

# Uma parametrização do modelo van Genuchten para inferência sobre os parâmetros $S$ e $I$

Walmes Marques Zeviani\*

## Resumo

A água é indispensável para produção das culturas pois está envolvida no transporte de nutrientes, reações químicas, processos físicos e manutenção da vida do solo. O conhecimento sobre a curva de retenção de água (CRA) do solo é fundamental para estabelecer estratégias de manejo. A qualidade física do solo depende da CRA e os parâmetros  $I$ , tensão do ponto de inflexão da CRA, e  $S$ , taxa de variação no ponto de inflexão, considerados como indicadores da qualidade física, são parâmetros relacionados a medidas descritivas da distribuição do tamanho de poros do solo. Com este trabalho, objetiva-se verificar o efeito da posição de amostragem e profundidade do solo sobre os parâmetros  $I$  e  $S$  da CRA. Para isso 1) considerou-se ANOVA simples e 2) ANOVA ponderada pela variância das estimativas desses parâmetros em cada unidade experimental em comparação com 3) o uso de modelos não lineares de efeito misto em uma parametrização desenvolvida para  $I$  e  $S$ . Nenhum dos métodos alternativos de análise foi superior ao modelo não linear de efeitos mistos na parametrização desenvolvida, que apresentou intervalos mais estreitos para estimativas dos parâmetros e apontou efeito de posição e profundidade de coleta nos parâmetros  $I$  e  $S$ .

Palavras-chave: Reparametrização. Função de parâmetros. Método delta. Curva de retenção de água.

## 1 INTRODUÇÃO

Água é indiscutivelmente o fator isolado mais importante, com possível exceção para luz solar e o ar que não têm disponibilidade limitada, para o desenvolvimento das plantas (CHESWORTH, 2007). A água presente no solo desempenha inúmeras funções de ordem química, física e biológica como, por exemplo, dissolver e transportar nutrientes para as plantas além de também ser considerada um nutriente (BRADY; WEIL, 2009). O excesso de água no solo pode diminuir ou impedir o desenvolvimento das plantas devido a uma reduzida aeração, enquanto deficiências podem causar estresse hídrico e, se severa o suficiente, o murchamento e morte da planta. Para uma produção eficiente, um fornecimento constante de água é necessário durante o ciclo da planta para

---

\*Doutorando em Estatística e Experimentação Agropecuária, DEX/UFLA. Professor do Departamento de Estatística - UFPR. Contato: walmes@ufpr.br.

atender as necessidades hídricas e promover a dissolução, transporte e absorção de nutrientes. O conteúdo de água também influencia a qualidade de operações de manejo do solo e colheita.

## 2 RETENÇÃO DE ÁGUA E TAMANHO DE POROS

Dada a relação que existe entre tamanho de poros e tensão matricial é possível chegar à distribuição de frequência de tamanho de poros quando o modelo Genuchten (1980) é usado para representar a CRA (REYNOLDS et al., 2002). Essa relação não pode ser considerada isoladamente pois fatores que alteram as propriedades da água de um solo para o outro a modificam, como a concentração de íons e a temperatura. Por outro lado, fixadas as demais variáveis, essa relação permite explorar a conexão existente entre a retenção de água e distribuição de tamanho de poros. Além do mais, a partir dessa relação, é possível verificar que o parâmetro  $S$  proposto por Dexter (2004) é o parâmetro de escala que representa o grau de dispersão de valores ao redor do tamanho modal de poros.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados considerados são medidas de conteúdo de água do solo ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) em função do potencial matricial (kPa) coletados em campo sob cultura do cafeeiro no qual se utilizam métodos conservacionistas e de manejo intensivo do solo (SERAFIM et al., 2011). Amostras de solo indeformadas foram coletadas de um solo classificado como Latossolo Vermelho distroférico (LVd) em uma lavoura com 3,5 anos de implantação.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Estimativas dos parâmetros foram obtidas para as 30 unidades experimentais sob as duas parametrizações do modelo van Genuchten. Os valores de  $R^2$  apontaram boa medida de ajuste pois ficaram entre 98,96% e 99,88%. Pelas estimativas intervalares, considerando os seis parâmetros definidos pelas duas parametrizações,  $U_s$ ,  $U_r$ ,  $a$ ,  $n$ ,  $S$  e  $I$ , observamos variação entre unidades experimentais dentro de uma mesma cela experimental (combinação de posição e profundidade), entre níveis de profundidade e entre posições de amostragem (Figura 2). Verifica-se que os parâmetros  $U_r$  e  $n$ , por serem comuns as duas parametrizações, tiveram mesmas estimativas intervalares independentemente da parametrização.

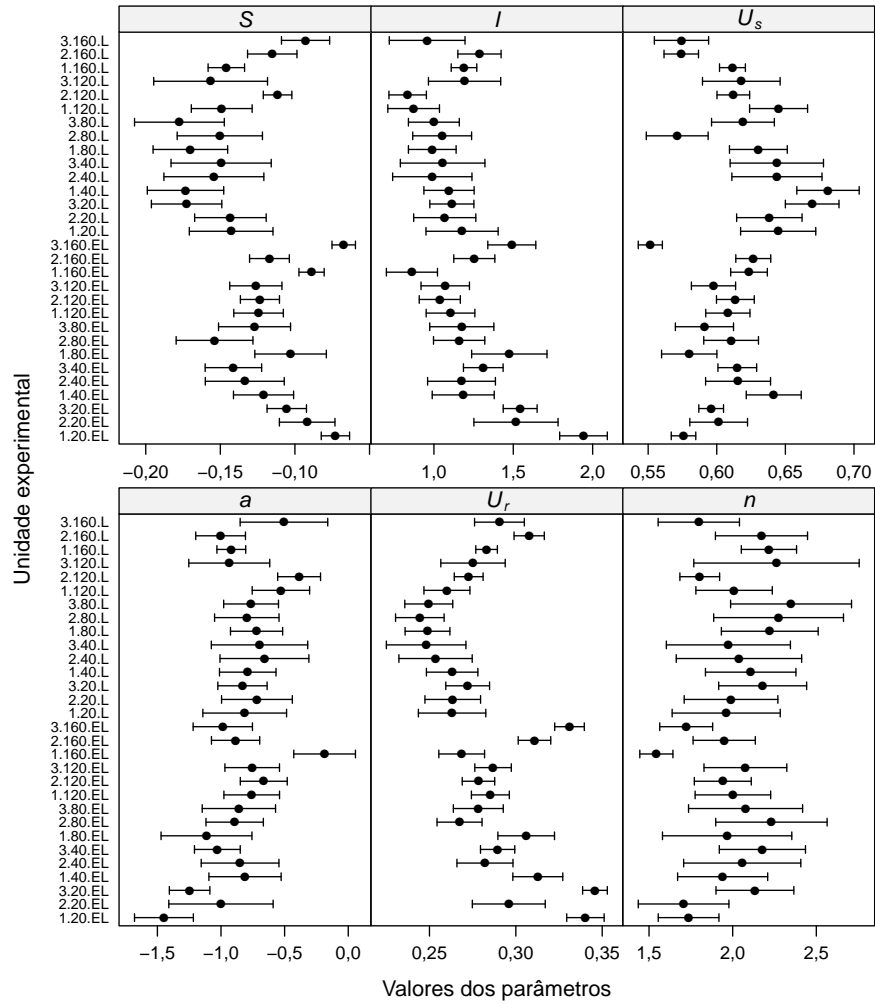


Figura 2: Estimativas intervalares (95%) pelo método de Wald para os parâmetros da CRA considerando as duas parametrizações do modelo van Genuchten. Os rótulos no eixo das coordenadas representam o índice da repetição, o nível de profundidade e o nível de posição, separados por ponto

## 5 CONCLUSÕES

Conclui-se que o modelo não linear de efeitos mistos é um método de análise mais adequado para representar os dados uma vez que toda informação está contida em um único modelo que permite acomodar os efeitos de termos fixos e aleatórios, comparar modelos e fazer predições para a CRA.

## REFERÊNCIAS

BRADY, N. C.; WEIL, R. R. **Elements of the nature and properties of soils**. 3 ed. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2009. 624 p.

CHESWORTH, W. (Ed.). **Encyclopedia of Soil Science (Encyclopedia of Earth Sciences Series)**. [S.l.]: Springer, 2007. 902 p.

DEXTER, A. Soil physical quality: Part I. Theory, effects of soil texture, density, and organic matter, and effects on root growth. **Geoderma**, v. 120, n. 3-4, p. 201–214, jun. 2004.

GENUCHTEN, M. T. van. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. **Soil Science Society of America Journal**, Soil Science Society of America, v. 44, n. 5, p. 892–898, maio 1980.

REYNOLDS, W. et al. Indicators of good soil physical quality: density and storage parameters. **Geoderma**, v. 110, n. 1-2, p. 131–146, nov. 2002.

SERAFIM, M. et al. Sistema conservacionista e de manejo intensivo do solo no cultivo de cafeeiros na região do alto São Francisco, MG: um estudo de caso. **Bioscience Journal**, v. 27, n. 6, p. 964–977, nov. 2011.

## 6 Anexos

ANEXO A: Código R reproduzível correspondente ao ajuste do modelo van Genuchten reparametrizado para inferência sobre os parâmetros  $I$  e  $S$ . Disponível online em: <http://www.leg.ufpr.br/~walmes/TESE/anexoCRA.R>

---

```
##=====
## Uma parametrização do modelo van Genuchten para inferência
## sobre os parâmetros I e S.
##
##                               Walmes Marques Zeviani
##                               walmes@ufpr.br
##
##=====

##-----
## Definições da sessão.

require(lattice)
require(latticeExtra)
require(nlme)
require(car)
require(plyr)
require(reshape)

##-----
```



```

## Carrega os dados.

url <- "http://www.leg.ufpr.br/~walmes/data/ZevianiTeseCRA.txt"
cra <- read.table(url, header=TRUE, sep="\t")
cra$ltens <- log(cra$tens)
cra$ue <- with(cra, interaction(rep, PF, PS))
str(cra)

##-----
## Visualiza os dados.

xyplot(umid~ltens|PF*PS, groups=rep, data=cra)

##-----
## Define funções que retornam F e H para obter medidas de
## curvatura.

## modelo van Genuchten original, parametrização de Omuto 2007
vg.0 <- deriv3(~Ur+(Us-Ur)/(1+(exp(a)*exp(psi))^n)^(1-1/n),
               c("Ur","Us","a","n"),
               function(psi, Ur, Us, a, n){ NULL })

## modelo van Genuchten reparametrizado para S e I
vg.SI <- deriv3(~Ur*S*(1+1/(1-1/n))^(1-1/n)+1)/
              (n*(1+exp(n*(psi-I)))/(1-1/n))^(1-1/n)),
              c("Ur","S","I","n"),
              function(psi, Ur, S, I, n){ NULL })

##-----
## Ajusta as parametrizações por unidade experimental.

cra.ue <- split(cra, f=cra$ue)
str(cra.ue)

a0 <- lapply(cra.ue, nls,
             formula=umid~vg.0(ltens, Ur, Us, a, n),
             start=list(Ur=0.3, Us=0.6, a=0, n=1.5))
lapply(a0, summary)

aSI <- lapply(cra.ue, nls,
             formula=umid~vg.SI(ltens, Ur, S, I, n),
             start=list(Ur=0.3, S=-0.12, I=1.14, n=1.5))
lapply(aSI, summary)

##-----
## Medidas de curvatura.

lapply(a0, MASS::rms.curv)
lapply(aSI, MASS::rms.curv)

##-----
## Inferência sobre S e I pelo método delta.

B <- coef(a0[[1]])
W <- vcov(a0[[1]])
gS <- "-(Us-Ur)*n*(1+1/(1-1/n))^(1-1/n)-1)"
gI <- "-a*log(1-1/n)/n"
deltaMethod(object=B, g=gS, vcov=W)
deltaMethod(object=B, g=gI, vcov=W)

dmSI <- function(nlsobj){
  B <- coef(nlsobj); W <- vcov(nlsobj)
  dmS <- unlist(deltaMethod(object=B, g=gS, vcov=W))
  dmI <- unlist(deltaMethod(object=B, g=gI, vcov=W))
  dmS <- c(dmS, lwr=dmS[1]-1.96*dmS[2], upr=dmS[1]+1.96*dmS[2])
  dmI <- c(dmI, lwr=dmI[1]-1.96*dmI[2], upr=dmI[1]+1.96*dmI[2])
  names(dmS) <- names(dmI) <- gsub("\\..*", "", names(dmS))
  return(data.frame(par=c("S","I"), rbind(dmS, dmI)))
}

vartheta <- lapply(a0, dmSI)

```

```

vartheta <- ldply(vartheta)
str(vartheta)

##-----
## Cria objeto de dados agrupados/longitudinais.

crag <- groupedData(umid~ltens|ue, data=cra)

##-----
## Ajuste do modelo não linear de efeitos mistos.
## van Genuchten original.

## Valores iniciais
start <- c(c(0.3, rep(0,9)), # Ur
           c(0.6, rep(0,9)), # Us
           c(0, rep(0,9)), # a
           c(1.8, rep(0,9))) # n

## Completo
nlme0.0 <- nlme(umid~Ur+(Us-Ur)/(1+exp(a+ltens)^n)^(1-1/n),
               data=crag,
               fixed=Ur+Us+a+n~PF*PS,
               random=Ur+Us~1,
               start=start)

## Efeitos aleatórios independentes
nlme0.1 <- update(nlme0.0, random=pdDiag(Ur+Us~1))

## Efeito aditivo para o parâmetro n
nlme0.2 <- update(nlme0.0, fixed=list(Ur+Us+a~PF*PS, n~PF+PS),
                 start=start[1:36])

anova(nlme0.0, nlme0.1) # testa correlação nula
anova(nlme0.0, nlme0.2) # testa interação nula em n

anova(nlme0.0, type="marginal") # teste de Wald no ef fixos
VarCorr(nlme0.0) # estimativas das variâncias

##-----
## Ajuste do modelo não linear de efeitos mistos.
## van Genuchten reparametrizado para S e I.

## Valores iniciais
start <- c(c(0.3, rep(0,9)), # Ur
           c(-0.1, rep(0,9)), # S
           c(1.6, rep(0,9)), # I
           c(1.8, rep(0,9))) # n

## Completo
nlmeSI.0 <- nlme(umid~Ur-S*(1+1/(1-1/n))^(1-1/n)+1)/
               (n*(1+exp(n*(ltens-I))/(1-1/n))^(1-1/n)),
               data=crag,
               fixed=Ur+S+I+n~PF*PS,
               random=Ur+S~1,
               start=start)

## Efeitos aleatórios independentes
nlmeSI.1 <- update(nlmeSI.0, random=pdDiag(Ur+S~1))

## Efeito aditivo para o parâmetro n
nlmeSI.2 <- update(nlmeSI.0, fixed=list(Ur+S+I~PF*PS, n~PF+PS),
                 start=start[1:36])

anova(nlmeSI.0, nlmeSI.1) # testa correlação nula
anova(nlmeSI.0, nlmeSI.2) # testa interação nula em n

anova(nlmeSI.0, type="marginal") # teste de Wald no ef fixos
VarCorr(nlmeSI.0) # estimativas das variâncias

##-----
## Compara as verossimilhanças.

```

```

logLik(nlme0.0)
logLik(nlmeSI.0)

##-----
## Gráfico dos valores preditos.

plot(augPred(nlme0.0, level=0:1))
plot(augPred(nlmeSI.0, level=0:1))
plot(comparePred(nlme0.0, nlmeSI.0))

##-----
## sessionInfo()

## R version 2.15.3 (2013-03-01)
## Platform: i686-pc-linux-gnu (32-bit)

## [1] reshape_0.8.4      plyr_1.7.1          car_2.0-15
## [4] nnet_7.3-6          MASS_7.3-23         nlme_3.1-108
## [7] latticeExtra_0.6-24 RColorBrewer_1.0-5  lattice_0.20-13

##-----

```

---

Tabela 1: Conteúdo de água do solo ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) em função da tensão matricial (kPa), da profundidade (cm) e da unidade experimental (UE) para amostras coletadas na entre linha.

Prof. (cm)	UE	Tensão matricial (kPa)									
		0,01	1	2	4	6	10	33	100	500	1500
0-20	1	0,57	0,57	0,56	0,52	0,49	0,45	0,40	0,36	0,35	0,34
0-20	2	0,59	0,59	0,56	0,49	0,44	0,41	0,36	0,33	0,30	0,29
0-20	3	0,59	0,59	0,57	0,50	0,46	0,42	0,37	0,35	0,35	0,34
20-40	1	0,63	0,63	0,56	0,47	0,43	0,40	0,35	0,32	0,31	0,31
20-40	2	0,61	0,59	0,55	0,43	0,39	0,36	0,32	0,29	0,28	0,27
20-40	3	0,61	0,60	0,56	0,46	0,40	0,37	0,31	0,30	0,29	0,28
40-80	1	0,57	0,57	0,55	0,47	0,42	0,39	0,35	0,32	0,30	0,30
40-80	2	0,60	0,60	0,53	0,42	0,37	0,33	0,30	0,27	0,26	0,26
40-80	3	0,58	0,58	0,52	0,42	0,38	0,35	0,31	0,29	0,27	0,27
80-120	1	0,60	0,59	0,52	0,43	0,39	0,36	0,31	0,30	0,28	0,28
80-120	2	0,61	0,58	0,52	0,42	0,39	0,35	0,31	0,29	0,28	0,27
80-120	3	0,59	0,58	0,51	0,42	0,38	0,35	0,31	0,30	0,28	0,28
120-160	1	0,62	0,57	0,50	0,44	0,41	0,38	0,33	0,31	0,28	0,27
120-160	2	0,62	0,61	0,56	0,47	0,43	0,40	0,34	0,32	0,31	0,31
120-160	3	0,55	0,54	0,51	0,47	0,44	0,42	0,36	0,35	0,34	0,33

Disponível online em <http://www.leg.ufpr.br/~walmes/data/ZevianiTeseCRA.txt>.

Tabela 2: Conteúdo de água do solo ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) em função da tensão matricial (kPa), da profundidade (cm) e da unidade experimental (UE) para amostras coletadas na linha.

Prof. (cm)	UE	Tensão matricial (kPa)									
		0,01	1	2	4	6	10	33	100	500	1500
0-20	1	0,64	0,61	0,57	0,44	0,39	0,36	0,31	0,28	0,26	0,25
0-20	2	0,63	0,61	0,54	0,42	0,38	0,35	0,30	0,28	0,26	0,25
0-20	3	0,66	0,65	0,57	0,44	0,39	0,35	0,30	0,28	0,26	0,27
20-40	1	0,67	0,66	0,57	0,44	0,39	0,35	0,30	0,26	0,26	0,26
20-40	2	0,64	0,60	0,54	0,40	0,36	0,33	0,30	0,27	0,24	0,24
20-40	3	0,64	0,60	0,55	0,41	0,37	0,33	0,30	0,27	0,24	0,23
40-80	1	0,62	0,61	0,51	0,39	0,35	0,31	0,27	0,26	0,24	0,24
40-80	2	0,56	0,56	0,48	0,37	0,33	0,30	0,27	0,25	0,24	0,23
40-80	3	0,61	0,60	0,51	0,38	0,34	0,30	0,28	0,25	0,24	0,24
80-120	1	0,64	0,60	0,51	0,40	0,36	0,33	0,29	0,28	0,25	0,25
80-120	2	0,61	0,56	0,49	0,41	0,38	0,34	0,31	0,29	0,27	0,27
80-120	3	0,60	0,62	0,54	0,43	0,38	0,34	0,31	0,28	0,27	0,26
120-160	1	0,61	0,59	0,54	0,44	0,38	0,35	0,30	0,29	0,28	0,28
120-160	2	0,57	0,56	0,53	0,44	0,40	0,37	0,33	0,31	0,31	0,30
120-160	3	0,57	0,54	0,49	0,41	0,38	0,36	0,33	0,31	0,29	0,28

Disponível online em <http://www.leg.ufpr.br/~walmes/data/ZevianiTeseCRA.txt>.

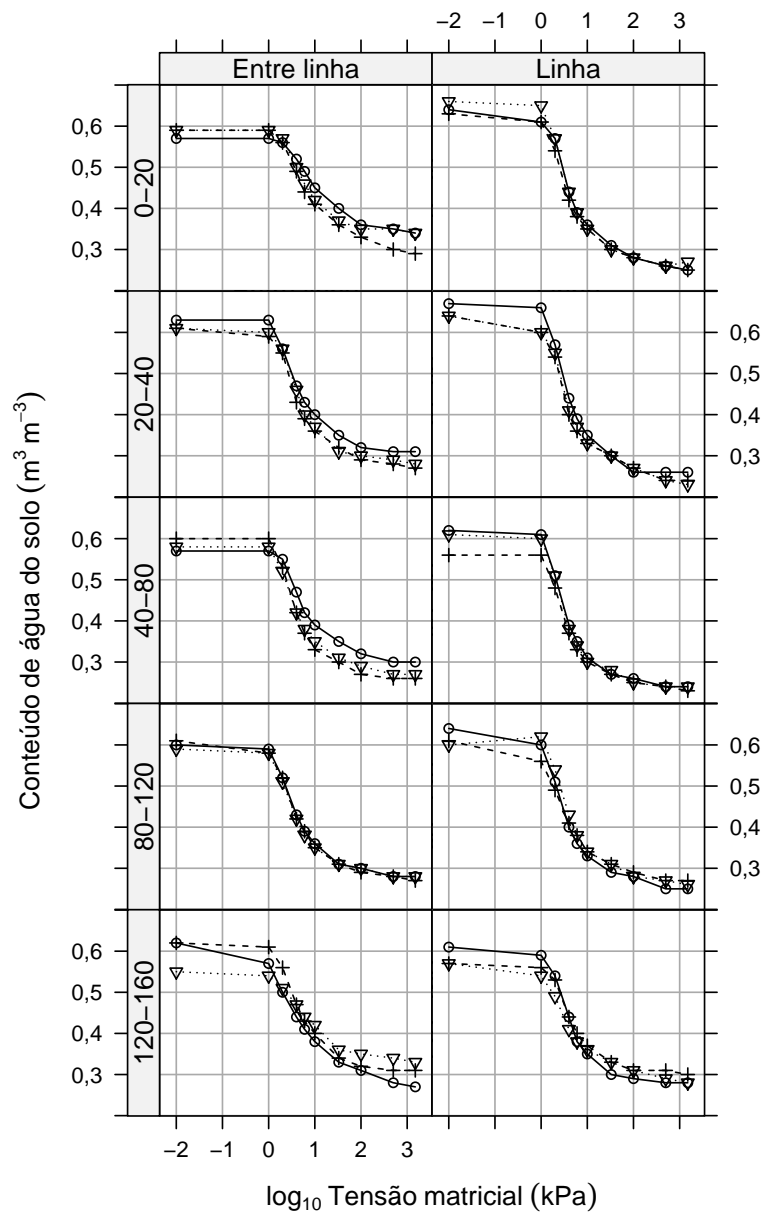


Figura 1: Conteúdo de água do solo ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) em função do  $\log_{10}$  da tensão matricial (kPa) organizado pelas combinações entre posição (nas colunas) e profundidade de coleta (nas linhas). As três unidades experimentais em cada combinação foram identificadas pelos tipos de pontos e linhas