.3 - Médias dos resíduos calculados para cada grau de truncamento..... | 48 |

| | |
|---|----|
| Figura 6.4 - Desvios padrões dos resíduos calculados para cada grau de truncamento..... | 48 |
| Figura 7.1a – Anomalia ar-livre A | 54 |
| Figura 7.1b – Anomalia ar-livre B | 55 |
| Figura 7.2a – Anomalia Helmert A | 55 |
| Figura 7.2b – Anomalia Helmert B | 56 |
| Figura 7.3a – Anomalia Bouguer A | 56 |
| Figura 7.3b – Anomalia Bouguer B | 57 |
| Figura 7.4 – Anomalia de altitude usando EGM96 | 57 |
| Figura 7.5 – Anomalia de altitude usando GL04C | 58 |
| Figura 7.6a – Componente residual calculada usando EGM96 e anomalia Helmert A | 59 |
| Figura 7.6b – Componente residual calculada usando EGM96 e anomalia Helmert B | 59 |
| Figura 7.7a – Componente residual calculada usando GL04C e anomalia Helmert A | 60 |
| Figura 7.7b – Componente residual calculada usando GL04C e anomalia Helmert B | 60 |
| Figura 7.8 – Efeito indireto | 61 |
| Figura 7.9a – Transforma quase-geóide em geóide usando anomalia Bouguer A | 62 |
| Figura 7.9b – Transforma quase-geóide em geóide usando anomalia Bouguer B | 62 |
| Figura 7.10a – Geóide gravimétrico GEGM96 A | 63 |
| Figura 7.10b – Geóide gravimétrico GEGM96 B | 63 |
| Figura 7.11a – Geóide gravimétrico GGL04C A | 64 |
| Figura 7.11b – Geóide gravimétrico GGL04C B | 64 |
| Figura 7.12a – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 A | 66 |

| | |
|---|----|
| Figura 7.12b – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 B | 66 |
| Figura 7.13a – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A..... | 67 |
| Figura 7.13b – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C B..... | 68 |
| Figura 7.14a – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96 A..... | 69 |
| Figura 7.14b – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96 B..... | 70 |
| Figura 7.15a – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C A..... | 71 |
| Figura 7.15b – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C B | 71 |
| Figura 7.16a – Componente sistemática em relação ao GEGM96 A | 72 |
| Figura 7.16b – Componente sistemática em relação ao GEGM96 B | 73 |
| Figura 7.17a – Componente sistemática em relação ao GGL04C A | 73 |
| Figura 7.17b – Componente sistemática em relação ao GGL04C B | 74 |
| Figura 7.18a – Geóide gravimétrico GEGM96 A compatibilizado..... | 75 |
| Figura 7.18b – Geóide gravimétrico GEGM96 B compatibilizado..... | 75 |
| Figura 7.19a – Geóide gravimétrico GGL04C A compatibilizado..... | 76 |
| Figura 7.19b – Geóide gravimétrico GGL04C B compatibilizado..... | 76 |
| Figura 7.20a – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 A compatibilizado | 77 |
| Figura 7.20b – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 B compatibilizado | 78 |
| Figura 7.21a – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A compatibilizado | 79 |
| Figura 7.21b – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A compatibilizado | 80 |
| Figura 7.22a – Diferença entre o geóide determinado por Sá (2004) e o geóide GEGM96 A | 81 |
| Figura 7.22b – Diferença entre o geóide determinado por Sá (2004) e o geóide GEGM96 B | 81 |

Figura 7.23a – Histograma da diferença entre o geóide de Sá (2004) e o geóide GEGM96 A 82

Figura 7.23b – Histograma da diferença entre o geóide de Sá (2004) e o geóide GEGM96 B 83

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 4.1 – Constantes do WGS84 (IAG, 1980) | 24 |
| Tabela 4.2 – Grau de truncamento com a respectiva resolução efetiva..... | 25 |
| Tabela 4.3 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre geradas com GL04C e EGM96..... | 29 |
| Tabela 4.4 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com EGM96 | 30 |
| Tabela 4.5 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com GL04C . | 31 |
| Tabela 4.6 - Estatísticas da diferença entre anomalias de altitude geradas com GL04C e EGM96.. | 33 |
| Tabela 6.1 – Modelos de variogramas e suas equações | 43 |
| Tabela 6.2 – Parâmetros do ajuste dos variogramas | 44 |
| Tabela 6.3 – Estatísticas dos resíduos das anomalias ar-livre | 45 |
| Tabela 6.4 – Valores de desvios padrões do modelo digital gerado pelo <i>Surfer</i> | 46 |
| Tabela 7.1 – Estatísticas dos resíduos do modelo GEGM96 | 65 |
| Tabela 7.2 – Estatísticas dos resíduos do modelo GGL04C | 67 |
| Tabela 7.3 – Estatísticas dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96 | 69 |
| Tabela 7.4 – Estatísticas dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C | 70 |
| Tabela 7.5 – Parâmetros do ajustamento para compatibilização dos modelos | 72 |
| Tabela 7.6 – Estatísticas dos resíduos do modelo GEGM96 compatibilizado..... | 77 |
| Tabela 7.7 – Estatísticas dos resíduos do modelo GGL04C compatibilizado..... | 79 |
| Tabela 7.8 – Diferenças entre o geóide determinado por Sá (2004) e os geóides GEGM96 A e B.. | 82 |

LISTA DE SIGLAS

AJISAI – *Japanese Passive Satellite*

CHAMP – *CHAllenging Mini-Satellite Payload*

DORIS – *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*

EGM96 – *Earth Geopotential Model 1996*

EIGEN – *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*

ERS-1 – *European Remote Sensing 1*

FFT – *Fast Fourier Transform*

GEOSAT – *GEOdetic SATellite*

GFZ-1 – *GeoForschungsZentrum 1*

GFZ Potsdam – *GeoForschungsZentrum Potsdam*

GPS – *Global Positioning System*

GRACE – *Gravity Recovery And Climate Experiment*

GRGS - *Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale*

GRS80 – *Geodetic Reference System 1980*

GSFC – *Goddard Space Flight Center*

GSFT – *Global Sea Floor Topography*

IAG – *International Association of Geodesy*

IAG/USP – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP

IBGE – Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IGSN71 – *International Gravity Standardization Net 1971*

LAGEOS – *LAser GEodynamics Satellite*

NASA - *National Aeronautics and Space Administration*

NGDC – *National Geophysical Data Center*

NIMA – *National Imagery and Mapping Agency*

OSU – *Ohio State University*

RAFB – Rede Altimétrica Fundamental do Brasil

RGFB – Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira

RGSB – Rede GPS do Sul/Sudeste do Brasil

RN – Referência de Nível

SGB – Sistema Geodésico Brasileiro

SLR – *Satellite Laser Ranging*

SRTM – *Shuttle Radar Topography Mission*

STARLETTE – *French Passive Satellite*

STELLA – *French Passive Satellite*

TDRSS – *Tracking and Data Relay Satellite System*

TOPEX/Poseidon (T/P) – *TOPography EXperiment/Poseidon*

WGS84 – *World Geodetic System 1984*

SUMÁRIO

| | |
|---|-------------|
| RESUMO | iii |
| ABSTRACT | iv |
| AGRADECIMENTOS..... | v |
| LISTA DE FIGURAS | vi |
| LISTA DE TABELAS..... | x |
| LISTA DE SIGLAS | xi |
| SUMÁRIO..... | xiii |
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 2. FUNDAMENTOS DA TEORIA DO POTENCIAL | 4 |
| 2.1. LEI UNIVERSAL DE GRAVITAÇÃO | 4 |
| 3. O CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA | 8 |
| 3.1. GEOPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS | 8 |
| 3.2. ESFEROPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS | 9 |
| 3.3. SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS | 10 |
| 3.4. O CAMPO DE GRAVIDADE ANÔMALO..... | 12 |
| 3.5. POTENCIAL ANÔMALO EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS | 15 |
| 3.6. REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS AO GEÓIDE..... | 16 |
| <i>Anomalia ar-livre.....</i> | 17 |
| <i>Anomalia Helmert.....</i> | 17 |
| <i>Anomalia Bouguer.....</i> | 17 |
| 3.7. EFEITOS TOPOGRÁFICOS..... | 18 |
| <i>Correção topográfica</i> | 18 |

| | |
|---|----|
| <i>Efeito indireto</i> | 19 |
| 3.8. A FÓRMULA DE STOKES | 19 |
| <i>Aplicação da FFT na integral de Stokes.....</i> | 21 |
| 4. MODELOS GEOPOTENCIAIS | 23 |
| 4.1. EGM96..... | 23 |
| 4.2. EIGEN - GL04C..... | 24 |
| 4.3. AVALIAÇÃO DOS MODELOS EGM96 E GL04C..... | 25 |
| 5. DADOS ENVOLVIDOS | 34 |
| 5.1. MODELOS GEOPOTENCIAIS..... | 34 |
| 5.2. DADOS GRAVIMÉTRICOS | 34 |
| 5.3. DADOS TOPOGRÁFICOS | 35 |
| 5.4. ALTURAS GEOIDAIS | 36 |
| 6. METODOLOGIA | 38 |
| 6.1. OBTENÇÃO DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS DIGITAIS | 38 |
| <i>Programas computacionais.....</i> | 39 |
| <i>Programa GEOPGRID</i> | 39 |
| <i>Programa Surfer.....</i> | 39 |
| <i>Programa FFTGeoid</i> | 39 |
| 6.2. DETERMINAÇÃO DO MODELO GEOIDAL GRAVIMÉTRICO | 40 |
| <i>Componente global</i> | 40 |
| <i>Componente residual</i> | 41 |
| <i>Efeito indireto</i> | 49 |
| <i>Transformação do quase-geóide em geóide</i> | 49 |
| 6.3. AVALIAÇÃO DO GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DETERMINADO..... | 50 |

| | |
|--|-----------|
| 6.4. COMPATIBILIZAÇÃO: GEÓIDE GRAVIMÉTRICO E GEÓIDE GPS/NIVELAMENTO | 50 |
| <i>Método paramétrico</i> | <i>50</i> |
| <i>Modelo matemático para compatibilização dos modelos.....</i> | <i>52</i> |
| 7. RESULTADOS | 54 |
| 8. CONCLUSÕES | 84 |
| 9. REFERÊNCIAS | 87 |

1. INTRODUÇÃO

O modelo que melhor representa a forma da Terra real, a equipotencial do campo de gravidade que mais se aproxima do nível médio dos mares não perturbados, é denominado geóide. Nos últimos anos, é grande o interesse pela determinação de modelos geoidais de alta resolução, pela importância nos estudos da estrutura interna da Terra, e aplicação em levantamentos altimétricos realizados com o auxílio do GPS.

No conhecimento da estrutura interna da Terra, os modelos geoidais possuem diversas aplicações, como estudar o contraste de densidade na litosfera e na porção superior do manto, a redistribuição de massa da Terra, a estrutura da viscosidade do manto e a heterogeneidade da litosfera, a correlação entre variações de alturas geoidais e a profundidade de massas anômalas, e a reologia do manto (Bowin, 1983; Hager, 1984; Stunff & Ricard, 1995; Cadek & Fleiout, 1999; Rummel, 2005; Kiamehr & Sjoberg, 2006).

Outro importante aspecto é a possível utilização de modelo geoidal gravimétrico para a unificação de referenciais altimétricos em todo o mundo, cuja incompatibilidade decorre de vários fatores. A idéia da possível unificação está se tornando uma realidade, sobretudo com o avanço das técnicas espaciais, que possibilitam modelos geoidais de alta resolução (Flechtner *et al.*, 2006).

Com o advento das técnicas espaciais de posicionamento, entre elas o GPS, a determinação de um geóide de alta resolução, com precisão compatível com a do nivelamento geométrico é necessária para que se possa explorar a potencialidade do GPS na determinação da altitude ortométrica (H), de grande importância nas obras de Engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, entre outras aplicações.

Esse potencial do GPS só pode ser explorado com o conhecimento da altura geoidal (N), pois o GPS proporciona, através das coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z), as coordenadas geodésicas (φ, λ, h), e requer o conhecimento da altura geoidal para transformar a altitude

geométrica (h) em altitude ortométrica, cuja precisão está diretamente relacionada com a altura geoidal usada.

O posicionamento por GPS, combinado com o nivelamento geométrico convencional, proporciona a determinação da altura geoidal, e constitui uma eficiente técnica para avaliação e aprimoramento de modelos geoidais determinados por outros métodos (Sideris *et al.*, 1994; Sá, 2005).

A determinação de modelos geoidais pode ser realizada por vários métodos, entre eles, o método astrogeodésico, que se utiliza das componentes do desvio da vertical obtidas das coordenadas astronômicas e elipsoidais do mesmo ponto, a altimetria por satélite para o cálculo do modelo nos oceanos, a utilização de coeficientes de modelos geopotenciais e também o método combinado, que explora as qualidades de dois métodos diferentes, um para determinação do longo comprimento de onda somado a outro que faz o cálculo para os curtos comprimentos de onda.

O método combinado, que consiste na decomposição da altura geoidal em diferentes contribuições espectrais, pode ser aplicado usando para o cálculo da componente de longo comprimento de onda, o modelo geopotencial e, para o cálculo da componente de curto comprimento de onda, a integral de Stokes com integração efetuada através da FFT, por meio de uma convolução (Schwarz *et al.*, 1990, Sideris *et al.*, 1994, Sideris, 1995). A aplicação da fórmula de Stokes nesse método é bastante utilizada dada sua facilidade e rapidez, devido ao avanço computacional e a utilização de técnicas espectrais. Além da aplicação da integral de Stokes, o cálculo da componente de curto comprimento de onda, também pode ser realizado utilizando a colocação por mínimos quadrados (Sá, 2005).

A integral de Stokes pode ser aplicada se 3 condições forem satisfeitas: inexistências de massas no exterior do geóide, observações gravimétricas referidas ao geóide, e o geóide for considerado como uma condição de contorno. A técnica da decomposição da altura geoidal em

diferentes contribuições espectrais satisfaz essas condições (Martinec, 1998), possibilitando assim a sua aplicação.

A determinação e avaliação de um modelo geoidal gravimétrico para o Sudeste do Brasil, combinando modelo geopotencial, dados gravimétricos e topográficos constituem os objetivos principais deste projeto. Os dados disponíveis para a determinação desse modelo geoidal são: modelos geopotenciais EGM96 (Lemoine *et al.*, 1998) e GL04C (Förste *et al.*, 2006), modelo gravimétrico digital ar-livre, modelo topográfico digital, além de alturas geoidais utilizadas para a avaliação do modelo. A região sudeste do Brasil é formada por diferentes estruturas internas que a torna uma região de interesse gravimétrico, além de apresentar variação altimétrica considerável, caracterizando uma boa região de avaliação do geóide gravimétrico determinado a partir do GPS/nivelamento.

A metodologia usada fundamenta-se na decomposição da altura geoidal, utilizando os modelos geopotenciais EGM96 e GL04C, para cálculo da componente global, e a integral de Stokes, para o cálculo da componente local, a partir de anomalias gravimétricas Helmert residuais. Para avaliação do modelo geoidal obtido, comparam-se alturas geoidais gravimétricas determinadas (N_g), com alturas geoidais GPS/nivelamento (N_{GPS}) calculadas nas estações da RGSB e do IBGE. Além da avaliação por GPS/nivelamento, o modelo geoidal gravimétrico obtido com EGM96 foi comparado com o seguinte modelo existente na região de estudo:

Geóide gravimétrico na América do Sul (Sá, 2005):

Modelo geopotencial - EGM96;

Método – colocação por mínimos quadrados;

Resolução – 5' x 5';

Desvio padrão dos resíduos (GPS/nivelamento) – 0,44 m

2. FUNDAMENTOS DA TEORIA DO POTENCIAL

2.1. LEI UNIVERSAL DE GRAVITAÇÃO

A partir de observações astronômicas realizadas por Tycho Brahe, e dos trabalhos de Johannes Kepler sobre o movimento dos planetas, Isaac Newton formulou a lei universal da gravitação, cujo enunciado clássico é “a força de atração entre duas massas (M e m), é proporcional ao seu produto e inversamente proporcional ao quadrado da distância (l), entre elas”, simbolicamente expressa por (Vanicek, 1976)

$$F = \frac{GMm}{l^2} \quad (2.1)$$

onde G é a constante universal da gravitação, M é a massa atrativa, e m é a massa unitária atraída pela massa atrativa.

Sabendo que o campo gravitacional é conservativo, pode-se fazer uso da função escalar V , denominada potencial gravitacional, para representá-lo por.

$$V = \frac{GM}{l} \quad (2.2)$$

de modo que a força gravitacional entre dois corpos pode ser representada pelo gradiente dessa função escalar

$$\mathbf{F} = \text{grad}V = \nabla V \quad (2.3)$$

onde ∇ é o operador gradiente, expresso pelas derivadas parciais de primeira ordem em relação aos eixos cartesianos (X, Y, Z) mostrados na Figura 2.1, dado por

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.4)$$

As derivadas parciais de segunda ordem, proporcionam o laplaciano

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.5)$$

que aplicado a função potencial conduz à equação de Laplace, para o exterior das massas atrativas

$$\nabla^2 V = 0 \quad (2.6)$$

e à equação de Poisson, para o interior dessas massas

$$\nabla^2 V = -4G\pi\rho \quad (2.7)$$

As soluções da equação de Laplace, denominadas funções harmônicas, são fundamentais para a representação do potencial gravitacional da Terra a partir de dados desse campo. Usando coordenadas esféricas polares (r, θ, λ) , ilustradas na Figura 2.1, o potencial gravitacional (2.6), assume a forma

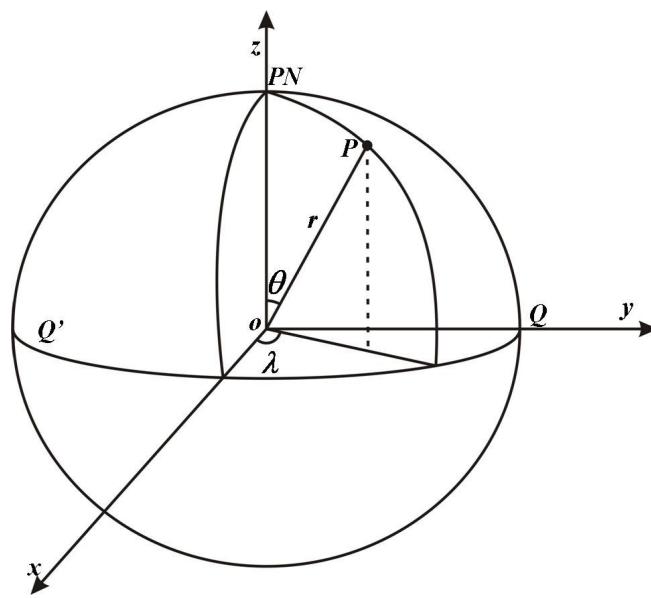


Figura 2.1 – Coordenadas esféricas polares

$$\nabla^2 V(r, \theta, \lambda) = 0 \quad (2.8)$$

onde as coordenadas esféricas são expressas a partir de coordenadas cartesianas

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.9a)$$

$$\theta = \arctg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \quad (2.9b)$$

$$\lambda = \arctg \frac{y}{x} \quad (2.9c)$$

e as cartesianas a partir das polares

$$x = r \sin \theta \cos \lambda \quad (2.10a)$$

$$y = r \sin \theta \sin \lambda \quad (2.10b)$$

$$z = r \cos \theta \quad (2.10c)$$

A resolução da equação de Laplace em coordenadas esféricas (2.8), pelo método convencional de separação de variáveis, fornece o modelo matemático para a representação do potencial gravitacional em harmônicos esféricos na forma (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$V_w(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (a_{nm} \cos m\lambda + b_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \quad (2.11)$$

onde a_{nm} e b_{nm} são constantes arbitrárias e P_{nm} são polinômios de Legendre dados pela expressão

$$P_{nm}(\cos \theta) = 2^{-n} (1 - \cos^2 \theta)^{n/2} \sum_{k=0}^I (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-m-2k)!} \cos^{n-m-2k} \theta \quad (2.12)$$

onde I representa um número inteiro expresso por $\frac{n-m}{2}$ ou $\frac{n-m-1}{2}$.

Na prática, usa-se uma expressão contendo coeficientes adimensionais e numericamente menores do que os originais (Sá, 1988)

$$V_w(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right] \quad (2.13)$$

onde GM é a constante gravitacional geocêntrica, a é o semi-eixo maior do elipsóide adotado, C_{nm} e S_{nm} são coeficientes expressos a partir dos originais

$$C_{nm} = -\frac{a_{nm}}{G M a^n} \quad \text{e} \quad S_{nm} = -\frac{b_{nm}}{G M a^n} \quad (2.14)$$

Usando coeficientes plenamente normalizados na expressão (2.13), obtém-se

$$V_w(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \right] \quad (2.15)$$

Os polinômios de Legendre plenamente normalizados são obtidos a partir dos convencionais da seguinte forma

$$\bar{P}_{nm}(\cos \theta) = \sqrt{k(2n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos \theta) \quad (2.16)$$

e os coeficientes \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} são obtidos por

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{k(2n+1)(n-m)!}} \begin{bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

onde

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } m=0 \\ 2 & \text{se } m \neq 0 \end{cases}$$

Os primeiros termos da expansão são omitidos da expressão (2.13), pois o termo de grau zero é igual a GM e os termos de grau 1 são nulos devido o fato da origem dos eixos cartesianos coincidirem com o centro de massa da Terra.

3. O CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA

No interior da Terra, a massa unitária estará sob ação do campo geopotencial

$$W = V + \Phi \quad (3.1)$$

que é a composição dos potenciais gravitacional (2.2) e centrífugo

$$\Phi = \frac{w^2 r_\theta^2}{2} \quad (3.2)$$

onde, w é a velocidade angular da Terra, e r_θ é o raio do paralelo de co-latITUDE geocêntrica (θ).

Assim, o geopotencial é a função escalar cujo gradiente expressa o campo de gravidade da Terra

$$\mathbf{g} = \text{grad}W \quad (3.3)$$

para a massa unitária, esse campo vetorial pode representar força ou aceleração, dependendo da unidade que se atribui ao vetor \mathbf{g} . Atribuindo a unidade de aceleração, tem-se o campo da aceleração de gravidade, cuja intensidade $g = |\mathbf{g}|$ é medida com os gravímetros.

Aplicando-se o laplaciano na expressão (3.1)

$$\nabla^2 W = \nabla^2 V + \nabla^2 \Phi \quad (3.4)$$

obtém-se a equação de Laplace para o exterior das massas atrativas

$$\nabla^2 W = \nabla^2 V = 0 \quad (3.5)$$

e a equação de Poisson, para o interior dessas massas

$$\nabla^2 W = -4\pi G\rho + 2w^2 \quad (3.6)$$

3.1. GEOPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A representação do geopotencial em harmônicos esféricos, envolve o laplaciano dos potenciais gravitacional e centrífugo da Terra real

$$\nabla^2 W(r, \theta, \lambda) = \nabla^2 V_w(r, \theta, \lambda) + \nabla^2 \Phi_w(r, \theta, \lambda) \quad (3.7)$$

sendo

$$V_w(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n \left(\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \right] \quad (3.8)$$

e

$$\Phi_w(r, \theta, \lambda) = \frac{I}{3} w^2 r_\theta [1 - P_{20}(\cos \theta)] \quad (3.9)$$

3.2. ESFEROPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A Terra normal possui a forma de um elipsóide de revolução com a mesma massa e a mesma velocidade angular da Terra real, além da superfície limitante ser uma equipotencial, ou seja, esferopotencial (U) constante na superfície do elipsóide (Heiskanen & Moritz, 1967). O esferopotencial é a função escalar, cujo gradiente representa o campo de gravidade da Terra normal, isto é,

$$\gamma = \text{grad}U \quad (3.10)$$

onde o esferopotencial tem a forma

$$U = V_U + \Phi \quad (3.11)$$

sendo V_U o potencial gravitacional da Terra normal, e Φ o potencial centrífugo.

Devido à simetria da Terra normal em relação ao eixo de rotação e em relação ao plano do equador, os coeficientes (Sá, 1988)

$$C_{nm} = 0 \text{ se } m \neq 0$$

e

$$S_{nm} = 0 \text{ sempre}$$

portanto, a partir do laplaciano de (3.11)

$$\nabla^2 U(r, \theta, \lambda) = \nabla^2 V_U(r, \theta, \lambda) + \nabla^2 \Phi(r, \theta, \lambda) \quad (3.12)$$

e da expressão (2.13), obtém-se o esferopotencial em harmônicos esféricos dado por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$U(r, \theta) = \frac{GM}{r} \left[I - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^2 P_{2n}(\cos \theta) \right] + \frac{I}{3} w^2 r_\theta^{-2} [I - P_{20}(\cos \theta)] \quad (3.13)$$

com os coeficientes dados por

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + \frac{5n}{e^2} J_2 \right) \quad (3.14)$$

onde e é a excentricidade, e J_2 tem a forma

$$J_2 = \frac{C - A}{Ma^2} \quad (3.15)$$

com M a massa da Terra, a semi-eixo maior da Terra normal, A e C são os momentos de inércia em relação aos eixos X e Z respectivamente, dados por

$$A = \iiint (y'^2 + z'^2) dM \quad (3.16)$$

$$C = \iiint (x'^2 + y'^2) dM \quad (3.17)$$

3.3. SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

O geopotencial, expresso em (3.1), contém todas as informações do campo de gravidade terrestre, e a forma mais simples de explorá-lo para descrever o campo de gravidade, é usar as superfícies equipotenciais e suas linhas de força

$$W(l) = \text{constante} \quad (3.18)$$

A equipotencial fundamental para as Geociências é a que coincide com o nível médio dos mares não perturbados, e se prolonga através dos continentes, denominada superfície geoidal ($W = W_0$). As linhas perpendiculares às superfícies equipotenciais são chamadas linhas de força do campo de gravidade (Figura 3.1). Em qualquer ponto das equipotenciais, a direção do vetor gravidade é tangente à linha de força nesse ponto, e a direção dessa tangente é chamada vertical.

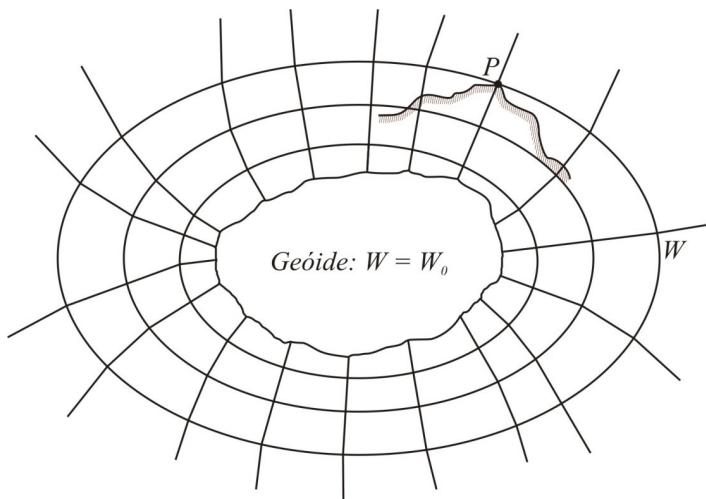


Figura 3.1 – Superfícies equipotenciais e linhas de força (Heiskanen & Moritz, 1967)

As ondulações da superfície geoidal em relação à elipsoidal (Figura 3.2) refletem a distribuição de massa no interior da Terra além de servir como referência para levantamentos altimétricos, dessa maneira sua representação possui grande interesse teórico e prático.

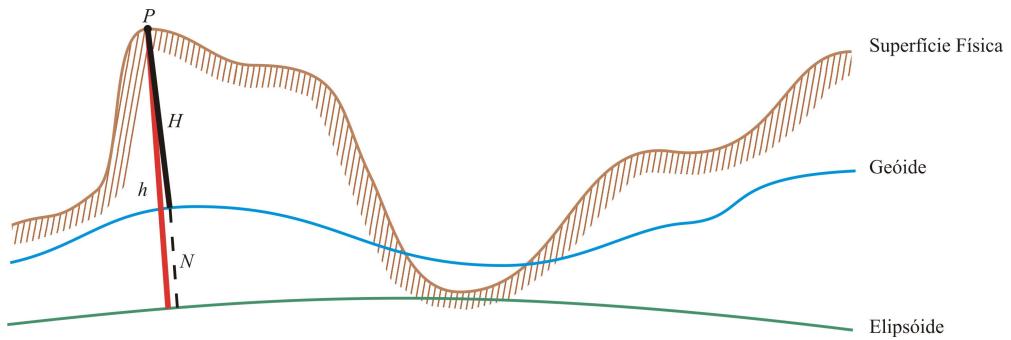


Figura 3.2 – A superfície física da Terra, o geóide e o elipsóide

O teluróide, superfície relacionada com as superfícies equipotenciais e também de grande interesse, é definido como lugar geométrico dos pontos cujo esferopotencial é igual ao geopotencial do ponto correspondente na superfície física da Terra ($U_Q = W_P$), representada na Figura 3.3, e situados sobre a normal ao elipsóide que passa pelo ponto P . A distância entre o ponto Q' , situado

sobre o quase-geóide, e o ponto Q_0 situado sobre o elipsóide de referência, é denominada anomalia de altitude (ζ), sendo $PQ = Q'Q_0$.

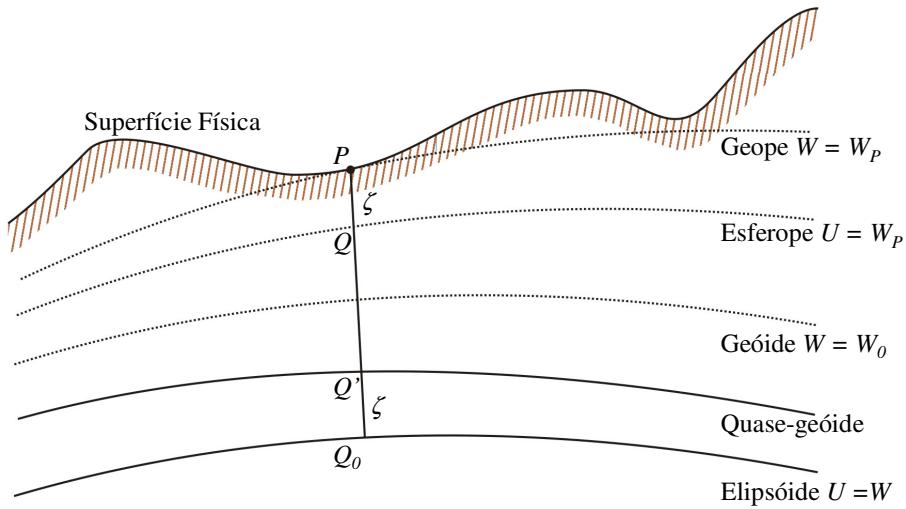


Figura 3.3 – O teluróide e a anomalia de altitude (Gemael, 1999)

3.4. O CAMPO DE GRAVIDADE ANÔMALO

A representação e análise do campo de gravidade, assim como suas aplicações na determinação da forma e estrutura da Terra, envolvem o campo de gravidade anômalo, expresso pelo potencial anômalo (T), obtido a partir do geopotencial e do esferopotencial (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$W = U + T \quad (3.19)$$

ou na forma convencional

$$T = W - U \quad (3.20)$$

Substituindo as expressões (3.1) e (3.11) em (3.20), tem-se

$$T = V_W + \Phi - [V_U + \Phi] \quad (3.21)$$

ou

$$T = V_W - V_U \quad (3.22)$$

logo, o potencial anômalo é expresso apenas pela diferença dos potenciais gravitacionais do geopotencial e do esferopotencial, caracterizando uma função harmônica no exterior das massas atrativas

A gravidade medida na superfície da Terra varia consideravelmente com a posição devido a variações da distância em relação ao centro de massa da Terra, da atração das massas topográficas, e da variação de densidade no interior da Terra. Para minimizar essas variações e separar uma causa da outra, é necessário reduzir essas observações ao geóide antes de compará-las com a gravidade teórica.

A gravidade é medida no ponto P' , sobre a superfície física, P é a projeção de P' ao longo da vertical sobre o geóide, e a projeção desse ponto ao longo da normal gera sobre o elipsóide de referência o ponto Q , onde a distância entre os pontos P e Q é a altura do geóide (Figura 3.4).

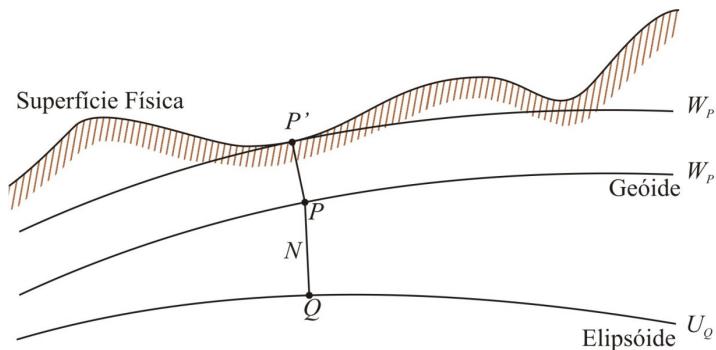


Figura 3.4 – Projeção de P' sobre o geóide (P) e sobre o elipsóide (Q) (Lambeck, 1988)

Comparando a gravidade observada, reduzida ao geóide, com a gravidade teórica no mesmo ponto, obtém-se o distúrbio de gravidade

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P \quad (3.23)$$

cujo uso requer o conhecimento da altura geoidal, pois a gravidade teórica no ponto P é dada por

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (3.24)$$

onde γ_Q é a gravidade teórica na superfície do elipsóide.

Na prática, é usual se utilizar da anomalia gravimétrica, que é a diferença entre a gravidade observada, reduzida ao geóide, e a gravidade teórica, sobre a superfície do elipsóide

$$\Delta g = g_p - \gamma_Q \quad (3.25)$$

O esferopotencial na superfície do geóide pode ser obtido a partir do seu valor conhecido na superfície do elipsóide, pela relação

$$U_p = U_Q - N\gamma_Q \quad (3.26)$$

que substituindo na fórmula do potencial anômalo (3.22), obtém-se

$$T_p = W_p - U_Q + N\gamma_Q \quad (3.27)$$

Usando a injunção

$$W_p = U_Q = W_0 \quad (3.28)$$

obtém-se a Fórmula de Bruns

$$N_p = \frac{T_p}{\gamma_Q} \quad (3.29)$$

que relaciona a altura geoidal com o potencial anômalo e a gravidade teórica.

Substituindo a expressão (3.24) em (3.23), tem-se

$$\delta g = g_p - \gamma_Q - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (3.30)$$

mas,

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (3.31)$$

e

$$\Delta g = g_p - \gamma_Q \quad (3.32)$$

dessa maneira, combinando (3.32) com (3.31) e (3.30), obtém-se a equação fundamental da Geodésia Física

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (3.33)$$

Substituindo na expressão (3.33) a Fórmula de Bruns (3.29) tem-se

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (3.34)$$

que tem aplicação prática na determinação do geóide, pois relaciona a anomalia gravimétrica com o potencial anômalo. Fazendo aproximação esférica, tem-se

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} = -\frac{2}{r} \quad (3.35)$$

e (3.34) pode ser escrita por

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (3.36)$$

3.5. POTENCIAL ANÔMALO EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

No exterior das massas atrativas, o potencial anômalo (3.22) é uma função harmônica, e pode ser desenvolvida em uma série de harmônicos esféricos de forma análoga ao potencial gravitacional expresso em (2.13), isto é,

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.37)$$

onde $T_n(\theta, \lambda)$ é o harmônico esférico de superfície, de grau n , dado por

$$T_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \quad (3.38)$$

portanto, adotando a aproximação esférica, $r = R$, resulta

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.39)$$

Derivando (3.37) em relação a r , na aproximação esférica, obtém-se o distúrbio de gravidade em harmônicos esféricos

$$\delta g = \frac{-\partial T}{\partial r} = \frac{l}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) T_n(\theta, \lambda) \quad (3.40)$$

Substituindo (3.40) e (3.37) em (3.36), obtém-se a anomalia gravimétrica em harmônicos esféricos

$$\Delta g = \frac{l}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) T_n(\theta, \lambda) \quad (3.41)$$

A substituição da expressão (3.39) em (3.29), proporciona a ondulação geoidal em harmônicos esféricos

$$N = \frac{l}{\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.42)$$

3.6. REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS AO GEÓIDE

Há diferentes tipos de anomalias gravimétricas e a escolha do tipo de redução a ser aplicado às observações depende do resultado procurado. Considerando que as medições gravimétricas são realizadas sobre a superfície topográfica ou a ela referidas, é necessário reduzi-las ao geóide.

Essa redução gravimétrica envolve o cálculo de vários efeitos gravitacionais, as correções gravimétricas, e a escolha do tipo de redução aplicada determina o tipo de anomalia resultante. Assim, comparando a gravidade reduzida ao geóide, com a gravidade teórica no ponto correspondente da Terra normal, obtém-se a anomalia gravimétrica na forma genérica

$$\Delta g_\alpha = g + C_\alpha - \gamma \quad (3.43)$$

onde g é a gravidade medida na superfície física, C_α é correção para redução de g ao geóide, e γ é a gravidade teórica, associada ao modelo terrestre adotado.

Anomalia ar-livre

A anomalia ar-livre é obtida com o uso da correção ar-livre na expressão (3.43), isto é,

$$\Delta g_A = g + C_A - \gamma \quad (3.44)$$

onde C_A é a correção ar-livre, determinada a partir do gradiente vertical teórico e da altitude ortométrica do ponto onde foi realizada a medição gravimétrica.

$$C_A = -\frac{\partial \gamma}{\partial H} H \cong 0,3086H \quad (3.45)$$

A correção ar-livre considera apenas a variação de aceleração associada à distância entre a superfície física e o geóide.

Anomalia Helmert

São dois os métodos de redução ao geóide introduzidos por Helmert. O primeiro consiste em condensar as massas topográficas sobre uma superfície (paralela) abaixo do geóide, e o segundo consiste em condensar as massas topográficas sobre a superfície do geóide, formando uma superfície material de densidade ρH (Heiskanen & Moritz, 1967). O cálculo dessa anomalia consiste em somar a correção topográfica (C_T) em (3.44)

$$\Delta g_H = g + C_A + C_T - \gamma \quad (3.46)$$

Anomalia Bouguer

A correção Bouguer remove o efeito gravitacional das massas topográficas entre o ponto onde foi realizada a medição gravimétrica e o geóide. Com esta correção, obtém-se a anomalia Bouguer

$$\Delta g_B = g + C_A + C_T + C_B - \gamma \quad (3.47)$$

onde a correção Bouguer tem a expressão

$$C_B = 2\pi G \rho H = -0,1119H$$

sendo G a constante universal da gravitação, ρ é a densidade média da crosta, e H é a altitude ortométrica do ponto.

3.7. EFEITOS TOPOGRÁFICOS

A gravidade medida na superfície topográfica é reduzida ao geóide retirando-se o efeito gravitacional das massas topográficas. Esse efeito é formado pela componente regular, associada a uma placa de espessura constante e dimensões infinitas, cuja remoção requer apenas a densidade média da crosta e a altitude ortométrica do ponto onde a medição foi realizada. E pela componente irregular, associada às feições topográficas locais, cuja remoção requer a decomposição da topografia em corpos prismáticos, e o cálculo do efeito gravitacional por integração numérica, a partir de modelos topográficos digitais (Sá, 2004)

Correção topográfica

A correção topográfica é a componente vertical da aceleração gravitacional associada às feições topográficas próximas ao local da medição gravimétrica realizada na superfície física da Terra (Sá, 2004). Sendo a correção topográfica em um ponto (x_i, y_j) dado por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$C_T(i, j) = -G \iint_E \int_{H_{ij}}^{H_{xy}} \frac{\rho(x, y, z)(H_{ij} - z)}{l^3(x_i - x, y_i - y, H_{ij} - z)} dx dy dz \quad (3.48)$$

onde E representa a área de integração, e $l(x, y, z)$ é a distância entre o ponto de cálculo e o móvel, dada por

$$l(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.49)$$

Efeito indireto

O segundo método de condensação das massas topográficas de Helmert possui maior interesse na determinação do geóide, pois a anomalia Helmert, calculada através desse método é a que menos altera o geopotencial; depois, vem a anomalia ar-livre. Apesar disso, essa alteração causa o chamado efeito indireto que precisa ser corrigido. A correção desse efeito na altura geoidal, envolvendo as componentes regular e irregular, na aproximação plana, tem a forma (Wichiencharoen, 1982)

$$N_{ind}(i, j) = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} H_{ij}^2 - \frac{G \rho}{6 \gamma} \iint_E \frac{H^3 - H_{ij}^3}{l_0^3} dx dy \quad (3.50)$$

onde l_0 é a distância horizontal entre o ponto de cálculo e o ponto variável.

3.8. A FÓRMULA DE STOKES

A equação fundamental da Geodésia Física (3.33) pode ser usada apenas como uma condição de contorno, já que as anomalias gravimétricas são conhecidas apenas na superfície do geóide, o que impossibilita o cálculo de T . A partir dessa equação na forma (3.36), depois de alguns passos matemáticos, resulta (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3.51)$$

onde

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \quad (3.52)$$

Substituindo a expressão (3.51) no teorema de Bruns (3.29) obtém-se

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3.53)$$

Essa fórmula, publicada por Gerorge Gabriel Stokes em 1849, é conhecida como fórmula de Stokes ou integral de Stokes, e sua importância para a Geodésia Física, está em possibilitar o cálculo da altura geoidal utilizando anomalia gravimétrica. A função de Stokes, $S(\psi)$, é o núcleo de integração, que atribui maior peso aos dados mais próximos do ponto considerado.

O uso de coordenadas esféricas polares na fórmula de Stokes é conveniente porque o argumento da função de Stokes é uma coordenada esférica (ψ), e a outra coordenada é o azimute (α), como ilustra a Figura 3.6.

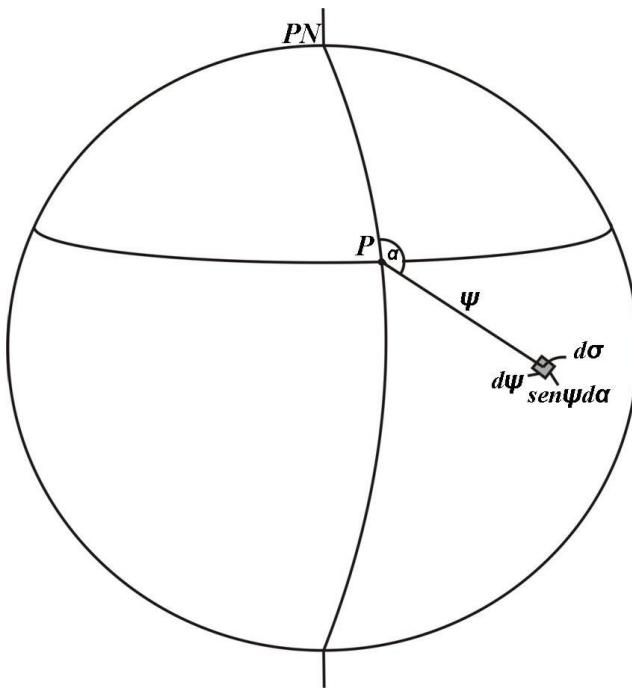


Figura 3.5 – Argumento da função de Stokes (ψ) (Heiskanen & Moritz, 1967)

Se P coincidir com o pólo norte, então $\psi = \theta$ e $\alpha = \lambda$. O elemento de área é dado por

$$d\sigma = \text{sen } \psi \, d\psi \, d\alpha \quad (3.54)$$

A integração sobre toda a superfície tem a forma

$$\iint_{\sigma} = \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\pi} \quad (3.55)$$

Assim, a expressão (3.53) pode ser escrita por

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\pi} \Delta g(\psi, \alpha) S(\psi) \sin \psi d\psi d\alpha \quad (3.56)$$

Introduzindo coordenadas geográficas (ϕ, λ) , resulta

$$\phi = 90^\circ - \theta \quad (3.57)$$

e

$$\iint d\sigma = \int_{\sigma}^{2\pi} \int_{\lambda'=0}^{\pi/2} \cos \phi d\phi d\lambda \quad (3.58)$$

portanto

$$N(\phi, \lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \Delta g(\phi', \lambda') \cos \phi' S(\psi) d\phi' d\lambda' \quad (3.59)$$

onde ϕ, λ são as coordenadas do ponto P e ϕ', λ' são as coordenadas do elemento de área $d\sigma$ variável.

Aplicação da FFT na integral de Stokes

Fast Fourier Transform é uma técnica utilizada para efetuar a integração na solução do problema de valor de contorno da Geodésia (Li, 1994). Com o aumento significativo na quantidade e distribuição de dados gravimétricos em todo mundo, o cálculo de modelos geoidais pela integração clássica passou a exigir maior capacidade computacional e mais tempo de processamento. Com isso, cresceu o interesse no desenvolvimento e nas aplicações das técnicas espectrais rápidas.

A utilização da FFT possibilita processar de forma rápida e simples o sinal espectral do campo de gravidade, e resolver a integral de Stokes utilizando anomalias gravimétricas fornecidas na forma matricial.

A aplicação da FFT na expressão (3.59), resulta

$$N(\phi, \lambda) = \frac{\Delta\phi\Delta\lambda R}{4\pi\gamma} F^{-1}[F(\Delta g(\phi', \lambda')) \cos \phi') F(S(\psi))] \quad (3.60)$$

onde F e F^{-1} representam as transformadas direta e inversa, respectivamente, Δg é a anomalia Helmert residual, por ser a que satisfaz as condições de aplicação da integral de Stokes, ϕ , λ são as coordenadas do ponto em que se deseja calcular o N e ϕ' , λ' são as coordenadas do elemento de área $d\sigma$ variável.

4. MODELOS GEOPOTENCIAIS

Em muitas aplicações, o potencial gravitacional da Terra, é representado pela expansão em harmônicos esféricos, cujos coeficientes são determinados por várias técnicas. A melhoria significativa na determinação dos coeficientes do potencial que vem ocorrendo nos últimos anos fundamenta-se em dois aspectos. Primeiro, o maior grau da expansão foi estendido a valores elevados com a combinação de dados de satélites e de gravimetria terrestre; consequentemente, houve melhoria na resolução dos modelos. Segundo, a exatidão dos coeficientes foi melhorada com a inclusão de dados adicionais que reduziram os inconvenientes da distribuição geográfica heterogênea. A partir de um modelo geopotencial é possível calcular as componentes do campo de gravidade da Terra que contêm principalmente informações de longo comprimento de onda.

4.1. EGM96

O GSFC da NASA, a NIMA, e a OSU desenvolvem trabalhos conjuntos para determinação de modelos geopotenciais de grau elevado, como o EGM96 (Lemoine *et al.*, 1998), que incorpora dados gravimétricos terrestres, dados derivados das *geodetic missions* de altimetria por satélite, dados de rastreio do SLR, GPS, TDRSS da NASA e DORIS. A metodologia usada envolveu a combinação de duas soluções, uma de baixo grau (máximo 70) e outra de alto grau (71 – 360). Na solução de baixo grau, foram integrados dados resultantes do rastreio de satélites usando SLR (LAGEOS, AJISAI, STARLETTE, STELLA, e GFZ-1), da medição gravimétrica (terrestre, oceânica e aérea), e das missões de altimetria por satélite (GEOSAT, TOPEX/POSEIDON e ERS – 1). Na solução de alto grau, foi usado um modelo digital de anomalia ar-livre, com resolução espacial de 0,5°, gerado através da colocação por mínimos quadrados, que proporcionou uma representação consistente da anomalia e o respectivo erro padrão (Sá, 2004). O modelo foi usado para calcular o geóide com exatidão melhor do que um metro (exceto em áreas com deficiência em dados de gravimetria terrestre). Resultados adicionais da solução do EGM96 incluem modelos da

topografia oceânica até o grau 20 do T/P e ERS-1 juntos, e GEOSAT separadamente, e melhor determinação de órbita para satélites artificiais que orbitam a Terra.

As constantes fundamentais do EGM96 são compatíveis com as do WGS84 (Tabela 4.1) e o efeito permanente de maré é removido do modelo, isto significa que ele proporciona a representação do campo de gravidade corrigido dos efeitos de maré e de deformação (IAG, 1980).

Tabela 4.1 – Constantes do WGS84 (IAG, 1980).

| Constantes | Valor |
|--|--|
| a = semi-eixo maior | 6378137 m |
| GM = constante gravitacional geocêntrica | $3986005 \times 10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$ |
| J_2 = constante dinâmica de forma | 108263×10^{-8} |
| ω = velocidade angular | $7292115 \times 10^{-11} \text{ rads}^{-1}$ |
| $1/f$ = inverso do achatamento | 298,2572 |

4.2. EIGEN - GL04C

O modelo EIGEN - GL04C (Förste *et al.*, 2006) é uma melhoria do modelo CG03C e é uma combinação da missão GRACE, LAGEOS, dados de gravimetria e altimetria de superfície com espaçamento de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$. Os dados de satélites foram analisados pelo GFZ Potsdam (GRACE de fevereiro 2003 a julho 2005, sem janeiro 2004) e por GRGS Toulouse (GRACE e LAGEOS de fevereiro 2003 a fevereiro 2005).

O GL04C é completo até grau ordem 360 dos coeficientes e resolve assim a altura geoidal e anomalia ar-livre com comprimento de onda de aproximadamente 110 Km. Como no CG03C, um método especial de combinação dos limites das bandas foi aplicado a fim preservar a exatidão elevada dos dados de satélite na faixa de freqüência mais baixa do geopotencial, e fornecer uma transição suave à informação de alta freqüência que vem dos dados de superfície.

Tal como no EGM96, as constantes fundamentais do modelo terrestre adotado no GL04C, são compatíveis com as do WGS84 (Tabela 4.1) e o efeito permanente de maré é removido do

modelo, isto significa que ele proporciona a representação do campo de gravidade corrigido dos efeitos de maré e de deformação.

4.3. AVALIAÇÃO DOS MODELOS EGM96 E GL04C

Para avaliar os modelos geopotenciais, foram comparados os modelos digitais de anomalia ar-livre, com espaçamento de 5'x5', gerados com grau de truncamento dos harmônicos esféricos igual a 360, tanto para o EGM96 quanto para o GL04C, com o modelo determinado a partir de dados observados. Esses modelos digitais foram filtrados através da média móvel com janela correspondente à resolução efetiva, obtida a partir do grau de truncamento dos harmônicos esféricos, usando a relação empírica (Leite, 2005)

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{180}{m} \quad (4.1)$$

onde λ é o comprimento de onda, e m é o grau de truncamento adotado. A resolução efetiva correspondente a cada grau de truncamento utilizado na avaliação dos modelos geopotenciais é apresentada na Tabela 4.2

Tabela 4.2 – Grau de truncamento com a respectiva resolução efetiva

| Grau de truncamento | Resolução efetiva (°) |
|---------------------|-----------------------|
| 60 | 3,0 |
| 90 | 2,0 |
| 120 | 1,5 |
| 150 | 1,2 |
| 180 | 1,0 |
| 240 | 0,75 |
| 300 | 0,6 |
| 360 | 0,5 |

Os modelos digitais filtrados foram comparados dois a dois. Por exemplo, para os modelos cujo filtro aplicado corresponde ao grau de truncamento igual 60, foram calculadas as diferenças: GL04C – EGM96, OBS – GL04C e OBS – EGM96, resultando 3 conjuntos de resíduos para cada

grau de truncamento dos harmônicos esféricos. As características numéricas dessas diferenças foram estudadas através da estatística descritiva (média, desvio padrão, assimetria, curtose, entre outros).

A média é um valor típico ou representativo de um conjunto de dados, no caso os resíduos encontrados. Como esses valores tendem ao ponto central do conjunto de dados, ordenados segundo as suas grandezas, as médias também são denominadas medidas de tendência central. Para uma amostra contendo n elementos, a média tem a expressão

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (4.2)$$

A dispersão dos resíduos é o grau ao qual os dados numéricos tendem a se dispersar em torno de um valor médio e pode ser representado pela variância ou desvio padrão, sendo a variância dos resíduos definida como a média dos quadrados dos resíduos. Simbolicamente,

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \quad (4.3)$$

o desvio padrão é expresso por

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (4.4)$$

O momento de ordem r de uma dada variável aleatória, com n elementos é

$$\bar{X}^r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (4.5)$$

A partir da expressão (4.5), obtém-se o momento de ordem r , centrado na média

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^r \quad (4.6)$$

assim, para $r = 1$, o momento é zero ($m_1 = 0$), para $r = 2$, o momento é a variância ($m_2 = \sigma^2$).

Assimetria é grau de desvio da simetria de uma distribuição. Se a freqüência de uma distribuição tem “cauda” mais longa à direita, na região da ordenada maior, assimetria é dita positiva; se a “cauda” for maior na região de ordenada menor, a assimetria é dita negativa (Figura 4.1)

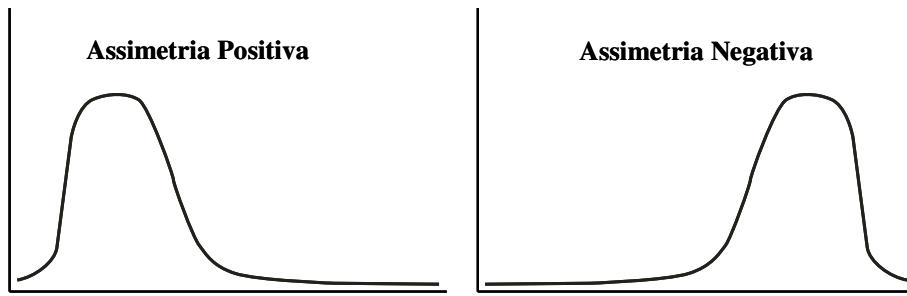


Figura 4.1 – Representação da assimetria de uma distribuição

A medida de assimetria utiliza o terceiro momento centrado na média, definido como coeficiente do momento de assimetria

$$a_3 = \frac{m_3}{s^3} = \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} \quad (4.7)$$

assim, se $a_3 < 0$, assimetria negativa; se $a_3 > 0$, assimetria positiva.

Curtose é o grau de achatamento da freqüência em relação à distribuição normal. A distribuição que tem um grande pico é denominada leptocúrtica, a distribuição normal que não é tão pontiaguda é denominada mesocúrtica, e a distribuição achatada é denominada platicúrtica (Figura 4.2)

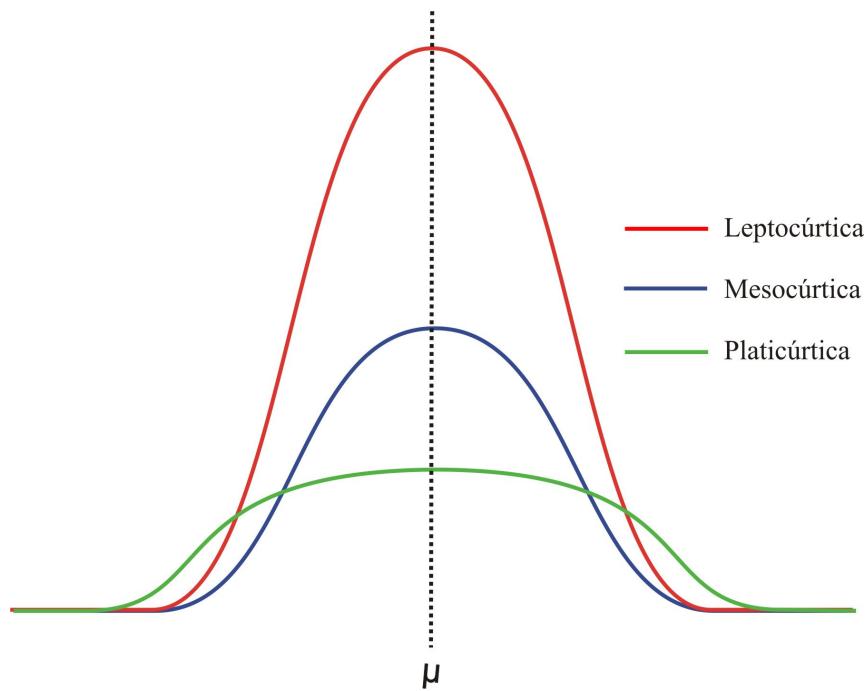


Figura 4.2 – Representação da curtose de uma distribuição

A medida de curtose baseada no quarto momento centrado na média, é expressa por

$$a_4 = \frac{m^4}{s^4} = \frac{m^4}{(\sqrt{m_2})^4} \quad (4.8)$$

Uma vez que para a distribuição normal $a_4 = 3$, então a curtose é definida como $a_4 - 3$; logo, se o resultado for positivo, a distribuição é leptocúrtica; se for nulo, a distribuição é mesocúrtica (normal); e se for negativo, é platicúrtica.

Os resultados estatísticos correspondentes aos resíduos da anomalia ar-livre são mostrados nas Tabelas 4.3, 4.4 e 4.5 e também nas Figuras 4.6 e 4.7. Os modelos digitais que representam esses resíduos são mostrados nas Figuras 4.3, 4.4 e 4.5. Segundo esses resultados existe uma pequena componente sistemática, não superior a 0,03 mGal, entre os modelos GL04C e EGM96. A comparação com os dados observados mostra que o modelo geopotencial GL04C possui uma pequena melhoria em relação ao modelo EGM96.

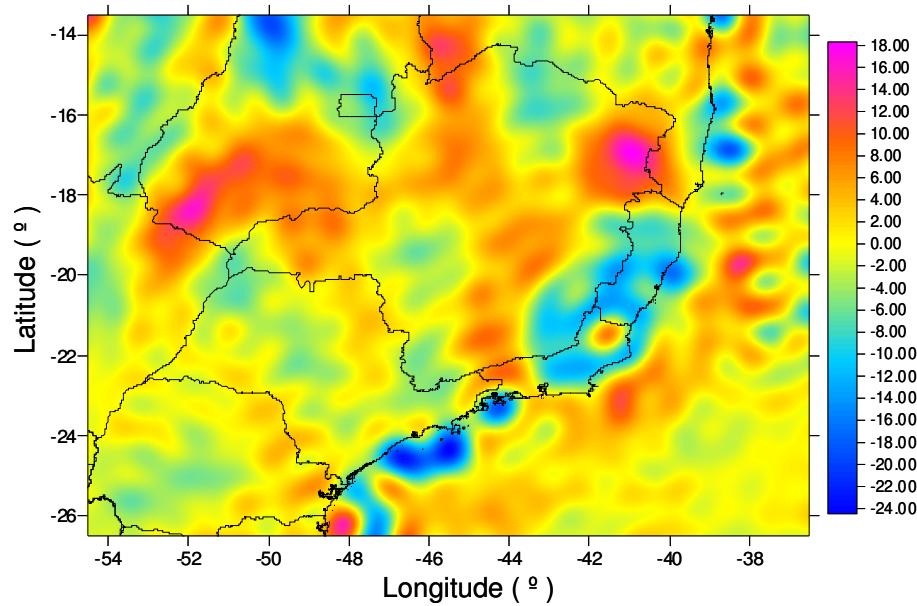


Figura 4.3 - Diferença entre anomalias ar-livre geradas com GL04C e EGM96 (Unidade: mGal)

Tabela 4.3 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre geradas com GL04C e EGM96

| Grau de truncamento | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 240 | 300 | 360 |
|----------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Número de valores | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 |
| Mínimo | -7,0493 | -10,6897 | -13,2819 | -15,1850 | -16,3787 | -21,8416 | -21,8416 | -24,5724 |
| Máximo | 6,9613 | 10,3517 | 12,5236 | 14,0632 | 15,0341 | 17,2118 | 17,2118 | 18,2932 |
| Amplitude | 14,0106 | 21,0414 | 25,8055 | 29,2482 | 31,4128 | 39,0535 | 39,0535 | 42,8655 |
| Média (mGal) | 0,0269 | -0,0042 | -0,0191 | -0,0257 | -0,0278 | -0,0298 | -0,0298 | -0,0300 |
| Variância | 5,2844 | 10,4701 | 14,4513 | 17,4357 | 19,1652 | 23,8000 | 23,8000 | 26,7431 |
| Desvio padrão (mGal) | 2,2988 | 3,2358 | 3,8015 | 4,1756 | 4,3778 | 4,8785 | 4,8785 | 5,1714 |
| Assimetria | -0,1850 | -0,0390 | -0,0250 | -0,0680 | -0,1190 | -0,2660 | -0,2660 | -0,3350 |
| Curtose | 0,8070 | 0,6470 | 0,6280 | 0,7160 | 0,8110 | 1,1180 | 1,1180 | 1,3030 |

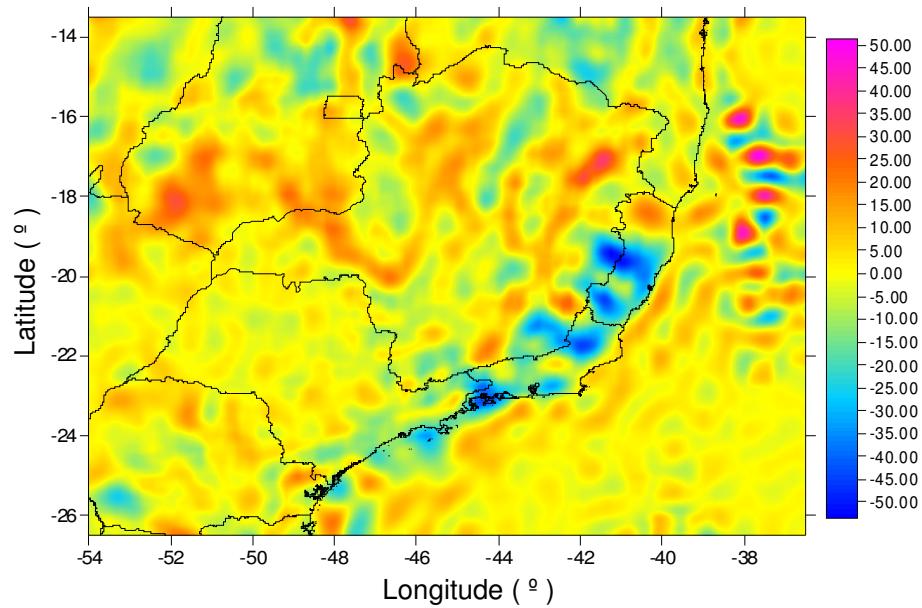


Figura 4.4 - Diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com EGM96 (Unidade: mGal)

Tabela 4.4 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com EGM96

| Grau de truncamento | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 240 | 300 | 360 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Número de valores | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 |
| Mínimo | -14,0097 | -21,7071 | -30,4454 | -32,3658 | -36,0412 | -47,0594 | -47,0594 | -53,3994 |
| Máximo | 8,7167 | 12,4273 | 17,2874 | 20,1270 | 21,5533 | 31,4641 | 31,4641 | 51,4704 |
| Amplitude | 22,7264 | 34,1344 | 47,7328 | 52,4928 | 57,5945 | 78,5236 | 78,5236 | 104,8697 |
| Média (mGal) | -0,2994 | -0,3262 | -0,3433 | -0,3650 | -0,3766 | -0,3925 | -0,3925 | -0,3941 |
| Variância | 11,7193 | 19,6219 | 27,0326 | 34,7298 | 39,8276 | 61,1856 | 61,1856 | 86,6706 |
| Desvio padrão (mGal) | 3,4233 | 4,4297 | 5,1993 | 5,8932 | 6,3109 | 7,8221 | 7,8221 | 9,3097 |
| Assimetria | -0,6460 | -0,8440 | -0,9190 | -0,9610 | -1,0030 | -0,8570 | -0,8570 | -0,5770 |
| Curtose | 1,0240 | 2,3620 | 3,2360 | 3,5290 | 3,8010 | 3,5960 | 3,5960 | 3,4980 |

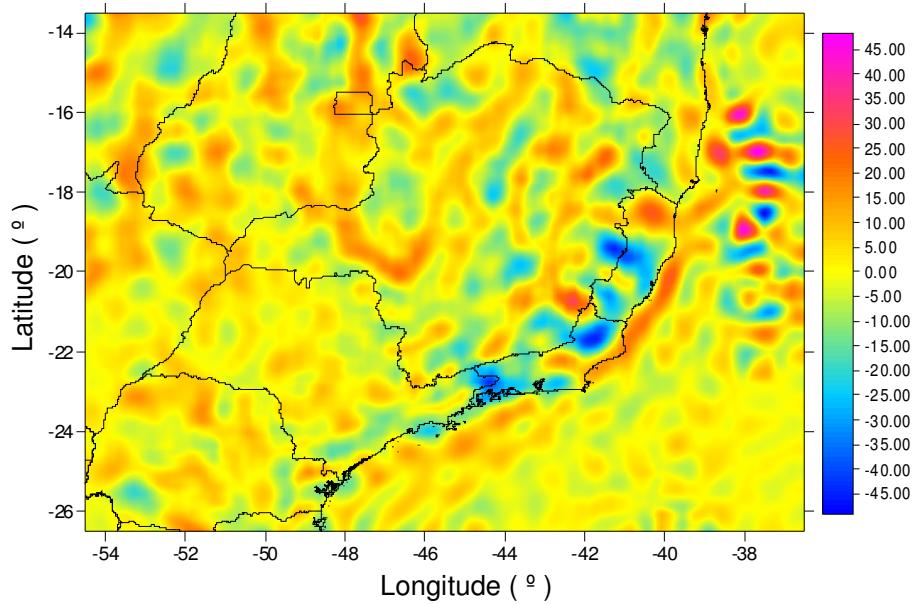


Figura 4.5 - Diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com GL04C (Unidade: mGal)

Tabela 4.5 – Estatísticas da diferença entre anomalias ar-livre observadas e geradas com GL04C

| Grau de truncamento | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 240 | 300 | 360 |
|----------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Número de valores | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 | 34069 |
| Mínimo | -8,1424 | -13,0083 | -20,7549 | -22,7720 | -26,1743 | -38,3388 | -38,3388 | -49,0367 |
| Máximo | 4,9911 | 7,3108 | 12,9086 | 14,7195 | 14,1395 | 27,0703 | 27,0703 | 48,3952 |
| Amplitude | 13,1334 | 20,3191 | 33,6635 | 37,4915 | 40,3138 | 65,4091 | 65,4091 | 97,4319 |
| Média (mGal) | -0,3263 | -0,3220 | -0,3242 | -0,3393 | -0,3488 | -0,3627 | -0,3627 | -0,3641 |
| Variância | 4,2949 | 8,3884 | 14,3455 | 21,2616 | 26,1902 | 48,6157 | 48,6157 | 75,5569 |
| Desvio padrão (mGal) | 2,0724 | 2,8963 | 3,7876 | 4,6110 | 5,1176 | 6,9725 | 6,9725 | 8,6923 |
| Assimetria | -0,9680 | -0,8970 | -0,7120 | -0,7360 | -0,7790 | -0,5810 | -0,5810 | -0,3660 |
| Curtose | 1,0020 | 1,4550 | 1,6180 | 1,7950 | 2,1110 | 2,2260 | 2,2260 | 2,7010 |

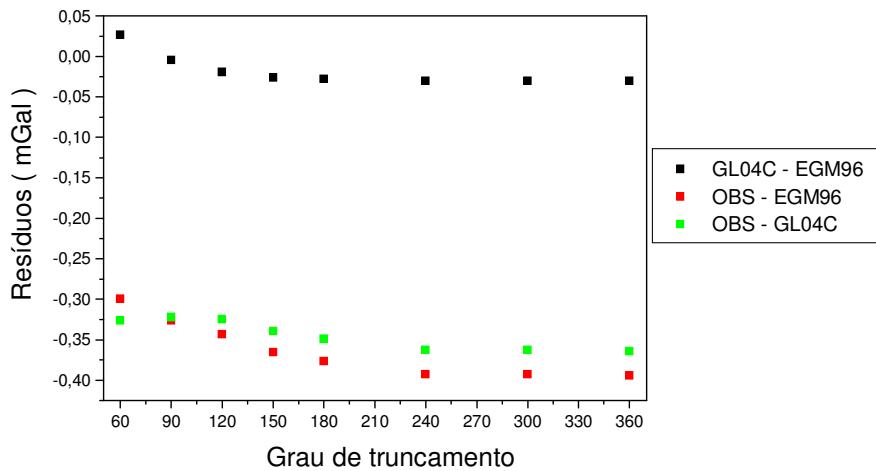


Figura 4.6 – Médias das diferenças entre modelos digitais das anomalias ar-livre

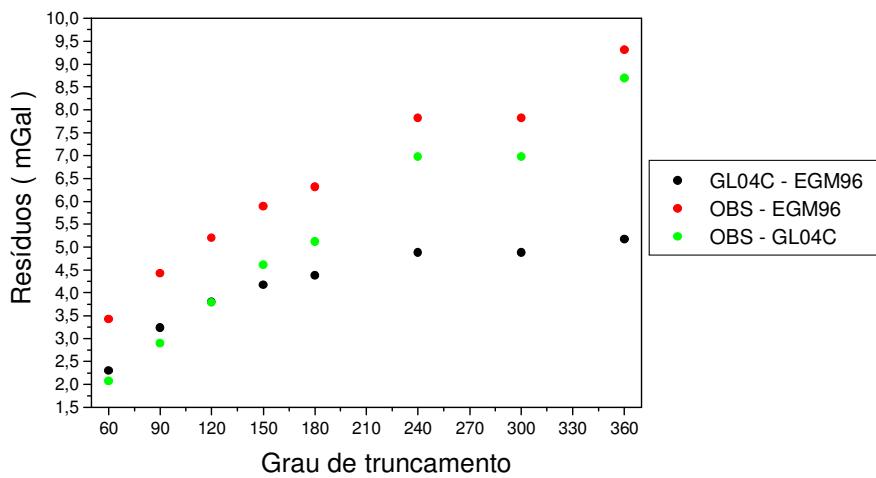


Figura 4.7 – Desvios padrões das diferenças entre modelos digitais das anomalias ar-livre

Calculando a diferença entre anomalias de altitude geradas com o GL04C e EGM96 obtém-se as estatísticas apresentadas na Tabela 4.6 e representação gráfica na Figura 4.8. A variação máxima dessa diferença é de 1,94 m, com uma média de 0,018 m e desvio padrão de 0,48 m.

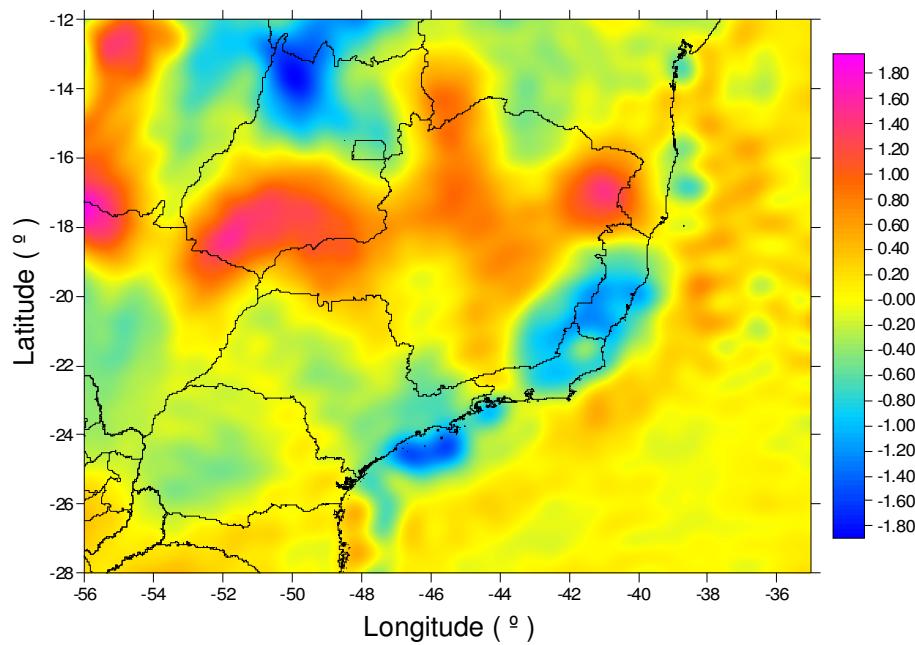


Figura 4.8 - Diferença entre anomalias de altitude geradas com GL04C e EGM96 (Unidade: m)

Tabela 4.6 - Estatísticas da diferença entre anomalias de altitude geradas com GL04C e EGM96

| Estatísticas | Valores (m) |
|-------------------|-------------|
| Número de valores | 194425 |
| Mínimo | -1,8954 |
| Máximo | 1,9491 |
| Amplitude | 3,8445 |
| Média | 0,0183 |
| Variância | 0,2390 |
| Desvio padrão | 0,4889 |
| Assimetria | -0,0290 |
| Curtose | 132,5990 |

5. DADOS ENVOLVIDOS

Os dados envolvidos neste trabalho consistem nos conjuntos de coeficientes dos modelos geopotenciais, EGM96 e GL04C, dados gravimétricos, modelo topográfico digital e alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento, existentes no Laboratório de Geodésia do IAG/USP.

5.1. MODELOS GEOPOTENCIAIS

Os modelos do geopotencial, conjuntos de parâmetros (terrestres) e coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos, atualmente são determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais (Sá, 2004). Assim, foram usados os conjuntos de coeficientes dos modelos geopotenciais EGM96 (Lemoine *et al.*, 1998) e EIGEN-GL04C (Förste *et al.*, 2006), ambos completos até o grau e ordem 360. Descrições dos modelos encontram-se na seção 4. Os arquivos contendo os coeficientes desses modelos são formados por registros que contêm as seguintes informações: grau, ordem, coeficiente C , coeficiente S e os respectivos erros padrões σ_C e σ_S .

5.2. DADOS GRAVIMÉTRICOS

Os dados gravimétricos, que foram utilizados, são os mantidos no Laboratório de Geodésia do IAG/USP, e resultaram da integração de levantamentos terrestres, oceânicos e de altimetria por satélite. Foi usado o arquivo de dados gravimétricos simplificado, contendo registros com as seguintes informações: longitude, latitude e anomalia ar-livre de cada ponto.

Os dados terrestres foram obtidos por várias instituições, os oceânicos foram coletados por instituições interessadas em Geofísica marinha e processadas pelo NGDC, e os de altimetria por satélite foram obtidos nas missões geodésicas GEOSAT e ERS-1 e convertidos em anomalias ar-livre na forma digital. As medidas terrestres foram referidas a IGSN71 pela RGFB. As coordenadas e as altitudes das estações estão referidas ao SGB (Sá, 2004). As anomalias gravimétricas ar-livre

foram calculadas com a fórmula do GRS80. O modelo gravimétrico obtido por Sandwell & Smith (1997) foi usado na região oceânica envolvida neste trabalho, por apresentar resultados semelhantes aos demais quanto à exatidão e resolução espacial (Sá, 2004)

A soma de dados gravimétricos terrestres, dados gravimétricos oceânicos, dados derivados da altimetria formam o conjunto cuja distribuição geográfica está representada na Figura 5.1.

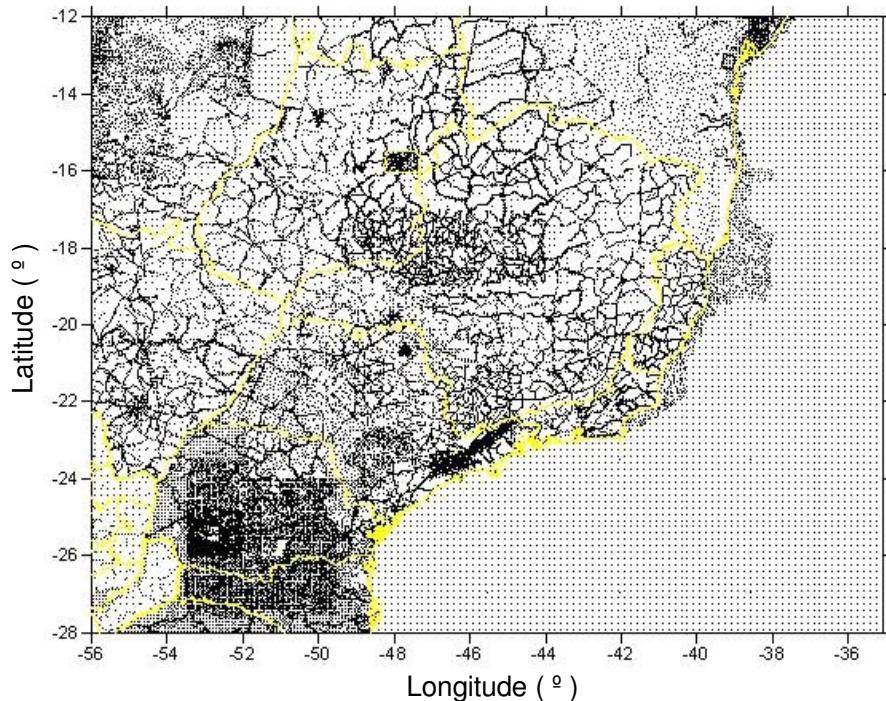


Figura 5.1 - Dados gravimétricos

5.3. DADOS TOPOGRÁFICOS

O modelo topográfico da região foi obtido com a integração do GSFT, derivado das missões geodésicas de altimetria por satélite GEOSAT e ERS-1, e um dos modelos altimétricos resultantes da SRTM. A resolução formal do modelo GSFT é de 2' (~4 km), e a do SRTM é de 0,5' (~1 km). Assim, foi adotada a resolução formal de 3' (~6 km) na reamostragem do GSFT e SRTM, para composição do modelo topográfico do Sudeste do Brasil (Sá, 2004), representado graficamente na Figura 5.2

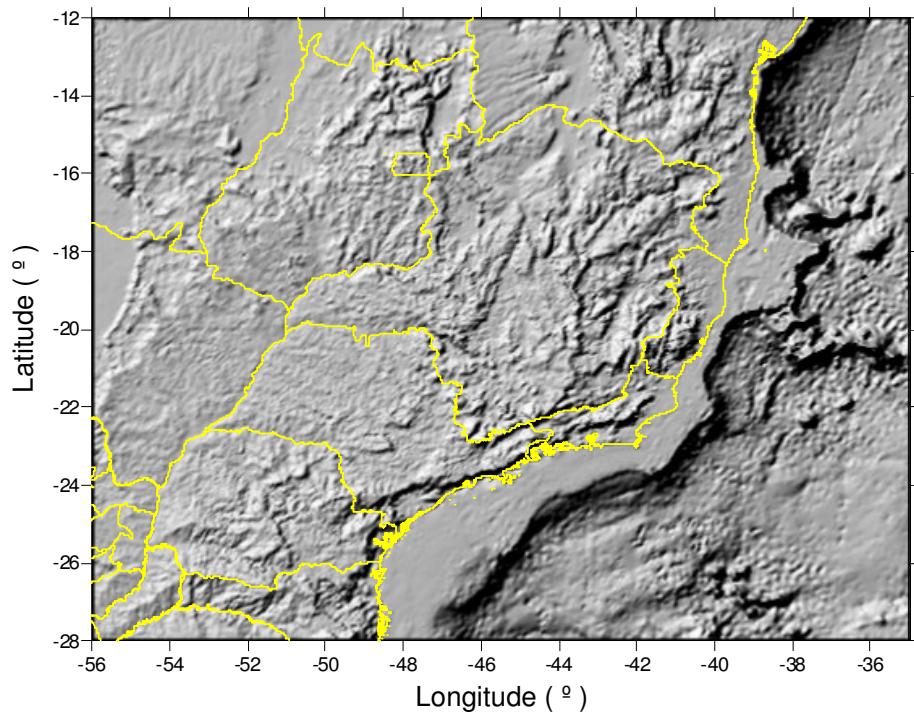


Figura 5.2 – Modelo topográfico digital

5.4. ALTURAS GEOIDAIAS

O posicionamento utilizando o GPS em pontos de altitude ortométrica conhecida proporciona a determinação da altura geoidal expressa por

$$N_{GPS} = h - H \quad (5.1)$$

onde h e H são as altitudes geométrica e ortométrica, respectivamente. A expressão (5.1) constitui uma eficiente técnica para avaliação e aprimoramento de modelos geoidais determinados por meio da combinação de modelos geopotenciais e dados do campo de gravidade. A diferença entre as alturas geoidais, determinadas por GPS/nivelamento (N_{GPS}) e as obtidas a partir de dados do campo de gravidade (N_g)

$$\Delta N = N_{GPS} - N_g \quad (5.2)$$

são usadas tanto para avaliar modelos geoidais gravimétricos, como para reduzi-los ao geóide materializado no Datum de Imbituba/SC através de marégrafo.

As estações da RGSB (Sá *et al.*, 2001; Lopes, 2006; Souza, 2006) e as obtidas no banco de dados do IBGE, constituem o conjunto 363 pontos (Figura 5.3) cujas alturas geoidais foram determinadas por (5.1).

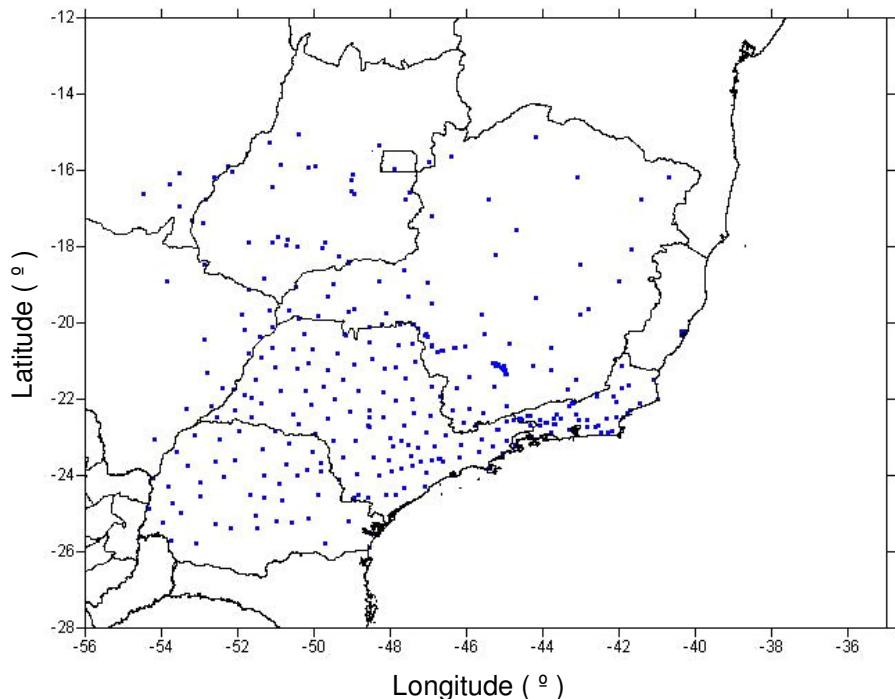


Figura 5.3 – Alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento

6. METODOLOGIA

6.1. OBTENÇÃO DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS DIGITAIS

Computadores cada vez mais eficientes permitem o armazenamento, o processamento e a representação de quantidades cada vez maiores de informações. Um modelo gravimétrico digital é um conjunto de pontos com distribuição geográfica regular, ordenados na forma matricial. Modelos desse tipo são gerados a partir de dados com a respectiva posição geográfica, compatíveis em número e distribuição, por meio de algoritmos de interpolação programados para computador.

Watson (1992) apud Matos (2005) mostra que as maiores dificuldades nos valores interpolados são causados por dados insuficientes e por erros de observação. A falta de informações leva à geração de modelos pobres com tendência de suavização do terreno. Nenhuma metodologia, por mais complexa ou sofisticada que seja, pode compensar os efeitos de uma amostragem deficiente.

O processo de geração consiste em estimar valores em cada ponto da distribuição regular pretendida a partir do conjunto de dados observados geralmente com distribuição irregular. A resolução espacial do modelo digital resultante depende do espaçamento dos dados de entrada. O inconveniente da representação na forma digital é uma possível perda de informação em regiões onde os dados apresentam variabilidade incompatível com a densidade amostral dos dados. Mas, os modelos digitais facilitam a representação gráfica e análise de grandes volumes dados. O princípio básico e compartilhado pelos métodos de interpolação consiste na seleção de dados, considerando a distribuição e distância em torno do ponto de interpolação.

Existem diversos métodos de interpolação, entre os quais, o desenvolvido por Krige é um dos mais usados em Geociências. Esse método tem por objetivo minimizar o erro dos valores avaliados e do modelo estatístico da superfície, usando o procedimento semelhante ao da interpolação pela média ponderada, porém os pesos são determinados a partir de uma análise espacial, baseada no variograma determinado para os dados envolvidos.

Programas computacionais***Programa GEOPGRID***

Desenvolvido por Georg Wenzell, o GEOPGRID é um programa em linguagem Fortran que calcula componentes do campo de gravidade anômalo a partir dos coeficientes de modelos geopotenciais desenvolvidos em harmônicos esféricos, e gera o modelo digital da componente de interesse com a resolução espacial especificada.

As componentes que podem ser representadas com auxílio desse programa são: anomalia de altitude, distúrbio de gravidade, anomalia ar-livre, componentes do desvio da vertical e os tensores do potencial gravitacional. Para o desenvolvimento desse projeto, os parâmetros de interesse são, anomalia de altitude e anomalia ar-livre.

Programa Surfer

O *Surfer* é um programa comercializado pela *Golden Software*, que gera modelos digitais com o espaçamento desejado a partir de dados irregularmente espaçados utilizando diversos métodos de interpolação. A entrada de dados é através de um arquivo contendo 3 colunas (X,Y,Z), e quantas linhas forem desejadas (número de dados). Além de gerar o modelo digital, o *Surfer* possui diversos recursos de cálculos, funções matemáticas, suavização, representações gráficas variadas e cálculo de estatísticas.

Com o auxílio desse programa foram gerados modelos gravimétricos digitais de anomalias ar-livre, Helmert, Bouguer e também os cálculos, que utiliza modelos digitais, necessários para determinar o modelo geoidal.

Programa FFTGeoid

As técnicas espectrais, como FFT, são utilizadas para a solução dos problemas do valor do contorno da Geodésia (Li, 1994). O *FFTGeoid* é um programa em linguagem Fortran que

proporciona a determinação da anomalia de altitude a partir de dados de anomalia gravimétrica em formato de um modelo gravimétrico digital utilizando técnicas espetrais avançadas (Li, 1994; UTI, 2006).

O programa *FFTGeoid* é um programa simples e interativo, que requer o arquivo contendo as anomalias gravimétricas no formato de matriz, neste caso gerado pelo *Surfer*, e a seleção das opções desejadas por meio de teclado. No processamento, o programa gera um arquivo no mesmo formato de entrada contendo as anomalias de altitude, que neste caso é a componente residual calculada pela integral de Stokes usando FFT, para determinação do geóide gravimétrico.

6.2. DETERMINAÇÃO DO MODELO GEOIDAL GRAVIMÉTRICO

A determinação do modelo geoidal gravimétrico pode ser sintetizada na expressão

$$N_g(i, j) = \zeta_M(i, j) + \zeta_{\Delta g_{H_r}}(i, j) + \zeta_i(i, j) + \Delta N_{\zeta_N}(i, j) \quad (6.1)$$

onde $\zeta_M(i, j)$ é fornecida pelo modelo geopotencial adotado, EGM96 e GL04C (componente de longo comprimento de onda), $\zeta_{\Delta g_{H_r}}(i, j)$ é a componente determinada pela integral de Stokes através da FFT (componente residual), $\zeta_i(i, j)$, é o efeito indireto calculado a partir do modelo topográfico e, $\Delta N_{\zeta_N}(i, j)$ transforma anomalia de altitude em altura geoidal.

Componente global

Anomalia de altitude referente à componente de longo comprimento de onda é calculada a partir dos coeficientes dos modelos geopotenciais EGM96 e GL04C até o grau e ordem 360 utilizando o programa *GEOPGRID*, com espaçamento do modelo gravimétrico digital de 2,5'x2,5'. Essa componente pode ser calculada pela expressão (3.42).

Componente residual

O cálculo da componente residual da anomalia de altitude utilizando o programa *FFTGeoid* é dado por (Haagmans *et al.*, 1993)

$$\zeta_{\Delta g_{H_r}}(i, j) = \frac{\Delta\varphi\Delta\lambda R}{4\pi\gamma} \sum_{n=0}^{N-1} F^{-1}\left\{F^I\left\{\Delta g_{H_r}(\varphi_n)\cos\varphi_n\right\}F\{S(\varphi_i, \varphi_n, \Delta\lambda)\}\right\} \quad (6.2)$$

onde F e F^{-1} são as transformadas de Fourier direta e inversa, respectivamente, Δg_{H_r} é a anomalia residual Helmert, e $S(\psi)$ é a função de Stokes modificada para o esferóide adotado, expressa por

$$S(\varphi_i, \lambda_i, \varphi, \lambda) = \frac{1}{s} - 6s + 1 - 5(1 - 2s^2) - 3(1 - s^2)\ln(s + s^2) \quad (6.3)$$

com

$$s^2 = \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_i - \varphi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\lambda_i - \lambda}{2} \cos \varphi_i \operatorname{sen} \varphi \quad (6.4)$$

O modelo gravimétrico digital contendo anomalias gravimétricas residuais é calculada a partir do modelo digital de anomalias ar-livre observadas (Δg_{obs}) e um modelo digital de anomalias ar-livre fornecido pelo modelo geopotencial (Δg_m), que pode ser dado por (3.41), utilizando a expressão

$$\Delta g_r = \Delta g_{obs} - \Delta g_m \quad (6.5)$$

sendo m o grau de truncamento dos harmônicos esféricos desejado. Adicionando nesses modelos gravimétricos digitais de anomalias ar-livre a correção topográfica, obtém-se a anomalia Helmert residual (Δg_{H_r}). Neste trabalho, foi usada a correção topográfica determinada por Sá (2004).

O modelo gravimétrico digital de anomalias ar-livre foi gerado no *Surfer* pelo método de interpolação de Krige, a partir dos dados de anomalia ar-livre descritos na seção (5.2) ou a partir do modelo gravimétrico digital da anomalia Bouguer. Neste caso, a correção Bouguer é aplicada aos

dados da anomalia ar-livre fornecidos, e a interpolação é realizada a partir desse novo arquivo, obtendo um modelo gravimétrico da anomalia Bouguer. Desse modelo gravimétrico digital a correção Bouguer é retirada, obtendo assim um modelo gravimétrico digital de anomalias ar-livre calculado a partir do modelo da anomalia Bouguer.

A interpolação pelo método de Krige utiliza como função peso um modelo de variograma selecionado na análise espacial do variograma amostral. O variograma é uma expressão matemática que permite representar a variabilidade entre pares de pontos separados por d (Journel & Huijbregts, 1989) e é expressa por

$$\gamma(d) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [z(p_i) - z(p_i + d)]^2 \quad (6.6)$$

onde, $z(p_i)$ é o valor da variável no ponto p_i , $z(p_i + d)$ é o valor da variável no ponto $p_i + d$, e n é o número de pares separados pela distância d .

O modelo de variograma mais indicado para interpolação é aquele que melhor se ajusta ao variograma calculado a partir dos dados observados; portanto, foi realizado um estudo com o objetivo de se encontrar o modelo de variograma que melhor se ajustasse ao variograma amostral. O variograma amostral foi gerado no *Surfer* a partir dos dados observados e foi ajustado aos 4 modelos mostrados na Tabela 6.1 (Golden software, 2002). A representação tanto dos parâmetros do variograma como do ajuste de um modelo a um dado variograma amostral, são dados na Figura 6.1. (Golden software, 2002)

Tabela 6.1 – Modelos de variogramas e suas equações

| Esférico | Exponencial |
|--|--|
| $\gamma(d) = \begin{cases} C \left[1,5 \frac{d}{A} - \frac{d^3}{A} \right] & \text{se } d < 1 \\ C & \text{se } d \geq 1 \end{cases}$ | $\gamma(d) = C \left[1 - e^{-\frac{d}{A}} \right]$ |
| Quadrático | Racional quadrático |
| $\gamma(d) = \begin{cases} C \left[2 \frac{d}{A} - \frac{d^2}{A} \right] & \text{se } d < 1 \\ C & \text{se } d \geq 1 \end{cases}$ | $\gamma(d) = C \left[\frac{\frac{d^2}{A}}{1 + \frac{d^2}{A}} \right]$ |

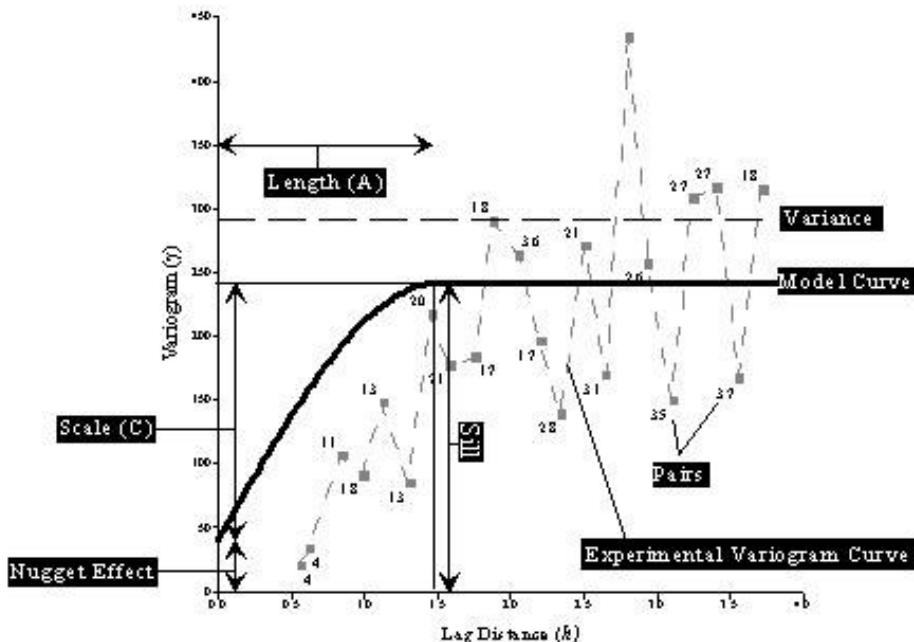


Figura 6.1 - Parâmetros do variograma, modelo de variograma e variograma amostral

O ajuste dos 4 modelos ao variograma amostral é apresentado na Figura 6.2, e os parâmetros utilizados para gerar esses modelos são mostrados na Tabela 6.2

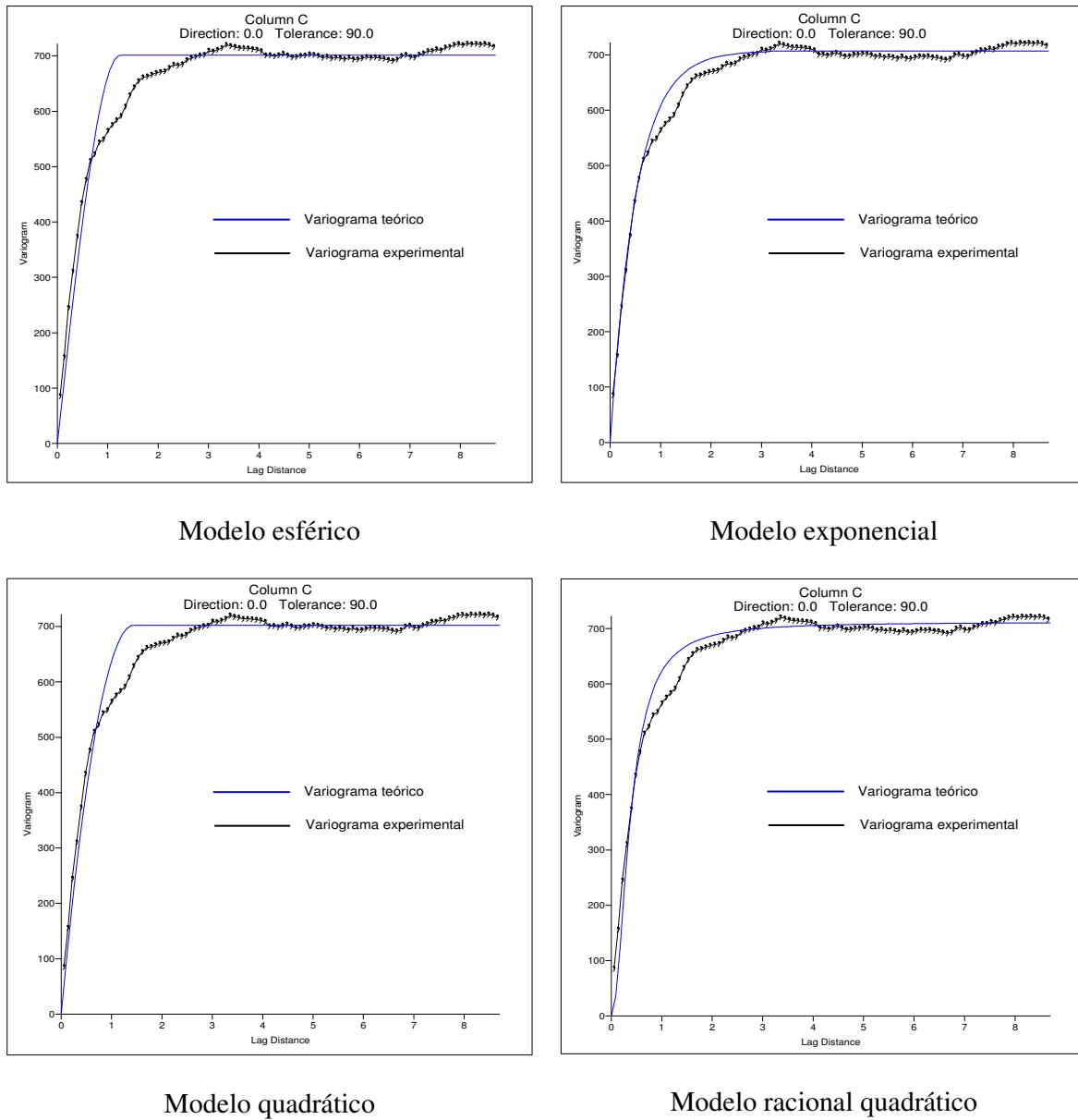


Figura 6.2 - Ajuste dos modelos ao variograma amostral

Tabela 6.2 – Parâmetros do ajuste dos variogramas

| Parâmetro | Modelos | | | |
|-----------|----------|-------------|------------|---------------|
| | Esférico | Exponencial | Quadrático | R. Quadrático |
| C | 701,2 | 707,1 | 702,0 | 711,5 |
| A | 2,0590 | 0,9394 | 2,346 | 0,674 |

Os 4 modelos de variograma foram utilizados para realizar a interpolação, pelo método de Krige, dos dados da anomalia ar-livre, gerando assim 4 modelos gravimétricos digitais ar-livre. A partir desses modelos digitais, foram calculados os resíduos entre os pontos interpolados e os pontos observados, e também foram analisados os valores obtidos do modelo digital dos desvios padrões gerado pelo *Surfer*. As estatísticas dos resíduos das anomalias gravimétricas dos pontos interpolados em relação aos valores observados são apresentadas na Tabela 6.3

Tabela 6.3 – Estatísticas dos resíduos das anomalias ar-livre (Unidade: mGal)

| Modelo | Mínimo | Máximo | Média | Variância | Desvio Padrão |
|----------------------|---------------|---------------|--------------|------------------|----------------------|
| Esférico | -85,1292 | 93,4035 | -0,0497 | 35,5922 | 5,9659 |
| Exponencial | -84,2990 | 92,9733 | -0,0580 | 36,1574 | 6,0131 |
| Quadrático | -85,0402 | 93,2542 | -0,0518 | 35,5640 | 5,9635 |
| R. Quadrático | -319,7826 | 588,5004 | 0,2388 | 145,0771 | 12,0448 |

Apesar de graficamente o modelo exponencial se ajustar melhor aos dados, os valores dos resíduos das anomalias gravimétricas dos pontos interpolados em relação aos valores observados, foram menores em média e desvio padrão para os modelos esférico e quadrático, embora os valores do modelo exponencial estejam muito próximos desses. Os valores do modelo digital de desvios padrões do método de Krige gerado pelo *Surfer* mantiveram a mesma tendência para os valores de mínimo, de máximo e de média, ou seja, menores valores para os modelos esférico e quadrático (Tabela 6.4). Nessa tabela, o modelo racional quadrático, mostra valores irreais porque o *Surfer* não concluiu a estimativa para todos os pontos, o que indica instabilidade do modelo para se ajustar a esse conjunto de dados, ou seja, possivelmente esse modelo não é representativo.

Tabela 6.4 – Valores de desvios padrões do modelo digital gerado pelo *Surfer* (Unidade: mGal)

| Modelo | Mínimo | Máximo | Média |
|----------------------------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| Esférico | 0,0592 | 15,2552 | 6,0111 |
| Exponencial | 0,0769 | 17,3090 | 7,5379 |
| Quadrático | 0,0645 | 15,9912 | 6,4908 |
| Racional Quadrático | 0 | $1,70 \times 10^{38}$ | $5,84 \times 10^{36}$ |

A diferença entre os resultados obtidos com o modelo exponencial de variograma e com os modelos de variograma que obtiveram menores estatísticas, foi pequena, ou seja, o modelo exponencial gera valores próximos das melhores estimativas, o que sugere que o modelo também é representativo. É importante ressaltar que esses valores encontrados não levam em consideração a posição dos pontos, e sabendo que o melhor modelo de variograma para a interpolação é aquele que se ajusta com maior precisão à região do variograma que representa as menores distâncias (Journel & Huijbregts, 1989), então o modelo mais adequado é o exponencial, pois graficamente, se ajusta melhor ao variograma amostral na região citada.

Portando, o modelo de variograma escolhido para realizar a interpolação dos dados de anomalia ar-livre foi o modelo exponencial. No caso dos dados de anomalia Bouguer, o mesmo procedimento de análise visual foi realizado e o modelo linear foi selecionado para realizar a interpolação, pois ao gerar o variograma amostral, o modelo linear obteve um bom ajuste.

Definido o modelo de variograma utilizado na interpolação é preciso verificar se o algoritmo implementado no programa *FFTGeiod* é consistente, isto é, se não gera erros no processo de integração. Para isso foram criados no *GEOPGRID* modelos digitais de anomalia de altitude, com espaçamento de 5'x 5', para os seguintes graus de truncamento dos harmônicos esféricos: 30, 60, 90, 120, 150, 180, 240, 300 e 360, utilizando o modelo geopotencial GL04C. Com o mesmo programa foram gerados modelos digitais de anomalia ar-livre utilizando os mesmos graus de truncamento e o mesmo espaçamento.

Com o programa *Surfer*, foram gerados modelos digitais das anomalias gravimétricas residuais dos graus desejados em relação ao grau 360, ou seja, para o grau de truncamento m foi calculada a diferença entre o modelo de anomalia ar-livre gerado com o grau 360 e o modelo digital gerado com o grau m . O modelo digital contendo as anomalias gravimétricas residuais foi utilizado para gerar anomalias de altitude por meio da integral de Stokes com o auxílio do programa *FFTGeoid*.

A partir dos modelos digitais das anomalias de altitude com grau de truncamento 360 (ζ_{360}), de um modelo com o grau de truncamento desejado m (ζ_m), e o residual de 360 em relação a m , ou seja, a anomalia de altitude correspondente a componente de m até 360 ($\zeta_{m \rightarrow 360}$), foi calculada a diferença entre a anomalia de altitude do grau 360 e a soma da anomalia de altitude de grau m com a anomalia de altitude residual, como mostra a expressão

$$\zeta_r = \zeta_{360} - (\zeta_m + \zeta_{(m \rightarrow 360)}) \quad (6.7)$$

Para um método de integração consistente, os valores residuais devem ser próximos de zero, com uma dispersão também próxima de zero. O método de integração utilizado foi o método unidimensional (1D FFT), que é o *default* do programa. Esse procedimento foi realizado para todos os graus citados.

No teste, foi efetuada a integração com e sem definição de raio de integração, sendo que os raios foram escolhidos de acordo com o grau de truncamento dos harmônicos esféricos, ou seja, para o grau de truncamento igual a 30, o raio foi de 3° seguindo a relação (4.1). No programa *FFTGeoid* a definição do raio é feita através do número de espaçamentos desejados; portanto, é necessário 36 espaçamento de $5'$ para realizar a integração com um raio de 3° . Os valores das médias e dos desvios padrões dos resíduos calculados para cada grau de truncamento são apresentados nas Figuras 6.3 e 6.4.

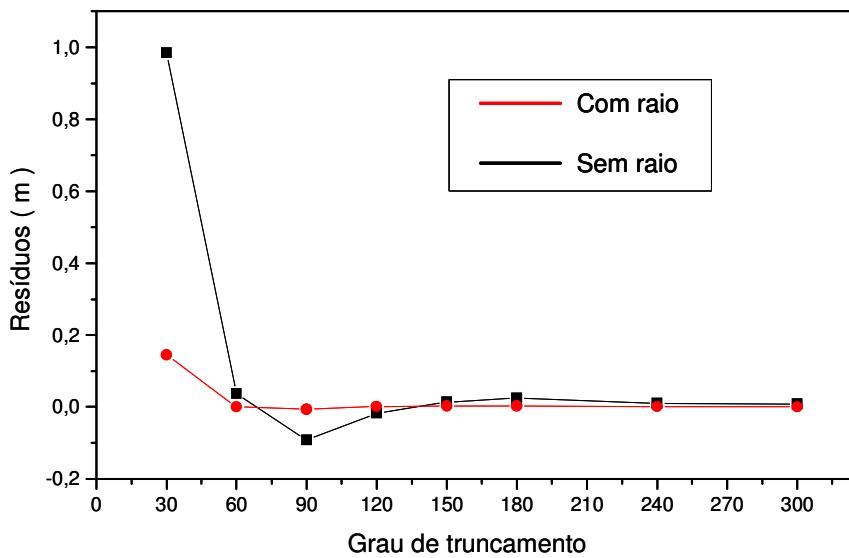


Figura 6.3 - Médias dos resíduos calculados para cada grau de truncamento

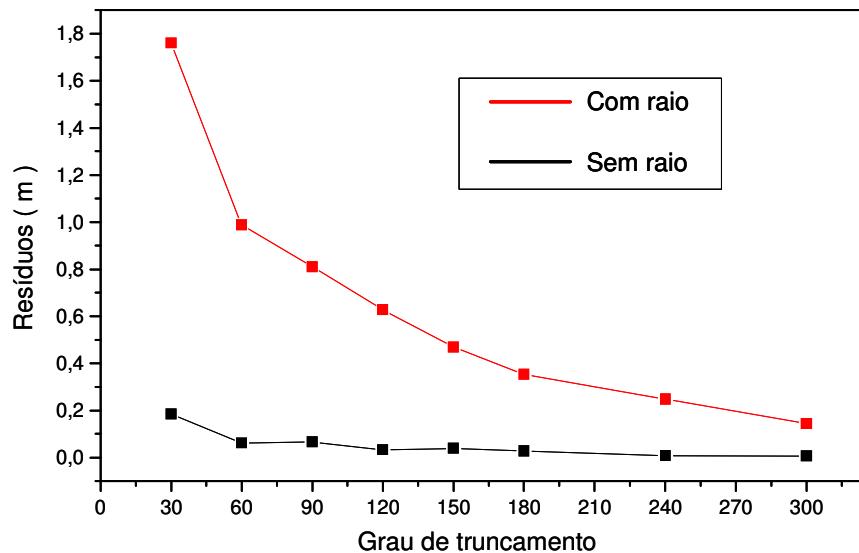


Figura 6.4 - Desvios padrões dos resíduos calculados para cada grau de truncamento

Os resultados mostram que a integração sem raio definido possui componentes sistemáticas em média, para baixos graus dos harmônicos esféricos, maiores que as componentes encontradas no caso da integração com raio definido. Para altos graus de truncamento essas componentes são

aproximadamente nulas. Os valores dos desvios padrões são menores para a integração sem raio definido, mostrando menor variabilidade comparado com o método com definição de raio de integração. Como esses resíduos deveriam ser nulos, optou-se por realizar a integração sem definir o raio de integração.

Assim, o modelo digital contendo a componente residual foi calculada pelo programa *FFTGeoid* com espaçamento de 2,5'x2,5' utilizando o método integração unidimensional e sem definir o raio de integração, *default* do programa, a partir do modelo digital da anomalia Helmert residual. Onde o modelo da anomalia ar-livre utilizado foi gerado diretamente por interpolação dos dados da anomalia ar-livre, e por meio do modelo gravimétrico digital da anomalia Bouguer.

Efeito indireto

O cálculo do efeito indireto foi realizado por Sá (2004), a partir do modelo topográfico, usando algoritmo de integração para FFT aplicada a expressão (3.5).

Transformação do quase-geóide em geóide

Como a metodologia descrita calcula inicialmente a anomalia de altitude, é necessário adicionar a componente que transforma o quase-geóide no geóide, dada pela expressão

$$\Delta N_{\varsigma N} = \Delta g_{B(Gal)} H_{(km)} \quad (6.8)$$

Nessa transformação, também foram usados dois modelos gravimétricos digitais da anomalia ar-livre: um gerado diretamente por interpolação, e outro a partir da anomalia Bouguer. Ambos os modelos foram utilizados para seguir a coerência de determinar todas as componentes dos modelos geoidais a partir de modelos gravimétricos das anomalias ar-livre obtidos por métodos distintos.

6.3. AVALIAÇÃO DO GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DETERMINADO

A avaliação do modelo geoidal gravimétrico foi realizada pela comparação da altura geoidal determinada por GPS/nivelamento, expressão (5.1) e reescrita aqui

$$N_{GPS} = h - H$$

com a altura geoidal do modelo gravimétrico determinado (N_g) para os pontos GPS descritos na seção (5.4).

O conjunto de resíduos obtido com a expressão (5.2) e reapresentada aqui

$$\Delta N = N_{GPS} - N_g$$

constitui uma amostra estatística utilizada para avaliar, através da estatística descritiva (seção 4.3), o modelo de geóide gravimétrico determinado.

6.4. COMPATIBILIZAÇÃO: GEÓIDE GRAVIMÉTRICO E GEÓIDE GPS/NIVELAMENTO

Na compatibilização dos modelos geoidais, utiliza-se do ajustamento por mínimos quadrados para modelar a componente sistemática.

Método paramétrico

Dadas as equações de observação (Gemael, 1994)

$$\mathbf{L}_a = \mathbf{L}_b + \mathbf{V} \quad (6.9)$$

e

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{X}_\theta + \mathbf{X} \quad (6.10)$$

onde \mathbf{L}_a é o vetor das observações ajustadas, \mathbf{L}_b é o vetor das observações, \mathbf{V} é o vetor dos resíduos, \mathbf{X}_a é o vetor dos parâmetros ajustados, \mathbf{X}_θ vetor dos parâmetros aproximados e \mathbf{X} é o vetor das correções. Escrevendo as observações ajustados em função dos parâmetros ajustados obtém-se o modelo matemático do método dos mínimos quadrados, denominado método paramétrico

$$\mathbf{L}_a = \mathbf{F}(\mathbf{X}_a) \quad (6.11)$$

substituindo (6.9) em (6.11) e usando a aproximação linear da fórmula de Taylor, resulta

$$\mathbf{L}_b + \mathbf{V} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_\theta + \mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_\theta) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}_a} \right|_{\mathbf{X}_a=\mathbf{X}_\theta} \mathbf{X} \quad (6.12)$$

Designando a função dos parâmetros aproximados por

$$\mathbf{L}_\theta = \mathbf{F}(\mathbf{X}_\theta) \quad (6.13)$$

e a matriz das derivada parciais por

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}_a} \right|_{\mathbf{X}_a=\mathbf{X}_\theta} \quad (6.14)$$

a expressão (6.12) toma a forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{AX} + \mathbf{L}_\theta - \mathbf{L}_b \quad (6.15)$$

fazendo

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_\theta - \mathbf{L}_b \quad (6.16)$$

obtém-se

$$\mathbf{V} = \mathbf{AX} + \mathbf{L} \quad (6.17)$$

Minimizando a forma quadrática fundamental tem-se

$$\phi = \mathbf{V}^T \mathbf{PV} = \text{mínimo} \quad (6.18)$$

onde P é a matriz dos pesos, dado por

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \sum_{L_b}^{-1} \quad (6.19)$$

sendo σ_0^2 o fator de variância *a priori*, e $\sum_{L_b}^{-1}$ a matriz variância-covariância das observações.

Igualando a zero a derivada primeira em relação a X da expressão (6.18), obtém-se o vetor dos parâmetros

$$\mathbf{X} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{PA})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{PL}) \quad (6.20)$$

fazendo

$$N = A^T P A \quad (6.21)$$

e

$$U = A^T P L \quad (6.22)$$

tem-se

$$X = -(N)^{-1}(U) \quad (6.23)$$

A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados é dado por

$$\sum_{x_a} = \sigma_0^2 N^{-1} \quad (6.24)$$

das observações ajustadas

$$\sum_{L_a} = \sigma_0^2 A N^{-1} A^T \quad (6.25)$$

e dos resíduos

$$\sum V = \sigma_0^2 (A N^{-1} A^T - P^{-1}) \quad (6.26)$$

Modelo matemático para compatibilização dos modelos

A expressão (5.1) pode ser escrita na forma (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$h - H - N = 0 \quad (6.27)$$

onde h é a altitude geométrica fornecida pelo GPS, H é a altitude ortométrica resultante do nívelamento geométrico e N é a altura geoidal obtida, por exemplo, de um modelo geoidal gravimétrico.

Devido a uma série de inconsistências, a expressão (6.27) não ocorre, gerando assim uma componente sistemática (ΔN), sendo necessário realizar a compatibilização do modelo geoidal gravimétrico com o geóide do sistema altimétrico brasileiro no *datum*, fornecido por (5.1).

Estudos interessados na comparação do geóide gravimétrico com GPS/nívelamento utilizam o seguinte modelo básico (Kotsakis & Sideris, 1999)

$$h_i - H_i - N_i = \mathbf{a}_i^T \mathbf{X} + V_i \quad (6.28)$$

onde \mathbf{X} é o vetor dos parâmetros desconhecidos, \mathbf{a}_i é o vetor dos coeficientes conhecidos e V_i é o vetor dos ruídos aleatórios. A componente paramétrica ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$) descreve as possíveis inconsistências entre os referenciais envolvidos e é modelada, usualmente, pelo modelo de 4 parâmetros, dado por (Kotsakis & Sideris, 1999)

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{X} = \cos \varphi_i \cos \lambda_i dX + \cos \varphi_i \sin \lambda_i dY + \sin \lambda_i dZ + da \quad (6.29)$$

onde dZ , dY , dX são parâmetros de translações em relação aos eixos X , Y e Z , respectivamente, e da é a diferença do semi-eixo maior entre os elipsóides envolvidos. Outro modelo dado por Kotsakis *et al.* (2001) apud Fotopoulos (2003) é

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i^T \mathbf{X} = & \cos \varphi_i \cos \lambda_i dX + \cos \varphi_i \sin \lambda_i dY + \sin \lambda_i dZ + \frac{\sin \varphi_i \cos \varphi_i \sin \lambda_i}{W_i} e^2 a d\omega_x + \\ & + \frac{\sin \varphi_i \cos \varphi_i \sin \lambda_i}{W_i} e^2 a d\omega_y + \frac{1 - f^2 \sin^2 \varphi_i}{W_i} da + \frac{\sin^2 \varphi_i}{W_i} \sqrt{1 - e^2} df \end{aligned} \quad (6.30)$$

onde

$$W_i = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_i} \quad (6.31)$$

e dZ , dY , dX são parâmetros de translações em relação aos eixos X , Y e Z , respectivamente, da é a diferença do semi-eixo maior entre os elipsóides envolvidos, e^2 a primeira excentricidade, f o achatamento do elipsóide de referência, $d\omega_x$ rotação em X , $d\omega_y$ as rotação em Y e ds um fator de escala.

Para compatibilizar o geóide gravimétrico com o geóide determinado por GPS/nivelamento, encontra-se a componente sistemática ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$) pelo ajustamento de mínimos quadrados e adiciona-se ao geóide gravimétrico. O modelo matemático utilizado para representar essa componente foi a transformação de similaridade com 7 parâmetros. Esse modelo foi escolhido com base nos resultados encontrados por Souza (2006), que após vários testes, concluiu que o modelo matemático de 7 parâmetros é o mais adequado para esse tipo de compatibilização.

7. RESULTADOS

Utilizando os conceitos, a metodologia e as informações descritas nas seções anteriores, foram obtidos os resultados mostrados nesta seção. Os modelos digitais de anomalias gravimétricas formam a base para o cálculo da altura geoidal, portanto as primeiras representações são os modelos digitais de anomalias ar-livre (Figura 7.1a e b), anomalias Helmert (Figura 7.2a e b) e anomalias Bouguer (Figura 7.3a e b).

Para todos os itens representados nessa seção, foram criados dois modelos gravimétricos digitais, um usando como base o modelo digital da anomalia ar-livre gerado diretamente a partir da interpolação dos dados, e outro gerado através da interpolação da anomalia Bouguer. A idéia de utilizar anomalias ar-livre obtidas por métodos diferentes, é investigar a influência, na determinação do geóide gravimétrico, da correlação da anomalia gravimétrica com a altitude, já que a anomalia Bouguer possui menor correlação com a altimetria, quando comparada com a anomalia ar-livre. Os modelos gravimétricos originados das anomalias ar-livre diretamente serão denominados com o acréscimo da letra “A”, e os modelos originados através do modelo de anomalia Bouguer com “B”.

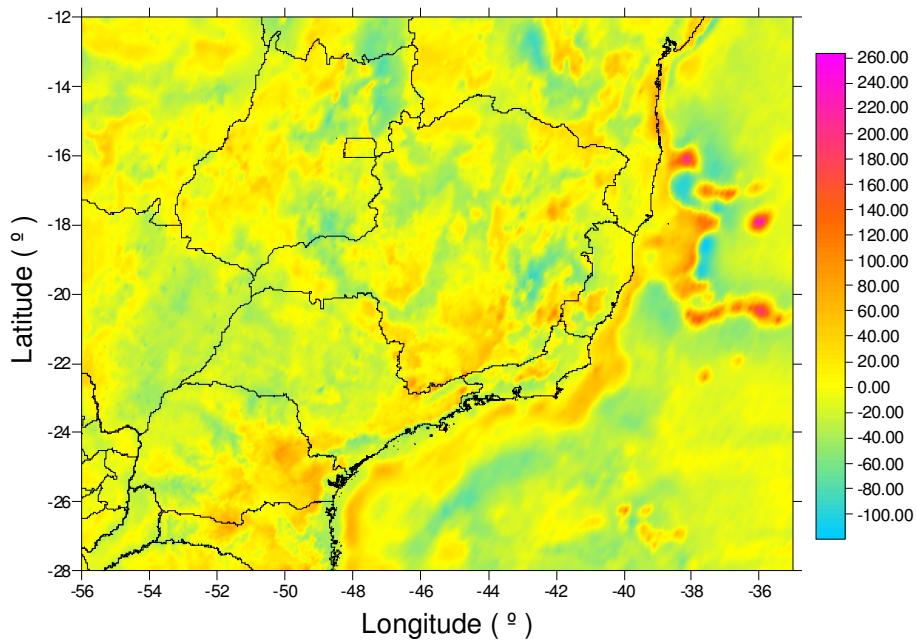


Figura 7.1a – Anomalia ar-livre A (Unidade: mGal)

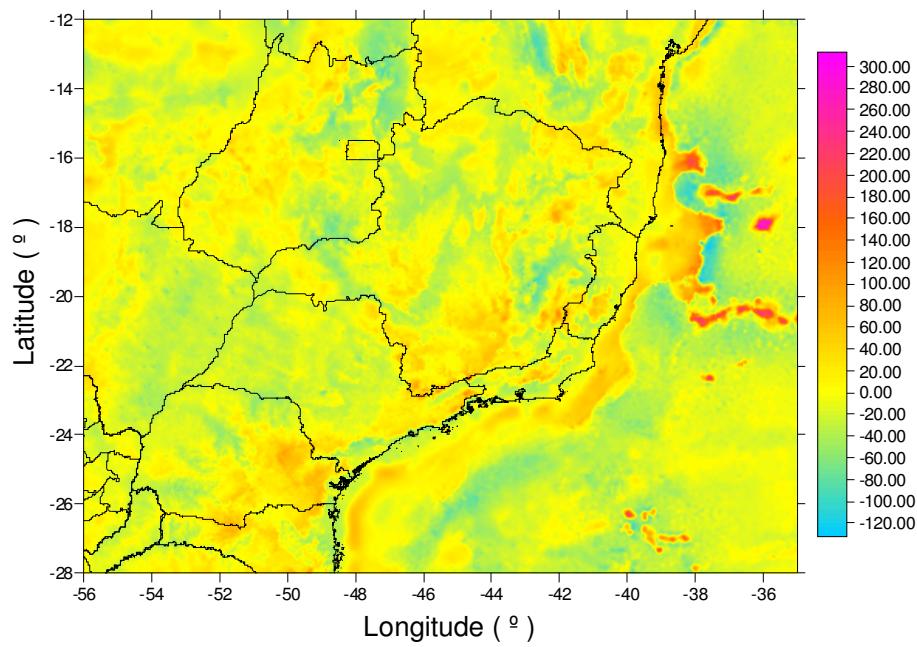


Figura 7.1b – Anomalia ar-livre B (Unidade: mGal)

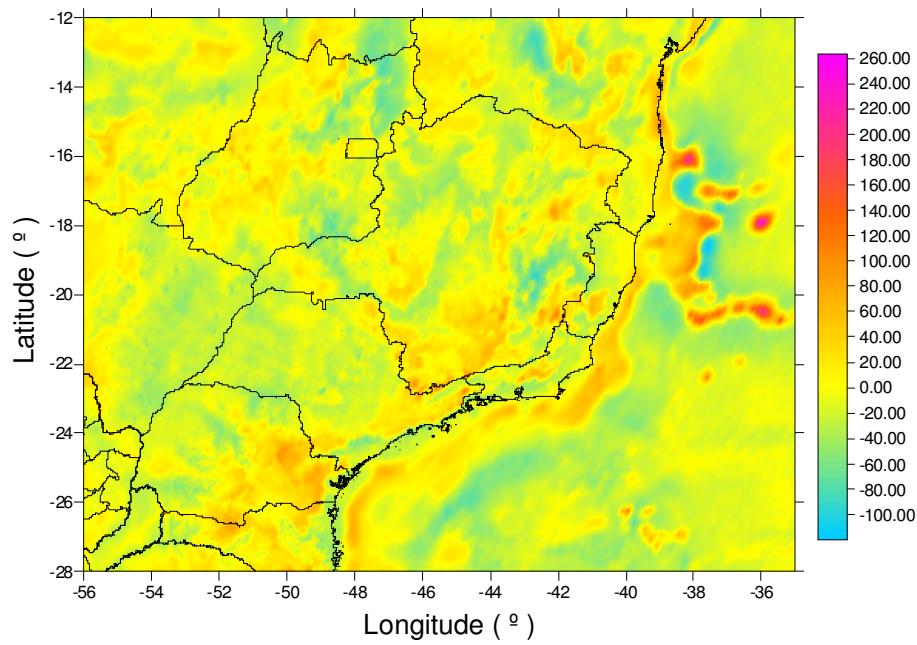


Figura 7.2a – Anomalia Helmert A (Unidade: mGal)

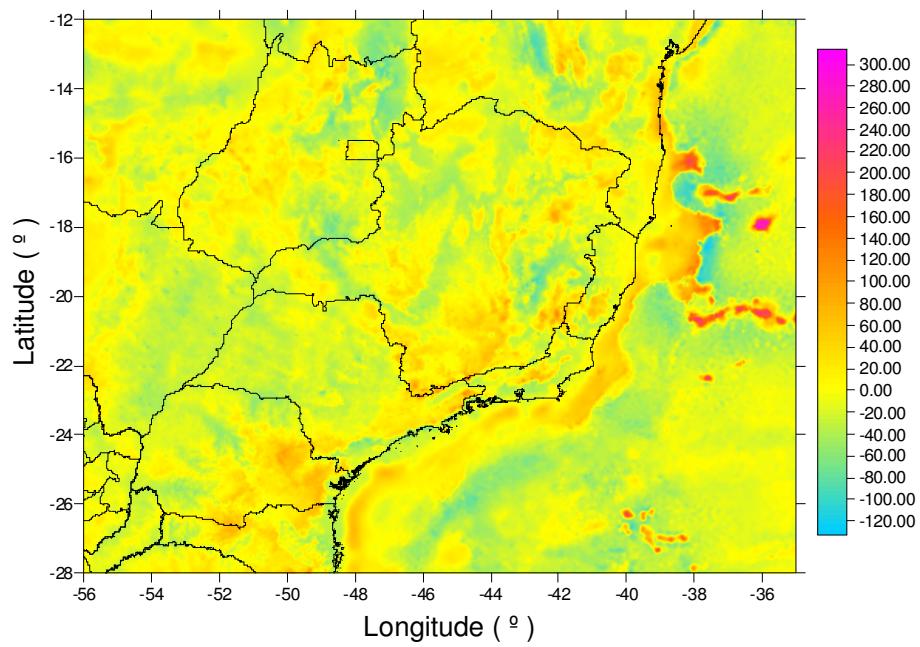


Figura 7.2b – Anomalia Helmert B (Unidade: mGal)

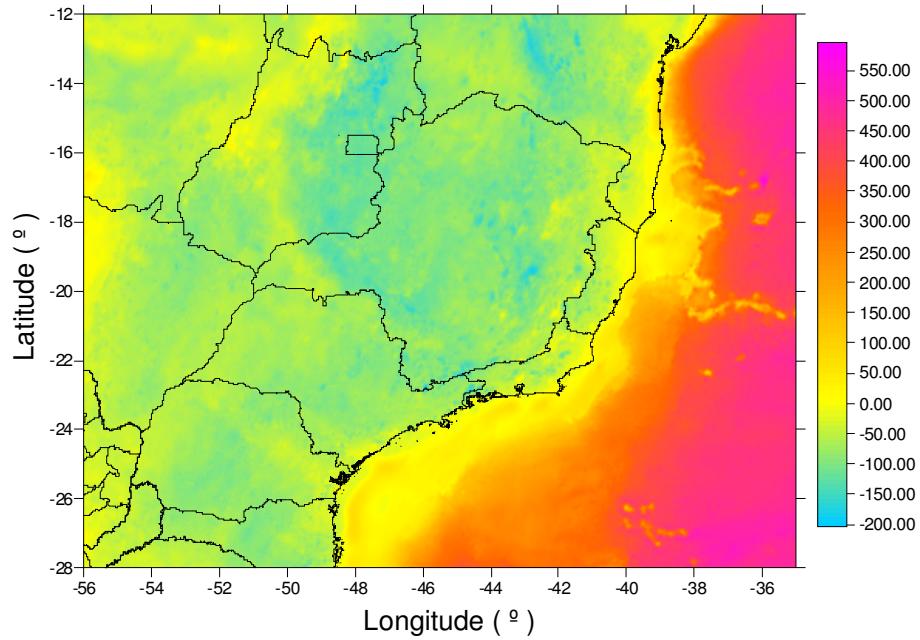


Figura 7.3a – Anomalia Bouguer A (Unidade: mGal)

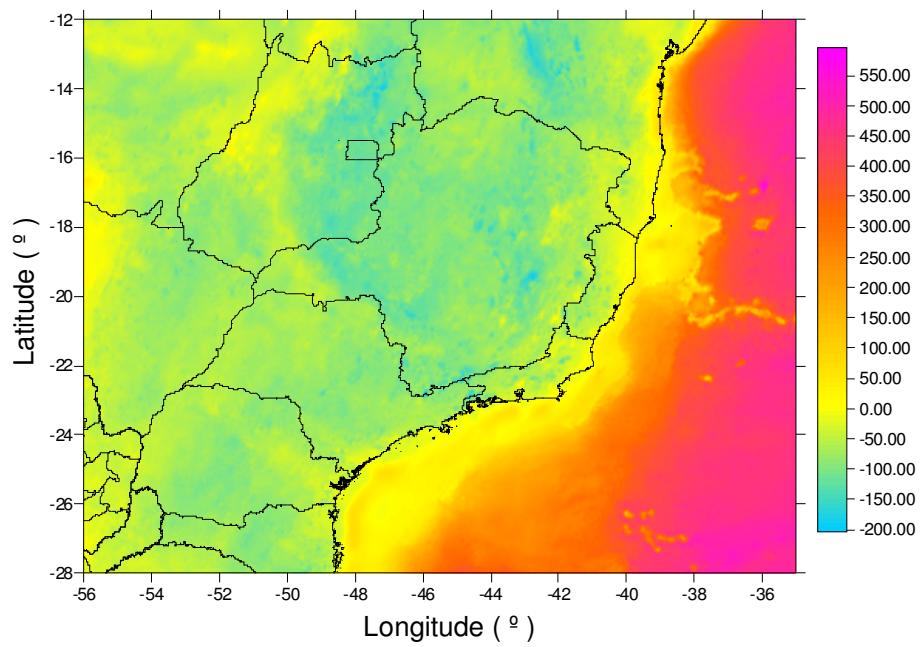


Figura 7.3b – Anomalia Bouguer B (Unidade: mGal)

A componente de longo comprimento de onda, primeiro termo da expressão (6.1), corresponde à anomalia de altitude determinada a partir dos coeficientes de modelos geopotenciais. Essa componente foi calculada utilizando software *GEOPGRID* para os modelos geopotenciais EGM96 (Figura 7.4) e GL04C (Figura 7.5)

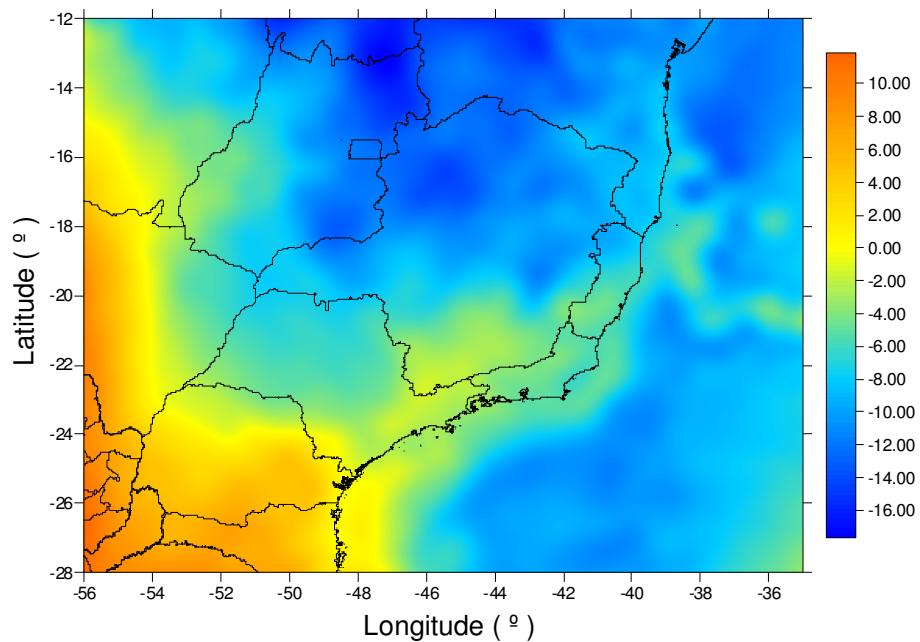


Figura 7.4 – Anomalia de altitude usando EGM96 (Unidade: m)

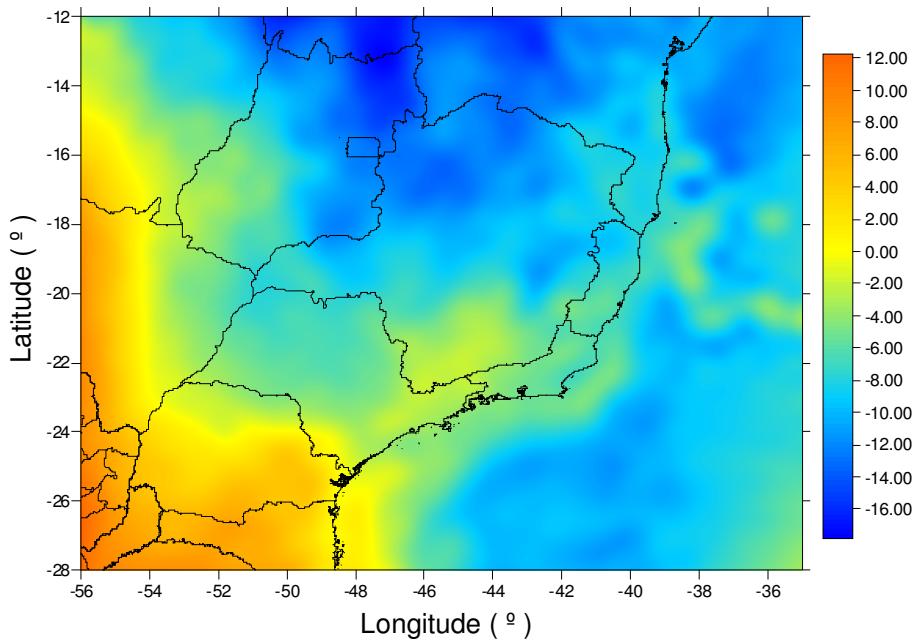


Figura 7.5 – Anomalia de altitude usando GL04C (Unidade: m)

A componente de curto comprimento de onda, segundo termo da expressão (6.1), corresponde à anomalia de altitude determinada pela integral de Stokes por meio da FFT. O cálculo dessa componente foi efetuado com o software *FFTGeoid* a partir de modelos digitais da anomalia Helmert residuais.

Os arquivos de entrada foram determinados pela expressão (6.2) a partir dos modelos digitais das anomalias observadas (Δg_{obs}), tanto o modelo A quanto o B, e dos modelos digitais obtidos a partir dos modelos geopotenciais (Δg_m) usando os modelos EGM96 e GL04C.

A combinação desses modelos aplicados na forma descrita no parágrafo anterior originou 4 arquivos de entrada, resultando 4 modelos da anomalia de altitude (Figuras 7.6a e b, e Figuras 7.7a e b)

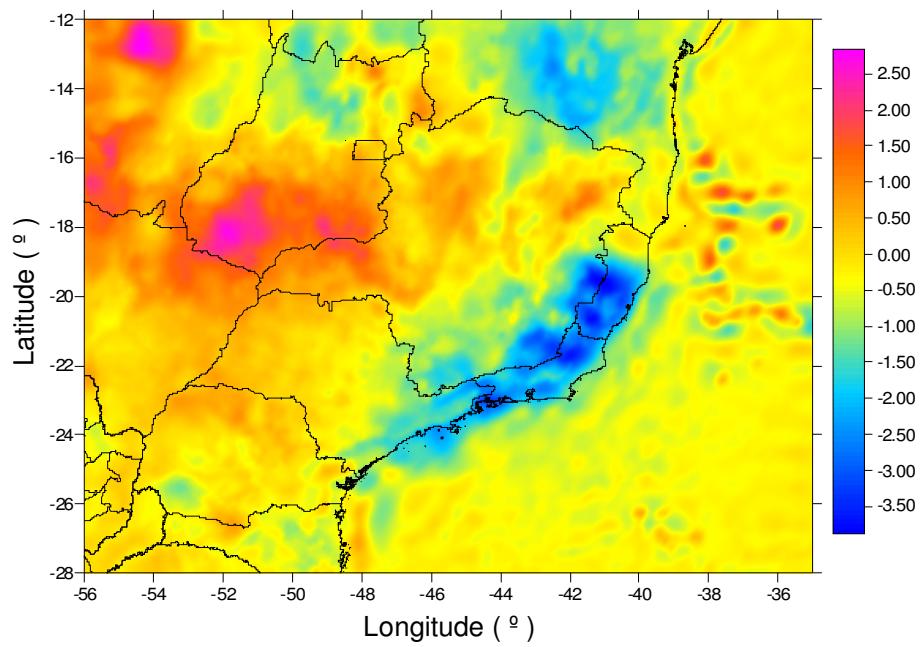


Figura 7.6a – Componente residual calculada usando EGM96 e anomalia Helmert A (Unidade: m)

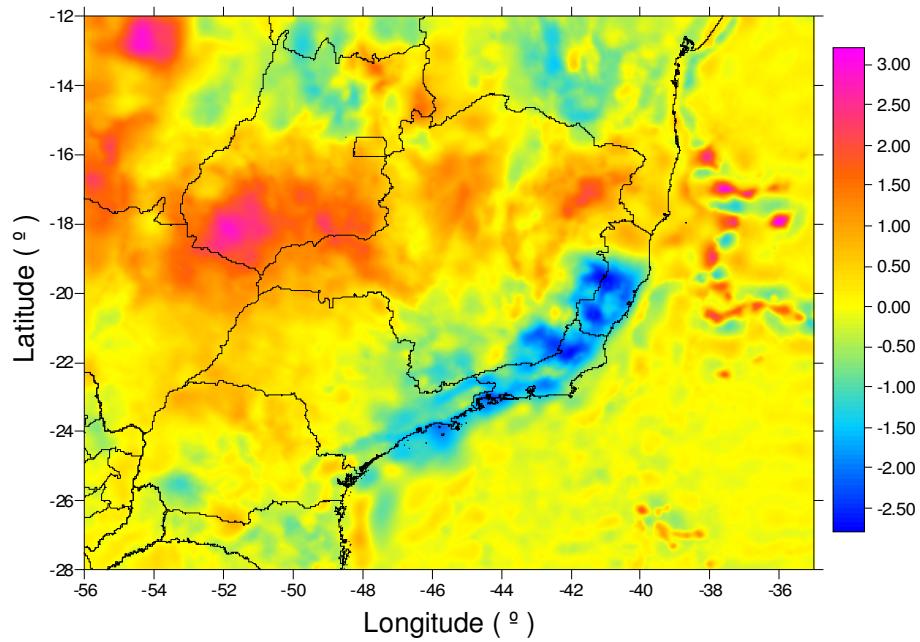


Figura 7.6b – Componente residual calculada usando EGM96 e anomalia Helmert B (Unidade: m)

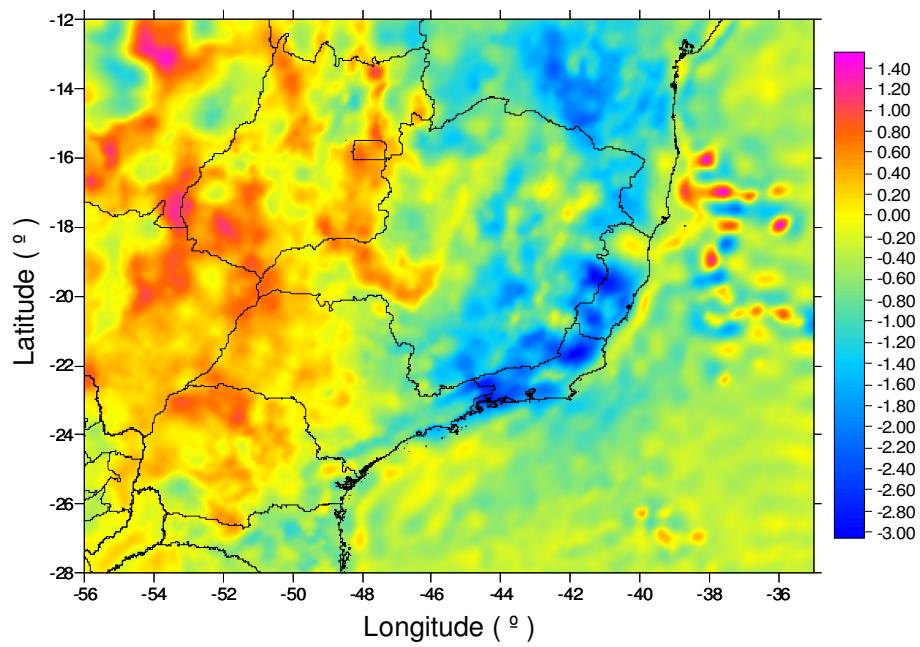


Figura 7.7a – Componente residual calculada usando GL04C e anomalia Helmert A (Unidade: m)

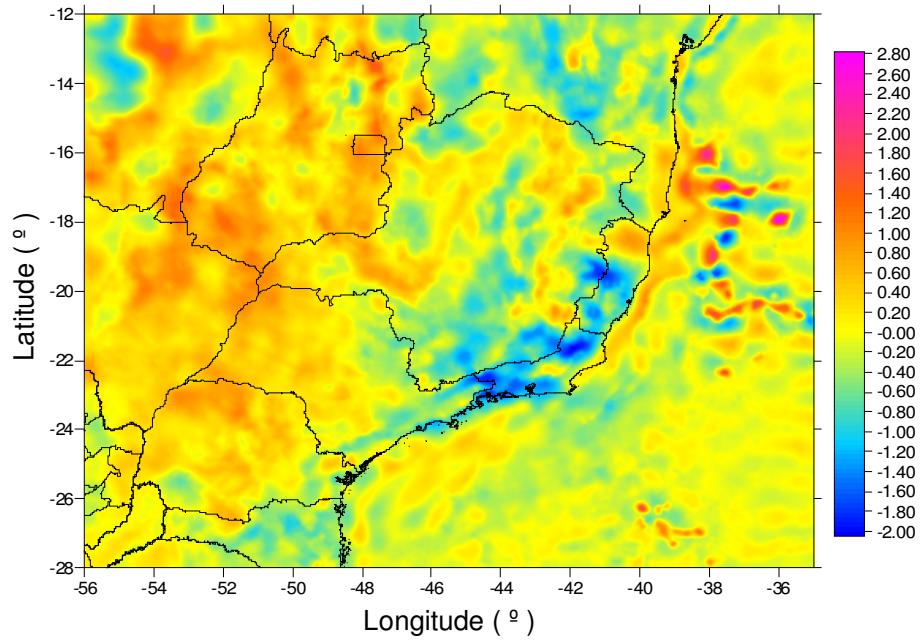


Figura 7.7b – Componente residual calculada usando GL04C e anomalia Helmert B (Unidade: m)

O terceiro termo da expressão (6.1), que representa o efeito indireto, foi calculado com base na expressão (3.5) por meio da FFT. O modelo representado (Figura 7.8) e utilizado nesse trabalho foi determinado por Sá (2004).

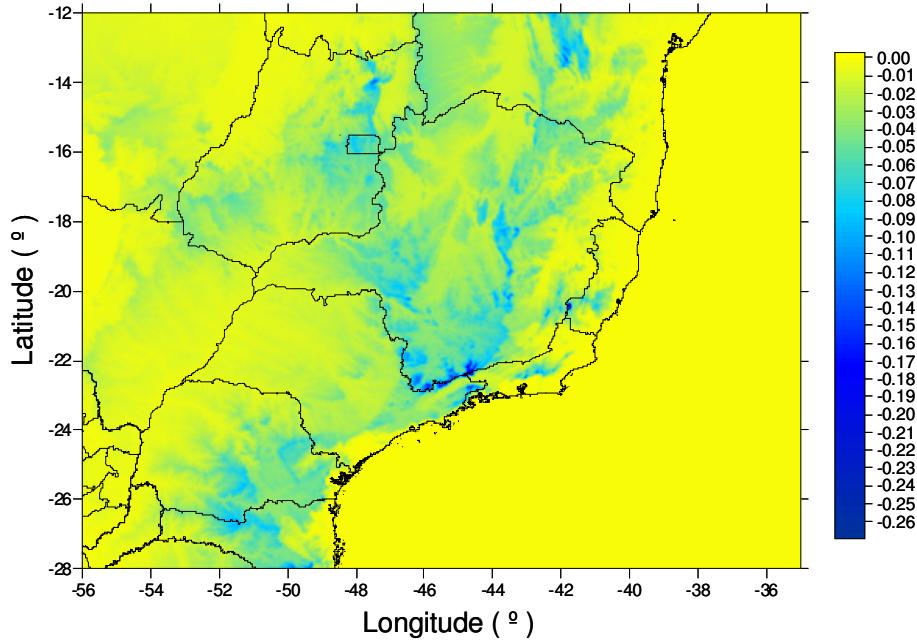


Figura 7.8 – Efeito indireto (Unidade: m)

Como já foi enfatizado, o que se determina pela expressão (6.1) é a anomalia de altitude, ou seja, o quase-geóide. Para transformar o quase-geóide em geóide, é necessário adicionar a componente que faz essa transformação, dada pela expressão (6.8). Assim, como no cálculo dos outros modelos digitais, essa componente também foi gerada a partir da anomalia Bouguer A e anomalia Bouguer B (Figuras 7.9a e b).

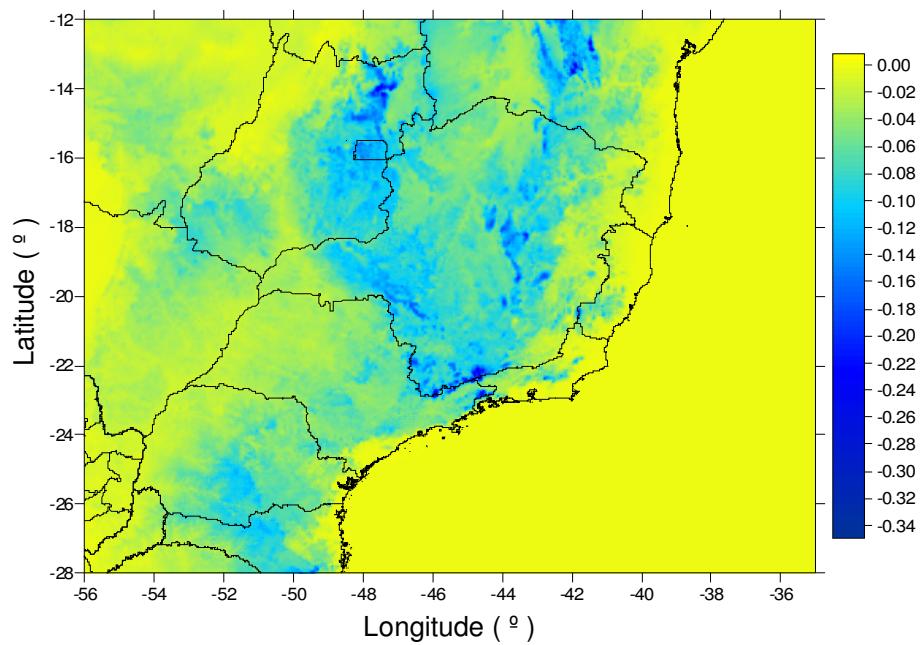


Figura 7.9a – Transforma quase-geóide em geóide usando anomalia Bouguer A (Unidade: m)

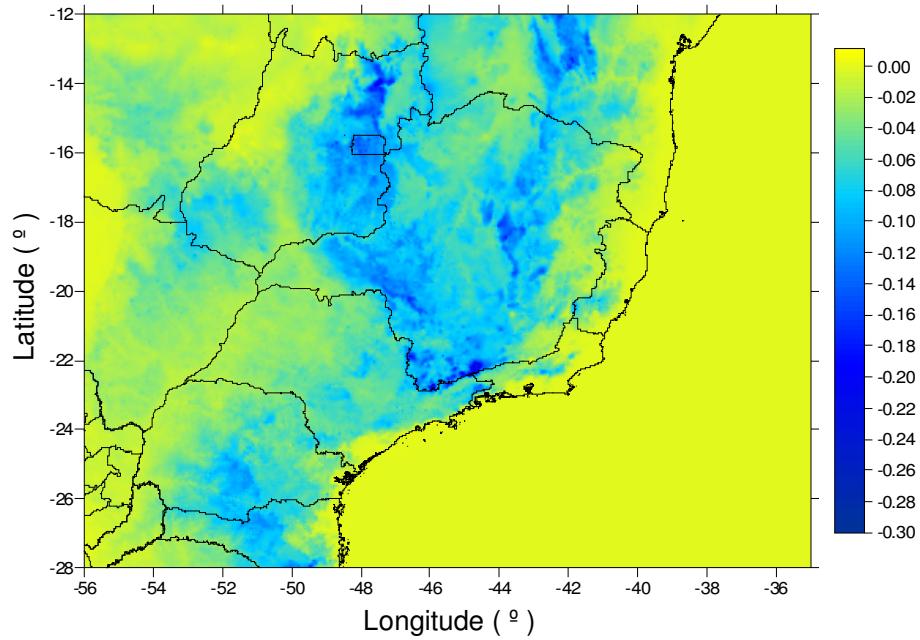


Figura 7.9b – Transforma quase-geóide em geóide usando anomalia Bouguer B (Unidade: m)

A partir dos modelos digitais das 4 componentes envolvidas na expressão (6.1) obtém-se o geóide gravimétrico utilizando o modelo geopotencial EGM96, denominado aqui por GEGM96, e o

geóide gravimétrico utilizando o modelo geopotencial GL04C, denominado aqui de GGL04C. Seguindo a mesma idéia adotada anteriormente, foram gerados 4 modelos geoidais, 2 para cada modelo geopotencial, EGM96 e GL04C, sendo um usando anomalias ar-livre observadas e outro anomalias ar-livre geradas a partir da anomalia Bouguer.

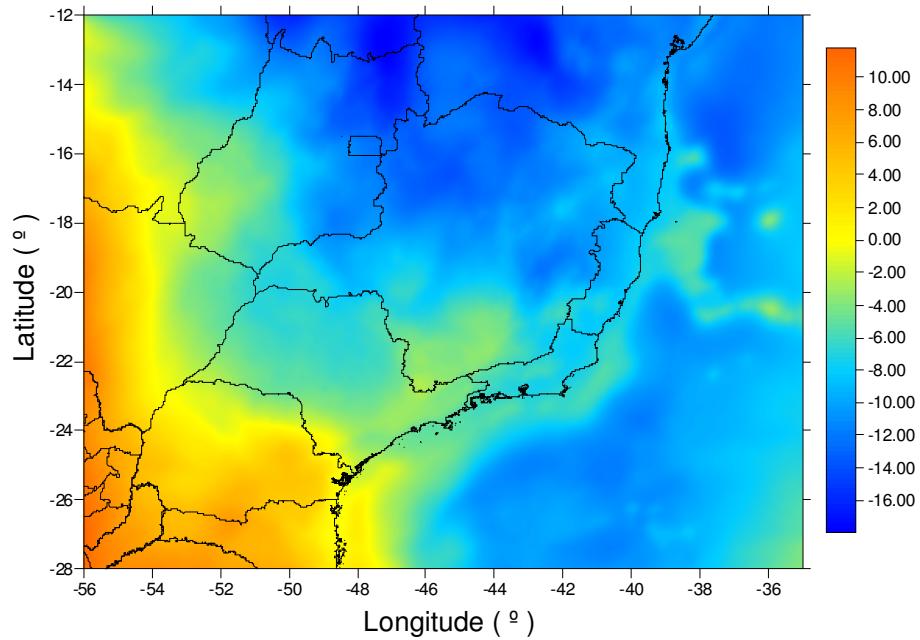


Figura 7.10a – Geóide gravimétrico GEGM96 A (Unidade: m)

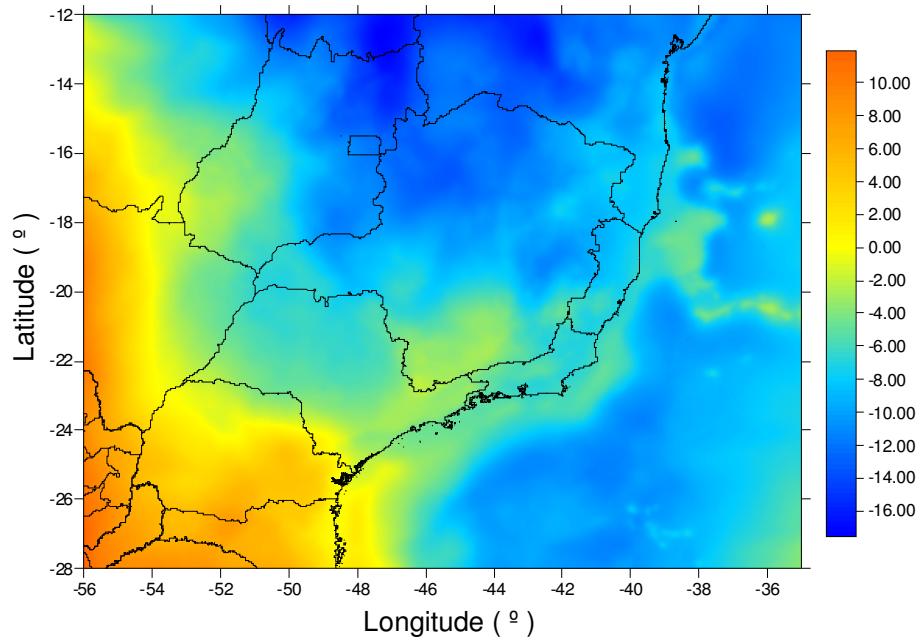


Figura 7.10b – Geóide gravimétrico GEGM96 B (Unidade: m)

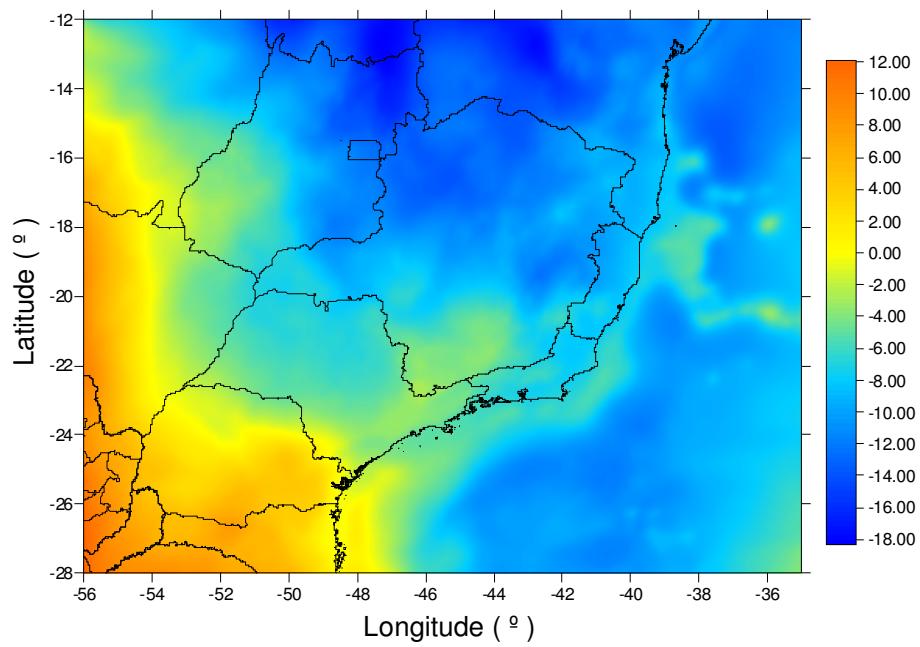


Figura 7.11a – Geóide gravimétrico GGL04C A (Unidade: m)

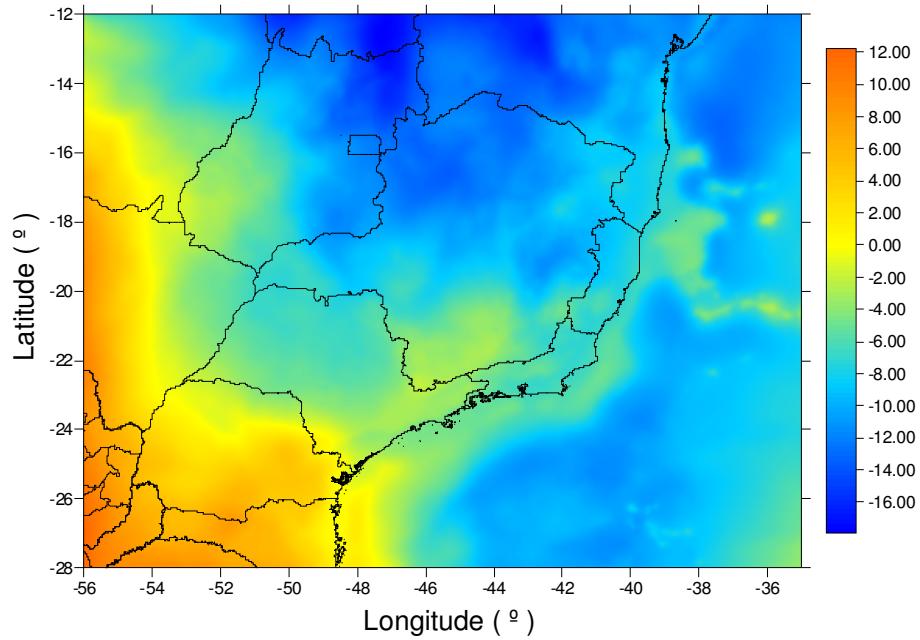


Figura 7.11b – Geóide gravimétrico GGL04C B (Unidade: m)

Alturas geoidais resultante do posicionamento GPS sobre RN's formam um conjunto de 363 alturas geoidais determinadas por GPS/nivelamento (N_{GPS}), com as quais foram comparadas as alturas geoidais dos geóides gravimétricos determinados (N_g), usando a expressão (5.2). Os resíduos (ΔN) resultantes dessa comparação são mostrados nas Tabelas 7.1 e 7.2 para o GEGM96 e GGL04C respectivamente.

Utilizando os 363 valores de altura geoidal obtidos por GPS/nivelamento obtêm-se média dos resíduos de 0,09 m e desvio padrão de 1,05 m para o GEGM96 A e média de -0,27 m e desvio padrão de 0,86 m para o GEGM96 B (Tabela 7.1). Para o modelo GGL04C A os valores são de 0,19 m para média e 1,03 m para o desvio padrão, e para o modelo GGL04C B de -0,17 m para média e 0,84 m para o desvio padrão (Tabela 7.2). Os coeficientes de assimetria e curtose mostram que para ambos os modelos geopotenciais, os resíduos referentes aos modelos geoidais A possuem histogramas de freqüência (Figuras 7.12a e 7.13a) mais próximos de uma distribuição normal, em relação aos histogramas dos resíduos dos modelos geoidais B (Figuras 7.12b e 7.13b). Nota-se que os resíduos estão concentrados em torno da média para todos os histogramas.

Os resultados mostram que os modelos obtidos usando o modelo GL04C possuem uma precisão melhor do que o obtido com o EGM96 e que os modelos obtidos utilizando anomalia residual B são melhores que os A

Tabela 7.1 – Estatísticas dos resíduos do modelo GEGM96

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|-------------|---------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 363 | 363 |
| Mínimo | -3,8636 | -3,9634 |
| Máximo | 2,9461 | 2,7322 |
| Amplitude | 6,8098 | 6,6957 |
| Média | 0,0995 | -0,2724 |
| Variância | 1,1045 | 0,7512 |
| Desvio padrão | 1,0509 | 0,8667 |
| Assimetria | -0,18 | -0,422 |
| Curtose | 0,746 | 2,747 |

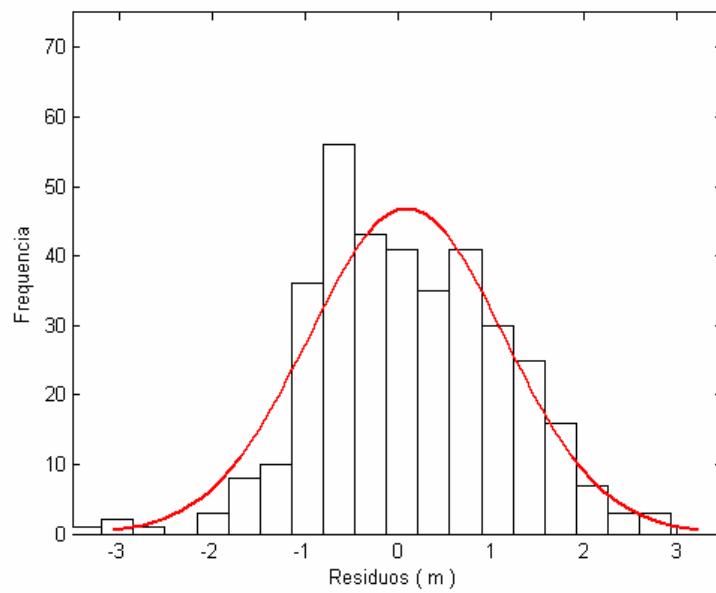


Figura 7.12a – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 A

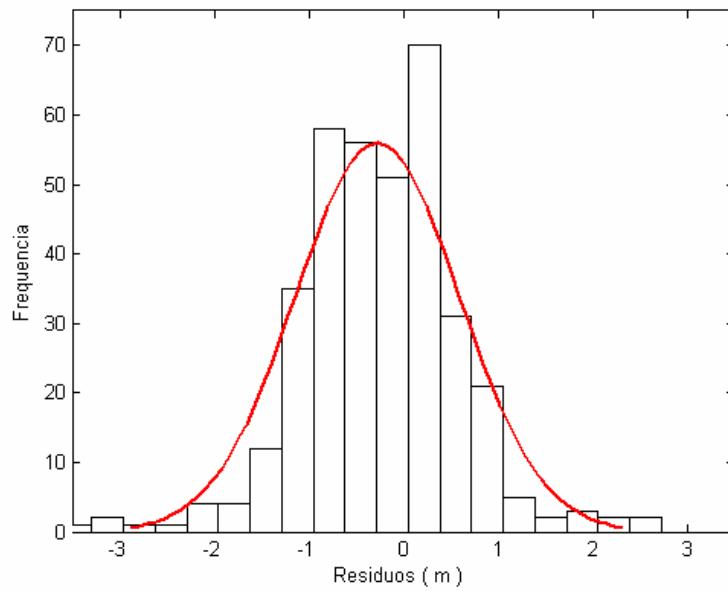


Figura 7.12b – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 B

Tabela 7.2 – Estatísticas dos resíduos do modelo GGL04C

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|-------------|---------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 363 | 363 |
| Mínimo | -3,6787 | -3,7786 |
| Máximo | 3,0339 | 2,8684 |
| Amplitude | 6,7126 | 6,6471 |
| Média | 0,1965 | -0,1754 |
| Variância | 1,0644 | 0,7218 |
| Desvio padrão | 1,0317 | 0,8495 |
| Assimetria | -0,123 | -0,314 |
| Curtose | 0,812 | 2,991 |

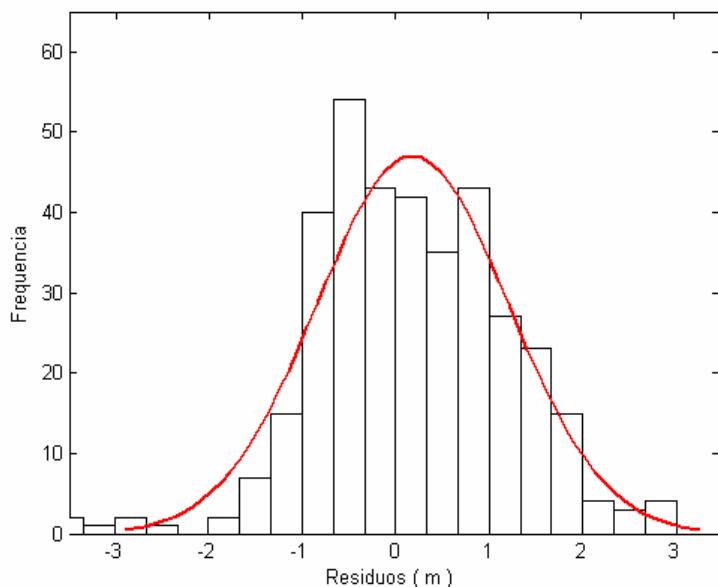


Figura 7.13a – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A

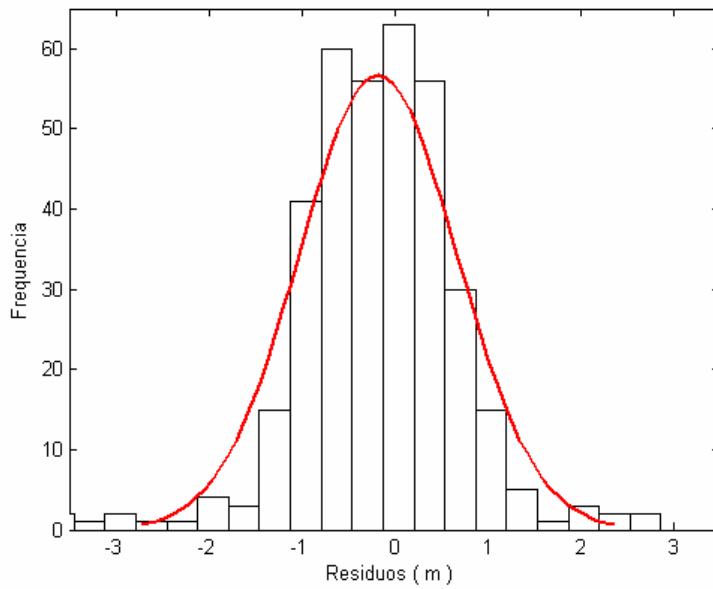


Figura 7.13b – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C B

Porém os valores de desvios padrões encontrados (Tabela 7.1 e 7.2) são elevados quando comparados com o desvio padrão (0,44 m) do geóide gravimétrico determinado por Sá (2004). Essa diferença pode significar que existe erro grosseiro, ou no ponto GPS ou na própria altitude ortométrica determinada por nivelamento geométrico. Para reduzir o efeito de eventuais erros grosseiros, foram retirados do conjunto de resíduos, os valores acima de 1,5 m para ambos os modelos, obtendo-se assim dois novos conjuntos de resíduos. A remoção desses dados proporcionou uma melhoria de desvio padrão em torno de 0,30 m para os modelos A e de 0,20 m para os modelos B.

As estatísticas para os novos conjuntos de resíduos são mostradas nas Tabelas 7.3 e 7.4. Os coeficientes de assimetria são praticamente iguais para os 4 modelos, e os coeficientes de curtose mostram que os resíduos obtidos com os modelos geoidais B são mais próximos de uma distribuição normal. As Figuras 7.14a e 7.14b mostram os histogramas de freqüência dos resíduos dos modelos geoidais determinados com o EGM96, e as Figuras 7.15a e 7.15b dos resíduos dos modelos geoidais determinados com GL04C. Assim como para os histogramas com 363 pontos, os resíduos concentram-se em torno da média.

Tabela 7.3 – Estatísticas dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|-------------|---------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 313 | 338 |
| Mínimo | -1,4901 | -1,4670 |
| Máximo | 1,4890 | 1,4870 |
| Amplitude | 2,9792 | 2,9541 |
| Média | 0,0215 | -0,2113 |
| Variância | 0,5650 | 0,4001 |
| Desvio padrão | 0,7517 | 0,6325 |
| Assimetria | 0,151 | 0,165 |
| Curtose | -1,061 | -0,637 |

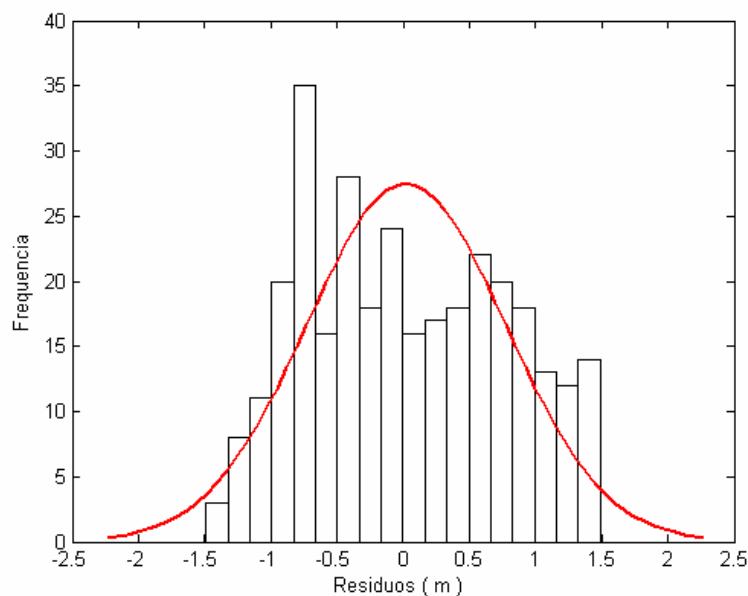


Figura 7.14a – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96 A

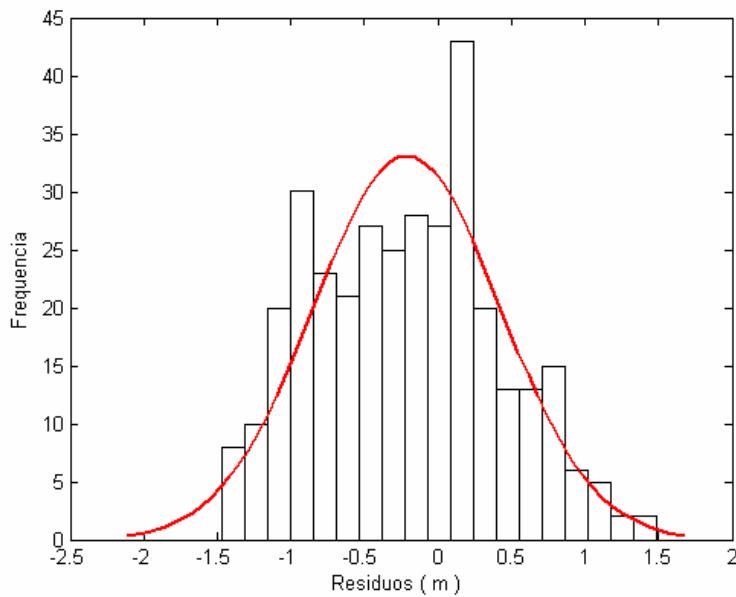


Figura 7.14b – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GEGM96 B

Tabela 7.4 – Estatísticas dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|-------------|---------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 313 | 341 |
| Mínimo | -1,4652 | -1,4164 |
| Máximo | 1,4801 | 1,4648 |
| Amplitude | 2,9453 | 2,8812 |
| Média | 0,0687 | -0,1400 |
| Variância | 0,5400 | 0,3849 |
| Desvio padrão | 0,7348 | 0,6204 |
| Assimetria | 0,118 | 0,154 |
| Curtose | -1,026 | -0,651 |

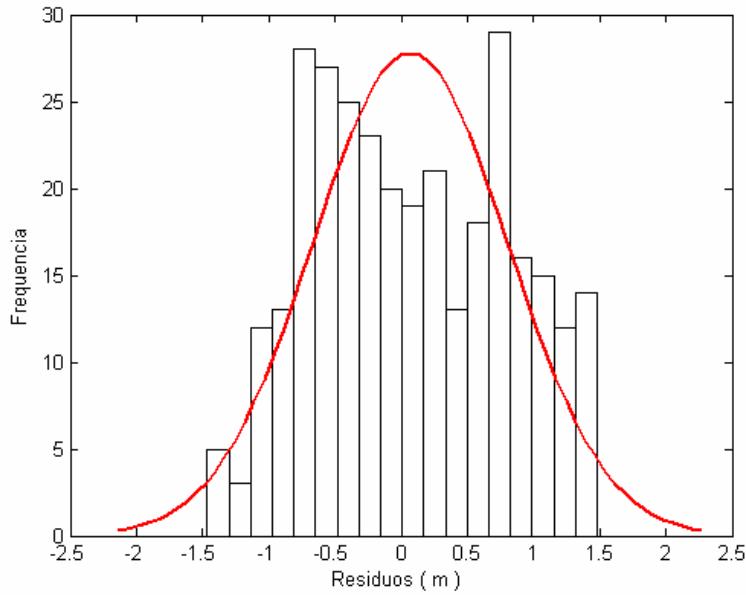


Figura 7.15a – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C A

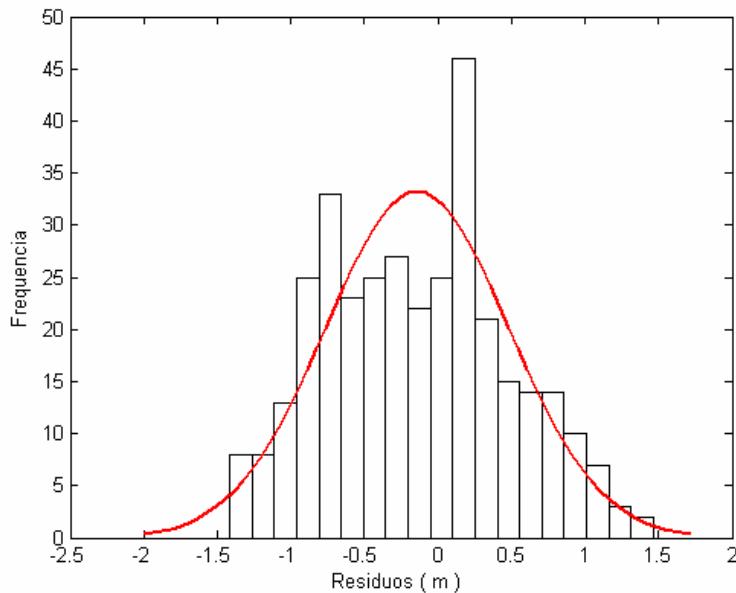


Figura 7.15b – Histograma dos resíduos menores que 1,5 m do modelo GGL04C B

A partir dos resíduos (ΔN) após a retirada dos valores maiores que 1,5 m, o ajustamento foi realizado com o modelo matemático de 7 parâmetros, representado pela expressão (6.30). Os parâmetros encontrados no ajustamento são apresentados na Tabela 7.5.

Aplicando-se os parâmetros do ajustamento em (6.30) para cada ponto da área desejada, encontram-se as componentes sistemáticas ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$) determinadas a partir dos resíduos obtidos com os modelos geoidais GEGM96 A e B (Figuras 7.16a e b), e a partir dos resíduos obtidos com os modelos GGL04C A e B (Figuras 7.17a e b).

Tabela 7.5 – Parâmetros do ajustamento para compatibilização dos modelos

| Parâmetros | Modelo geoidal | | | |
|-------------|----------------|-----------|-----------|-----------|
| | GEGM96 A | GEGM96 B | GGL04C A | GGL04C B |
| dX | 17,7570 | 5,4307 | 18,8321 | -3,3177 |
| dY | -269,1513 | -259,2676 | -320,0092 | -150,3988 |
| dZ | 269,1744 | 279,9943 | 323,8547 | 173,8937 |
| $d\omega_x$ | 0,0022 | 0,0022 | 0,0023 | 0,0018 |
| $d\omega_y$ | 0,0013 | 0,0015 | 0,0018 | 0,0010 |
| da | -17,5995 | 7,3080 | -13,7538 | 14,7069 |
| df | 71,5902 | 69,6516 | 103,8092 | 20,3501 |

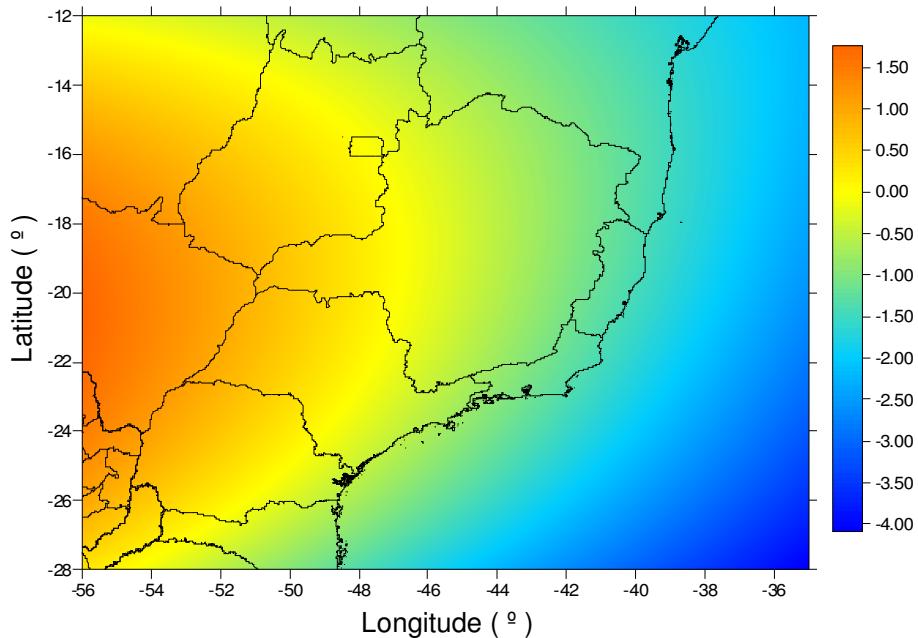


Figura 7.16a – Componente sistemática em relação ao GEGM96 A (Unidade: m)

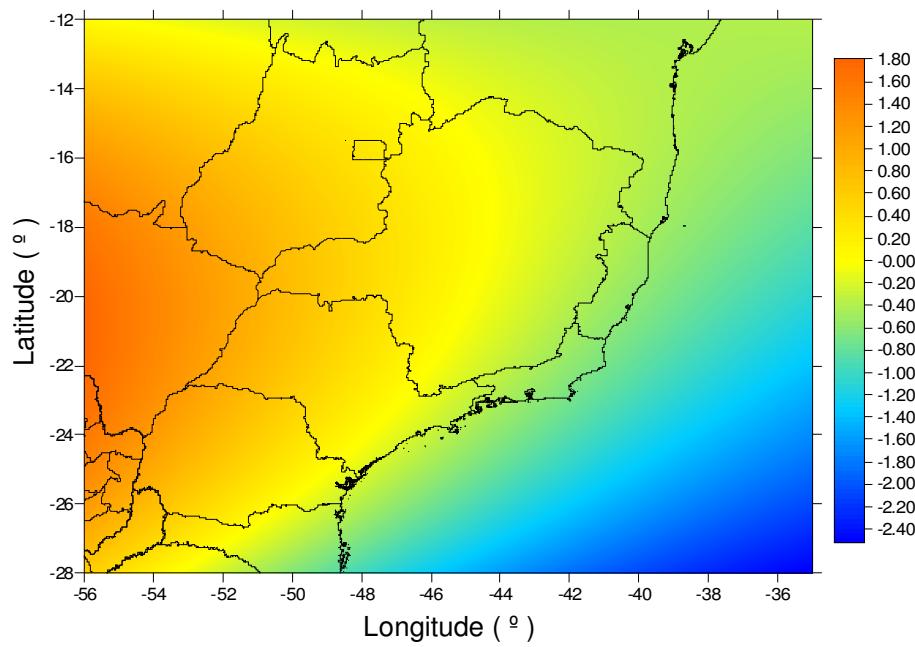


Figura 7.16b – Componente sistemática em relação ao GEGM96 B (Unidade: m)

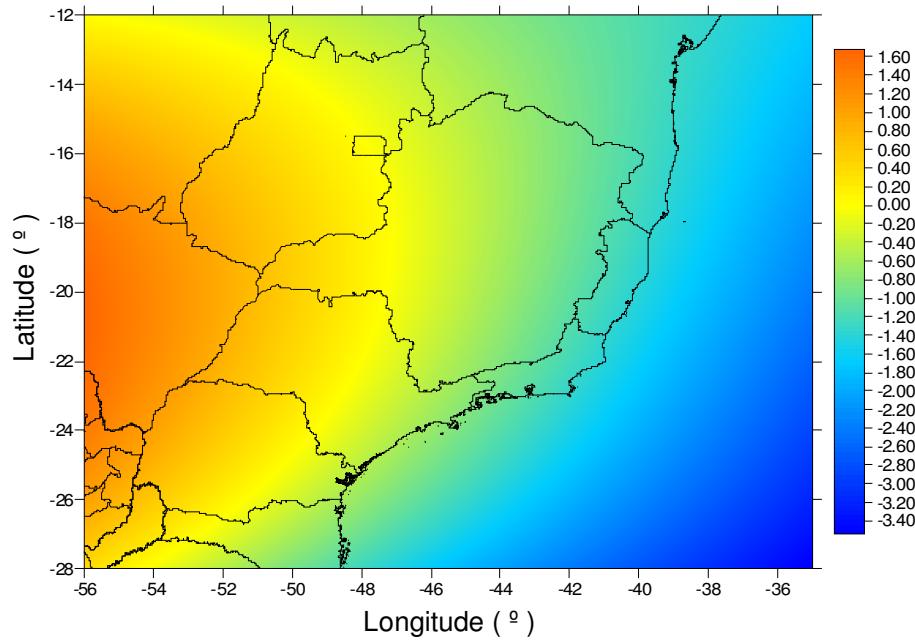


Figura 7.17a – Componente sistemática em relação ao GGL04C A (Unidade: m)

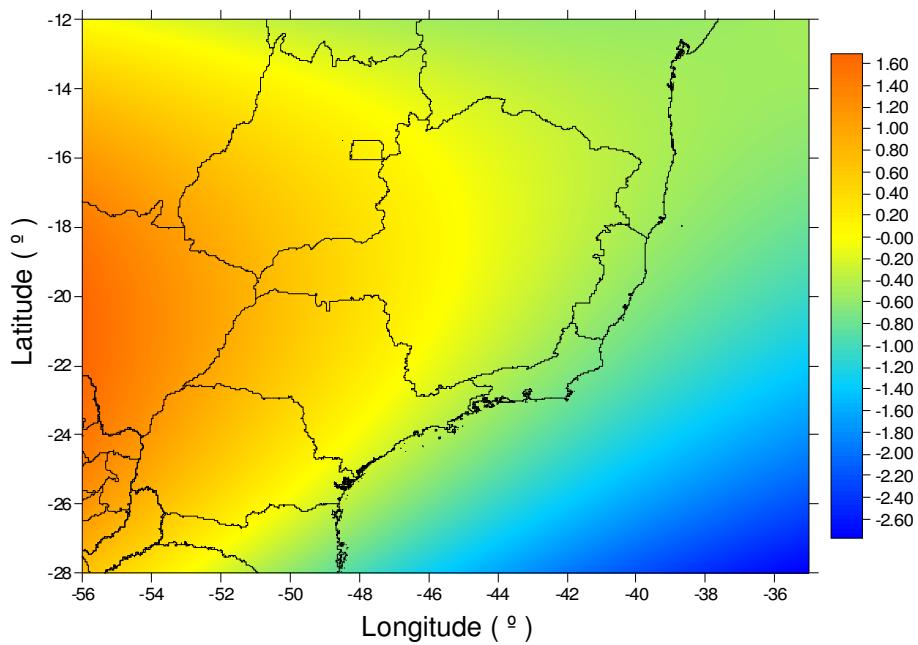


Figura 7.17b – Componente sistemática em relação ao GGL04C B (Unidade: m)

Essas componentes adicionadas aos respectivos modelos geoidais gravimétricos fornecem os modelos geoidais compatibilizados. As Figuras 7.18a e b mostram os geóides gravimétricos GEGM96 A e B, respectivamente, compatibilizados com o geóide referenciado a RAFB. Os geóides gravimétricos determinados com GL04C e compatibilizados com o geóide referenciado a RAFB são mostrados nas Figuras 7.19a e b.

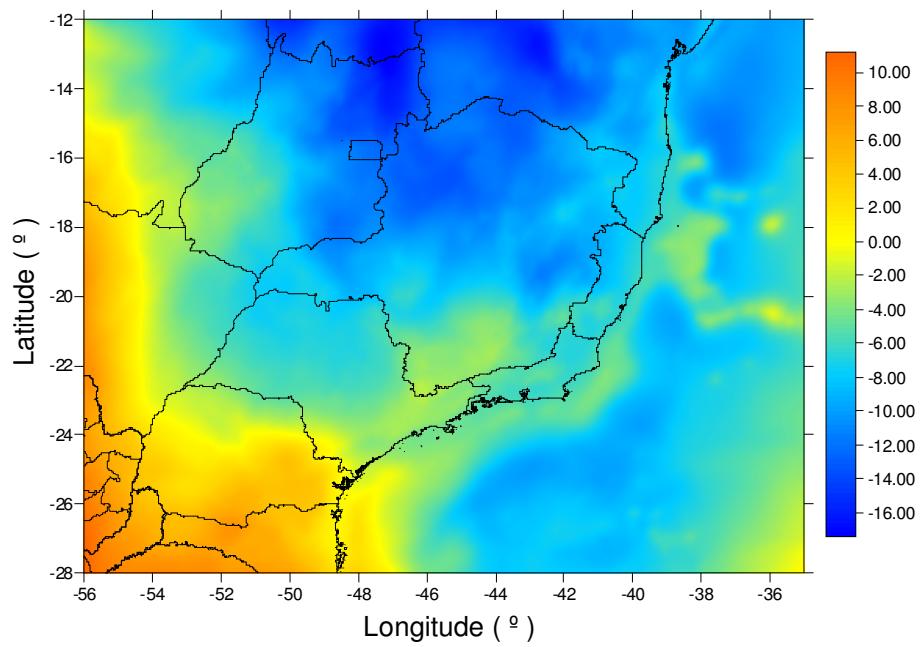


Figura 7.18a – Geóide gravimétrico GEGM96 A compatibilizado

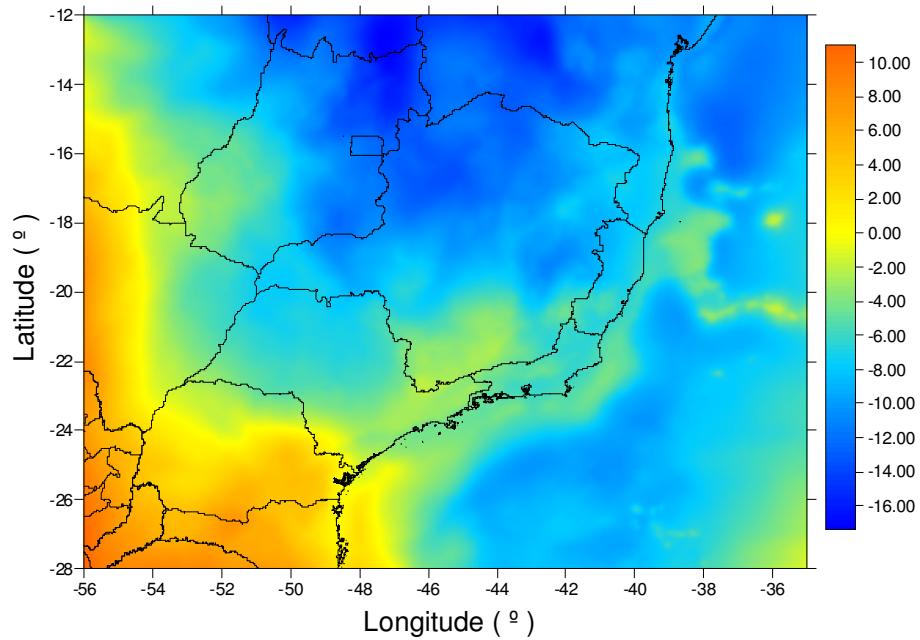


Figura 7.18b – Geóide gravimétrico GEGM96 B compatibilizado

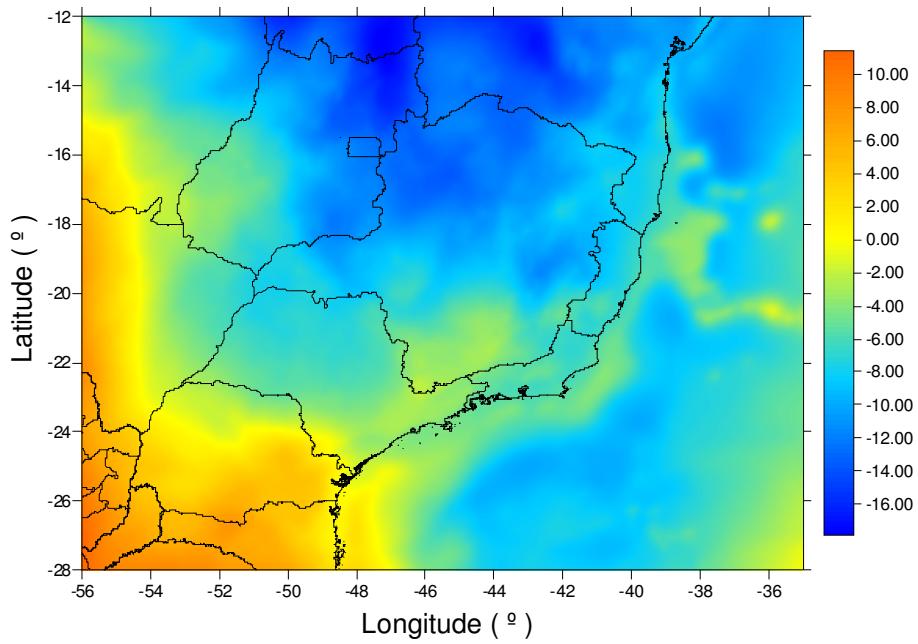


Figura 7.19a – Geóide gravimétrico GGL04C A compatibilizado

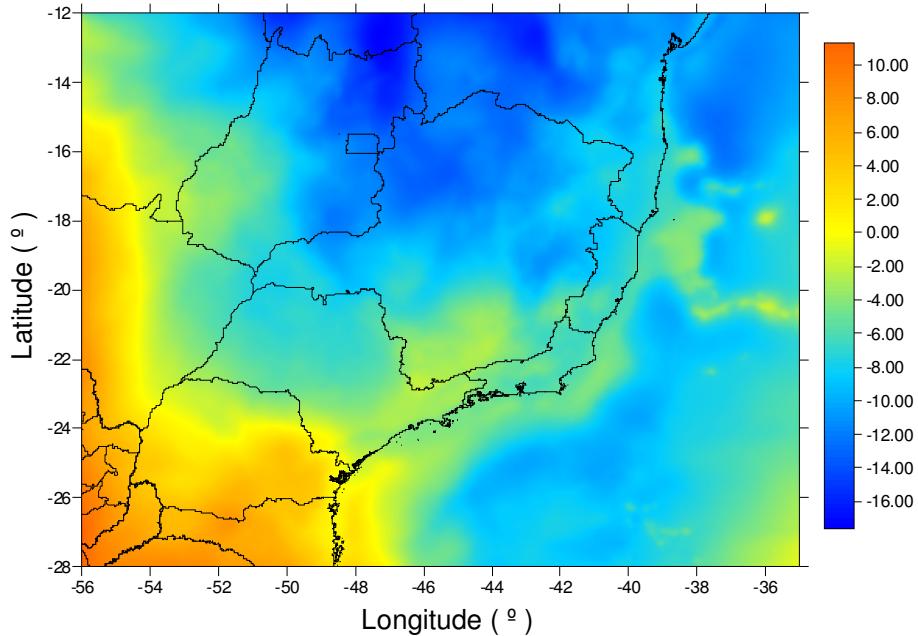


Figura 7.19b – Geóide gravimétrico GGL04C B compatibilizado

Os resíduos (ΔN) encontrados após a compatibilização para as 341 alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento possuem média de $-1,31 \times 10^{-5}$ m e desvio padrão de 0,36 m para o modelo GEGM96 A e média de $-0,92 \times 10^{-5}$ m e desvio padrão de 0,38 m para o modelo GEGM96 B. Os

coeficientes de assimetria e curtose são praticamente iguais para os dois modelos. As estatísticas dos resíduos são apresentadas na Tabela 7.6 e os histogramas de freqüência (Figuras 7.20a e b) mostram que os resíduos concentram-se em torno da média.

Tabela 7.6 – Estatísticas dos resíduos do modelo GEGM96 compatibilizado

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|------------------------|------------------------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 313 | 338 |
| Mínimo | -1,0453 | -1,0609 |
| Máximo | 2,0652 | 2,0083 |
| Amplitude | 3,1106 | 3,0693 |
| Média | $-1,31 \times 10^{-5}$ | $-0,92 \times 10^{-5}$ |
| Variância | 0,1356 | 0,1487 |
| Desvio padrão | 0,3682 | 0,3856 |
| Assimetria | 1,011 | 1,13 |
| Curtose | 4,457 | 4,156 |

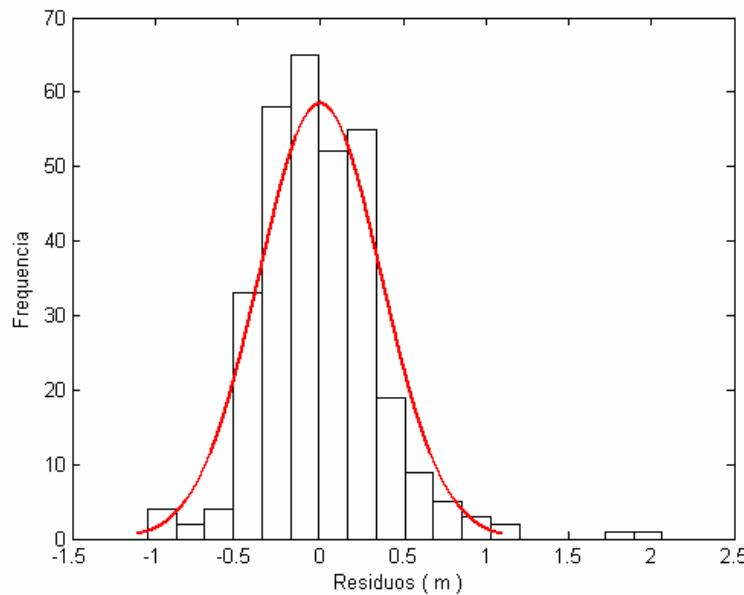


Figura 7.20a – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 A compatibilizado

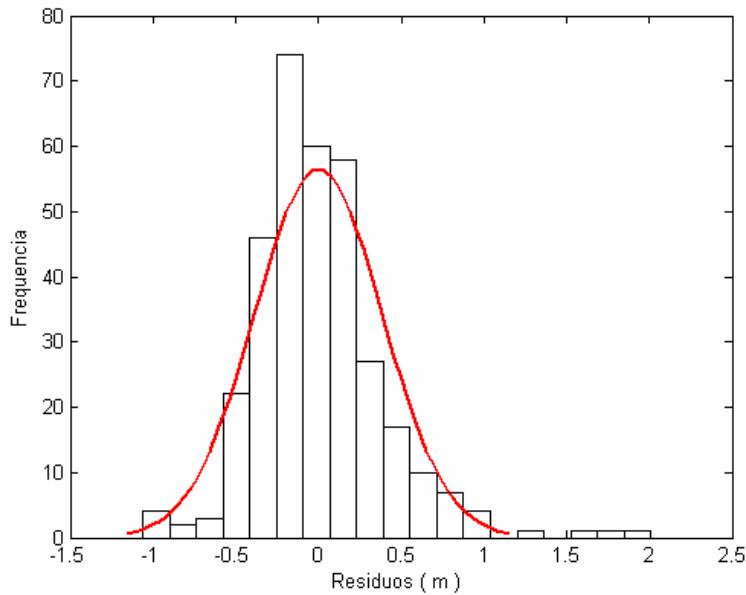


Figura 7.20b – Histograma dos resíduos do modelo GEGM96 B compatibilizado

Para os modelos determinados com GL04C, os resíduos (ΔN) encontrados possuem média igual a $-0,94 \times 10^{-5}$ m e desvio padrão igual de 0,36 m para o modelo GGL04C A e média de $-0,71 \times 10^{-5}$ m e desvio padrão de 0,37 m para o modelo GGL04C B. Em relação ao coeficiente de assimetria, os resíduos do modelo A se aproximam mais de uma distribuição normal, já em relação à curtose os resíduos do modelo B são mais próximos.

As estatísticas dos resíduos são apresentadas na Tabela 7.7 e os histogramas de freqüência dos resíduos (Figuras 7.21a e b) mostram que os resíduos concentram-se em torno da média, seguindo a mesma tendência dos outros histogramas apresentados.

Tabela 7.7 – Estatísticas dos resíduos do modelo GGL04C compatibilizado

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|------------------------|------------------------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 313 | 341 |
| Mínimo | -2,1297 | -1,0395 |
| Máximo | 1,8624 | 2,0653 |
| Amplitude | 3,9921 | 3,1049 |
| Média | $-0,94 \times 10^{-5}$ | $-0,71 \times 10^{-5}$ |
| Variância | 0,1351 | 0,1408 |
| Desvio padrão | 0,3676 | 0,3753 |
| Assimetria | 0,108 | 1,063 |
| Curtose | 5,562 | 3,966 |

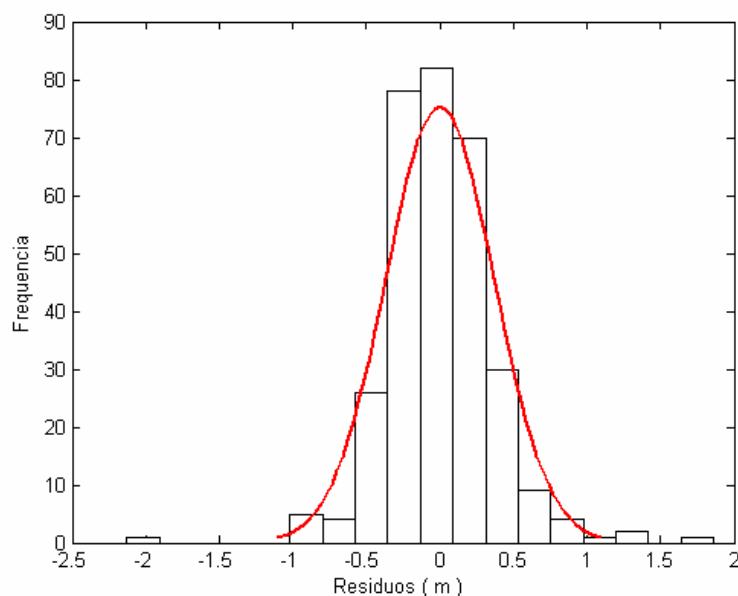


Figura 7.21a – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A compatibilizado

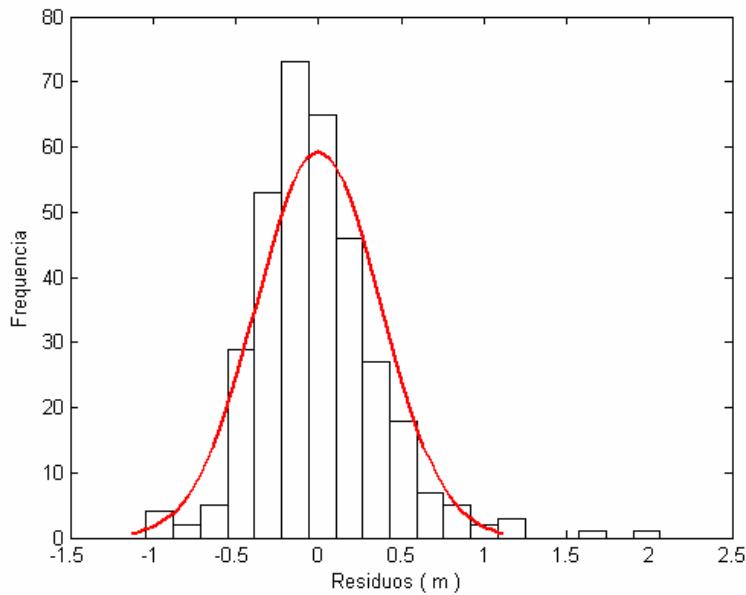


Figura 7.21b – Histograma dos resíduos do modelo GGL04C A compatibilizado

Os geóides gravimétricos determinados utilizando os coeficientes do modelo geopotencial EGM96 foram comparados com Sá (2004), e as estatísticas desses resíduos são mostradas na Tabela 7.8. As diferenças dos modelos mostram uma componente sistemática de 0,27 m para o modelo GEGM96 A e de -0,10 m para o modelo GEGM96 B. Já o desvio padrão é de 0,57 m e 0,42 m para os modelos GGEGM96 A e GEGM96 B respectivamente. Os coeficientes de assimetria mostram que a distribuição que representa a diferença em relação ao modelo GEGM96 A possui uma simetria maior que a distribuição dos resíduos em relação ao GEGM96 B. Os valores dos coeficientes de curtose são praticamente iguais, e devido ao número elevado de pontos com concentração em torno da média, os valores desses coeficientes são altos. Os modelos digitais que representam essas diferenças são mostrados nas Figuras 7.22a e b, e os histogramas de freqüência são apresentados nas Figuras 7.23a e b.

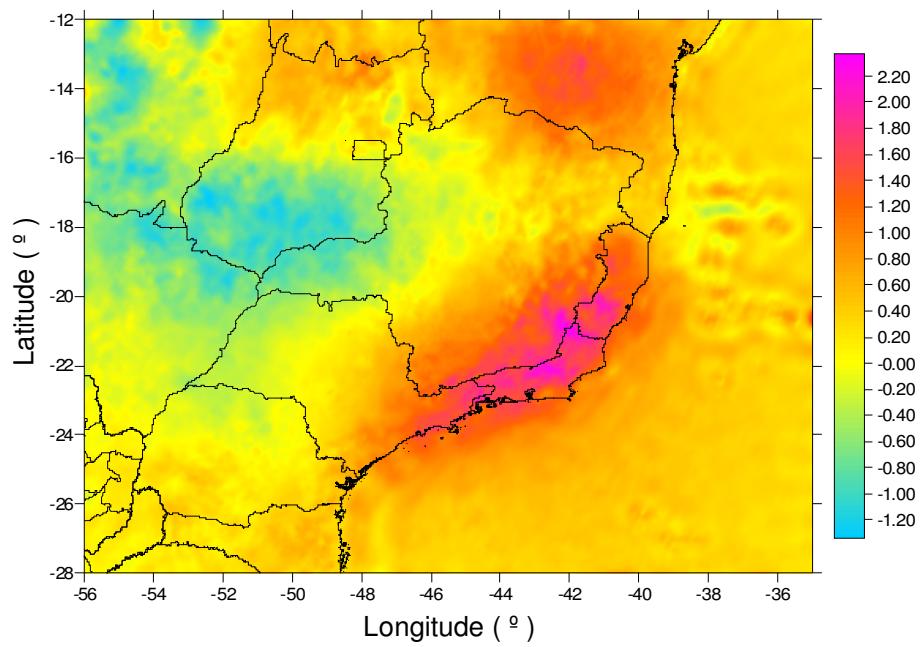


Figura 7.22a – Diferença entre o geóide determinado por Sá (2004) e o geóide GEGM96 A

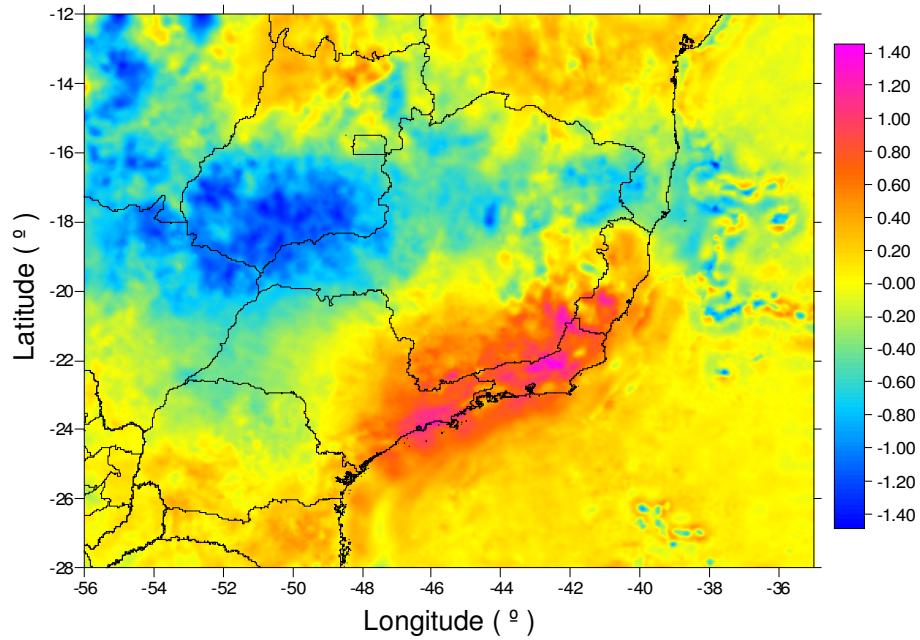


Figura 7.22b – Diferença entre o geóide determinado por Sá (2004) e o geóide GEGM96 B

Tabela 7.8 – Diferenças entre o geóide determinado por Sá (2004) e os geóides GEGM96 A e B

| Estatísticas | Valores (m) | |
|-------------------|-------------|---------|
| | (A) | (B) |
| Número de valores | 194425 | 194425 |
| Mínimo | -1,3437 | -1,4868 |
| Máximo | 2,3691 | 1,4575 |
| Amplitude | 3,7126 | 2,9443 |
| Média | 0,2751 | -0,1039 |
| Variância | 0,3324 | 0,1810 |
| Desvio padrão | 0,5765 | 0,4254 |
| Assimetria | 0,011 | -0,345 |
| Curtose | 132,621 | 132,62 |

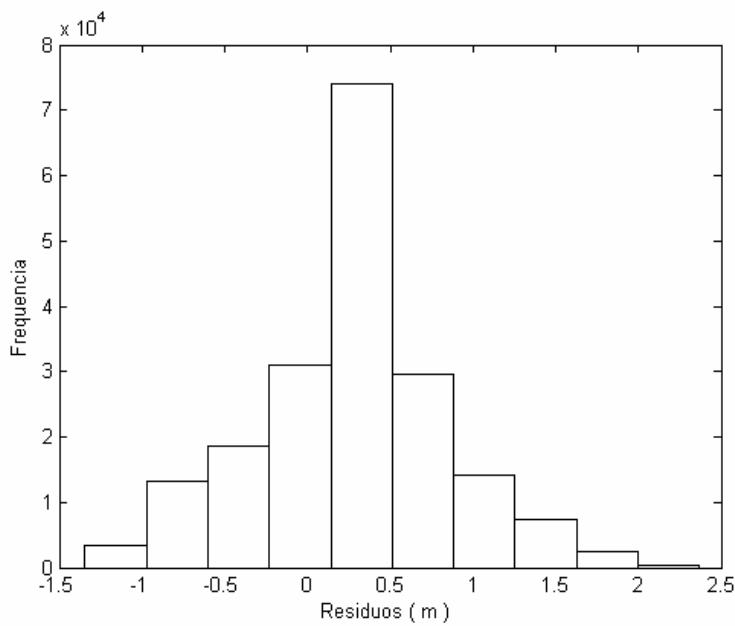


Figura 7.23a – Histograma da diferença entre o geóide de Sá (2004) e o geóide GEGM96 A

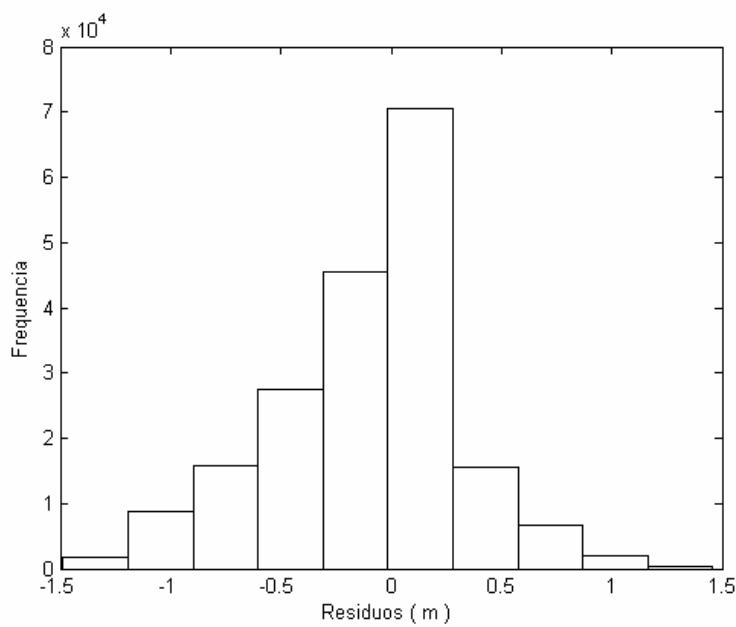


Figura 7.23b – Histograma da diferença entre o geóide de Sá (2004) e o geóide GEGM96 B

8. CONCLUSÕES

A avaliação dos modelos geopotenciais mostrou que existe uma pequena componente sistemática, de aproximadamente a 0,03 mGal, entre os modelos GL04C e EGM96 (Tabela 4.3 e Figura 4.6) nos graus usados. A comparação da anomalia ar-livre gerada por modelos geopotenciais com os dados observados, mostrou que o modelo GL04C possui uma pequena melhoria em relação ao modelo EGM96 (Tabelas 4.4 e 4.5 e Figuras 4.6 e 4.7). Na comparação das anomalias de altitude geradas a partir dos dois modelos geopotenciais, foram encontrados resíduos variando de – 1,895 a 1,94 m, com média igual a 0,018 m e desvio padrão igual a 0,48 m (Tabela 4.6 e Figura 4.8).

Em relação aos métodos usados para gerar modelos digitais para as anomalias ar-livre e Bouguer, a partir de dados gravimétricos, os modelos de variograma mais adequados foram exponencial para anomalia ar-livre, e o linear para a anomalia Bouguer.

A integração por meio da FFT, realizada pelo software *FFTGeoid* sem raio definido, gera componentes sistemáticas para baixos graus dos harmônicos esféricos, maiores que as encontradas na integração com raio definido. Para graus de truncamento elevados, essas componentes são aproximadamente nulas. Os desvios padrões menores para a integração sem raio definido, indicam menor variabilidade do que os obtidos com a definição do raio de integração (Figuras 6.3 e 6.4). Portanto, neste trabalho foi utilizado o método de integração sem definição desse raio de integração. A integração de Stokes usando FFT é rápida e eficaz na determinação da componente residual do geóide gravimétrico.

A avaliação dos modelos geoidais determinados foi realizada pela comparação com 363 alturas geoidais determinadas por GPS/nivelamento, cujos resultados iniciais foram apresentados nas Tabelas 7.1 e 7.2. A remoção de resíduos maiores que 1,5 m, considerados erros grosseiros, reduziu o número de dados, mas melhorou tanto a média como desvio padrão em todos os casos. Os desvios padrões melhoraram em torno de 0,30 m para os modelos A e em torno de 0,20 m para os modelos B (Tabelas 7.3 e 7.4).

A compatibilização dos geóides gravimétricos foi realizada pelo ajustamento por mínimos quadrados usando o modelo matemático contendo 7 parâmetros (Tabela 7.5), pois segundo Souza (2006) esse modelo matemático fornece os melhores resultados para a compatibilização. As estatísticas dos resíduos entre N_{GPS} e N_g mostraram média próxima de zero e desvios padrões em torno de 0,37 m (Tabelas 7.6 e 7.7).

Pelos resultados encontrados, os modelos geoidais determinados utilizando com coeficientes do modelo GL04C, possuem desvios padrões menores que os modelos determinados utilizando EGM96, comparados com GPS/nivelamento.

Os geóides gravimétricos determinados utilizando os coeficientes do modelo geopotencial EGM96 foram comparados com Sá (2004). As diferenças dos modelos mostram uma componente sistemática de 0,27 m para o modelo GEGM96 A e de -0,10 m para o modelo GEGM96 B, já o desvio padrão é de 0,57 m e 0,42 m para os modelos GGEGM96 A e GEGM96 B respectivamente (Tabela 7.8).

Quanto à estratégia de obter o modelo digital da anomalia Helmert residual, diretamente da anomalia ar-livre ou através da Bouguer, os modelos geoidais determinados indicam que invariavelmente, anomalias ar-livre obtidas a partir da anomalia Bouguer mostram desvios padrões em torno de 0,20 m menores para a comparação com os 363 pontos de GPS/nivelamento. Em torno de 0,10 m menores quando retirados os resíduos maiores que 1,5 m e praticamente iguais quando essa comparação é realizada com os modelos já compatibilizados, ou seja, o geóide gravimétrico determinado com o modelo geopotencial GL04C e utilizando anomalias ar-livre obtidas de um modelo de anomalia Bouguer, se mostrou o de melhor resultado, modelo GGL04C B (Figura 7.11b).

Modelos geoidais gravimétricos possuem diversas aplicações nos estudos do conhecimento da estrutura interna da Terra, pois a ondulação geoidal está diretamente relacionada com a distribuição de massa no interior da Terra. Para essa finalidade o modelo gravimétrico determinado

antes da compatibilização com a RAFB deve ser utilizado (Figura 7.11b). Por outro lado, o modelo geoidal gravimétrico determinado após a compatibilização (Figura 7.19b) com a RAFB é recomendado em aplicações geodésicas, possibilitando, dependendo da precisão desejada, a determinação da altitude ortométrica utilizando GPS, já que o uso de um geóide é necessário para que se possa explorar a potencialidade do GPS na determinação da altitude ortométrica.

9. REFERÊNCIAS

Bowin, C.O. – 1983 – Depth of principal mass anomalies contributing to the Earth's geoidal undulations and gravity anomalies. *Marine Geodesy* **7** (1-4): 61-100.

Cadek, O.P. & Fleitout, L. – 1999 – A global geoid model with imposed plate velocities and partial layering. *Journal of Geophysical Research* **104** (B12): 29055-29075.

Flechtner, F; Schmidt, R; Meyer, U; Shone, T; Esselborn, S; Forste, C; Stubenvoll, R; Rudenko, S; König, R; Karl, H. N. & Rothacher, M. – 2006 – The benefit of EIGEN gravity field models for altimetry and vice versa. International Symposium on '15 Years of Progress in Radar Altimetry' Symposium. Venice.

Förste, C.; Flechtner, F.; Schmidt, R.; König, R.; Meyer, U.; Stubenvoll, R.; Rothacher, M.; Barthelmes, F.; Neumayer, H.; Biancale, R.; Bruinsma, S.; Lemoine, J. M. & Loyer, S. – 2006 – A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface data - EIGEN-GL04C. Disponível em <http://www.gfz-potsdam.de/pb1/op/grace/results/grav/g005_eigen-gl04c.html> Acesso em: 22/06/2006.

Fotopoulos, G. – 2003 – An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data. Tese (Doutorado em Filosofia) - Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary.

Gemael, C. – 1994 – Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas. Editora UFPR. Curitiba.

Gemael, C. – 1999 – Introdução à geodésica física. Editora UFPR. Curitiba.

Golden Software – 2002 – Surfer 8.0: Surface Mapping System. Golden, Colorado.

Haagmans, R.; Min, E. & Gelderen, M. von – 1993 – Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods for Stokes' integral. *Manuscripta Geodaetica* **18** (5): 227-241.

Hager, B.H. – 1984 – Subducted slabs and the geoid: constraints on mantle rheology and flow. *Journal of Geophysical Research* **89** (B7): 6003-6016.

Heiskanen, W. & Moritz, H. – 1967 – Physical Geodesy. W.H. Freeman, New York.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – 2005 – Modelo de ondulação geoidal. Disponível em <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtml> Acesso em: 15/08/2007.

IAG - International Association of Geodesy – 1980 – Geodetic Reference System 1980. *Bulletin Geodesique* **54** (3): 394-408.

Journel, A. G. & Huijbregts, Ch. J. – 1989 – Mining Geostatistics. Academic Press INC. San Diego.

Kiamehr, R. & Sjoberg, L. E. – 2006c – Impact of a precise geoid model in studying tectonic structures – A case study in Iran. *Journal of Geodynamics* **43** (1-3): 1-11.

- Kotsakis, C. & Sideris, M. G. – 1999 – On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy* **73** (8): 412-421.
- Lambeck, K. – 1988 – Geophysical geodesy. Oxford University Press. New York.
- Leite, E. P. – 2005 – Inversão 3-D de anomalias do geóide com aplicação no estudo da evolução térmica da margem continental Leste do Brasil. Tese (Doutor em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Lemoine, F. G.; Kenyon, S. C.; Factor, J. K.; Trimmer, R.G.; Pavlis, N. K.; Chinn, D. S.; Cox, C. M.; Klosko, S. M.; Luthcke, S. B.; Torrence, M. H.; Wang, Y. M.; Williamson, R. G.; Pavlis, E. C.; Rapp, R. H. & Olson, T. R. – 1998 – The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96. Disponível em <<http://cddis.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>> Acesso em: 14/08/2006.
- Li, Y., – 1994 – User's Guide HFTGBVP – Software package for the solution of GBVP by means of fast Hartley/Fourier Transform. Department of Geomatics Engineering – The University of Calgary.
- Lopes, A. B. – 2006 – O geóide gravimétrico e o nível médio do mar na região do datum altimétrico brasileiro: um estudo comparativo. Dissertação de Mestrado. Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Martinec, Z. – 1998 – Boundary-Value Problems for gravimetric Determination of a Precise Geoid. Springer-Verlag. Berlin.
- Matos, A. C. O. C. – 2005 – Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Rummel, R. – 2005 – Geoid and gravity in earth sciences – an overview. *Earth, Moon and Planets* **94** (1-2): 3-11.
- Sá, N. C. de – 1988 – Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil. Tese (Doutorado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Sá, N. C. de; Souza, S. F. de; Monico, J. F. G.; Castro, A. L. P. & Krueger, C.P. – 2001 – O GPS no Estado de São Paulo: potencialidades, desafios e estratégias. *XX Congresso Brasileiro de Cartografia*, Porto Alegre, Anais (cd-rom).
- Sá, N. C. de – 2004 – O campo de gravidade, o geóide e a estrutura crustal na América do Sul: novas estratégias de representação. Tese (livre Docência em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Sá, N. C. de – 2005 – O geóide gravimétrico na América do Sul obtido com uso da colocação por mínimos quadrados. *22º Congresso Brasileiro de Cartografia*, Macaé, RJ, Anais (cd-rom).

- Sandwell, D. T. & Smith, W. H. F. – 1997 – Marine gravity anomaly from GEOSAT and ERS-1 satellite altimetry. *Journal Geophysical Research* **102** (B5): 10039-10054.
- Schwarz K.P.; Sideris, M. G. & Forsberg R. – 1990 – The use of FFT techniques in physical geodesy. *Geophysical Journal International* **100** (3): 485-514.
- Sideris, G.M. & She, B.B. – 1994 – A new, heigh-resolution geoid for Canada and part of U.S. by 1D-FFT method. *Bulletin Geodesique* **69** (2): 92-108.
- Sideris, M. G. – 1995 – Fourier geoid determination with irregular data. *Journal of Geodesy* **70** (1-2): 2 – 12.
- Souza, D. V. – 2006 – Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no Sul/Sudeste do Brasil usando o geóide e GPS. Dissertação de Mestrado. Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Stunff, Y. & Ricard, Y. – 1995 – Topography and geoid due to lithospheric mass anomalies. *Geophysical Journal International* **122** (3): 982-990.
- Vanicek, P. – 1976 – Physical geodesy. Department of Surveying Engineering. University of New Brunswick Fredericton. Canada.
- Wichiencharoen, C. -1982- The indirect effects on the computation of geoid undulations. Report No. 336 Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 96 pp.
- UTI – University Technologies International. Disponível em:
http://www.uti.ca/technology_view.asp?TechnologyID=20 Acesso em: 12/02/2007