

COMPARAÇÃO DAS TÉCNICAS DE *SUPPORT VECTOR REGRESSION* E REDES NEURAI NA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Monica Beltrami

Instituto Federal do Paraná (IFPR)
Rua Dr. Alcides Vieira, 1225. CEP: 81520-260. Curitiba-PR
monica.beltrami@ifpr.edu.br

Gustavo Valentim Loch

Universidade Federal do Paraná (UFPR) - PPGMNE
Centro Politécnico. CEP: 81531-980. Curitiba-PR
gustavo.valentim@ufpr.br

Arinei Carlos Lindbeck da Silva

Universidade Federal do Paraná (UFPR) – PPGMNE
Centro Politécnico. CEP: 81531-980. Curitiba-PR
arineicls@gmail.com

RESUMO

Determinar preços teóricos de contratos de opções, mediante modelos matemáticos, permite ao investidor analisar se os preços estabelecidos pelo mercado estão superestimados ou subestimados, auxiliando suas operações. Neste contexto, esse artigo tem como objetivo estabelecer modelos de precificação de opções baseados nas técnicas do Support Vector Regression (SVR) e de rede neural (RN), comparar seus desempenhos e avaliar suas viabilidades de aplicação no mercado brasileiro. Nessa pesquisa foram utilizados dados referentes às opções de compra americanas sobre ações da Petrobras PN negociadas na BOVESPA, no período de novembro de 2008 a maio de 2009. Os resultados encontrados mostraram, a partir das comparações feitas com os valores de mercado, que o SVR foi capaz de determinar valores mais próximos aos de mercado e captar melhor as oscilações do mesmo, obtendo desempenho superior ao da RN na precificação de opções classificadas dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro.

PALAVRAS-CHAVE. *Support Vector Regression*. Rede neural. Precificação de opções.

ABSTRACT

Establishing theoretical option prices using mathematical models allows the investor to check whether the prices established by the market are over or underestimated, assisting his operations. In this context, the aim of this paper is to establish option pricing models based on the Support Vector Regression (SVR) and Neural Network (NN) techniques, to compare their performances and to evaluate their application feasibility on the Brazilian market. For this study, data on American call options for Petrobras PN shares traded on the BOVESPA were used, for the period November 2008 to May 2009. The results obtained based on market values comparisons showed that the SVR was able to determine prices closer to the market and to capture better its oscillations, resulting a superior performance than NN technique in pricing options classified as in the money, at the money and out of the money.

KEY-WORDS. *Support Vector Regression*. Neural Network. Option Pricing.

1. Introdução

Opções são títulos financeiros que concedem ao seu titular o direito futuro de comprar ou vender um ativo objeto, por um preço determinado no presente. No mercado de opções, estes títulos são negociados mediante o pagamento de um prêmio, correspondente ao valor monetário da opção.

O trabalho de determinar o prêmio de uma opção, denominado precificação de opção, é um dos problemas centrais no estudo das opções (FREITAS, 2001). Para se precificar opções, utilizam-se modelos matemáticos que visam determinar preços teóricos para os contratos analisados. Esses preços permitem que o investidor avalie se as opções estão sendo negociadas de forma sobreavaliada ou subavaliada no mercado (HISSA, 2007). Com base nestas informações, o investidor realiza suas operações, as quais podem ser de hedge, arbitragem ou especulação. Desta forma, é preciso que o modelo utilizado apresente alto grau de confiabilidade.

Neste contexto, foram desenvolvidos muitos modelos de precificação, dentre os quais se destacam os baseados nas técnicas de redes neurais (RN's) e do *Support Vector Regression* (SVR). Constata-se que estas técnicas têm se mostrado muito eficientes tanto na precificação de opções quanto na resolução de outros problemas do mercado financeiro (BELTRAMI; SILVA, 2009; TRAFALIS; INCE, 2000; TAY; CAO, 2001; YANG; CHANG; KING, 2002; PIRES; MARWALA, 2004; PIRES; MARWALA, 2005; FREITAS, 2001; SAMUR; TEMUR, 2009; MORELLI *et al.*, 2004).

Em relação à precificação de opções negociadas no mercado brasileiro, verificou-se em Freitas (2001) que a rede neural (RN) obteve um desempenho superior ao modelo de Black & Scholes (B&S), que é um dos mais populares e utilizados em finanças. Da mesma forma, Beltrami e Silva (2009) mostraram que o SVR também superou B&S na precificação de opções negociadas neste mercado. No entanto, no primeiro trabalho foram utilizadas opções de compra sobre ações do tipo europeu e no segundo opções de compra do tipo americana, sendo essas últimas as opções sobre ações de maior liquidez no Brasil.

Assim, tendo em vista os bons resultados apresentados por ambas as técnicas e almejando-se contribuir para o conhecimento do mercado brasileiro, este artigo tem como objetivo estabelecer modelos de precificação de opções baseados nas técnicas de SVR e de RN's, comparar seus desempenhos na precificação de contratos de grande liquidez e avaliar suas viabilidades de aplicação neste mercado.

2. Conceitos básicos de opções de compra sobre ações

Opções de compra sobre ações são aquelas que concedem ao seu titular o direito de comprar certa quantidade de ações, por um preço predeterminado, chamado preço de exercício.

Todo contrato de opção tem um determinado período de validade, de forma que se o comprador da opção não exercer seu direito até o fim deste período, tanto a opção quanto a oportunidade de exercê-la deixam de existir. Essa data limite é chamada data de exercício. Neste sentido, uma opção do tipo americana permite que o titular exerça seu direito em qualquer momento entre a data da compra da opção e o vencimento do contrato, e uma opção do tipo europeu permite que ele exerça seu direito apenas na data de exercício.

As opções também podem ser classificadas conforme a sua probabilidade de exercício, em opções dentro do dinheiro, no dinheiro ou fora do dinheiro. O exercício de uma opção dentro do dinheiro resulta ao seu titular um fluxo de caixa positivo, enquanto opções no dinheiro e fora do dinheiro resultam, respectivamente, em fluxo de caixa igual a zero e fluxo de caixa negativo (FREITAS, 2001). Para realizar essa classificação utiliza-se a fórmula do grau de *moneyness* (M) dada por:

$$M = \frac{S}{Xe^{-r(T)}} \quad (1)$$

Onde: S = preço da ação; X = preço de exercício; T = tempo até o vencimento da opção e r = taxa de juro livre de risco.

Considera-se que uma opção está fora do dinheiro quando $M \leq 0,95$, no dinheiro quando $0,95 < M \leq 1,05$, e dentro do dinheiro quando $M > 1,05$.

3. Support Vector Regression

O funcionamento do algoritmo *Support Vector Regression* (SVR) está baseado na metodologia do aprendizado supervisionado. Tal metodologia faz com que um sistema aprenda uma função a partir de uma amostra de dados de treinamento $S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\} \subseteq (X \times Y)^l$, onde X denomina o espaço de entrada e Y o espaço de saída. Nesse contexto, o objetivo do SVR é encontrar uma função $f(x)$ que apresente no máximo um desvio ε em relação aos valores alvo y_i . Em outras palavras, procura-se uma função com uma margem de erros caracterizada pelo intervalo $[y_i - \varepsilon, y_i + \varepsilon]$ e que seja a mais paralela ao domínio possível (SMOLA; SCHÖLKOPF, 2004).

Assumindo funções na forma:

$$f(x) = \langle w \cdot x \rangle + b \quad (2)$$

Onde: $w \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}$.

Diz-se que buscar uma função mais paralela ao domínio possível significa determinar valores pequenos para o vetor dos pesos w , o que corresponde a minimizar a medida $\|w\|^2$ (SMOLA; SCHÖLKOPF, 2004). Desta forma, modela-se o problema de otimização primal do SVR como sendo:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \frac{1}{2} \|w\|^2 \\ &\text{sujeito a:} \quad y_i - \langle w \cdot x_i \rangle - b \leq \varepsilon \\ &\quad \quad \quad \langle w \cdot x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon, \quad \forall i = 1 \dots l \end{aligned} \quad (3)$$

Onde: $w \in \mathbb{R}^n$ e $b \in \mathbb{R}$ são as incógnitas do problema.

Entretanto, nem sempre é possível garantir a viabilidade do problema (3), visto que existem pontos que violam suas restrições. Por tal razão, estuda-se uma função de perda, que introduz variáveis de folgas não negativas ξ_i, ξ_i^* , cuja finalidade é penalizar dados que se situem fora da margem $|f(x_i) - y_i| \leq \varepsilon$ (DIAS, 2007). Essa função de perda, denominada ε -Insensitive, é descrita por:

$$\begin{aligned} |\xi|_\varepsilon &= 0, & \text{se } |\xi| \leq \varepsilon \\ |\xi|_\varepsilon &= |\xi| - \varepsilon & \text{caso contrário} \end{aligned} \quad (4)$$

A figura 1 representa graficamente a situação proposta por (4), na qual apenas os pontos localizados fora da região sombreada contribuem para o valor custo da função.

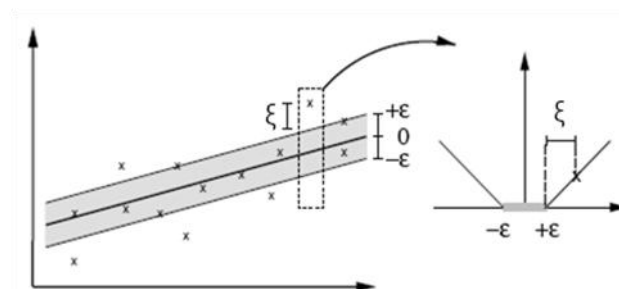


FIGURA 1 – FUNÇÃO DE PERDA E-INSENSITIVE

Fonte: Smola e Schölkopf (2004).

Desta maneira, é possível reescrever o problema (3) como sendo:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\
 & \text{sujeito a:} \quad y_i - \langle w \cdot x_i \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \\
 & \quad \quad \quad \langle w \cdot x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\
 & \quad \quad \quad \xi_i, \xi_i^* \geq 0, \quad \forall i = 1 \dots l
 \end{aligned} \tag{5}$$

Onde: $w \in \mathbb{R}^n$ e $b \in \mathbb{R}$ são as incógnitas do problema e C é a constante de regularização, pois pondera os termos da função de minimização.

Tendo em vista que resolver o problema (5) pode ser uma tarefa difícil em virtude das restrições de desigualdade, representa-se esse modelo no espaço dual o que proporciona eficiência e flexibilidade ao algoritmo. Logo, tem-se que a formulação dual de (5) é dada por:

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} \quad -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) \langle x_i \cdot x_j \rangle - \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \\
 & \text{sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\
 & \quad \quad \quad \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C], \quad \forall i = 1 \dots l
 \end{aligned} \tag{6}$$

Onde: α_i, α_i^* são os multiplicadores de Lagrange.

Até o presente momento, foram consideradas somente regressões lineares no espaço de entrada, visto que representar $f(x)$ por uma função linear é uma aproximação bastante conveniente já que são mais fáceis de interpretar. Entretanto, algumas aplicações práticas exigem um espaço de hipóteses mais expressivo do que apenas relações lineares (DIAS, 2007). Em virtude disso, a formulação dual do problema SVR fornece como alternativa trabalhar em um espaço de alta dimensionalidade. Assim, pode-se realizar um mapeamento não linear dos dados de entrada para um espaço de dimensão maior, onde a regressão linear torna-se possível. Para isso, utiliza-se a abordagem baseada em funções kernel $K(x_i, x_j)$.

Dentre as funções kernel mais utilizadas no algoritmo SVR destacam-se o kernel: linear, polinomial homogêneo, polinomial não homogêneo, sigmoidal e gaussiano.

Substituindo $\langle x_i, x_j \rangle$ por $K(x_i, x_j)$ no problema (6), o modelo de otimização dual do SVR torna-se:

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} \quad -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) K(x_i \cdot x_j) - \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \\
 & \text{sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\
 & \quad \quad \quad \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C], \quad \forall i = 1 \dots l
 \end{aligned} \tag{7}$$

Onde: α_i, α_i^* são os multiplicadores de Lagrange.

Da teoria de otimização, sabe-se que para o modelo (7) as condições de complementaridade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são descritas por:

$$\alpha_i (\varepsilon + \xi_i - y_i + \langle w \cdot x_i \rangle + b) = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{8}$$

$$\alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* + y_i - \langle w \cdot x_i \rangle - b) = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{9}$$

$$(C - \alpha_i) \xi_i = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{10}$$

$$(C - \alpha_i^*) \xi_i^* = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{11}$$

$$\alpha_i \alpha_i^* = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{12}$$

$$\xi_i \xi_i^* = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \tag{13}$$

Analisando as condições de KKT, nota-se pela equação (12) que nunca existirá um conjunto de variáveis duais α_i e α_i^* , em que ambos os valores sejam não nulos. Ainda, das relações (8) e (9) observa-se que apenas os pontos de treinamento em que $|f(x_i) - y_i| \geq \varepsilon$ estão associados a multiplicadores de Lagrange diferente de zero. Tais pontos estão localizados sobre as margens $+\varepsilon$ e $-\varepsilon$ ou fora da região delimitada por essas. Estes dados são os únicos a serem utilizados no cálculo do vetor dos pesos, w , e por isso são chamados de vetores suporte.

Desta forma, tem-se que a função de decisão do SVR é descrita por:

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i \cdot x) + b \quad (14)$$

Para finalizar, ressalta-se que os resultados obtidos pelo SVR dependem significativamente dos valores da constante de regularização C , margem ε , do tipo de função kernel e seus respectivos parâmetros. Desta maneira, verifica-se que conforme é realizada a seleção dessas variáveis, obtêm-se funções que melhor ou pior se ajustam aos dados do problema analisado.

4. Rede Neural

Tendo em vista a vasta aplicação das redes neurais (RN's) nos mais diversos campos do conhecimento, informações referentes a essas redes são facilmente encontradas na literatura, como em Haykin e Engel (2000), Russell e Norvig (1995) e Braga, Carvalho e Ludermir (2000). Desta forma, nesta seção, será feita apenas uma breve revisão dos conceitos necessários para o entendimento deste artigo.

De acordo com Samur e Temur (2009), a rede neural (RN) é um modelo matemático inspirado no funcionamento do cérebro humano, em que o conhecimento é obtido por meio de um processo de aprendizagem. Desta forma, ela é constituída por um conjunto de unidades de processamento conectadas entre si, chamadas de neurônios. Esses neurônios possuem uma função de ativação que permite gerar, a partir de uma entrada e de um valor armazenado internamente, um valor de saída que será propagado ao neurônio seguinte (FREITAS, 2001).

Nestes neurônios também está presente um parâmetro importante chamado *bias*, o qual é responsável pelo aumento do número de graus de liberdade do modelo, permitindo que a rede tenha maior capacidade de se ajustar ao conhecimento a ela fornecido.

Ainda com relação ao funcionamento da RN, destacam-se os pesos sinápticos associados a cada uma das conexões entre neurônios. Esses pesos, que se modificam durante a fase de treinamento, constituem o meio que o algoritmo utiliza para armazenar o conhecimento adquirido durante a aprendizagem (FREITAS, 2001).

Portanto, pode-se dizer que as redes neurais (RN's) se diferenciam entre si por seus parâmetros e por sua arquitetura, ou seja, a forma como seus neurônios estão organizados. Dentre as arquiteturas existentes, pode-se dizer que a de múltiplas camadas, conhecida como *Multilayer Perceptron* (MLP), é a mais usada entre as RN's (PIRES; MARWALA, 2004).

Um algoritmo, muito popular, para o treinamento de uma rede neural da forma MLP é o de retropropagação (*backpropagation*), que consiste em um treinamento supervisionado composto por dois passos: um passo para frente (propagação), no qual os valores de saída são calculados a partir dos valores fornecidos como entradas (padrões); e um passo para trás (retropropagação), responsável por ajustar os pesos de acordo com uma regra de correção de erros (HAYKIN; ENGEL 2000).

Assim, durante o treinamento da rede neural, os pesos são ajustados de forma a gerar a saída desejada para os padrões apresentados. Desta forma, espera-se que a rede neural seja capaz de generalizar um problema, ou seja, que ela adquira capacidade de fornecer saída desejada para padrões não apresentados durante o treinamento.

Com relação às funções de ativação mais utilizadas nas MLP's, destacam-se as funções: sigmóide logarítmica (Logsig), tangente hiperbólica sigmóide (Tansig) e linear (Purelin).

5. Metodologia

5.1 Escolha dos dados

Nesta pesquisa, foram utilizados dados históricos referentes às opções de compra americanas sobre a ação Petrobras PN negociada no mercado BOVESPA, no período de novembro de 2008 a maio de 2009. O conjunto de dados foi classificado conforme o seu grau de *moneyness* (M) para que o comportamento dos modelos fosse avaliado com relação à precificação de opções fora do dinheiro, no dinheiro e dentro do dinheiro.

A escolha das opções sobre ações da Petrobras PN como objeto de estudo justifica-se em função da alta liquidez desses títulos de opções e também do grande volume de negociações da ação PETR4, que atualmente é uma das ações mais comercializadas no mercado brasileiro.

5.2 Terminologia utilizada

Neste trabalho, o termo modelo refere-se a diferentes variações de parâmetros nos algoritmos do SVR e de RN's.

Ainda, ressalta-se que o termo pesos iniciais das RN's é utilizado para referenciar o conjunto formado pelos pesos sinápticos e pelo *bias*.

5.3 Escolha do modelo de SVR

Fundamentando-se no trabalho realizado por Beltrami e Silva (2009) que determinaram, entre 84 modelos de precificação baseados na técnica de SVR, um modelo que melhor se ajustou ao comportamento dos preços das opções e apresentou desempenho superior ao de B&S, decidiu-se utilizar este mesmo modelo como o representante da técnica de SVR na comparação entre o SVR e a rede neural, na precificação de opções negociadas no mercado brasileiro.

Desta forma, o modelo de SVR, empregado neste artigo, é o composto pelas variáveis de entrada preço da ação, preço de exercício e tempo em dias até o vencimento da opção; pelos parâmetros: constante de regularização $C=100$, margem $\epsilon=0,05$, função kernel polinomial não homogêneo com grau $p=5$ e constante $k=1$; e variável de saída preço da opção.

5.4 Definição dos modelos de Redes Neurais

Para definir qual modelo de redes neurais seria utilizado na comparação entre as técnicas de RN e SVR, decidiu-se empregar uma metodologia semelhante à de Beltrami e Silva (2009). Essa decisão justifica-se pela necessidade de se estabelecer modelos com base nos mesmos critérios, para poder se realizar uma adequada comparação.

Utilizando o *software* Matlab foram determinados 450 modelos de redes neurais, que tinham como padrão a arquitetura de rede MLP com uma camada escondida e algoritmo de treinamento *backpropagation*. A diferença entre eles se dava apenas pela variação de seus pesos iniciais, quantidade de neurônios na camada escondida, função de ativação na camada escondida e função de ativação na camada de saída.

No que se refere aos pesos iniciais, empregou-se cinco valores diferentes [-1; -0,5; 0; 0,5; 1]. Assim, quando o peso inicial era estabelecido como sendo igual a zero, todos os pesos iniciais também eram iguais a zero. Analogamente, o mesmo ocorreu para os demais valores de peso.

Quanto ao número de neurônios na camada escondida, estes foram variados nas quantidades de 1 a 10 neurônios.

Já como função de ativação para a camada escondida, utilizou-se as funções Logsig, Purelin e Tansig. Neste caso, quando uma destas funções era escolhida para a camada escondida, todos os neurônios desta camada também tinham esta mesma função como função de ativação.

De forma análoga, para a camada de saída também foram empregadas as funções de

ativação: Logsig, Purelin e Tansig. Ressalta-se, no entanto, que a escolha de uma destas funções para a ativação da camada escondida não implica necessariamente na sua escolha para a camada de saída.

Em relação às variáveis de entrada e de saída, foram utilizadas as mesmas do modelo de SVR, isto é, preço da ação, preço de exercício e tempo em dias até o vencimento da opção como variáveis de entrada e preço da opção como saída.

5.5 Seleção do melhor modelo de RN

Após serem definidos os 450 modelos de RN's, escolheu-se dentre esses aquele que melhor captou o comportamento das opções. Para isso, foram utilizadas as séries de dados PETRB20, PETRB22, PETRB24, PETRB26 e PETRB28, classificadas conforme os três grupos de *moneyness*. A classificação dessas séries foi realizada calculando-se o grau de *moneyness* para cada uma de suas cotações e avaliando, a partir dos resultados, em qual dos grupos cada série permaneceu por mais tempo.

Para manter coerência com a metodologia de Beltrami e Silva (2009), nesta etapa do trabalho não foi feita diferenciação entre os dados de treinamento e de teste dos modelos de RN's, o que significa que os modelos foram treinados e testados com os mesmos dados. Lembrando, no entanto, que isso não influencia e nem desacredita o resultado final da pesquisa, visto que este procedimento é utilizado apenas para determinar o melhor modelo e não para gerar os resultados finais, que serão posteriormente comparados com os do SVR. Conforme será explicado na seção 5.6, os resultados finais serão determinados por meio de outro procedimento.

Em relação ao desempenho dos modelos estabelecidos, foram comparados os preços teóricos obtidos por meio de cada um dos modelos de redes neurais com os preços observados no mercado BOVESPA. A diferença entre esses valores foi calculada mediante o erro quadrático relativo médio (EQRM), dada por:

$$EQRM = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{m_i} - C_{t_i}}{C_{m_i}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

Onde: n = número total de observações, C_m = preço de fechamento observado no mercado e C_t = preço teórico obtido pelo modelo.

Além do cálculo do EQRM, levou-se em consideração a capacidade de generalização dos modelos, de forma a evitar a ocorrência do *overfitting*.

Sendo assim, analisando os resultados obtidos pelos 450 modelos, concluiu-se que o que melhor capta os movimentos do mercado e melhor precifica as opções, satisfazendo os critérios de baixo EQRM e alta generalização, é o modelo descrito pelos parâmetros: pesos iniciais igual a zero, camada escondida com quatro neurônios, função de ativação Logsig na camada escondida e função de ativação Logsig na camada de saída. Relembrando que se trata de uma rede MLP com uma camada escondida e algoritmo de treinamento *backpropagation*. A figura 2 ilustra a arquitetura da RN escolhida.

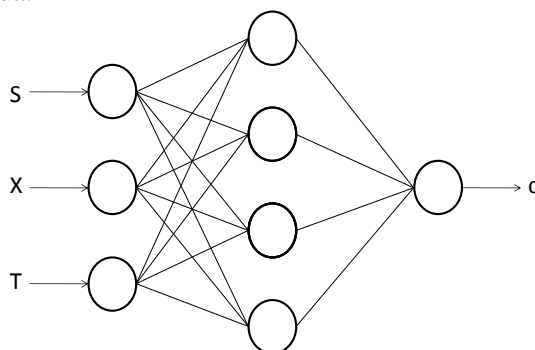


FIGURA 2 – ARQUITETURA DA REDE NEURAL ESCOLHIDA
Fonte: Os autores (2010).

5.6 Comparação entre os modelos de SVR e RN

Para comparar o desempenho das técnicas do SVR e RN, foram utilizadas as séries de opções PETRC22, PETRC24, PETRC26, PETRC28, PETRC30, PETRD26, PETRD28, PETRD30, PETRD32, PETRD34, PETRE26, PETRE28, PETRE30, PETRE32 e PETRE34. Novamente, as séries de dados foram classificadas conforme os grupos de *moneyness*, de forma que os desempenhos dos modelos de SVR e RN pudessem ser comparados em relação à precificação de opções dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro.

Para cada uma das séries avaliadas, com o intuito de gerar a primeira previsão de ambos os modelos selecionados, treinou-se estes algoritmos com uma amostra de dez pontos de treinamento. Nesses pontos estavam contidas informações de dez dias de negociações, o que equivale a duas semanas de transações em Bolsa de Valores. Tendo em vista as constantes mudanças do mercado, decidiu-se após a primeira previsão de preço, não gerar imediatamente as demais outras. Isto é, optou-se por fazer um novo treinamento incluindo os dados do dia anterior. Assim as informações de mercado seriam sempre atualizadas e aprendidas pelos algoritmos de SVR e de RN. Esse procedimento foi repetido sucessivamente até finalizar a previsão de toda a série de dados.

Após terem sido feitas todas as previsões dos dois modelos, avaliou-se o desempenho de cada um deles mediante o cálculo do EQRM, dado pela equação (15). Na sequência, para cada série de opções comparou-se o valor do EQRM obtido pelo modelo de SVR com o valor do EQRM obtido pelo modelo de RN.

Em complemento a avaliação anteriormente descrita, calculou-se também a capacidade, de ambos os modelos, de captar os movimentos de subida e descida dos preços das opções. Pois, em mercado de opções, tão importante quanto estimar valores teóricos próximos dos reais é prever quando o preço do contrato irá cair ou subir. Desta forma, comparou-se para cada série de opções avaliada, o percentual de acertos do movimento dos preços das opções, obtido pelo SVR e pela RN.

6. Resultados

Os resultados de EQRM e do percentual de acertos dos movimentos de preços, obtidos pelos modelos de SVR e RN, para as séries classificadas dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro, encontram-se respectivamente listados nas tabelas 1, 2 e 3.

TABELA 1- RESULTADOS PARA AS SÉRIES DE OPÇÕES CLASSIFICADAS DENTRO DO DINHEIRO

SÉRIE DE OPÇÕES	EQRM SVR	EQRM RN	ACERTOS SVR	ACERTOS RN
PETRC22	0,0715	0,0791	66,67%	71,79%
PETRC24	0,0899	0,1087	87,50%	68,75%
PETRD24	0,0447	0,1062	84,31%	74,51%
PETRD26	0,0453	0,1070	87,75%	75,51%
PETRE26	0,0305	0,0807	90,48%	73,81%
PETRE28	0,0578	0,1136	86,00%	72,00%

Fonte: Os autores (2010)

Analisando inicialmente os dados da tabela 1, observa-se a superioridade do SVR em precificar as séries de opções classificadas dentro do dinheiro. Pois, com base nos valores de EQRM, verifica-se que em 100% dos casos avaliados, o SVR obteve melhor desempenho. Ainda, com relação ao percentual de acertos dos movimentos de preços das opções, percebe-se que o SVR foi capaz de melhor captar as oscilações de mercado. O SVR apresentou maior percentual

de acertos em cinco das seis séries avaliadas, sendo a série PETRC22 a única em que a RN foi superior.

Tendo em vista que a menor diferença de valores de EQRM ocorreu na precificação da série PETRC22, decidiu-se mostrar esses resultados no gráfico 1, o qual ilustra os preços previstos pelos modelos e os definidos pelo mercado.

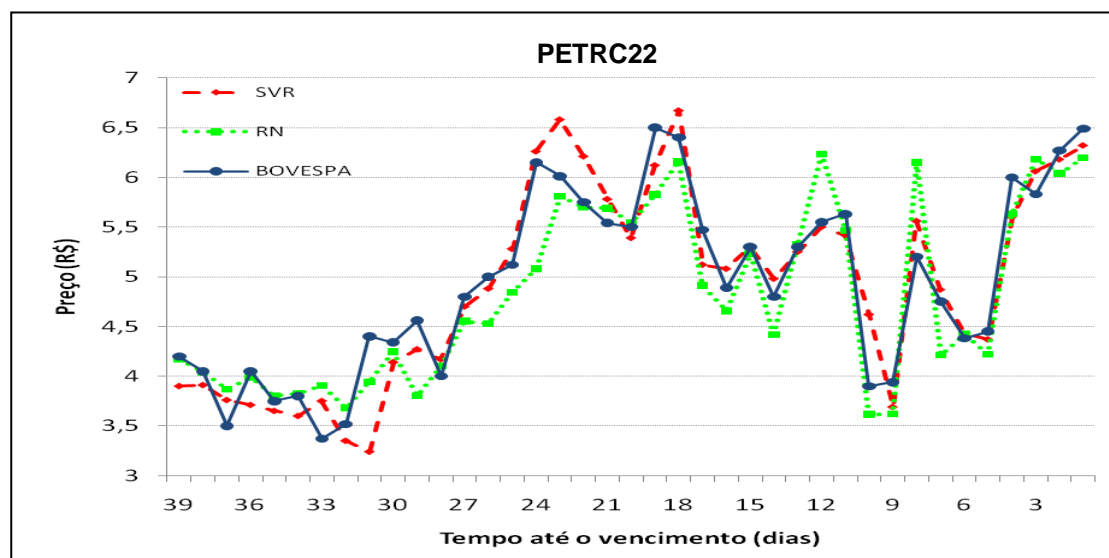


GRÁFICO 1 – PRECIFICAÇÃO DA SÉRIE DE OPÇÕES PETRC22

Fonte: Os autores (2010)

Pelo gráfico 1, observa-se que ambos os modelos conseguiram captar satisfatoriamente os movimentos do mercado, principalmente nas últimas semanas de negociação da opção PETRC22. Entretanto, os valores previstos pelo SVR foram muito mais próximos aos valores reais da BOVESPA.

TABELA 2- RESULTADOS PARA AS SÉRIES DE OPÇÕES CLASSIFICADAS NO DINHEIRO

SÉRIE DE OPÇÕES	EQRM SVR	EQRM RN	ACERTOS SVR	ACERTOS RN
PETRC26	0,0823	0,3091	82,50%	67,50%
PETRD28	0,0970	0,1367	79,17%	70,83%
PETRE30	0,0784	0,1291	79,59%	71,43%

Fonte: Os autores (2010)

Com relação à precificação de opções classificadas no dinheiro, obtiveram-se os resultados listados na tabela 2. Por meio desses, constata-se que a diferença entre os acertos percentuais do movimento de preços, encontrados para os modelos de SVR e RN, foi menor do que a verificada para as séries classificadas dentro do dinheiro. No entanto, no que diz respeito ao desempenho dos algoritmos (EQRM), houve uma superioridade considerável por parte do SVR, especialmente para série PETRC26, na qual o EQRM da RN foi muito maior.

Para ilustrar a precificação de opções no dinheiro, escolheu-se a série de opções PETRD28, cuja diferença de valores do EQRM entre os modelos foi menor.

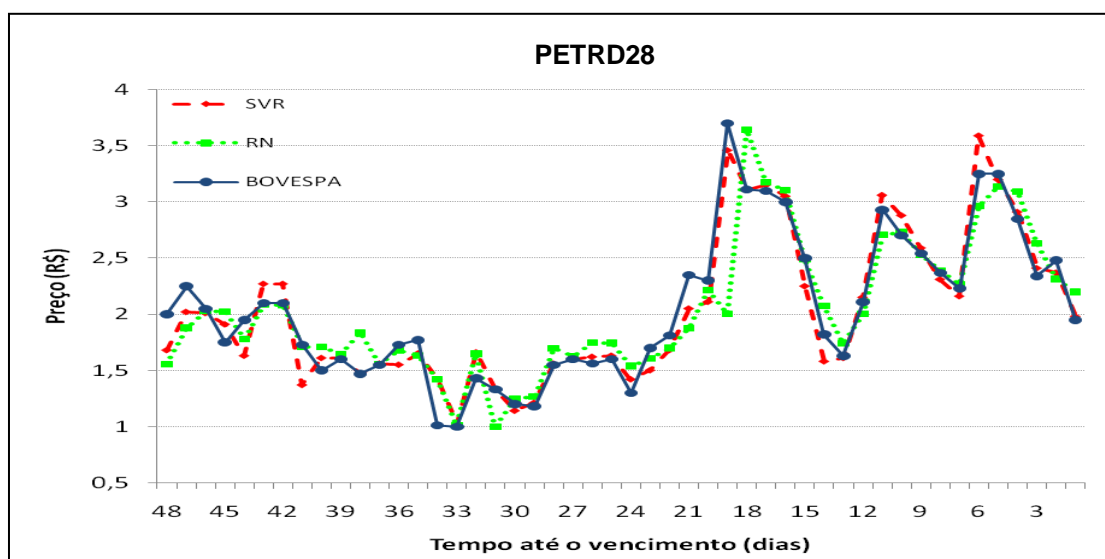


GRÁFICO 2 – PRECIFICAÇÃO DA SÉRIE DE OPÇÕES PETRD28

Fonte: Os autores (2010)

Pelo gráfico 2, observa-se novamente que ambos os modelos conseguiram captar adequadamente os movimentos de mercado na precificação da série PETRD28. Ainda, nota-se que a partir das três primeiras semanas de negociação, os valores previstos pelo SVR foram muito próximos aos estabelecidos pelo mercado.

TABELA 3- RESULTADOS PARA AS SÉRIES DE OPÇÕES CLASSIFICADAS FORA DO DINHEIRO

SÉRIE DE OPÇÕES	EQRM SVR	EQRM RN	ACERTOS SVR	ACERTOS RN
PETRC28	0,1425	0,3331	76,47%	64,71%
PETRC30	0,3564	0,6412	70,27%	54,05%
PETRD30	0,1262	0,3230	69,77%	74,42%
PETRD32	0,3275	1,5102	68,42%	68,42%
PETRE32	0,2372	0,9207	86,05%	62,79%
PETRE34	0,4815	1,8635	64,71%	58,82%

Fonte: Os autores (2010)

Já para a precificação de opções classificadas fora do dinheiro, obtiveram-se os resultados da tabela 3. Por meio desses, constata-se que o SVR apresentou, em 100% dos casos, valores de EQRM muito menores que os da RN. Em relação ao percentual de acertos de movimento de preços, o SVR também mostrou superioridade em quatro das seis séries avaliadas e igualdade em uma delas.

O gráfico 3 ilustra os resultados da única série, PETRC30, em que o SVR apresentou menor número de acertos do movimento de preços. Por meio deste mesmo gráfico, nota-se que apesar do menor número de acertos, o desempenho do SVR é de modo geral muito melhor, pois seus preços são bem mais condizentes com a realidade do mercado.

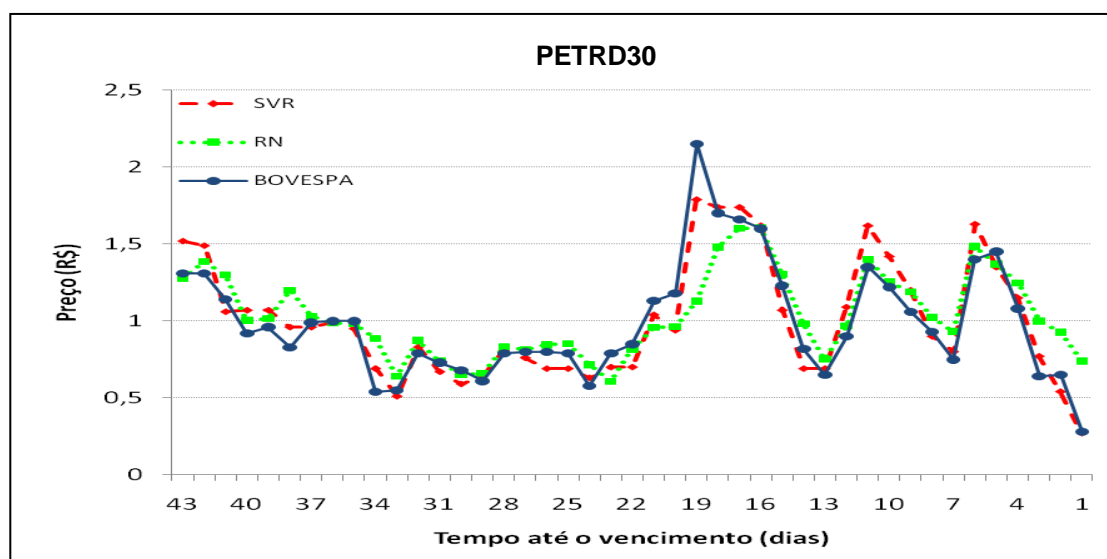


GRÁFICO 3 – PRECIFICAÇÃO DA SÉRIE DE OPÇÕES PETRD30.

Fonte: Os autores (2010)

7. Conclusão

Os resultados encontrados neste trabalho mostraram, a partir das comparações feitas com os valores de mercado, que o desempenho do SVR foi superior ao da RN na precificação de opções classificadas dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro.

Com relação ao EQRM, o modelo de SVR apresentou melhores resultados para todas as séries de opções analisadas.

Entretanto, vale à pena ressaltar que tanto o SVR quanto a RN tiveram seus menores valores de EQRM provenientes da precificação de opções dentro do dinheiro, e que esses valores aumentaram conforme os contratos tornavam-se fora do dinheiro. Desta forma, conclui-se que o grau de *moneyness* exerce influência na qualidade da previsão de preços, e que a classificação dos dados nos três grupos de *moneyness* permite uma análise mais profunda dos resultados e do comportamento do mercado de opções.

No que tange ao percentual de acertos dos movimentos de subida e descida dos preços das opções, observou-se que ambas as técnicas conseguiram fornecer resultados satisfatórios. No entanto, o SVR apresentou um percentual de acertos maior que o da RN, mostrando-se superior em doze das quinze séries avaliadas, o que confirma sua alta capacidade de acompanhar as oscilações do mercado.

Destaca-se ainda que devido às opções de compra da Petrobras PN consistirem em um dos títulos de opções de maior liquidez no Brasil, os resultados encontrados nesse trabalho tornam-se bastante expressivos para a realidade brasileira e ressaltam a confiabilidade do modelo de SVR na precificação de opções.

Referências

BELTRAMI, M; SILVA, A. C. L da. Precificação de opções utilizando modelos de *Support Vector Regression* – uma aplicação no mercado brasileiro. *Anais do XVI Simpósio de Engenharia de Produção*, 2009.

BRAGA, A. de P; CARVALHO, A. P. de L. F. de; LUDERMIR, T. B. *Redes neurais artificiais: teoria e aplicações*. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

- DIAS, M. S.** *O uso de máquina de suporte vetorial para regressão (SVR) na estimação da estrutura a termo da taxa de juros do Brasil*. 77 f. Dissertação. (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2007.
- FREITAS, S. O.** de. *Utilização de modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções*. 106 f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Departamento de Ciências Administrativas, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2001.
- HAYKIN, S. S; ENGEL, P. M.** *Redes neurais: princípios e prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HISSA, M.** *Investindo em opções: Como aumentar seu capital operando com segurança*. 5. ed. Rio de Janeiro: Elsevier: Campus, 2007.
- MORELLI, M. J. et al.** Pricing financial derivatives with neural networks. *Physica A*. p.160-165, v. 338, July, 2004.
- PIRES, M. M; MARWALA. T.** American Option Pricing Using Multi-Layer Perceptron and Support Vector Machine. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. v.2. p.1279-1285, October, 2004.
- PIRES, M. M; MARWALA. T.** American Option Pricing Using Bayesian Multi-Layer Perceptron and Bayesian Support Vector Machine. *IEEE 3rd International Conference on Computational Cybernetics*. p.219-224, April, 2005.
- RUSSELL, S. J; NORVIG, P.** *Artificial intelligence: a modern approach*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall International, 1995.
- SAMUR, Z. I; TEMUR, G. T.** The Use of Artificial Neural Network in Option Pricing: The Case of S&P 100 Index Options. *World Academy of Science, Engineering and Technology*. p.326-331, v. 54, 2009.
- SMOLA, J.A; SCHÖLKOPF, B.** A Tutorial on Support Vector Regression. *Statistics and Computing*, 14, p.199-222, 2004.
- TAY, F. E. H; CAO, L.** Application of support vector machines in financial time series forecasting. *The International Journal of Management Science*. Elsevier. p.309- 317, 2001.
- TRAFALIS, T. B; INCE, H.** Support Vector Machine for Regression and Applications to Financial Forecasting. *Proceedings of the IEEE-INNS-ENNS International Joint Conference on Neural Networks*. Como, Italy. v. 6. p. 348- 353, July, 2000.
- YANG, H.; CHAN, L.; KING, I.** Support Vector Machine Regression for Volatile Stock Market Prediction. *Intelligent Data Engineering and Automated Learning- IDEAL*, Heidelberg, v. 2412. p. 143-152, January, 2002.