

Árvores AVL

Projeto de arquivos
Prof. Allan Rodrigo Leite

Árvores binárias

- Balanceamento de árvores
 - Árvore degenerada
 - Ocorre quando cada nível da árvore apresenta um único nó
 - Neste caso a árvore representa uma estrutura linear
 - Uma busca nesta árvore corresponde a complexidade $O(n)$
 - Árvore cheia ou completa
 - Uma árvore cheia possui um balanceamento perfeito
 - Todos os nós possuem dois filhos, exceto os nós folhas
 - Uma busca nesta árvore corresponde a complexidade $O(\log n)$

Árvores binárias

- Benefícios de uma árvore balanceada
 - Minimizam o número de comparações efetuadas no pior caso
- Para garantir esta propriedade, é necessário
 - Reconstruir a árvore em seu estado ideal a cada alteração de estrutura
 - Operações de inclusão, exclusão ou alteração (quando envolver a chave)
 - Para cada operação acima, pode ser necessário um balanceamento
 - Balanceamento consiste em reequilibrar a árvore em suas dimensões
 - Isto é, largura e altura

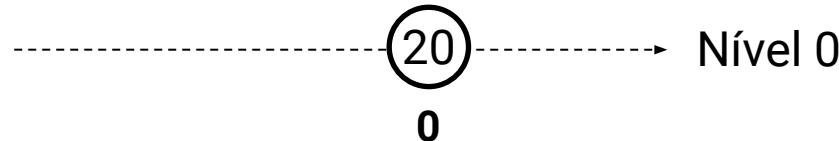
Árvores AVL

- Árvore AVL é uma árvore binária altamente balanceada
 - Introduzida por Adelson-Velskii e Landis, 1962
 - A cada inserção ou exclusão, é executada uma rotina de平衡amento
 - Visam manter a altura da subárvore à esquerda e à direita equilibradas
 - Formalmente
 - Alturas das subárvore à esq. e dir. diferem-se, no máximo, em uma unidade
 - Para este cálculo, usa-se o fator de balanceamento (FB)

FB = altura da subárvore esquerda – altura da subárvore direita

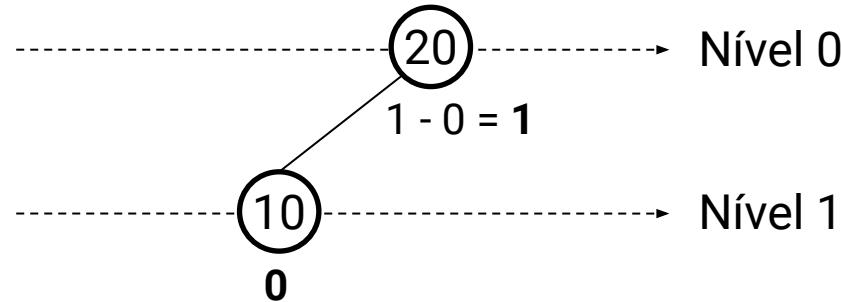
Árvores AVL

- Exemplo
 - 20



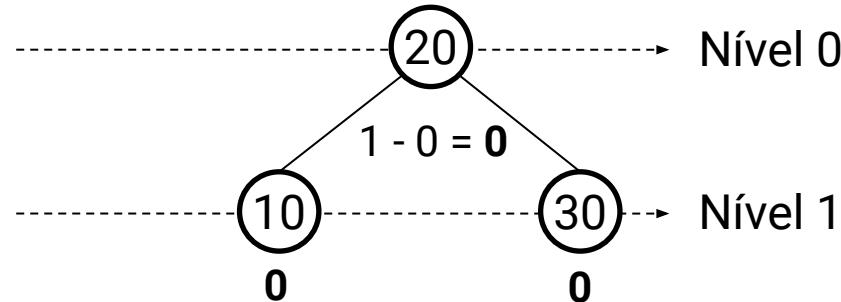
Árvores AVL

- Exemplo
 - 20
 - 10



Árvores AVL

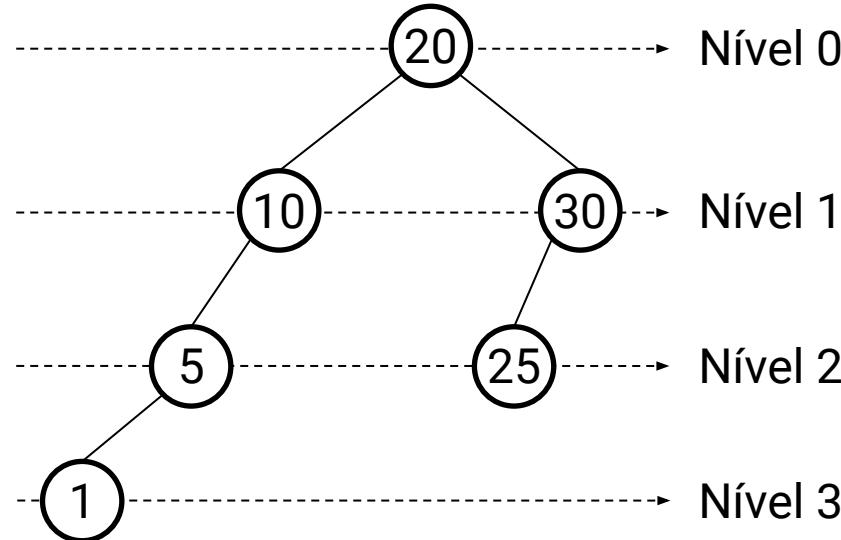
- Exemplo
 - 20
 - 10
 - 30



Árvores AVL

- Exemplo

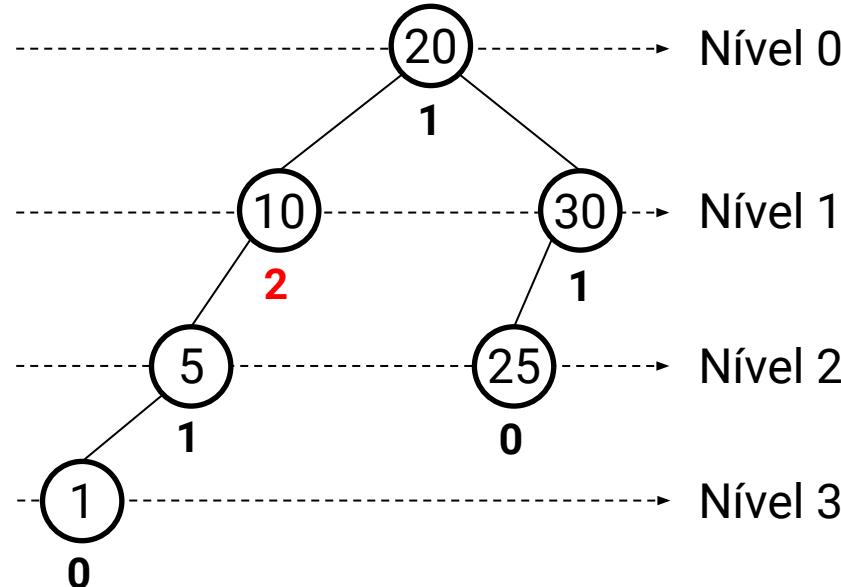
- 20
- 10
- 30
- 5
- 25
- 1



Árvores AVL

- Exemplo

- 20
- 10
- 30
- 5
- 25
- 1

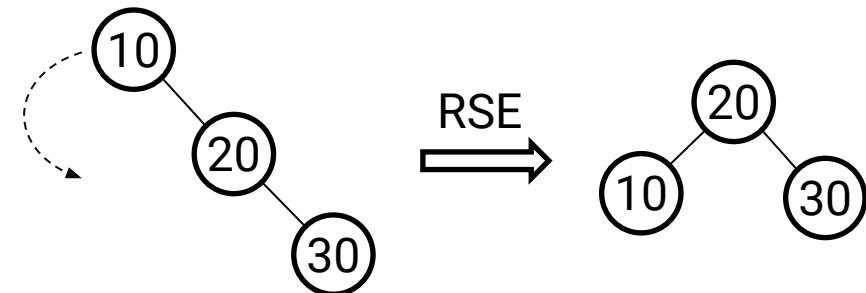


Operações de rotação

- Quando a árvore está desbalanceada, é possível realizar as seguintes operações para balanceá-la novamente
 - Rotação simples
 - Rotação simples à esquerda (RSE)
 - Rotação simples à direita (RSD)
 - Rotação dupla
 - Rotação dupla à esquerda (RDE)
 - Rotação dupla à direita (RDD)
- Quando o FB resultar em um valor diferente de 0, -1 ou 1, deverá ser realizada uma das operações de平衡amento

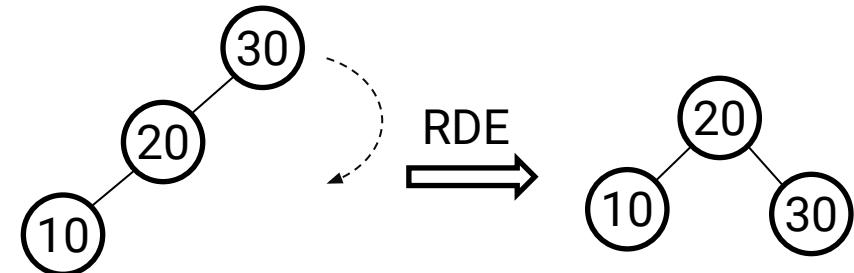
Operações de rotação

- Rotação simples à esquerda (RSE)
 - Neste caso a subárvore está mais alta (profunda) no lado direito
 - Situação para realização de uma RSE
 - FB do nó desbalanceado for negativo e;
 - Nó à direita também apresentar FB negativo
- Exemplo: RSE(10,20)
 - Nó 10 passa a ser filho de 20
 - Nó 20 passa a ser pai de 10 e 30



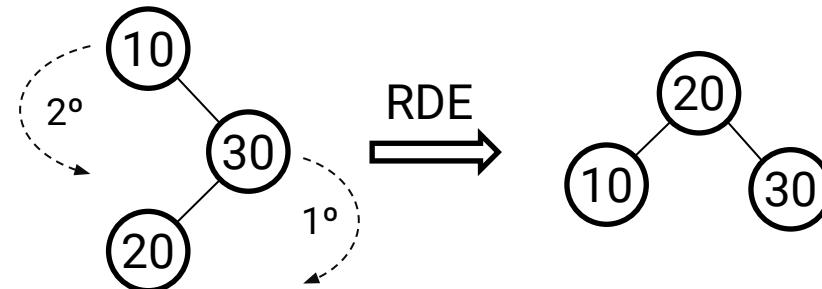
Operações de rotação

- Rotação simples à direita (RDE)
 - Neste caso a subárvore está mais alta (profunda) no lado esquerdo
 - Situação para realização de uma RDE
 - FB do nó desbalanceado for positivo e;
 - Nó à esquerda também apresentar FB positivo
- Exemplo: RDE(30,20)
 - Nó 30 passa a ser filho de 20
 - Nó 20 passa a ser pai de 10 e 30



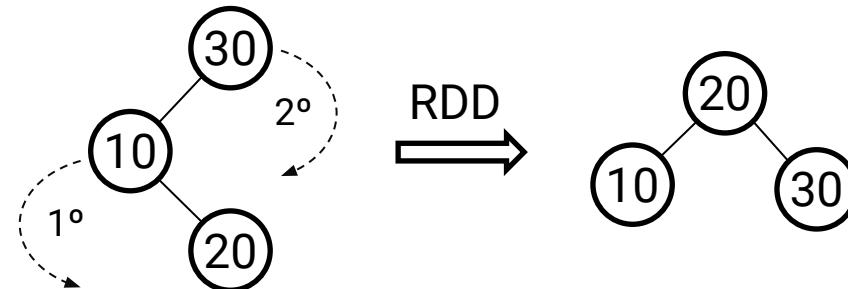
Operações de rotação

- Rotação dupla à esquerda (RDE)
 - Neste caso a subárvore está mais alta (profunda) no lado direito
 - Situação para realização de uma RDE
 - FB do nó desbalanceado for negativo e;
 - Nó a direita apresentar FB positivo
- Exemplo: RDE(10,30)
 - RSD(30,20)
 - RSE(10,20)



Operações de rotação

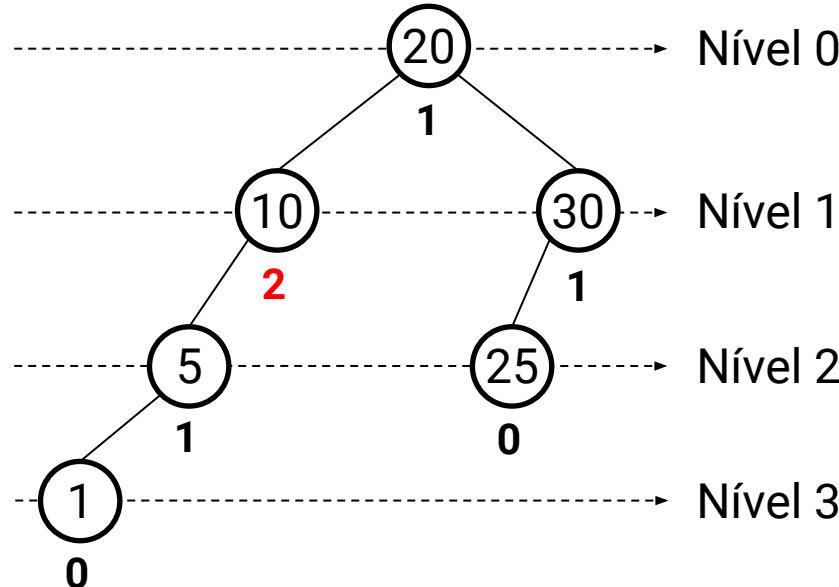
- Rotação dupla à direita (RDD)
 - Neste caso a subárvore está mais alta (profunda) no lado esquerdo
 - Situação para realização de uma RDD
 - FB do nó desbalanceado for positivo e;
 - Nó a direita apresentar FB negativo
- Exemplo: RDD(30,10)
 - RSE(10,20)
 - RSD(30,20)



Árvores AVL

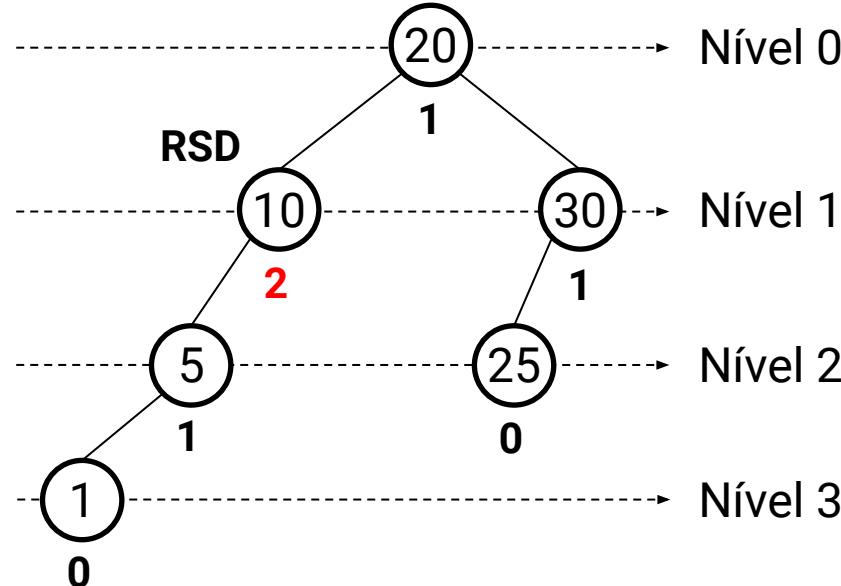
- Exemplo

- 20
- 10
- 30
- 5
- 25
- 1



Árvores AVL

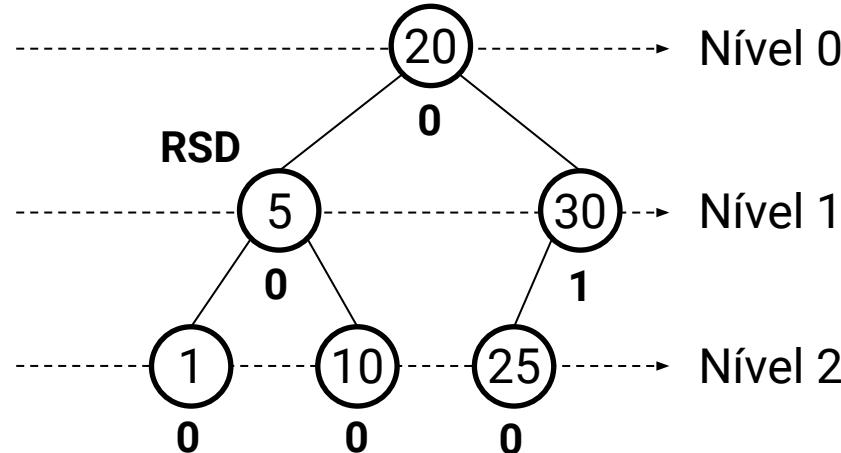
- Exemplo
 - 20
 - 10
 - 30
 - 5
 - 25
 - 1



Árvores AVL

- Exemplo

- 20
- 10
- 30
- 5
- 25
- 1



Árvores AVL

- Altura do nó

```
int altura(No* no){  
    int esquerda = 0,direita = 0;  
  
    if (no->esquerda != NULL) {  
        esquerda = altura(no->esquerda) + 1;  
    }  
  
    if (no->direita != NULL) {  
        direita = altura(no->direita) + 1;  
    }  
  
    return esquerda > direita ? esquerda : direita;  
}
```

Árvores AVL

- Fator de balanceamento (FB)

```
int fb(No* no) {
    int esquerda = 0, direita = 0;

    if (no->esquerda != NULL) {
        esquerda = altura(no->esquerda);
    }

    if (no->direita != NULL) {
        direita = altura(no->direita);
    }

    return esquerda - direita;
}
```

Árvores AVL

- Rotação simples à esquerda (RSE)

```
No* rse(No* no) {  
    No* pai = no->pai;  
    No* direita = no->direita;  
  
    no->direita = direita->esquerda;  
    no->pai = direita;  
  
    direita->esquerda = no;  
    direita->pai = pai;  
  
    return direita;  
}
```

Árvores AVL

- Rotação simples à direita (RSD)

```
No* rsd(No* no) {  
    No* pai = no->pai;  
    No* esquerda = no->esquerda;  
  
    no->esquerda = esquerda->direita;  
    no->pai = esquerda;  
  
    esquerda->direita = no;  
    esquerda->pai = pai;  
  
    return esquerda;  
}
```

Árvores AVL

- Rotação dupla à esquerda (RDE)

```
No* rde(No* no) {  
    no->direita = rsd(no->direita);  
    return rse(no);  
}
```

- Rotação dupla à direita (RDD)

```
No* rdd(No* no) {  
    no->esquerda = rse(no->esquerda);  
    return rsd(no);  
}
```

Árvores AVL

Projeto de arquivos
Prof. Allan Rodrigo Leite