

Estudo sobre árvore geradora mínima (AGM)

Allan Cordeiro Rocha de Araújo.

¹Centro de ciência e tecnologia– Universidade Federal de Roraima (UFRR)
Boa Vista– RR – Brasil

allanps32008@gmail.com

Resumo. *Será feito um resumo sobre árvore geradora mínima, definição, vantagens e desvantagens.*

1. Introdução

O objetivo deste artigo é, explicar de forma sucinta, o que é uma árvore geradora mínima, sua origem e suas aplicações.

2. Árvore

Em teoria dos grafos, uma árvore é um tipo especial de grafo que não possui ciclos, é não-dirigido e é conexo, se o grafo for dirigido mas não conexo, ele é definido como uma floresta.

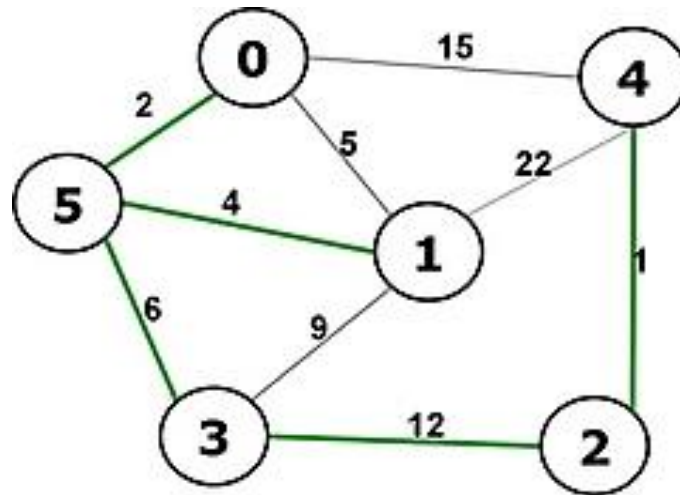
Pela definição, um grafo G , $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ seu conjunto de vértices e $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ seu conjunto de arestas, é uma árvore se:

- 1 – G é conexo e existe apenas um caminho entre vértices v_1 e v_2 ;
- 2 – G é acíclico;
- 3 – G deixará de ser conexo caso qualquer aresta en for removida dele;
- 4 – G possui $n-1$ arestas;
- 5- Existir, em G , um único caminho entre cada par de vértices de G .

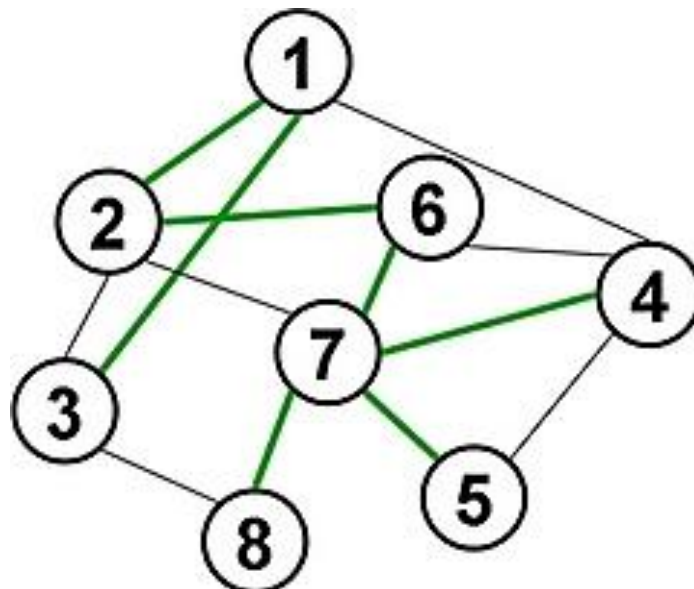
3. Árvore Geradora Mínima

Uma árvore é geradora se ele liga, seja direta ou indiretamente, todos os nós do grafo. Ela é dita mínima se e somente se existir um subconjunto de arestas de menor peso total possível que contenha todos os nós, seja ele valorado ou não-valorado.

Para grafos valorados a árvore geradora mínima é aquela, entre os subconjuntos de árvores geradoras, que possui o menor peso total. Caso o grafo seja não-valorado qualquer árvore geradora é dita mínima.



Exemplo AGM em um grafo valorado.



Exemplo de AGM em um grafo não-valorado.

4. Algoritmos para AGM

A muito tempo atrás um matemático chamado Arthur Cayley provou que um grafo G com n nós possui n^{n-2} árvores geradoras mínimas, ou seja um valor exponencial, obviamente escrever um algoritmo que ache o menor AGM entre todos os subconjuntos existentes seria inviável.

Porém existem algoritmos em tempo polinomial para o problema, os dois mais famosos são: algoritmo de Prim e o algoritmo de Kruskal, os dois são algoritmos gulosos. Assim o problema de achar um AGM pertence a classe de complexidade P .

5. Aplicações no mundo real

Um exemplo de aplicação no mundo real seria a seguinte situação, em uma rede de distribuição de água, onde as bombas são os nós e as arestas são os canos, o objetivo aqui é enviar água de qualquer bomba para outra, porém com uma quantidade mínima de canos, para reduzir ao máximo o custo.

6. Conclusões

O problema da árvore geradora mínima não é muito aplicável no mundo real, visto que possui poucas restrições e que existem outros algoritmos para tais problemas, porém a ideia do problema é muito boa e mesmo com tudo isso é algo que vale a pena ser estudado.

Referências

"Florestas e Árvores"; Linguagem C programação descomplicada. Disponível em <https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_para_grafos/aulas/trees.html>. Acesso em 11 de julho de 2018.

"O problema da árvore geradora mínima"; Naza Wiki. Disponível em <http://danielamaral.wikidot.com/o-problema-da-arvore-geradora-minima-agm>>. Acesso em 11 de julho de 2018.