

# SEQUÊNCIA DIDÁTICA

**DISCIPLINA:** Estrutura de Dados

Especificação: Sequência didática utilizando material tátil acessível para pessoas com deficiência visual.

**Autor:** Allan George Bezerra (allangeorge@virtual.ufc.br )

**Instituição:** Universidade Federal do Ceará – Mestrado Profissional em Tecnologia Educacional (ppgte.ufc.br)

**TEMA:** Introdução à Árvore Binária de Busca, usando o material tátil.

## CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Representação de uma árvore binária no material tátil.
- Trabalhar no desenho da Árvore Binária os conceitos: Raiz, folha, subárvore e altura.
- Execução dos algoritmos de Inserção e Remoção em uma Árvore Binária de Busca.
- Execução do algoritmo para percorrer uma Árvore Binária de Busca em Pré-Ordem.

## HABILIDADES

- O aluno aprenderá como utilizar o material tátil para construir a estrutura de dados Árvore Binária de Busca. Ele será orientado sobre a utilização das peças e como tatear o material para compreender o desenho geral da estrutura, assim como os elementos que a compõem.
- O discente saberá identificar alguns conceitos da estrutura de dados Árvore Binária, através do desenho formado no material tátil, tais como: Raíz, nó folha, subárvore e altura.
- O discente aprenderá a construir uma Árvore Binária de Busca utilizando o método de Inserção, e poderá fazer alterações com o método de Remoção de elementos.
- O discente aprenderá a percorrer a árvore utilizando o algoritmo de Pré-Ordem. Ficando apto a percorrer, também, com os algoritmos de Pós-Ordem e Em Ordem.

## Tempo da sequência didática

Cerca de 110 minutos.

Caso queira dividir em duas aulas:

Aula 1 – Partes 1 e 2: 60 minutos;

Aula 2 – Partes 3 e 4: 60 minutos.

### **Materiais necessários para a sequência didática**

- Material educacional tátil completo: 5 Caixas organizadoras, Números de 1 a 20, 2 Bases de 8 folhas e Raiz conectora;
- Mesa com superfície de pelo menos 90cm de comprimento e 50cm de largura, aproximadamente;
- Computador equipado com leitor de tela, celular ou outro meio acessível para o aluno fazer anotações ou ler materiais enviados pelo professor.

## **AULA**

### **Organização**

É importante que os alunos com deficiência visual tenham uma mesa com superfície de tamanho suficiente para comportar o material com conforto. Se ele precisar utilizar o computador, é importante que esta mesa esteja bem próxima para que ele possa se mover facilmente e acessar algo.

O material tátil será utilizado para “desenhar” a estrutura de Dados Árvore Binária, da mesma forma que os demais alunos irão desenhar ou observar na lousa os desenhos visuais. Portanto, espera-se que o discente com deficiência visual seja capaz de acompanhar os desenhos pelo material montado, assim como fazer ou responder aos questionamentos feitos durante a aula.

Quando o professor for ministrar os conteúdos propostos nesta Sequência Didática, total ou em partes, é indicado que seja descritivo em suas ações, como:

- Ao escrever na lousa, ditar tudo que está escrevendo;
- Ao apresentar slides, descrever o conteúdo das imagens, e, se importante for, ler o conteúdo projetado;
- Quando for utilizar o desenho de uma Árvore Binária para os exemplos, passe a sequência de números para os alunos com deficiência visual que estarão utilizando o material tátil. Se eles já souberem executar o algoritmo de Inserção, eles saberão construir a árvore a partir da sequência informada. O ideal é que a sequência seja informada ao discente com deficiência visual, antes de desenhar a imagem, ou, caso ela já esteja pronta no slide, você pode preparar um documento digital acessível com antecedência, contendo a lista de sequências numéricas para montagem das árvores. No momento da aula, bastará informar qual a sequência de números que o discente deverá utilizar. Ele poderá acessar o documento de texto pelo celular ou computador.

- Caso o desenho da árvore seja improvisado, ou seja, no momento da aula, o professor poderá executar rapidamente o algoritmo que percorre a árvore em pré-ordem. A sequência numérica resultante poderá ser repassada para o aluno por e-mail ou formato digital que o permita acessar pelo celular ou computador. A árvore binária resultante da inserção dos elementos dessa sequência será igual a que o professor desenhou improvisadamente.

- Quando for apontar um elemento na árvore, além de dizer o valor do nó, é importante descrever sua posição de forma clara e sucinta. Algumas sugestões são: “O nó raiz com valor 18”, “Aqui, no terceiro nível, o quarto nó da esquerda para direita, de valor 10”, “Descendo para a esquerda, temos o nó X” ou “No nível 4 da árvore, o segundo nó, de valor 2, é um nó folha” (se já acertar com o aluno que a contagem de nós é da esquerda para direita, não precisará informar que se deve contar nessa direção, pois já fica subentendido).

## **Introdução**

A aula ocorrerá normalmente, para toda a turma, incluindo o discente com deficiência visual. Ele já deve estar posicionado com o material montado. O professor deve verificar se o aluno precisará montar a base completa de 16 folhas, ou se apenas uma Base de 8 folhas já é o suficiente para todos os exemplos a serem trabalhados na aula.

Com a aula descritiva, tendo as informações passadas ao aluno com deficiência visual antecipadamente, e dando um acesso fácil e ágil ao dispositivo preferível por ele (celular, computador, notebook etc.), espera-se que a aula siga sem a necessidade de mais adaptações, além das citadas anteriormente.

Caso o professor organize o seu cronograma de aulas de forma incompatível a esta sequência didática, ele pode fazer uma divisão dos conteúdos, trabalhando as partes 1 e 2 em uma aula, e as partes 3 e 4 em um outro momento.

## **Desenvolvimento**

### **Parte 1: Construindo uma Árvore Binária**

1- Construa uma Árvore Binária no material tátil.

O discente deve colocar as peças numéricas nos encaixes na Base de 8 folhas. Por ser uma peça mais simples e compacta, o entendimento do desenho da estrutura será mais fácil. Aproveite para desenhar na lousa a mesma estrutura de árvore que o discente com deficiência visual está montando na base.

O encaixe deve seguir uma ordem: Iniciando pelo encaixe do primeiro nível, depois os encaixes no segundo nível. Quando preencher todos os espaços, o discente poderá passar para o próximo nível. O último nível (nível 4) não precisa ser totalmente preenchido.

## 2- Compreenda o desenho de uma Árvore Binária.

O discente deve utilizar as mãos para sentir as peças encaixadas, e perceber as ligações entre um número e o outro encaixado logo abaixo. Se quiser, pode usar uma das mãos para percorrer, e a outra para segurar a base através do círculo vazado, caso queira manter o material mais firme.

O professor pode verbalizar todos os elementos da árvore, informando o caminho que está percorrendo ("A raiz é o número X, descendo pela esquerda temos o nó Y, indo a esquerda novamente, temos o número Z"). Outra opção é pedir que o próprio aluno com deficiência visual verbalize os nós visitados e os caminhos que vai percorrendo, conforme a orientação do professor ("Segue para o nó raiz. Qual o valor dele? Descendo pelo caminho a esquerda, qual o valor desse nó?" etc.).

Cada número encaixado é um nó da árvore, ignore os encaixes vazios. As linhas em alto relevo são as ligações entre nós de níveis diferentes.

## 3- Modifique o desenho da Árvore Binária

O discente deve remover alguns nós da árvore construída no material. A remoção pode ser feita de forma aleatória, ou sob orientação do professor.

Se o professor preferir, ele pode orientar o aluno com deficiência visual a escolher os elementos a serem removidos, e pedir que ele vá informando o caminho que vai fazendo, ou o próprio professor pode ir informando isso para que o aluno vá sempre acompanhando e confirmando o caminho percorrido, já que o desenho trabalhado na lousa é o mesmo que o do material tátil.

Um nó só pode permanecer na base, caso haja uma conexão com outro nó posicionado em um nível acima dele. Caso contrário, ele deve ser removido. Lembre-se que toda peça removida deve ser guardada na sua respectiva caixa organizadora, de forma ordenada, para facilitar sua busca nas próximas atividades.

Após a remoção, o discente deve percorrer a estrutura formada com as mãos. A exploração deve começar pelo único nó no primeiro nível, e depois descendo pelas ligações que conectam a outros nós em níveis mais baixos.

O discente deve compreender a estrutura como um todo para perceber como ficou o seu desenho, ignorando os espaços de encaixe vazios.

Esse momento, também, pode ser guiado de forma verbal pelo professor ou pelo próprio aluno com deficiência visual.

## Parte 2: Conceitos básicos de uma Árvore Binária

### 4- Identifique os Nós e a Raiz da Árvore Binária construída

Primeiramente, caso tenha dificuldades com o desenho restante da árvore anterior, o discente poderá reposicionar os nós nos espaços vazios, deixando todos os níveis utilizados preenchidos.

Cada elemento numérico da árvore é um nó.

O nó chamado Raiz é o primeiro nó que inicia a Árvore Binária. Ele fica sozinho no primeiro nível. Identifique este nó.

5- Identifique os Filhos a Esquerda e os Filhos a Direita.

Cada nó tem duas ligações que os conectam a um espaço de encaixe no nível logo abaixo dele. Uma ligação para a esquerda e outra para a direita. Partindo da raiz, uma ligação direcionada para a esquerda irá conectá-la a outro nó, no nível logo abaixo. Esse é o Nó Filho a Esquerda, ou somente o seu Filho a Esquerda. Partindo da raiz novamente, seguindo agora pela outra ligação, a qual se encaminha pela direita, chegamos ao Nó Filho a Direita da raiz, ou somente Filho a Direita da raiz.

Percorra os nós da árvore, e identifique o filho a esquerda e o filho a direita de cada um.

6- Identifique o que é um Nó Pai.

Excetuando a raiz, todos os nós são filhos a esquerda ou à direita de um nó em nível superior. Escolha um nó na árvore, que não seja a raiz. A ligação que sai dele para o nível logo acima, o levará ao seu Nó Pai.

7- Identifique as Folhas.

Percorra a árvore com o seu tato e procure por nós que não tem nenhum filho, nem a esquerda, nem a direita. Provavelmente eles estarão nos níveis mais baixos, podendo haver exceções, a depender de como a árvore está desenhada. Os nós que não possuem nenhum filho são chamados de Nós Folha, ou simplesmente Folhas. Identifique todas as folhas da árvore.

8- Identifique uma subárvore.

O conjunto formado por um nó e todos os outros acessíveis a partir dele, seguindo até às folhas, é uma subárvore da árvore principal.

Escolha um nó qualquer da árvore, que não seja a raiz. Percorra todos os nós abaixo dele, até chegar às folhas. Esse nó é a raiz de uma subárvore da árvore principal. Tente identificar mais subárvores.

9- Calcule a altura da árvore.

Para calcular a altura de uma árvore, primeiramente é necessário saber contabilizar a distância entre dois nós. A distância entre dois nós é a quantidade de ligações percorridas para sair de um até chegar ao outro.

A Altura de um nó qualquer, é a distância dele até a folha do nível mais baixo. Lembrando que as ligações percorridas para calcular a altura, devem sempre seguir descendo pelos nós filhos. Escolha alguns nós da árvore e calcule a altura deles.

A altura da árvore é a altura de sua raiz. Ou seja, a distância da raiz até o nó folha de nível mais baixo. Calcule a altura da árvore montada no material tátil.

Escolha algumas subárvores e calcule a altura delas.

Após concluir esta parte da sequência e compreender alguns conceitos sobre Árvore Binária, esvazie a base de todos os nós, lembrando de guardar todos os números de forma ordenada em suas respectivas caixas organizadoras.

### **Parte 3:** Construindo uma Árvore Binária de Busca

10- Construa uma Árvore Binária de Busca, inserindo os elementos: 10, 13, 11, 6, 12, 22, 9, 20, 23, 8, 5.

Uma Árvore Binária de Busca é uma Árvore Binária que segue algumas regras para se manter ordenada. Para isso, ela tem a característica de que todo elemento adicionado a ela já é inserido de forma ordenada. Para isso, o Algoritmo de Inserção de qualquer elemento segue a seguinte regra:

O elemento é inserido a partir da raiz;

Se o espaço estiver vazio, adicione o elemento naquele espaço;

Se não estiver vazio, verifique o seguinte:

Se o número a ser inserido for menor, siga para o espaço de encaixe a esquerda.

Se o número a ser inserido for maior, siga para o espaço de encaixe a direita.

Repita esses procedimentos até encontrar um espaço vazio para o novo elemento ser encaixado na base.

FIM

Execute esse algoritmo para inserir todos os números da sequência indicada neste passo.

O professor pode verificar se a árvore resultante, após a inserção de todos os nós, está correta. Isso irá assegurar que o discente acompanhará os próximos passos de forma sincronizada à árvore mostrada na lousa ou projeção, pelo professor.

O discente pode tatear a árvore construída para compreender sua forma, identificar a raiz, as folhas, calcular a altura da árvore etc.

11- Remova os elementos 8, 11, 13.

Da mesma forma que a Inserção, a Remoção de elementos não pode mudar a característica de uma árvore ordenada da estrutura. Assim, quando um elemento é removido, a árvore deve continuar ordenada, seguindo a regra de que, para cada nó, os elementos menores ficam a sua esquerda, e os elementos maiores ficam a sua direita.

Para remover os elementos, siga o Algoritmo de Remoção:

Se o nó removido for uma folha, basta deletá-lo e transformá-lo em nulo (encaixe vazio).

Se o nó removido tiver apenas um filho, ele será deletado e o seu filho fica no seu lugar.

Se o nó removido tiver dois filhos

Busca-se o sucessor.

O sucessor é o nó mais à esquerda do filho à direita do nó removido. (Basta dar um passo a direita, e depois seguir somente para a esquerda até não ter mais filho a esquerda. Esse nó será o sucessor).

Mova o sucessor para o lugar do nó removido.

Se o sucessor não tiver filhos, então basta deletá-lo.

Se o sucessor tiver um filho (que neste caso seria à direita), basta agir como se tivesse ocorrido uma operação de remoção no sucessor, ou seja, o nó filho do sucessor ficará no seu lugar.

FIM

Use o algoritmo de remoção para remover os elementos solicitados.

O professor pode verificar se a árvore resultante, após as remoções, está correta.

O discente pode tatear a árvore construída para compreender sua forma, identificar a raiz, as folhas, calcular a altura da árvore etc.

#### **Parte 4: Percorrendo uma Árvore Binária de Busca**

12- Percorra a árvore usando o algoritmo de Pré-Ordem.

Existem três algoritmos para percorrer todos os nós de uma árvore binária, e tendo a sequência de todos os seus valores em uma sequência resultante. Os algoritmos são: Pré-Ordem, Pós-Ordem e Em Ordem.

Ao percorrer uma árvore binária, nenhum nós é removido ou inserido. Apenas há o registro os valores visitados durante a execução do algoritmo, formando uma sequência de números, na ordem em que os elementos foram visitados.

O Algoritmo de Pré-Ordem registra o valor dos nós visitados seguindo a seguinte regra: Registra-se a Raiz, registra-se o filho a esquerda e registra-se o filho a direita.

Para cada nó analisado/visitado, é preciso tratá-lo como uma nova árvore ou subárvore, dessa forma, um filho a esquerda, que é visitado, passa a ser considerado uma raiz de uma subárvore, e o seu valor já entra para a sequência de números. Quando não houver

mais filhos a esquerda, aí o filho a direita é analisado, para somente depois subir para analisar os filhos a direita do pai dessa subárvore. Isso ocorre por ser um algoritmo recursivo.

Algoritmo Pré-Ordem:

Inicia analisando a Raiz da árvore.

Registrar valor da raiz;

Desce para filho a esquerda;

Se houver um nó, trata-o como nova raiz, e repete o processo do início;

Se estiver vazio, volta para o nó pai e desce para o filho da direita;

Se houver um nó, trata-o como nova raiz e repete o processo desde o início;

Se estiver vazio, sobe até um nó pai cujo tenha um filho que não foi analisado e registrado na sequência e desce para o seu filho à direita, trata esse filho como nova raiz e repete o processo do início.

Se voltar para a raiz da árvore principal, e já tiver analisado o seu filho a esquerda e a direita, então todos os elementos foram registrados na sequência.

FIM

Em resumo, a ordem de visita dos nós ao percorrer uma árvore é:

Pré-Ordem: Raiz, Filho a Esquerda, Filho a Direita.

Em Ordem: Filho a esquerda, Raiz, Filho a direita.

Pós-Ordem: Filho a esquerda, Filho a direita, Raiz.

O discente deve executar o algoritmo de pré-ordem e anotar a sequência de números resultante do processo, no local que preferir, celular, computador etc.

## **Conclusão**

O professor deve analisar os resultados da atividade e o desempenho do aluno na utilização do material e compreensão do conteúdo. Se for fazer alguma correção, e tiver dificuldades de orientar verbalmente, pode perguntar, ou já ter combinado com o aluno antes, se pode tocar a mão dele para conduzir o toque até o local correto do material que deseja tecer alguma explicação. Em geral, apenas a orientação com as coordenadas será o suficiente (“O terceiro nível, o quarto nó, de valor X”).



Esta sequência pode ser muito longa para apenas uma aula, a depender do nível dos alunos, então pode ser necessário dividir as atividades em duas aulas, deixando a execução dos algoritmos para um segundo momento, dando tempo para o aluno exercitar o uso do material na montagem de uma árvore e os conceitos trabalhados.

O professor pode preparar algumas sequências de números para o discente com deficiência visual montar algumas árvores binárias em casa. Se ela tiver uma altura igual a 4 (quinto nível do material) ele poderá montar a base de 16 folhas, que permite uma árvore desta altura. Indica-se, sempre que possível, trabalhar árvores com altura até 3, para agilizar o uso de um material mais compacto. Entretanto, não é preciso prejudicar a abordagem do conteúdo por esse motivo, se for vantajoso para o aprendizado trabalhar uma árvore maior, então deve-se aproveitar o potencial total do material tátil.

O professor pode solicitar que o discente também execute os três algoritmos para percorrer uma árvore binária em casa, enviando posteriormente a sequência de números resultante.

O feedback do discente com deficiência visual é importante. Então, o professor pode perguntar, ao final da aula, se há alguma mudança na metodologia que possa melhorar a execução das aulas ou atividades propostas, como passar os números para montagem da estrutura com antecedência, pedir que o material já seja montado antes que a aula inicie, ser mais descritivo durante a explicação etc.

## **Avaliação**

Se tiver passado exercício de casa, o professor deve avaliar as sequências enviadas pelo aluno. Se necessário, pode pedir filmagens ou fotografias durante o momento de mudanças na estrutura do material, durante a execução dos algoritmos.

O professor deve verificar as respostas dadas pelo aluno com deficiência visual e verificar, no caso de erros, se isso ocorreu pela falta de compreensão do conteúdo, ou se foi um manuseio equivocado do material ou montagem errada da estrutura.

Verifique se o aluno respondeu as atividades de sala ou de casa de forma correta, sabendo identificar os elementos das árvores construídas com as sequências de números disponibilizadas, e se os algoritmos foram executados corretamente.

## **FINALIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA**

O aluno deve conseguir identificar todos os elementos de uma Árvore Binária (Raiz, Folha, filho a esquerda, subárvore etc.). O professor pode verificar isso através das respostas dos exercícios enviadas por e-mail, por exemplo.

Da mesma forma, o discente com deficiência visual deve saber executar os algoritmos de inserção, remoção e para percorrer a Árvore Binária de Busca. Se possível, o discente pode fazer registros do manuseio do material, através de fotos ou vídeos, se ele conseguir. Caso contrário, o professor pode reservar um momento para pedir que o

discente revise alguns conceitos sob sua observância, para verificar se ele está absorvendo o conteúdo.