Gramáticas irrestritas

Teoria da computação

Prof. Allan Rodrigo Leite

Gramática irrestrita

- Relembrando, uma gramática $G = < V, T, S, P >$
  - V: conjunto finito de símbolos variáveis ou não-terminais
  - T: conjunto finito de símbolos terminais disjunto de V
  - P: relação finita de produções conforme $(V \cup T)^+ \rightarrow (V \cup T)^*$
  - S: elemento distinguido de V que representa o símbolo ou variável inicial

- G é chamada irrestrita se todas as produções são da forma: $u \rightarrow v$
  - Onde $u \in (V \cup T)^+$ e $v \in (V \cup T)^*$
  - Isto é, podem existir variáveis e terminais no lado direito e esquerdo das produções
  - A única restrição é não permitir o λ no lado esquerdo

Gramática irrestrita

- Exemplo 1:
  - Dada a linguagem $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$, então:
  - Gramática irrestrita $G = \langle\{S,C\},\{a,b,c\},S,P\rangle$
  - S: símbolo inicial
  - P: regras de produção
    - $S \rightarrow abc \mid \lambda$
    - $ab \rightarrow aabbC$
    - $Cb \rightarrow bC$
    - $Cc \rightarrow cc$

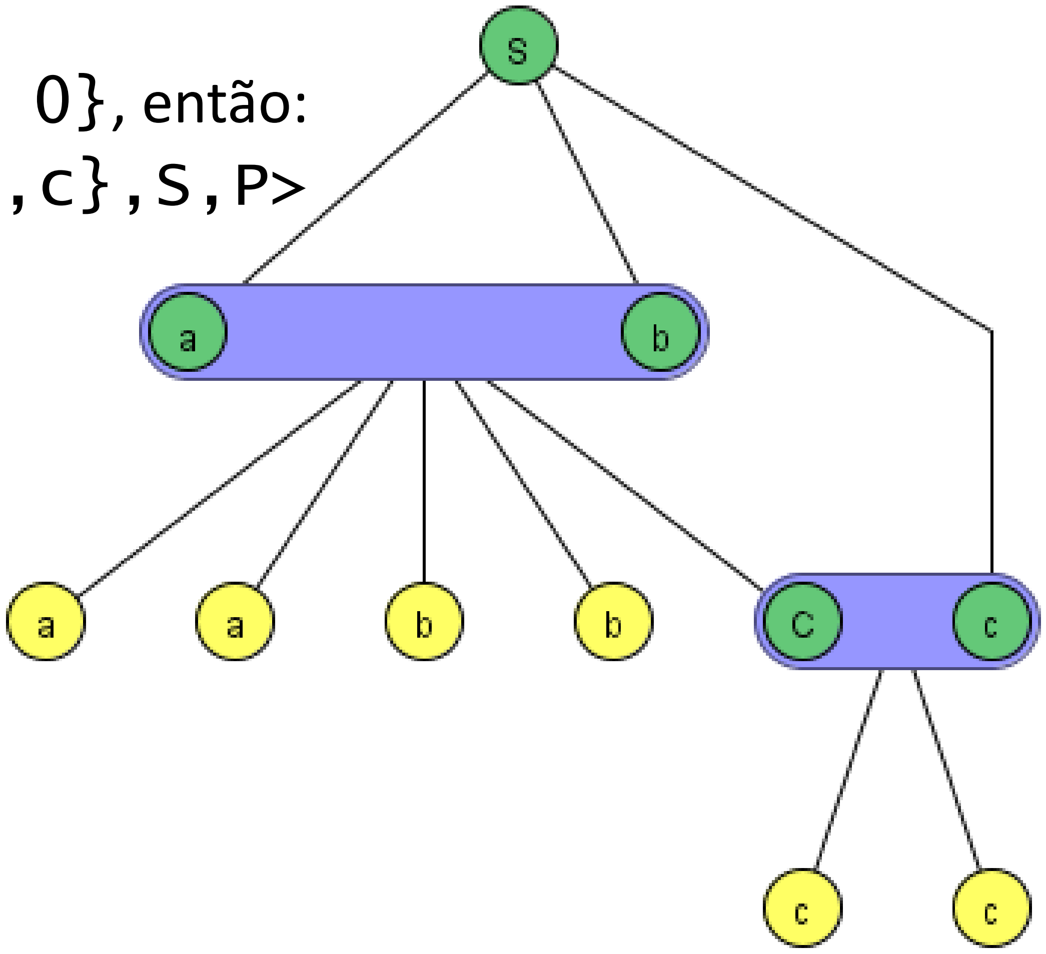
Gramática irrestrita

- Exemplo 1 (cont.):
  - Dada a linguagem $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$, então:
  - Gramática irrestrita $G = \langle\{S,C\},\{a,b,c\},S,P\rangle$
  - S: símbolo inicial
  - P: regras de produção
    - $S \rightarrow abc \mid \lambda$
    - $ab \rightarrow aabbC$
    - $Cb \rightarrow bC$
    - $Cc \rightarrow cc$

  - Quando $w = aabbcc$
    - $S \rightarrow \underline{\mathbf{ab}}c \rightarrow aabb\underline{\mathbf{Cc}} \rightarrow aabbcc$

Gramática irrestrita

- Exemplo 1 (cont.):
  - Dada a linguagem $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$, então:
  - Gramática irrestrita $G = \langle\{S,C\},\{a,b,c\},S,P\rangle$
  - S: símbolo inicial
  - P: regras de produção
    - $S \rightarrow abc \mid \lambda$
    - $ab \rightarrow aabbC$
    - $Cb \rightarrow bC$
    - $Cc \rightarrow cc$



Gramática irrestrita

- Exemplo 2 (cont.):
  - Seja L $= \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$, então:
  - Gramática irrestrita G $= < \{S,C\},\{a,b\},S,P >$
  - P: **???**

  - Quando $w = aabbbbaa$

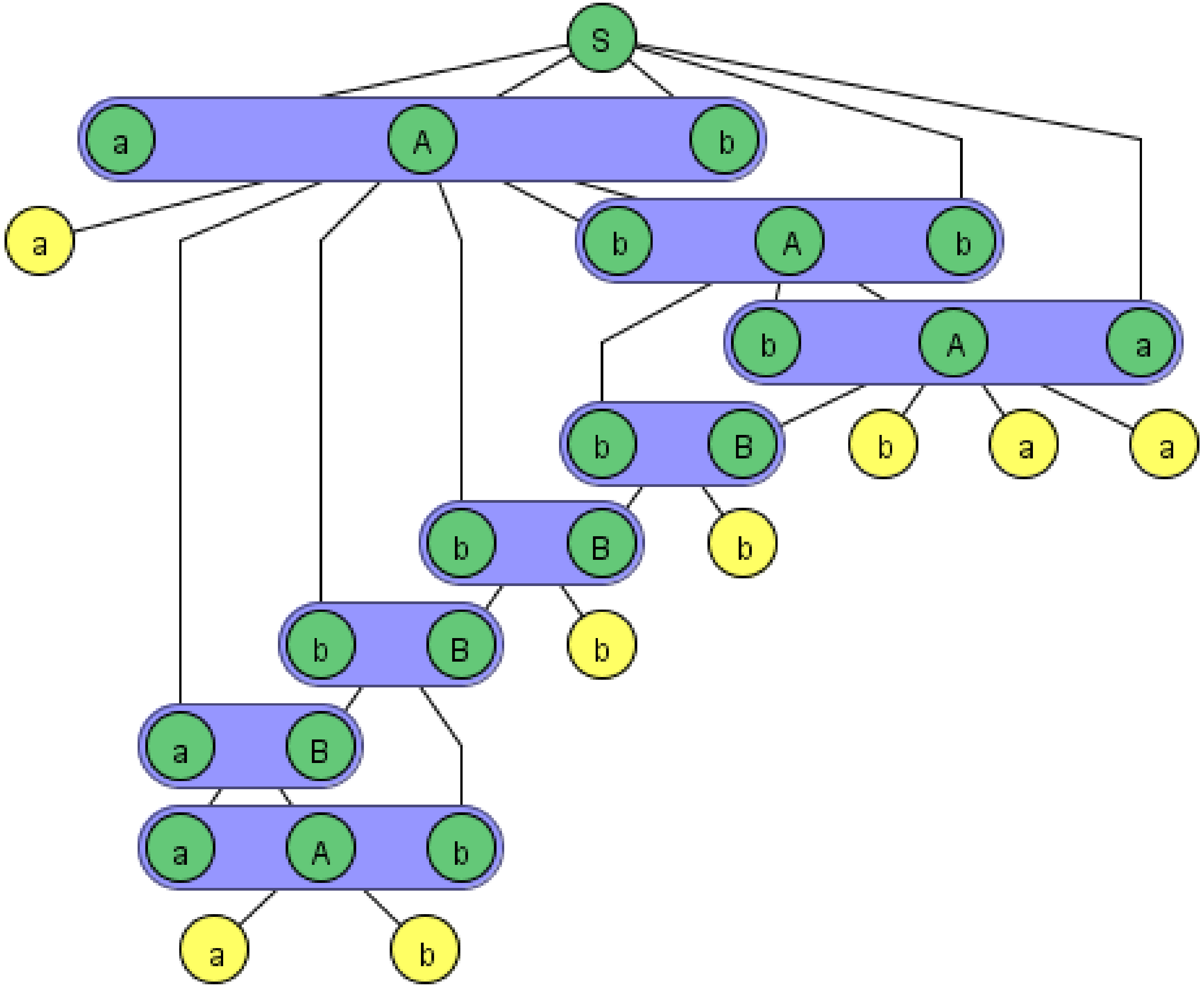
Gramática irrestrita

- Exemplo 2 (cont.):
  - Seja $L = \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$, então:
  - Gramática irrestrita $G = < \{S,C\},\{a,b\},S,P >$
  - P: regras de produção
    - S → aAbba
    - aAb → aabbbA | ab
    - bAb → bbA
    - bAa → Bbaa
    - bB → Bb
    - aB → aA

  - Quando w = aabbbbaa

Gramática irrestrita

- Exemplo 2 (cont.):
  - L = $\{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$
  - G = <{S,C},{a,b},S,P>
  - P: regras de produção
    - S → aAbba
    - aAb → aabbbA | ab
    - bAb → bbA
    - bAa → Bbaa
    - bB → Bb
    - aB → aA
  - Quando w = aabbbbaa



Linguagem recursivamente enumerável

- L é uma linguagem recursivamente enumerável se, e somente se
  - L é gerada por uma gramática irrestrita

- Pode-se gerar gramática irrestrita a partir de uma Máquina de Turing
  - Dada uma $MT = < Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,\square,F >$, para cada $w \in L$:
    - $q_0w \vdash^* xq_fy$
    - Para algum $q_f \in F$ e $x,y \in \Gamma^*$

- Condições
  - S pode derivar q_0w para todo w
  - A segunda equação é possível se e somente se a primeira existir
  - Quando xq_fy é gerada, a gramática transforma essa cadeia na original $w \in L$
    - $S \Rightarrow^* q_0w \Rightarrow^* xq_fy \Rightarrow^* w$

Linguagem sensível ao contexto

- Uma gramática irrestrita $G = < V, T, S, P >$ é chamada de gramática sensível ao contexto quando:
  - Todas as produções $u \rightarrow v \in P$ seguem a propriedade $|u| \leq |v|$
  - A cada etapa de derivação, o tamanho da palavra derivada não pode diminuir
    - Exceto a palavra vazia, se pertencer à linguagem

  - O exemplo 1 é uma linguagem sensível ao contexto
  - Porém, o exemplo 2 não é uma linguagem sensível ao contexto

Linguagem sensível ao contexto

- Exemplo 3:
  - Seja L $= \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$, então:
  - Gramática irrestrita G $= < \{S,C\},\{a,b\},S,P >$
  - P: regras de produção
    - S → aAbba
    - aAb → aabbbA | ab   ou seja |aAb| > |ab|
    - bAb → bbA
    - bAa → Bbaa
    - bB → Bb
    - aB → aA

  - Quando w = aabbbbaa

Linguagem sensível ao contexto

- Exemplo 3 (cont.):
  - Seja $L = \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$, então:
  - Gramática irrestrita $G = < \{S,C\},\{a,b\},S,P >$
  - P: regras de produção
    - $S \rightarrow aAbba \mid abba$
    - $aAb \rightarrow aabbbB$
    - $Bb \rightarrow bB$
    - $Ba \rightarrow Caa \mid aa$
    - $bCa \rightarrow Cba$
    - $bC \rightarrow Cb$
    - $aCb \rightarrow aAb$
  - Quando $w = aabbbbaa$

Linguagem sensível ao contexto

- Exemplo 3 (cont.):
  - Seja $L = \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 1\}$, então:
  - $G = < \{S,C\},\{a,b\},S,P >$
  - P: regras de produção
    - $S \rightarrow aAbba \mid abba$
    - $aAb \rightarrow aabbbB$
    - $Bb \rightarrow bB$
    - $Ba \rightarrow Caa \mid aa$
    - $bCa \rightarrow Cba$
    - $bC \rightarrow Cb$
    - $aCb \rightarrow aAb$
  - Quando $w = aabbbbaa$