# UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE COMPUTAÇÃO CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

ALLAN WENDLAND KRETZMANN

GERAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS ESCOLARES: AUTOMAÇÃO COM BASE NA META-HEURÍSTICA SIMULATED ANNEALING

PROPOSTA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO 2023

## ALLAN WENDLAND KRETZMANN

# GERAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS ESCOLARES: AUTOMAÇÃO COM BASE NA META-HEURÍSTICA SIMULATED ANNEALING

Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Computação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Computação.

Orientador: André Yoshiaki Kashiwabara

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

# CORNÉLIO PROCÓPIO 2023



4.0 Internacional

Esta é a mais restritiva das seis licenças principais Creative Commons. Permite apenas que outros façam download dos trabalhos licenciados e os compartilhem desde que atribuam crédito ao autor, mas sem que possam alterá-los de nenhuma forma ou utilizá-los para fins comerciais.

#### **RESUMO**

KRETZMANN, Allan. Geração de Grades Horárias Escolares: Automação com base na metaheurística Simulated Annealing. 2023. 41 f. Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia de Computação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2023.

O High School Timetabling Problem consiste na tarefa de alocar aulas a horários letivos em instituições de ensino, considerando restrições relacionadas aos professores, salas e disciplinas. Apesar de todos os avanços tecnológicos que experenciamos na atualidade, esta tarefa ainda é realizada primordialmente de maneira manual nas escolas brasileiras, produzindo grades horárias subótimas e consequentemente trazendo frustrações a todos os envolvidos, sejam estes alunos, docentes ou diretores. Todas as dificuldades relacionadas ao problema, somadas a novos desafios como os Itinerários Formativos do Novo Ensino Médio, pedem uma solução melhor. Este trabalho teve como objetivo implementar um sistema de geração automatizada das grades horárias atendendo o maior número de objetivos possível, através da aplicação de um algoritmo de otimização baseado na meta-heurística Simulated Annealing, técnica de otimização inspirada no processo de recozimento de materiais na metalurgia. A solução desenvolvida é uma aplicação web que segue uma arquitetura cliente-servidor empregando JavaScript no frontend e backend, além do otimizador desenvolvido na linguagem C++. Espera-se que a aplicação desenvolvida passe a fazer parte do ferramental de instituições de ensino e auxilie estas a entregar horários escolares que superem os diversos desafios associados e providenciem uma experiência melhor para todos.

**Palavras-chave**: High School Timetabling Problem. Simulated Annealing. Otimização multi-objetivo.

#### **ABSTRACT**

KRETZMANN, Allan. School Timetable Generation: Simulated Annealing based Generation. 2023. 41 f. Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia de Computação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2023.

The High School Timetabling Problem involves the task of assigning classes to class periods in educational institutions while considering constraints related to teachers, classrooms, and subjects. Despite the technological advancements we experience today, this task is still primarily done manually in brazilian schools, resulting in suboptimal timetables and frustrations for all stakeholders, including students, teachers, and administrators. The difficulties associated with the problem, combined with new challenges provided by the new high school model implemented in the country, call for a better solution. This study has aimed to implement an automated timetabling system that satisfies as many objectives as possible by applying an optimization algorithm based on the Simulated Annealing metaheuristic, a technique inspired by the annealing process in metallurgy. The developed solution is a web application following a client-server architecture, employing JavaScript for both the frontend and backend, in addition to the optimizer implemented in the C++ language. We hope that the developed application becomes part of the toolkit for educational institutions and helps them deliver school timetables that overcome the various associated challenges and provide a better experience for all parties involved.

**Keywords**: High School Timetabling Problem. Simulated Annealing. Multi-objective optimization.

## LISTA DE FIGURAS

| Figura | 1  | _ | Aulas constantes  | 9 |
|--------|----|---|---|---|
| Figura | 2  | _ | Restrições  | 0 |
| Figura | 3  | _ | Exemplo de região   | 2 |
| Figura | 4  | _ | Exemplo de grupo de alinhamento sobre a grade horária gerada 1    | 3 |
| Figura | 5  | _ | Efeito de grupo de alinhamento                                    | 4 |
| Figura | 6  | _ | Configuração de preferências                                      | 6 |
| Figura | 7  | _ | Modelo Entidade-Relacionamento                                    | 8 |
| Figura | 8  | _ | Consultas de validação da modelagem                               | 9 |
| Figura | 9  | _ | Consulta SQL de grade horária com sete salas                      | 0 |
| Figura | 10 | _ | Resultado da consulta de uma grade no banco de dados              | 0 |
| Figura | 11 | _ | Diagrama de Casos de Uso  | 1 |
| Figura | 12 | _ | Tela - Listagem de Configurações de Grade                         | 2 |
| Figura | 13 | _ | Tela - Estrutura da Escola - Professores                          | 3 |
| Figura | 14 | _ | Tela - Estrutura da Escola - Turmas e Turnos                      | 4 |
| Figura | 15 | _ | Tela - Aulas por professor  | 4 |
| Figura | 16 | _ | Tela - Restrições e Preferências                                  | 5 |
| Figura | 17 | _ | Tela - Regiões e Grupos de Alinhamento                            | 5 |
| Figura | 18 | _ | Tela - Mínimos e Máximos  | 6 |
| Figura | 19 | _ | Tela - Horários   | 6 |
| Figura | 20 | _ | Modelo Entidade-Relacionamento com adição da tabela de usuários 2 | 7 |
| Figura | 21 | _ | Tela de Acesso  | 8 |
| Figura | 22 | _ | Método de Cadastro  | 9 |
| Figura | 23 | _ | Método de Login   | 0 |
| Figura | 24 | _ | Middleware de autenticação  | 1 |
| Figura | 25 | _ | Middleware de validação da configuração                           | 1 |
| Figura | 26 | _ | Modelo Entidade-Relacionamento com Matérias                       | 3 |
| Figura | 27 | _ | Estrutura da Escola com Matérias                                  | 3 |
| Figura | 28 | _ | Tela de configuração de quantidades de aulas por matéria          | 4 |
| Figura | 29 | _ | Visualização de grade horária com matérias                        | 4 |
| Figura | 30 | _ | Mensagem de erro de validação                                     | 7 |
| _      |    |   | Grade horária exportada para planilha                             | 8 |
| _      |    |   | Grade horária exportada para planilha                             | 9 |
|        |    |   | Grade horária exportada para planilha                             | 9 |

# SUMÁRIO

| 1-1 | INT | RODU         | ÇÃO     |                                  | 1  |
|-----|-----|--------------|---------|----------------------------------|----|
|     | 1.1 |              |         | DO TEMA                          |    |
|     | 1.2 | PROBI        | LEMAS E | PREMISSAS                        | 1  |
|     | 1.3 | <b>OBJET</b> | ΓIVOS   |                                  | 2  |
|     |     | 1.3.1        |         | Geral                            |    |
|     |     | 1.3.2        | •       | s Específicos                    |    |
| -   | 1.4 | ESTRU        |         | PRGANIZACIONAL                   |    |
| 2-1 | REV | 'ISÃO I      | DE LITE | RATURA                           | 3  |
|     | 2.1 |              |         | PROBLEM                          |    |
|     |     | 2.1.1        |         | ool Timetabling Problem          |    |
|     | 2.2 | NOVO         |         | MÉDIO                            | 3  |
| 2   | 2.3 |              |         | NNEALING                         |    |
|     |     |              |         |                                  |    |
|     |     |              |         | TO                               |    |
|     | 3.1 |              |         | ILIZADOS                         |    |
|     | 3.2 | METO         | DOS     |                                  | 5  |
|     | 3.3 |              |         | PLEMENTAÇÃO                      |    |
|     |     | 3.3.1        |         | dor inicial                      |    |
|     |     | 3.3.2        |         | E RESTRIÇÕES                     | 7  |
|     |     |              | 3.3.2.1 | Agrupamento de aulas             |    |
|     |     |              | 3.3.2.2 | Constantes                       |    |
|     |     |              | 3.3.2.3 | Restrições                       |    |
|     |     |              | 3.3.2.4 | Regiões                          |    |
|     |     |              | 3.3.2.5 | Grupos de Alinhamento            |    |
|     |     |              | 3.3.2.6 | Janelas                          |    |
|     |     |              | 3.3.2.7 | Preferências                     |    |
|     |     |              | 3.3.2.8 | Armazenamento de soluções        |    |
|     |     | 3.3.3        |         | OR E BANCO DE DADOS              |    |
|     |     | 3.3.4        |         | ACE                              |    |
|     |     | 3.3.5        |         | OS E AUTENTICAÇÃO                |    |
|     |     |              |         | Adaptação do banco de dados      |    |
|     |     |              | 3.3.5.2 | Tela de login                    |    |
|     |     |              | 3.3.5.3 | Rotas de autenticação            |    |
|     |     |              | 3.3.5.4 | Middlewares                      |    |
|     |     | 3.3.6        | ALOCAÇ  | ÇÃO DE MATÉRIAS                  | 32 |
|     |     |              | 3.3.6.1 | Alteração no banco de dados      | 32 |
|     |     |              | 3.3.6.2 | Alteração de telas               | 33 |
|     |     |              | 3.3.6.3 | Alteração de métodos no servidor |    |
|     |     |              | 3.3.6.4 | Matérias no otimizador           |    |
|     |     | 3.3.7        | VALIDAG | ÇÃO DE CONFIGURAÇÕES             |    |
|     |     | 3.3.8        | EXPORT  | TAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS         | 38 |
| 4_( | CON | ISIDE        | RACÕES  | FINAIS                           | 40 |

| Referências |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 | 1 |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|---|
|             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |   |

## 1 INTRODUÇÃO

A cada ano letivo, se faz necessária a definição de grades horárias que atendam inúmeros requisitos para o bom funcionamento das mais diversas instituições de ensino. Estas exigências dependem e impactam diretamente os envolvidos, sejam estes professores, alunos, gestores, ou ainda, os responsáveis pelo planejamento dos horários. Os requisitos citados anteriormente podem mudar durante o ano, requerendo constantes atualizações das grades definidas. Esta tarefa, segundo Bardadym (1996), requer grande esforço quando realizada manualmente, frequentemente resultando em soluções subótimas.

Para o desenvolvimento dos horários escolares, vários critérios devem ser considerados, como o número de aulas de cada professor, salas, turnos, além das restrições associadas a cada professor em particular. A combinação destes fatores para a produção de um horário otimizado é conhecida como *school timetabling problem* (FONSECA; SANTOS; CARRANO, 2016). Para a escrita deste trabalho, foi realizada a leitura de artigos que abordam o tema em questão, deste modo os autores Fonseca, Santos e Carrano (2016), Tan et al. (2021) e Abramson (1991) se mostraram imprescindíveis para a sua realização.

Ao decorrer da revisão bibliográfica, foi reafirmada a relevância desta pesquisa e da elaboração de um projeto que solucione o problema, dada a complexidade e recorrência deste. Poulsen (2012) estima que a maioria das instituições de ensino brasileiras efetua essa tarefa de maneira manual, o que implica em atrasos para as escolas, além de desgaste entre os docentes envolvidos nas negociações de restrições. Isto justifica novamente a necessidade de uma solução automatizada que entregue grades otimizadas em um tempo hábil.

Diante deste contexto, fica evidente a necessidade de solucionar o seguinte problema: como automatizar a geração de grades horárias que atendam as diversas demandas das instituições de ensino? Por ser um problema combinatório, consideram-se técnicas viáveis *Simulated Annealing*, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, entre outros (TAN et al., 2021).

Como critério metodológico, será aplicado o procedimento de levantamento de requisitos com os encarregados por planejar as grades horárias nas escolas, para embasar uma análise quantitativa que traga informações para o desenvolvimento do projeto. Os dados coletados, juntamente com os conhecimentos obtidos a partir da revisão bibliográfica viabilizarão identificar a melhor alternativa para a solução do problema. Por fim ocorrerá a implementação da aplicação.

## 1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

O presente trabalho visa abordar o tema de otimização de grades horárias escolares, tendo em mente especificamente as necessidades de instituições brasileiras de ensino fundamental e médio.

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

Como mencionado anteriormente, as instituições de ensino necessitam de constantes atualizações de suas grades horárias. Este processo envolve muitas variáveis, e impacta diretamente alunos, professores e gestores. Devido a esta complexidade, o problema já é conhecido na literatura como school timetabling problem, sendo divido nos tipos exam timetabling, course timetabling e high school timetabling (TAN et al., 2021). Este trabalho tem como foco esta

última variação, que, segundo os mesmos autores, é definido em termos da disponibilidade dos professores, número de salas, número de aulas por professor em cada sala e restrições.

#### 1.3 OBJETIVOS

## 1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma aplicação que automatize e simplifique o processo de criação de grades horárias escolares, otimizando diferentes características de qualidade destas, fazendo com que tais sejam livres de conflitos e atendam a restrições impostas pelas instituições de ensino.

## 1.3.2 Objetivos Específicos

- 1. Compreender quais são as reais necessidades das escolas quanto ao planejamento de grades horárias
- 2. Implementar métricas de qualidade para os horários, que refletem se as necessidades são atendidas com êxito
- 3. Aplicar um algoritmo de otimização na geração de grades que evite conflitos, atenda restrições de horários dos docentes, minimize a quantidade de janelas nas aulas dos professores, faça agrupamentos formando aulas duplas e evite excessos da mesma aula
- 4. Proporcionar uma experiência do usuário simples e agradável durante o uso da aplicação

#### 1.4 ESTRUTURA ORGANIZACIONAL

O trabalho em questão está estruturado da seguinte forma: o capítulo 1 traz a introdução sobre o tema, uma visão geral sobre a pesquisa e seus objetivos; no capítulo 2 será desenvolvida a fundamentação teórica, listando todas as fontes de conhecimento consultadas para para o desenvolvimento do projeto; a forma de implementação do projeto, seus materiais e métodos serão discutidos no capítulo ??; o capítulo ?? apresentará o cronograma das atividades planejadas e por fim, o capítulo 4 trará as considerações finais.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo tem como objetivo explicar o problema de *timetabling* e suas especificidades no caso de grades horárias de ensino médio, assim como a técnica de otimização *Simulated Annealing* e sua aplicação ao problema.

### 2.1 TIMETABLING PROBLEM

O problema de *timetabling* ou alocação de horários é definido em termos de quatro conjuntos, sendo estes horários, recursos, encontros e restrições. O problema consiste em associar os encontros desejados aos horários, utilizando os recursos disponíveis e minimizando as violações das restrições.

É evidente que existem inúmeras tarefas e indústrias que dependem da alocação de horários, portanto é necessário especializar o problema. Uma das variações deste problema é o school timetabling problem, que segundo Tan et al. (2021) subdivide-se em exam timetabling, course timetabling e high school timetabling. Esta última subdivisão, relacionada a escolas de ensino médio, será o foco deste trabalho.

## 2.1.1 Highschool Timetabling Problem

No caso específico da alocação de horários para escolas de ensino médio, o problema é definido em termos da disponibilidade dos professores, número de salas, número de aulas por professor em cada sala e restrições. Adequando estas necessidades à formulação do *timetabling problem*, os encontros que desejamos alocar são entre os professores e determinada sala de aula, dados os horários de aula em que a escola opera, visando a utilização dos recursos disponíveis, como salas de aula ou laboratórios, minimizando a violação de restrições associadas aos professores e recursos (TAN et al., 2021).

Segundo Abramson (1991), o problema envolve agendar aulas, professores e salas de aula de tal forma que nenhum professor, turma ou sala de aula seja utilizado mais de uma vez em determinado horário. Situações em que ocorra este agendamento de recursos duplicados serão tratadas como "conflitos" neste trabalho.

Levando em consideração a necessidade de agendar diversas aulas evitando conflitos, e o atendimento de restrições variadas, o *highschool timetabling problem* é um problema de otimização multiobjetivo, que segundo Cooper e Kingston (1995) é da classe NP-completo.

Considerando a natureza complexa do problema, este trabalho propõe desenvolver e analisar a eficiência de um algoritmo de *Simulated Annealing*, assim como implementar uma interface para interação com este.

## 2.2 NOVO ENSINO MÉDIO

O Novo Ensino Médio consiste na atualização das matrizes curriculares das salas desta etapa do sistema educacional ( $1^{\circ}$ ,  $2^{\circ}$  e  $3^{\circ}$  anos). Formulado através da Lei no 13.415/2017 (BRASIL, 2017), o novo modelo traz ainda mais desafios para a tarefa de organização de grades horárias escolares.

O principal destes novos desafios no contexto da criação de grades horárias é o conceito dos Itinerários Formativos, conjuntos de atividades que os estudantes podem escolher realizar durante o ensino médio, como discplinas, projetos, oficinas, entre outros.

No caso de grandes instituições de ensino, é possível que seja viável oferecer essas atividades optativas através da criação de turmas específicas, entretanto, em escolas de pequeno porte, a adição destas turmas e quantidade relativamente pequena de estudantes por turma pode facilmente desgastar os recursos da instituição.

Tendo estas limitações em mente, observou-se que uma estratégia aplicada por escolas de porte menor é a oferta de disciplinas optativas (Itinerários Formativos) em horários simultâneos em diferentes salas, nos períodos normais de ensino. No momento em que essas aulas acontecem, cada aluno das duas turmas se locomove para a sala adequada onde a aula que escolheu será ministrada, e com isso a escola não precisa alocar salas, professores ou horários adicionais.

Evidentemente, alocar horários simultâneos para determinadas aulas dificulta ainda mais o planejamento do horário escolar, sendo assim mais uma questão que pode ser auxiliada por um sistema de otimização da grade.

## 2.3 SIMULATED ANNEALING

Diversos problemas podem ser resolvidos imitando o que ocorre em fenômenos físicos ou naturais. Segundo Laarhoven (1987), Simulated Annealing é uma meta-heurística que se inspira no processo de recozimento na área da metalurgia. Este processo tem como objetivo reduzir as tensões internas de determinado material, da seguinte forma:

- 1. O material inicia com uma alta temperatura, com seus átomos desordenados e livres para vibrarem e se deslocarem
- 2. O sistema é resfriado gradualmente, fazendo com que os átomos encontrem posições cada vez mais estáveis. Em outras palavras, conforme a temperatura diminui, torna-se cada vez mais improvável um átomo se deslocar para uma posição menos estável
- 3. Por fim, atinge-se certa temperatura em que não ocorrem mais mudanças significativas no material.

Esta meta-heurística foi escolhida para o desenvolvimento deste trabalho considerando seu potencial verificado durante a revisão de literatura, e a clareza dos paralelos que podem ser realizados com o processo de têmpera real: os átomos representam os professores e aulas, que podem ser deslocados na grade horária até que atinjam uma posição estável, ou seja, que viole o mínimo possível de restrições do problema.

### 3 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo tem como objetivo evidenciar todas as atividades executadas durante o desenvolvimento do projeto. A Seção 3.1 apresentará uma listagem dos *softwares* utilizados no desenvolvimento do projeto; a Seção 3.2 explicitará o método de desenvolvimento, e a Seção 3.3 evidenciará a execução das atividades propriamente ditas.

### 3.1 RECURSOS UTILIZADOS

Tratando-se do desenvolvimento de um projeto *full stack*, utilizaram-se diversas tecnologias e ferramentas, sendo as de maior importância:

- **VSCode**: Editor de código-fonte desenvolvido pela Microsoft, escolhido por sua versatilidade e aplicabilidade para desenvolver todos os componente do sistema
- **DBeaver**: Ferramenta de código aberto de administração de bancos de dados, utilizada para validação da modelagem e interações manuais com a base de dados
- **PostgreSQL**: Sistema gerenciador de banco de dados relacional, escolhido por sua robustez, possibilitará a persistência dos dados da aplicação em tabelas
- **JavaScript**: Linguagem de programação ubíqua na engenharia de software, escolhida por sua versatilidade para desenvolver a interface *web* e servidor
- **VueJS**: Framework para desenvolvimento frontend na linguagem JavaScript, escolhido por sua versatilidade e familiaridade do graduando com este
- **VuetifyJS**: *Framework* de componentes e estilização para o VueJS, utilizado para padronizar o design da aplicação
- NodeJS: Runtime de JavaScript que permite a utilização dessa linguagem para escrever aplicações no lado do servidor;
- ExpressJS: Framework para desenvolvimento backend na lignuagem JavaScript, utilizando a plataforma NodeJS
- C++: Liguagem de programação compilada, escolhida por sua alta performance para o desenvolvimento do otimizador
- **G++**: Compilador utilizado para converter o código fonte em C++ do otimizador para um arquivo executável
- **GDB**: Debugador da linguagem C++, utilizado para localizar problemas no código fonte do otimizador

## 3.2 MÉTODOS

Para a processo de software da aplicação, optou-se pelo processo de desenvolvimento incremental. Este processo consiste na divisão da implementação do projeto em incrementos, os quais são executados linearmente, porém de forma escalonada.(PRESSMAN; MAXIM, 2016)

Este processo de software foi escolhido por possibilitar o planejamento de execução do projeto em etapas lógicas, que podem ser sobrepor através de escalonamento, de acordo com as necessidade encontradas. Conforme os requisitos levantados na seção anterior, dividiram-se as tarefas de desenvolvimento nos incrementos pertinentes:

- **Incremento 1**: Desenvolvimento inicial do otimizador, aplicando Simulated Annealing apenas para a resolução de conflitos;
- Incremento 2: Implementação de restrições no otimizador;
- Incremento 3: Criação do servidor e banco de dados;

- **Incremento 4**: Desenvolvimento da interface web;
- Incremento 5: Adição do sistema de usuários;
- **Incremento 6**: Adaptação da modelagem para incluir matérias aos horários alocados pelo otimizador;
- **Incremento 7**: Implementação de validações das configurações de grade inseridas pelo usuário:
- Incremento 8: Desenvolvimento de sistema de exportação de grades horárias.

## 3.3 ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO

#### 3.3.1 Otimizador inicial

A primeira parte do projeto desenvolvida foi a versão inicial do otimizador, cuja tarefa era gerar uma grade horária válida, evitando conflitos, ou seja, professores alocados para mais uma turma ao mesmo tempo. Para realizar esta tarefa, aplicou-se a meta-heurística de simulated anealling, originando o algoritmo 1.

## Algoritmo 1: Otimizador de grades inicial

```
Input: Lista de professores LP, lista de turmas LT, matriz de aulas por professor
       por turma MA, temperatura inicial TI, Taxa de resfriamento TR
Output: Grade horária de professores otimizada
temperatura \leftarrow TI
grade \leftarrow \mathsf{CriaGradeInicial}(LP, LT, MA)
minConflitos \leftarrow NumeroConflitos(qrade)
while condição de parada não atingida do
   for passo = 0 até numeroPassos do
       turma \leftarrow EscolheTurmaAleatoria()
       linhas \leftarrow Escolhe Horarios Aleatorios Validos(sala)
       delta \leftarrow CalculaDelta(sala, linhas)
       probabilidade \leftarrow e^{-delta/temperatura}
       valorAceite \leftarrow Aleatorio(0, 1)
       if delta < 0 ou probabilidade > valorAceite then
           PermutaProfessores(sala, linha1, linha2)
           if NumeroConflitos(qrade) < minConflitos then
               Imprime(qrade)
               minConflitos \leftarrow NumeroConflitos(qrade)
           end
       end
   end
   temperatura \leftarrow temperatura * TR
end
```

No algoritmo 1, o valor da taxa de resfriamento é de 0,99, sendo a temperatura inicial e o número de passos por iteração escolhidos empiricamente. Além disso, durante o desenvolvimento deste primeiro incremento, utilizou-se como condição de parada o esgotamento da temperatura, ou seja, o algoritmo finaliza sua execução assim que a temperatura atinge um valor próximo de zero, quando não ocorrem mais permutações de professores.

Explicando melhor o algoritmo, o método "CriaGradelnicial" gera uma matriz com as turmas e números de aulas de cada professor alocados corretamente. Esta grade inicial provavelmente possui inúmeros conflitos, portanto são aplicados os passos de otimização.

Para cada passo de otimização, são escolhidas aleatoriamente uma turma e duas linhas (posições) da grade horária. Com estas informações, é calculada a variação do número de conflitos que a permutação dos professores nas linhas escolhidas ocasionaria. De acordo com este valor de variação, é determinado se a troca dos professores deve ou não ser realizada: uma troca que diminua o número de conflitos sempre é aceita, enquanto uma troca que aumenta o número de conflitos pode ser aceita probabilistacamente, de acordo com o valor da temperatura na iteração atual.

## 3.3.2 PESOS E RESTRIÇÕES

Apesar da importância da resolução de conflitos, existem diversas outras nuances durante o planejamento das grades horárias que precisam ser levadas em conta para que as grades produzidas sejam aplicáveis na prática.

Para possibilitar a otimização simultêanea de várias características das grades, optouse por utilizar um sistema de métricas, cada qual mensura quantitativamente determinada característica do horário, e contém um peso que define a sua importância para a grade como um todo. Com estas métricas, para obter o custo de determinada solução, ou seja, a representação da quantidade de problemas que apresenta, basta tomar a média ponderada das métricas.

Adicionalmente, as métricas podem ser rígidas ou suaves. As métricas rígidas precisam ser perfeitamente atendidas para que a grade horária seja considerada viável, enquanto as métricas suaves promovem a melhoria da qualidade, mas não necessariamente precisam ser perfeitamente atendidas.

As próximas seções terão como objetivo explicar cada uma destas métricas e os desafios associados. A Subsubseção 3.3.2.8 entrará em mais detalhes sobre como as grades horárias passaram a ser salvas após a implementação das métricas.

### 3.3.2.1 Agrupamento de aulas

Observando grades horárias escolares existentes, é possível notar que existe uma motivação para realizar agrupamentos, formando aulas duplas. Isso aumenta a produtividade das aulas, à medida que diminui trocas e deslocamento de professores entre as salas. Para produzir estes agrupamentos, foram adicionadas algumas métricas que fazem o otimizador penalizar:

- 1. Aulas separadas;
- 2. Aulas desagrupadas;
- 3. Excessos de aulas iguais para determinada turma em um dia;
- Dias com todas aulas planejadas distintas para deteriminada turma;
   Para contextualizar estas situações, a seguir serão apresentados alguns quadros.

| Aula | Professor | Matéria    |
|------|-----------|------------|
| 1    | Marcos    | Matemática |
| 2    | Fábio     | Física     |
| 3    | Marcos    | Matemática |
| 4    | Luciana   | Português  |
| 5    | Luciana   | Português  |
| 6    | Luciana   | Português  |

Quadro 1 – Exemplo de dia com aulas separadas.

Fonte: Autoria própria

Observando o quadro 1, é possível notar:

- Aulas separadas: 1, 2 e 3, visto que não estão em nenhum agrupamento;
- Aulas desagrupadas: 1 e 3, pois consistem em múltiplas aulas iguais, no mesmo dia, que não foram agrupadas;
- Excessos de aulas: 4, 5, 6, pois consiste em uma aula tripla, algo considerado não desejável neste trabalho

Por fim, a situação de dias com todas aulas diferentes, que serão referidos como "Dias fragmentados" neste trabalho, pode ser observada no quadro 2.

Matéria Aula **Professor** Marcos Matemática 1 2 Fábio Física 3 Luciana Português 4 Roberto Geografia 5 Renato História

Quadro 2 – Exemplo de dia fragmentado.

Fonte: Autoria própria

## 3.3.2.2 Constantes

Durante o desenvolvimento, concebeu-se o conceito de "Aulas constantes", como aulas que absolutamente devem ser alocadas em determinada posição da grade horária. Isto é útil para guiar o otimizador rumo a uma solução desejada, quando já são conhecidas algumas aulas que devem ser fixas.

Como exemplo de caso de uso, uma escola com seis aulas diárias pode ter alguns dias da semana com menos aulas, e pode ser interessante definir explicitamente quais dias devem ter a última aula da grade horária não alocada (vazia). A figura 1 mostra um exemplo de configuração de aulas constantes para determinada grade horária.

Constantes i Aula 1 EM 7 Ano 8 Ano Verônica Verônica 2 Segunda-feira 4 5 6 1 Luciana Adriana Luciana Adriana Terça-feira 3 4 5 6 2 Quarta-feira 4 5 6 2 Quinta-feira 4 5 6 2 4 5

Figura 1 – Aulas constantes

Fonte: Autor

Considerando a natureza absoluta das aulas constantes, estas não são consideradas um métrica de qualidade, e não possuem um peso próprio. Em vez disso, no método "Gera-Gradelnicial" do algoritmo 1, o otimizador já aloca as aulas constantes nas posições desejadas, e a função "EscolheHorariosAleatoriosValidos" não seleciona posições que estejam alocadas com aulas constantes. Desta forma, um vez que as aulas constantes são posicionadas na grade horária, estas nunca são movidas durante os passos de otimização.

## 3.3.2.3 Restrições

As restrições representam o oposto das aulas constantes: posições em que determinadas aulas não devem ser alocadas. Implementaram-se no otimizador restrições suaves e rígidas,

cada uma podendo também receber um peso customizado. Dessa forma, é possível configurar o otimizador para nunca alocar determinada aula em certa posição da grade, ou apenas evitar isso.

Como exemplo de uso dessa funcionalidade, a figura 2 demonstra uma configuração de restrições para determinado professor que não pode ser alocado nas duas últimas aulas de qualquer dia da grade horária.

Proibir O Evitar Restrições Dia Aula 6 Ano 1 EM 7 Ano 8 Ano 9 Ano 1 2 Segunda-feira 3 4 5 6 1 2 Terça-feira 3 4 5 6 1 2 Quarta-feira 3 4 5 6 1 2 Quinta-feira 3 4 5 6 1 2 Sexta-feira 3 4 5

Figura 2 – Restrições

No caso das restrições, a métrica associada mensura a quantidade de restrições violadas, ou seja, posições em que determinada aula foi alocada, mas não deveria ter sido.

## 3.3.2.4 Regiões

O conceito de regiões foi concebido como uma forma de proporcionar ainda mais controle ao usuário, sobre o posicionamento das aulas na grade horária. Cada região consiste em um grupo arbitrário de posições da grade horária, associado a uma regra relacionada a uma quantidade de aulas. Com as regiões, é possível determinar mínimos, máximos ou quantidades exatas de aulas que devem ser alocadas em certas posições da grade horária.

Como exemplo de uso das regiões, a figura 3 demonstra uma configuração utilizada para assegurar que em todos os dias da grade horária, o professor tenha alguma aula alocada no primeiro horário.

Figura 3 – Exemplo de região

| Reg           | iāo (V | erônica - Exatame | ente 5 aulas) 📋 |       |       |       |
|---------------|--------|-------------------|-----------------|-------|-------|-------|
| Dia           | Aula   | 6 Ano             | 1 EM            | 7 Ano | 8 Ano | 9 Ano |
|               | 1      |                   |                 |       |       |       |
| g             | 2      |                   |                 |       |       |       |
| Ja-fei        | 3      |                   |                 |       |       |       |
| Segunda-feira | 4      |                   |                 |       |       |       |
| Ö             | 5      |                   |                 |       |       |       |
|               | 6      |                   |                 |       |       |       |
|               | 1      |                   |                 |       |       |       |
| _             | 2      |                   |                 |       |       |       |
| Terça-feira   | 3      |                   |                 |       |       |       |
| Terç          | 4      |                   |                 |       |       |       |
|               | 5      |                   |                 |       |       |       |
|               | 6      |                   |                 |       |       |       |
|               | 1      |                   |                 |       |       |       |
| g.            | 2      |                   |                 |       |       |       |
| Quarta-feira  | 3      |                   |                 |       |       |       |
| Quar          | 4      |                   |                 |       |       |       |
|               | 5      |                   |                 |       |       |       |
|               | 6      |                   |                 |       |       |       |
|               | 1      |                   |                 |       |       |       |
| e e           | 2      |                   |                 |       |       |       |
| Quinta-feira  | 3      |                   |                 |       |       |       |
| Quin          | 4      |                   |                 |       |       |       |
|               | 5      |                   |                 |       |       |       |
|               | 6      |                   |                 |       |       |       |
|               | 1      |                   |                 |       |       |       |
| ē             | 2      |                   |                 |       |       |       |
| Sexta-feira   | 3      |                   |                 |       |       |       |
| Sex           | 4      |                   |                 |       |       |       |
|               | 5      |                   |                 |       |       |       |
|               | 6      |                   |                 |       |       |       |

Fonte: Autor

A região configurada na 3 pode ser interpretada da seguinte forma: a professora "Verônica" deve ter exatamente cinco aulas alocadas dentro das posições marcadas pela cor azul. Como o otimizador não permite conflitos, cada uma das cinco aulas deverá ser alocada em um dos diferentes dias, garantindo que a professora terá uma aula agendada no primeiro horário de cada um dos dias.

Neste caso, a métrica associada mensura o erro das regiões, ou seja, a diferença entre

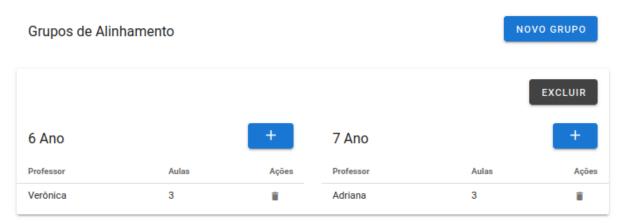
a quantidade de aulas esperada de acordo com a regra de cada região e a quantidade real de aulas alocadas.

## 3.3.2.5 Grupos de Alinhamento

Os grupos de alinhamento representam uma forma de configurar o otimizador para agendar aulas para diferentes turmas, nos mesmos horários. Isto é útil para atender a restrições relacionadas ao conceito dos Itinrários Formativos do Novo Ensino Médio, conforme citado na Seção 2.2.

Como exemplo de utilização dos grupos de alinhamentos, tem-se a configuração da figura 4.

Figura 4 – Exemplo de grupo de alinhamento sobre a grade horária gerada



O efeito da configuração do grupo de alinhamento da figura 4, pode ser observado na grade horária final gerada na figura 5, com as aulas corretamente alocadas em horários simultâneos.

Figura 5 – Efeito de grupo de alinhamento

| Dia                      | Aula                       | 6 Ano   |  | 7 Ano  |   |
|--------------------------|----------------------------|---|--|--|---|
|                          | 1                          | Jack  | Português  | Renata   | História  |
| ø                        | 2                          | Jack  | Português  | Renata   | História  |
| Segunda-feira            | 3                          | Renata  | História   | Verônica   | Geografia   |
| pung                     | 4                          | Verônica  | Geografia  | Adriana  | Ciências  |
| Š                        | 5                          | Verônica  | Geografia  | Adriana  | Ciências  |
|                          | 6                          |   |  |  |   |
|                          | 1                          | Jack  | Português  | Jéssica  | Artes   |
|                          | 2                          | Jack  | Português  | Jéssica  | Artes   |
| -feira                   | 3                          | Jéssica   | Inglês   | Rosa   | Matemática  |
| Terça-feira              | 4                          | Rosa  | Matemática   | Luciana  |   |
|                          | 5                          | Rosa  | Matemática   | Beatriz  | ED. Física  |
|                          | 6                          | Beatriz   | ED. Física   |  |   |
|                          | 1                          | Renata  | História   | Jack   | Português   |
| _                        | 2                          | Renata  | História   | Jack   | Português   |
| a-feira                  | 3                          | Rosa  | Matemática   | Renata   | História  |
| Quarta-feira             | ч                          | Luciana   | Of. Texto  | Rosa   | Matemática  |
| 0                        | 5                          | Verônica  | Geografia  | Adriana  | Ciências  |
|                          |                            |   |  |  |   |
|                          | 6                          |   |  |  |   |
|                          | 1                          | Adriana   | Ciências   | Jack   | Espanhol  |
|                          |                            | Adriana<br>Adriana                                | Ciências<br>Ciências   | Jack<br>Jack   | Espanhol Português  |
| -feira                   | 1                          |   |  |  |   |
| Quinta-feira             | 1 2                        | Adriana   | Ciências   | Jack   | Português   |
| Quinta-feira             | 1 2 3                      | Adriana<br>Jack                                   | Ciências<br>Português  | Jack<br>Jéssica  | Português<br>Filosofia  |
| Quinta-feira             | 1<br>2<br>3<br>4           | Adriana<br>Jack<br>Jéssica                        | Ciências<br>Português<br>Inglês  | Jack<br>Jéssica<br>Rosa                                  | Português Filosofia Matemática  |
| Quinta-feira             | 1<br>2<br>3<br>4<br>5      | Adriana<br>Jack<br>Jéssica                        | Ciências<br>Português<br>Inglês  | Jack Jéssica Rosa Verônica                               | Português Filosofia Matemática Geografia                                    |
|                          | 1<br>2<br>3<br>4<br>5      | Adriana  Jack  Jéssica  Jéssica                   | Ciências  Português  Inglês  Filosofia                                   | Jack Jéssica Rosa Verônica Verônica                      | Português Filosofia Matemática Geografia Geografia                          |
|                          | 1<br>2<br>3<br>4<br>5<br>6 | Adriana Jack Jéssica Jéssica Rosa                 | Ciências  Português  Inglês  Filosofia  Matemática                       | Jack Jéssica Rosa Verônica Verônica Jéssica              | Português Filosofia Matemática Geografia Geografia Inglês                   |
| Sexta-feira Quinta-feira | 1 2 3 4 5 6 1 2            | Adriana Jack Jéssica Jéssica Rosa Rosa            | Ciências  Português Inglês Filosofia  Matemática Matemática              | Jack Jéssica Rosa Verônica Verônica Jéssica Jéssica      | Português Filosofia Matemática Geografia Geografia Inglês Inglês            |
|                          | 1 2 3 4 5 6 1 2 3          | Adriana  Jack  Jéssica  Jéssica  Rosa  Rosa  Jack | Ciências  Português  Inglês  Filosofia  Matemática  Matemática  Espanhol | Jack Jéssica Rosa Verônica Verônica Jéssica Jéssica Rosa | Português Filosofia Matemática Geografia Geografia Inglês Inglês Matemática |

Implementaram-se duas métricas de qualidade relacionadas aos grupos de alinhamento, uma que mensura a quantidade de grupos formados e a quantidade de aulas "desalinhadas", ou seja, aulas que deveriam ser agendadas no mesmo horário, mas que não foram.

No caso da 5, foram formados dois grupos (demarcados em vermelho), e nenhuma aula ficou desalinhada, ou seja, todas as seis aulas configuradas no grupo de alinhamento foram corretamente alocadas em horários simultâneos.

#### 3.3.2.6 Janelas

As janelas consistem em situações em que a jornada de trabalho de determinado professor apresenta um horário sem aulas alocadas, fazendo com que o docente fique ocioso. O quadro 3 exemplifica esta situação.

| Aula | 6ºAno   | 7ºAno   | 8ºAno   |
|------|---------|---------|---------|
| 1    | Jéssica | Rosa    | Adriana |
| 2    | Jéssica | Rosa    | Adriana |
| 3    | Fábio   | Jéssica | Rosa    |
| 4    | Adriana | Jéssica | Rosa    |
| 5    | Beatriz | Adriana | Jéssica |

Quadro 3 – Exemplo de dia com janela.

Fonte: Autoria própria

No quadro 3, a professora Adriana tem uma janela na terceira aula, visto que tem aulas alocadas antes e depois (aulas 1, 2, 4 e 5). Em contrapartida, apesar de não ter nenhuma aula planejada no quinto horário, Rosa não tem janelas neste exemplo, pois pode encerrar sua jornada de trabalho na quarta aula.

A métrica de janelas mensura o número de horários na grade que apresentam estes horários ociosos, para cada professor.

#### 3.3.2.7 Preferências

As preferências consistem em configurações que informam ao otimizador características preferíveis para a alocação das aulas de cada professor. Implementaram-se os seguintes tipos de preferência no otimizador:

- 1. Preferência de primeiras aulas;
- 2. Preferência de últimas aulas;
- 3. Preferência específica de última aula

A Figura 6 representa um exemplo de configuração de preferências para determinado professor. Neste caso, a configuração informa ao otimizador que na segunda-feira, as aulas de "Verônica" devem ser alocadas desde o início do dia, não ultrapassando um total de aulas; e que na turma do "6º Ano", caso haja uma aula dessa professora, esta deve ser alocada na última aula.

Vale ressaltar que o diferencial da preferência específica de última aula é que esta considera a possibilidade de aulas vazias, ou seja, caso o último horário do dia não tenha uma aula alocada, a preferência considera que a aula deve ser alocada na penúltima aula.

Figura 6 - Configuração de preferências

| Preferências  |                    |                   |                   |                   | Verônica ▼        |
|---------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Dia           | 6 Ano              | 7 Ano             | 8 Ano             | 9 Ano             | 1 EM              |
| Segunda-feira | 2 primeiras aulas  | 2 primeiras aulas | 2 primeiras aulas | 2 primeiras aulas | 2 primeiras aulas |
| Terça-feira   | Forçar última aula |                   |                   |                   |                   |
| Quarta-feira  |                    |                   |                   |                   |                   |
| Quinta-feira  |                    |                   |                   |                   |                   |
| Sexta-feira   |                    |                   |                   |                   |                   |

Fonte: Autor

## 3.3.2.8 Armazenamento de soluções

Com a adição das métricas, o critério para considerar uma grade horária como uma solução válida ficou mais estrito, e em muitos casos tornou-se impossível obter uma grade que atenda perfeitamente todas as nuances. Tendo isto em mente, foi necessário implementar uma funciondalide de armazenamento de grades horárias um pouco mais detalhada. O resultado disso, pode ser visto no algoritmo 2.

end

## Algoritmo 2: Otimizador com persistência de grades horárias

```
Input: Lista de professores LP, lista de turmas LT, matriz de aulas por professor
       por turma MA, temperatura inicial TI, Taxa de resfriamento TR
Output: Grade horária de professores otimizada
temperatura \leftarrow TI
grade \leftarrow \mathsf{CriaGradeInicial}(LP, LT, MA)
iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
solucoes \leftarrow lista vazia
while condição de parada não atingida do
   deltaTotal \leftarrow 0
   for passo = 0 até numeroPassos do
       turma \leftarrow grade.EscolheTurmaAleatoria()
       linhas \leftarrow grade.EscolheHorariosAleatoriosValidos(sala)
       delta \leftarrow grade.CalculaDelta(sala, linhas)
       probabilidade \leftarrow e^{-delta/temperatura}
       valorAceite \leftarrow Aleatorio(0, 1)
       if delta < 0 ou probabilidade \ge valorAceite then
           grade.PermutaProfessores(sala, linha1, linha2)
           deltaTotal \leftarrow deltaTotal + delta
           if grade não existe na lista de soluções then
               insere grade na lista de soluções
               limita lista de soluções às 100 melhores grades
           end
       end
   end
   if delta = 0 then
       iteracoesSemAlteracao \leftarrow iteracoesSemAlteracao + 1
   else
       iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
   end
   if iteracoesSemAlteracao \ge 15 then
       salvaGradesRelevantes()
       apaga lista de soluções
       temperatura \leftarrow TI
       iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
   temperatura \leftarrow temperatura * TR
```

Consinderando as diversas métricas de qualidade que as grades horárias passaram a ter, o método "salvaGradesRelevantes" do algoritmo 2 salva, para cada métrica escolhida, as 5 grades que tiveram a melhor pontuação em cada métrica. A princípio, optou-se por utilizar as métricas de qualidade geral (média ponderada de todas as métricas), janelas, agrupamento de aulas e número de preferências resolvidas, mas este método pode ser expandido para qualquer uma das métricas implementadas no sistema.

#### 3.3.3 SERVIDOR E BANCO DE DADOS

A aplicação do lado do servidor é responsável por receber as requisições da interface, persistir as configurações no banco de dados e realizar a comunicação com o otimizador, a fim de produzir e armazenar as grades horárias.

Para o desenvolvimento deste componente, optou-se pelo *framework Express.js*, a ser executado na plataforma *Node.js*, devido à simplicidade de implementação que estas tecnologias proporcionam. Em relação ao banco de dados, será utilizado o sistema de gerenciamento de banco de dados *PostgresSQL*, devido à sua robustez e grande uso no mercado.

Conforme as premissas do problema sendo tratado, a modelagem do banco de dados é centrada na entidade "Configuração", que agrupa as configurações de determinada instituição de ensino para a geração de suas grades horárias. Cada uma dessas entidades tem turnos, turmas, professores, e as configurações de quantas aulas cada professor deve ministrar para cada turma, e as respectivas restrições.

A modelagem comentada está representada na Figura 7:

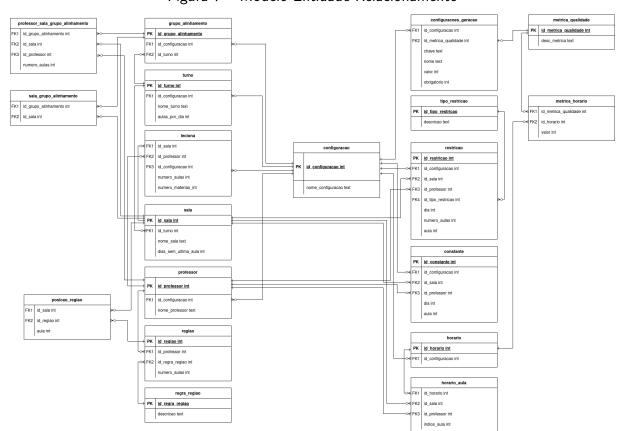


Figura 7 – Modelo Entidade-Relacionamento

Na Figura 7, é possível notar a presença das entidades elacionadas às diversas métricas de qualidade comentadas na Subseção 3.3.2, como restrições, contrantes, regiões, grupos de alinhamento, entre outras.

Para validar a modelagem do banco de dados, realizaram-se inserções de informações de exemplo nas diferentes tabelas. A Figura 8 mostra algumas dessas inserções e os vínculos instituídos pelos identificadores escolhidos.

Figura 8 – Consultas de validação da modelagem

```
INSERT INTO configuracao (id configuracao, nome configuracao) VALUES(1, 'Leme');
INSERT INTO turno (id turno, id configuracao, nome professor) VALUES(1, 1, 'Fabio');
INSERT INTO turno (id turno, id configuracao, nome turno, aulas por dia) VALUES(1, 1, 'Manhā', 6);
INSERT INTO ala (id sala, id turno, nome sala, dias sem ultima aula) VALUES(1, 1, 'Manhā', 6);
INSERT INTO lociona (id sala, id professor, id configuracao, numero aulas, numero materias) VALUES(1, 1, 1, 5, 1);
INSERT INTO horario (id configuracao, id horario) VALUES(1, 1);
INSERT INTO horario aula (id sala, id professor, id horario, index aula) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO constante (id constante, id constante, id configuracao, numero aulas, vALUES(1, 1, 1, 0, 0);
INSERT INTO constante (id constante, id sala, id professor, id configuracao, dia, aula, vALUES(1, 1, 1, 0, 0);
INSERT INTO restricao (id tipo restricao, descricao, nome xml) VALUES(0, 'Problit', 'normal');
INSERT INTO configuracao, id sala, id professor, id vALUES(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, NULL);
INSERT INTO configuracao, id sala, id professor, id value, num aulas) VALUES(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, NULL);
INSERT INTO configuracao, id sala, id professor, id configuracao, id turno) VALUES(1, 1, 1, 1);
INSERT INTO professor sala grupo alinhamento (id sala, id grupo alinhamento) VALUES(1, 1, 1);
INSERT INTO professor sala grupo alinhamento (id professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aulas, regra) VALUES(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aula, values(1, 1, 1, 0);
INSERT INTO posicao_regiao (id_regiao, id_professor, uma aula, values(1, 1, 1, 0);
IN
```

Validou-se também o armazenamento das grades horárias no banco de dados. A Figura 9 traz um exemplo de consulta de uma grade horária com sete salas:

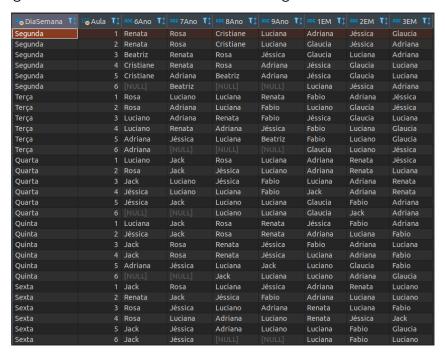
Figura 9 – Consulta SQL de grade horária com sete salas

```
CASE (a.n / 6)
WHEN 0 THEN 'Segunda'
WHEN 1 THEN 'Terça'
WHEN 1 THEN 'Ouinta'
WHEN 3 THEN 'Quinta'
WHEN 3 THEN 'Quinta'
WHEN 3 THEN 'Sexta'
ELSE NULL
END AS "DiaSemana",
(a.n % 6) + 1 AS "Aula",
pl.nome_professor AS "6Ano",
p2.nome_professor AS "7Ano",
p3.nome_professor AS "8Ano",
p4.nome_professor AS "8Ano",
p5.nome_professor AS "8Ano",
p5.nome_professor AS "8Ano",
p5.nome_professor AS "3EM"
FROM generate_series(0, 29) AS a(n)
LEFT JOIN horario_aula ha1 ON ha1.id_sala = 2 AND ha1.index_aula = a.n AND ha1.id_horario = 10848
LEFT JOIN professor p2 ON p2.id_professor = ha1.id_professor
LEFT JOIN horario_aula ha2 ON ha2.id_sala = 3 AND ha2.index_aula = a.n AND ha2.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha3 ON ha3.id_sala = 4 AND ha3.index_aula = a.n AND ha3.id_horario = 10848
LEFT JOIN professor p2 ON p2.id_professor = ha2.id_professor
LEFT JOIN horario_aula ha4 ON ha4.id_sala = 5 AND ha4.index_aula = a.n AND ha3.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha4 ON ha4.id_sala = 5 AND ha4.index_aula = a.n AND ha5.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha5 ON ha5.id_sala = 6 AND ha5.index_aula = a.n AND ha5.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha5 ON ha5.id_sala = 6 AND ha5.index_aula = a.n AND ha5.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha6 ON ha6.id_sala = 7 AND ha6.index_aula = a.n AND ha6.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha6 ON ha6.id_sala = 7 AND ha6.index_aula = a.n AND ha6.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha6 ON ha6.id_sala = 7 AND ha6.index_aula = a.n AND ha7.id_horario = 10848
LEFT JOIN horario_aula ha7 ON ha7.id_sala = 8 AND ha7.index_aula = a.n AND ha7.id_horario = 10848
LEFT JOIN professor p6 ON p7.id_professor = ha6.id_professor
LEFT JOIN professor p6 ON p6.id_professor = ha6.id_professor
LEFT JOIN professor p6 ON p7.id_professor = ha6.id_professor
LEFT JOIN professor p6 ON p7.id_professor = ha6.id_professor
```

Fonte: Autor

A consulta anterior traz como resultado a tabela visível na Figura 10, com linhas e colunas correpondentes a horários de aulas e salas respectivamente.

Figura 10 – Resultado da consulta de uma grade no banco de dados



## 3.3.4 INTERFACE

A interface web é responsável pela interação do usuário final com a aplicação. Portanto, implementaram-se funcionalidades que possibilitam a configuração das restrições e características das grades horárias a serem geradas, além de mostrar ou exportar tais grades após a geração.

Para o desenvolvimento deste componente, optou-se pelo framework *Vue.js*, devido à riqueza de seu ecossistema de desenvolvimento *frontend* e familiaridade do graduando com este. Complementando este framework, utilizou-se também o *Vuetify.js*, a fim de facilitar e padronizar o design da aplicação.

A Figura 11 mostra os casos de uso que a interface web é responsável por disponibilizar:

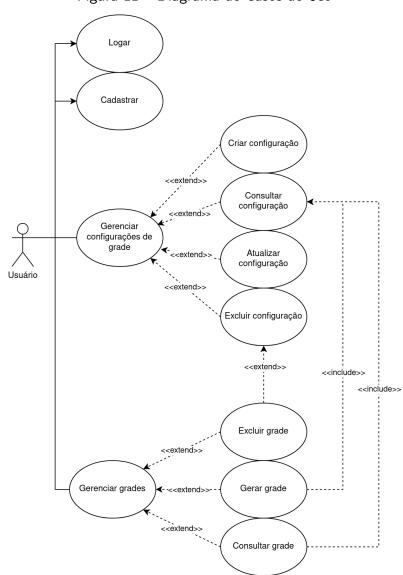
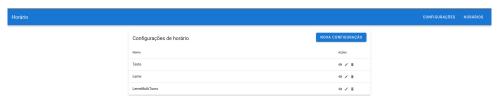


Figura 11 – Diagrama de Casos de Uso

A Figura 12 mostra a tela de listagem de configurações de grade. Como comentado anteriormente, alguns dos casos de uso da aplicação envolvem o gerenciamento de configurações de grades horárias, as quais são listadas nessa tela.

Figura 12 – Tela - Listagem de Configurações de Grade



A tela mostrada na Figura 13 é responsável por permitir que o usuário cadastre os professores da escola. Nessa tela é possível notar que a aplicação foi estruturada seguindo uma noção de etapas de configuração até a geração da grade horária final. No topo da tela, a etapa "Estrutura da Escola" encontra-se selecionada.

Hordrio Configurações Paratropes Professores

Professores
Novo Paratrossor

Figura 13 – Tela - Estrutura da Escola - Professores

Na Figura 14, tem-se a continuação da tela de estrutura da escola, mostrada na Figura 13. Esta parte da tela é responsável pela configuração das turmas e turnos da escola.

Figura 14 - Tela - Estrutura da Escola - Turmas e Turnos

Fonte: Autor

Na tela da Figura 15, o usuário pode realizar a configuração de número de aulas que cada professor deve ministrar em cada sala, informação fundamental para a geração das grades horárias.

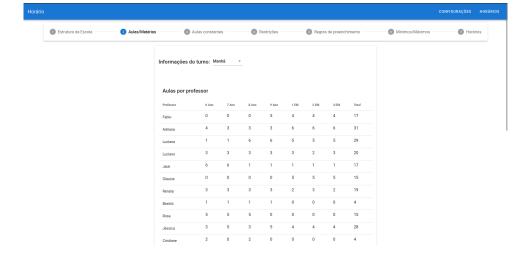


Figura 15 – Tela - Aulas por professor

A tela da Figura 16 é responsável pela configuração das restrições e preferências. Nesta, o usuário pode configurar horários na grade que devem ser evitados ou proibidos para determinado docente.

Figura 16 – Tela - Restrições e Preferências

Fonte: Autor

Já a tela da Figura 17 possibilita a configuração das regiões e grupos de alinhamento:

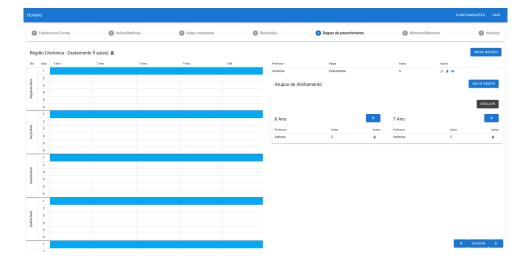


Figura 17 - Tela - Regiões e Grupos de Alinhamento

Fonte: Autor

A última tela relacionada a configurações pode ser vista na Figura 18, e permite a definição de quantidade mínimas e máximas de aulas para cada professor em cada dia da grade horária:

A etapa final no fluxo da aplicação é representada pela tela da Figura 19. Nesta, o usuário pode requisitar a geração da grade horária utilizando as configurações realizadas nas etapas anteriores, e acessar as grades geradas anteriormente.

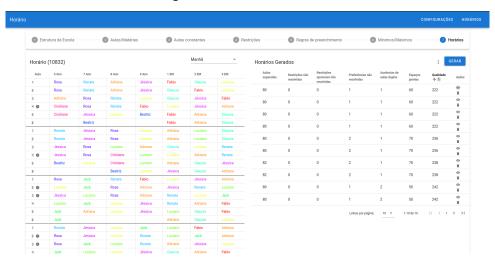
| Controlled | Con

Figura 18 - Tela - Mínimos e Máximos

4 SALVAR Þ

Fonte: Autor

Figura 19 - Tela - Horários



Fonte: Autor

## 3.3.5 USUÁRIOS E AUTENTICAÇÃO

Para controlar a visibilidade de informações no sistema desenvolvido, implementou-se um sistema de usuários. A melhoria consistiu na:

- 1. Criação de tabela de usuários no banco de dados;
- 2. Associação da tabela "configuração" com a tabela de usuários, para que fosse possível armazenar o usuário responsável por cada configuração;
- 3. Criação da tela de login na interface web;
- 4. Criação das rotas de cadastro e login no servidor
- 5. Criação do middleware de autenticação
- 6. Criação do middleware de validação da configuração

## 3.3.5.1 Adaptação do banco de dados

A aplicação dos itens 1 e 2 foi realizada diretamente no banco de dados, através da criação da tabela mencionada e a chave estrangeira possibilitando a associação de cada usuário a múltiplas configurações. Após estas alterações, o diagrama entidade relacionamento do banco de dados passa a ser representado pela figura 20.

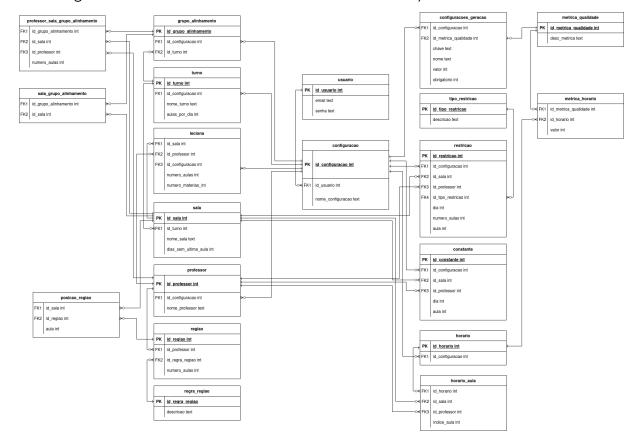


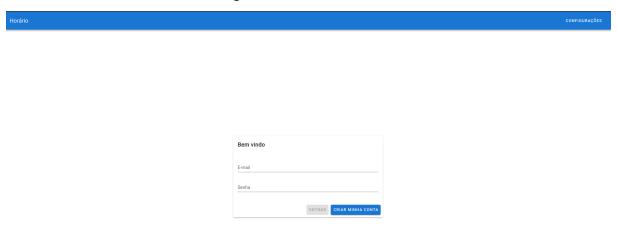
Figura 20 – Modelo Entidade-Relacionamento com adição da tabela de usuários

Fonte: Autor

## 3.3.5.2 Tela de login

Como pode ser visto na figura 21, desenvolveu-se uma tela simples de *login*, a qual também desempenha a função de cadastro de novos usuários.

Figura 21 – Tela de Acesso



Fonte: Autor

## 3.3.5.3 Rotas de autenticação

Para a implementação das rotas de cadastro e *login*, utilizou-se além do *framework ExpressJS*, os pacotes JWT (*Json Web Token*) e *bcrypt*. O pacote JWT é utilizado para gerar *tokens*, que são enviados para a interface web e podem ser utilizados para autenticar os usuários; já o *bcrypt* é utilizado para gerar e validars as *hashes* das senhas dos usuários, para que nunca sejam armazenadas senhas em texto pleno no banco de dados.

A função utilizada pela nova rota de cadastro pode vista na figura 22. A função "register" realiza a validação dos parâmetros, e cria um usuário no banco de dados, caso já não exista outro com o mesmo e-mail. Além disso, a função retorna um *token* JWT para a interface web, para que seja possível verificar a autenticidade das próximas requisições realizadas pelo usuário.

Figura 22 - Método de Cadastro

Fonte: Autor

A função de *login*, visível na figura 23 é similar, realizando validação dos parâmetros, autenticação do usuário através da comparação de senhas utilizando o pacote *bcrypt* e geração de *token* JWT. Vale citar que em ambas as rotas de autenticação, é inserido no *payload* do *token* o identificador do usuário, que posteriormente pode ser utilizado pelos *middlewares* para a realização de validações.

Figura 23 - Método de Login

```
const login = async (req, res) => {
  const { email, senha } = req.body;
  if (email == null || senha == null) {
    return res.status(400).json({ message: "E-mail e senha são obrigatórios" });
}

const resUsuario = await pool.query(
    "select id_usuario, senha from usuario where email = $1",
    [email]
);
  if (resUsuario.rows.length === 0) {
    return res.status(400).json({ message: "Credenciais inválidas" });
}

const { senha: hash, id_usuario } = resUsuario.rows[0];
    const correctPassword = await bcrypt.compare(senha, hash);

if (!correctPassword) {
    return res.status(400).json({ message: "Credenciais inválidas" });
}

const secret = process.env.JWT_SECRET;
    const token = jwt.sign({ id_usuario }, secret);

return res
    .status(200)
    .json({ token, message: "Login realizado com sucesso" });
};
```

## 3.3.5.4 Middlewares

Foram criadas duas funções *middleware* relacionadas aos usuários. A primeira é responsável por assegurar que apenas usuários propriamente autenticados tenham acesso aos recursos protegidos do sistema. Como pode ser visto na figura 24, essa verificação é realizada através da verificação da presença de um *token* JWT válido no *header "authorization"* da requisição.

Figura 24 - Middleware de autenticação

```
const jwt = require("jsonwebtoken");

function authenticateToken(req, res, next) {
   const authHeader = req.headers["authorization"];
   const token = authHeader && authHeader.split(" ")[1];

   if (token == null) return res.sendStatus(401);

   jwt.verify(token, process.env.JWT_SECRET, (err, data) => {
      if (err || data.id_usuario == null) return res.sendStatus(403);
      req.id_usuario = data.id_usuario;
      next();
   });
}

module.exports = authenticateToken;
```

O outro middleware criado tem como objetivo assegurar que um usuário possa consultar apenas as configurações pelas quais seja responsável. Isso é feito utilizando o identificador do usuário, presente no *payload* do *token* JWT, conforme a figura 25. Caso o usuário não tenha um vínculo com a configuração que está tentando acessar, a requisição é bloqueada.

Figura 25 – Middleware de validação da configuração

```
const pool = require("../config/db");
async function validateConfigId(req, res, next) {
  const ids = [req.params.id, req.body.id_configuracao];
  if (ids.every((id) => id == null)) {
    return next();
  }
  const { id_usuario } = req;
  for (let id_configuracao of ids) {
    if (id_configuracao == null) {
      continue;
    }
  const result = await pool.query(
      "select 1 from configuracao where id_configuracao = $1 and id_usuario = $2",
      [id_configuracao, id_usuario]
    );
    if (result.rows.length == 0) {
      return res.sendStatus(401);
    }
  }
  return next();
}
module.exports = validateConfigId;
```

# 3.3.6 ALOCAÇÃO DE MATÉRIAS

Durante os incrementos anterioriores, o otimizador gerava grades horárias que continham apenas os nomes dos professores alocados para aula. Em outras palavras, as grades eram matrizes nas quais as linhas eram os horários disponíveis, as colunas eram as salas e cada posição na matriz representava qual professor deveria ministrar a aula naquele horário.

A alocação dos professores é muito importante para a resolução do problema, pois apresenta a maior parte das retrições e dificuldades relacionadas, como os conflitos, por exemplo. Entretando, em termos de completude, as grades horárias devem ter também a alocação de matérias em cada horário de aula, visto que cada professor pode ministrar aulas de mais de uma matéria. As alterações necessárias para possibilitar isso foram:

- 1. Alterar a modelagem do banco de dados para comportar informações relacionadas às matérias:
- 2. Alterar telas da interface web para que fosse possível configurar as matérias;
- 3. Alterar rotas do servidor para persistir as matérias;
- 4. Alterar código do otimizador para produzir grades horárias com matérias

#### 3.3.6.1 Alteração no banco de dados

Para armazenar informações relacionadas às matérias, a modelagem do banco de dados foi alterada com a criação de uma tabela para armazenar as matérias, e a adição de uma coluna à tabela "horario" aula para que seja possível especificar matérias alocadas nas grades horárias. Com estas alterações, a modelagem do banco de dados passa a ser representada pela figura 26.

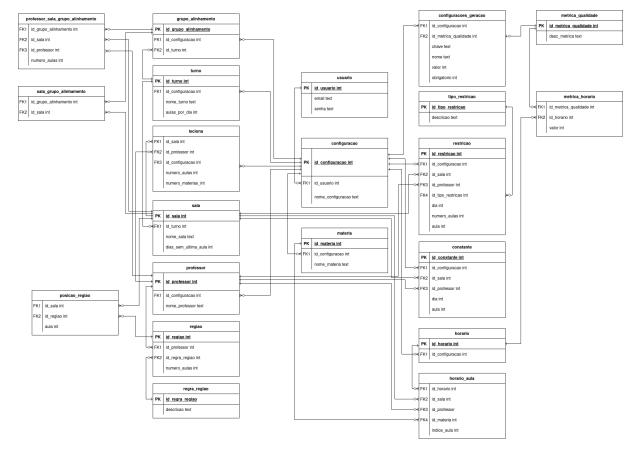


Figura 26 – Modelo Entidade-Relacionamento com Matérias

### 3.3.6.2 Alteração de telas

Com a adição do conceito das matérias ao sistema, algumas telas da interface precisaram ser modificadas. A primeira destas, foi a tela inicial da configuração, ou seja, a tela de "Estrutura da Escola", cuja alteração pode ser vista na figura 27 consistiu na adição de uma seção para cadastro e visualização de matérias, semelhante ao componente de cadastro de professores.

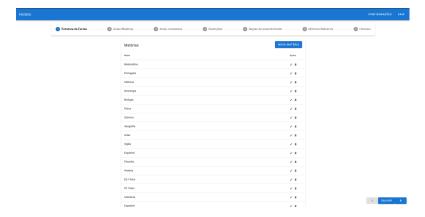


Figura 27 – Estrutura da Escola com Matérias

Além da tela de estrutura, a segunda aba da configuração ("Aulas/Matérias") foi alterada para que fosse possível vincular matérias aos professores, e configurar a quantidade de aulas de cada matéria deve ser ministrada semanalmente, conforme a figura 28.

Position Control Contr

Figura 28 – Tela de configuração de quantidades de aulas por matéria

Fonte: Autor

Por fim, na tela final da configuração, responsável por exibir as grades horárias geradas, foi necessário alterar o componente da grade para incluir, além dos nomes dos professores, os nomes das matérias alocadas para cada horário, como pode ser visto na figura 29.

Figura 29 – Visualização de grade horária com matérias

Fonte: Autor

#### 3.3.6.3 Alteração de métodos no servidor

A adição das matérias também envolveu algumas alterações no servidor. As rotas alteradas para acomodar a melhoria foram rotas de armazenamento e consulta da estrutura da escola, aulas e grades horárias.

Evidentemente, foi necessário criar rotas também para o gerenciamento de matérias, e as demais rotas do sistema precisaram ter suas funções de tratamento modificadas para interagir corretamente com esta nova tabela.

#### 3.3.6.4 Matérias no otimizador

Após as alterações na interface, servidor e banco de dados, o sistema estava pronto para lidar com as informações relacionadas às matérias, faltando apenas a incorporação destas na geração de grades horárias por parte do otimizador.

Para realizar isso, o otimizador foi alterado para alocar também matérias na grade horária, de forma que enquanto antes a grade horária armazenava em cada posição um professor que foi alocado para aquele horário, agora passa a armazenar uma dupla de professor e matéria alocados. Durante os passos de otimização, estas duplas seão permutadas, garantindo assim que cada matéria sempre corresponde a um professor compatível. Com estas alterações, o algoritmo 3 passa a representar o otimizador.

#### **Algoritmo 3:** Otimizador com alocação de matérias

```
Input: Lista de professores LP, lista de turmas LT, matriz de aulas e matérias
       por professor por turma MA, temperatura inicial TI, Taxa de resfriamento
Output: Grade horária de matérias e professores otimizada
temperatura \leftarrow TI
grade \leftarrow \mathsf{CriaGradeInicial}(LP, LT, MA)
iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
solucoes \leftarrow lista vazia
while condição de parada não atingida do
   deltaTotal \leftarrow 0
   for passo = 0 até numeroPassos do
       turma \leftarrow grade.EscolheTurmaAleatoria()
       duplas \leftarrow grade.EscolheDuplasAleatoriasValidas(turma)
       delta \leftarrow grade.CalculaDelta(turma, duplas)
       probabilidade \leftarrow e^{-delta/temperatura}
       valorAceite \leftarrow ValorAleatorioEntre(0, 1)
       if delta < 0 ou probabilidade > valorAceite then
           grade.PermutaDuplas(sala, duplas)
           deltaTotal \leftarrow deltaTotal + delta
           if grade não existe na lista de soluções then
               insere grade na lista de soluções
               limita lista de soluções às 100 melhores grades
           end
       end
   end
   if delta = 0 then
       iteracoesSemAlteracao \leftarrow iteracoesSemAlteracao + 1
   else
    \vdash iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
   end
   if iteracoesSemAlteracao > 15 then
       salvaGradesRelevantes()
       apaga lista de soluções
       temperatura \leftarrow TI
       iteracoesSemAlteracao \leftarrow 0
```

end

 $temperatura \leftarrow temperatura * TR$ 

# 3.3.7 VALIDAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES

Devido à grade quantidade de configurações necessárias para parametrizar a geração de uma grade horária, erros de configurações por parte dos usuários são inevitáveis. Tendo isto em mente, implementou-se uma seção de cótigo no otimizador, responsável pela validação das informações providenciadas pelo usuário.

Vale ressaltar que esta validação não garante que é possível gerar uma grade horária de acordo com as configurações providas, mas ela deve evitar alguns dos erros mais comuns. As validações realizadas foram:

- 1. Existem turnos, turmas, professores e matérias configurados;
- 2. O total de aulas configurado para cada sala deve ser correto, de acordo com o número de dias da grade horária e quantidade de aulas por dia;
- 3. Para cada sala, nenhum professor pode ter mais aulas agendadas do que a sala acomoda;
- 4. Nenhum professor pode ter mais aulas constantes configuradas do que o seu total de aulas naquela sala;
- 5. Não pode haver uma restrição e aula constante para determinado professor na mesma posição da grade horária;
- Cada grupo de alinhamento deve relacionar duas turmas diferentes, e referenciar o alinhamento da mesma quantidade de aulas em ambas as salas, sendo esta quantidade compatível com o total de aulas configurado para cada professor;
- 7. O número de aulas esperado para cada região deve ser compatível com o total de aulas configurado para as salas englobadas na região

Estas validações são executadas antes do início das otimizações das grades horárias, e caso haja algum erro de configuração, é exibida uma mensagem alertando o usuário, conforme a Figura 30, e a geração da grade horária é cancelada.

Figura 30 – Mensagem de erro de validação

Mais aulas do professor Luciano constantes na sala 6 Ano do que o esperado (1/0) 

Restrição e constante na mesma posição para o professor Luciano

## 3.3.8 EXPORTAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS

Considerando a necessidade de exportar as grades horárias para fora do sistema, e a sua natureza tabular, implementou-se a funcionalidade de *download* das grades como planilhas Excel, no formato XLSX.

Para possibilitar a exportação neste formato, utilizou-se o pacote *Node ExcelJs*, que providencia a classe "WorkBook", a qual facilita a construção de arquivos de planilhas Excel utilizando a linguagem *JavaScript*. O resultado final desta implementação pode ser visto na Figura 31.

Dia Rosa Jack Verônica Jéssica Glaucia Segunda-feira Rosa Jack Verônica Inglês Jéssica Glaucia Espanhol Jack **latemática** Rosa Luciana História Renata Jéssica Jack Rosa Luciana História Renata Jéssica Adriana ED. Física Beatriz Espanhol Jack Luciana História Renata Adriana Luciana História Renata Luciana Rosa Verônica Jéssica Fabio Verônica Adriana Rosa Luciana Fabio atemátic Física Terça-feira Verônica Adriana Rosa Luciana Espanhol Jack Luciana Verônica Adriana Rosa Biologia Geografia Rosa Cristiane Biologia Jack Verônica Adriana Beatriz Cristiane ociologi Verônica Jéssica Verônica História Renata Adriana Glaucia Ciências Quarta-feira Cristiane Verônica Luciana Artes Jéssica Química Adriana Artes Cristiane Espanhol Jack Luciana Artes Jéssica Química Adriana Jéssica Fabio Jack Adriana Luciana Fabio Jack Jéssica Adriana Luciana Arte Ciências Rosa Fabio Adriana atemátic Biologia Verônica Adriana Jéssica Glaucia Ciências Inglês Espanhol Glaucia Quinta-feira Jack Rosa Inglês Jéssica Verônica latemátic latemátic Jack Jéssica Rosa Renata Verônica História Verônica História 4 Renata Jéssica Rosa Fabio Inglês latemática História Renata Verônica ED. Física Beatriz Fabio Luciana Renata Luciana História Fabio História Renata Jéssica Adriana **fatemática** Luciana Inglês Jéssica Luciana História Renata Matemática Fabio Química Adriana Sexta-feira Renata Jéssica Inglês Rosa História Ciências Adriana Luciana Rosa Renata Jéssica Adriana História Luciana atemátic Literatura Jéssica Adriana Renata Luciana ED. Física Beatriz Inglês História

Figura 31 – Grade horária exportada para planilha

Fonte: Autor

Para possibilitar o *download* das grades horárias, acrescentou-se um botão à interface. Adicionalmente, foram adicionados botões para navegar entre as diferentes grades geradas, e exibir mais informações sobre a grade selecionada. Os botões podem ser vistos, realçados em vermelho na figura 32:

Figura 32 – Grade horária exportada para planilha

Ao clicar no botão de informações, são mostradas todas as métricas de qualidade da grade horária, conforme a figura 33:

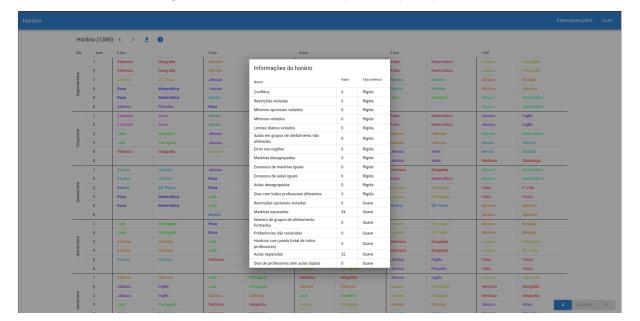


Figura 33 – Grade horária exportada para planilha

# **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Em conclusão, este trabalho abordou o *High School Timetabling Problem*, e a demanda associada por um software de otimização de grades horárias. Verificou-se durante a revisão de literatura a dificuldade que a tarefa de planejamento de grades horárias representa, e que grande parte das instituições de ensino do país ainda realiza essa tarefa manualmente.

O presente trabalho trouxe também algumas demonstrações do estado atual do protótipo da aplicação desenvolvida, assim como melhorias sugeridas para a continuação da pesquisa. Com o desenvovolvimento dos primeiros incrementos da aplicação, foi possível verificar a viabilidade do projeto aplicando a técnica de *Simulated Annealing* para produzir e otimizar grades horárias escolares, atendendo múltiplos objetivos tradicionais do problema, assim como a nova preocupação trazida pelo Novo Ensino Médio, os Itinerários Formativos.

Resta portanto como atividade de crucial importância a coleta de dados de ponteciais usuários futuros da aplicação, para que seja possível verificar a necessidade de adições e melhorias ao otimizador, e a execução dos incrementos do software a fim de cumprir os objetivos propostos.

#### Referências

ABRAMSON, D. Constructing school timetables using simulated annealing: Sequential and parallel algorithms. **Management Science**, v. 37, n. 1, p. 98–113, 1991. Disponível em: <a href="https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:ormnsc:v:37:y:1991:i:1:p:98-113">https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:ormnsc:v:37:y:1991:i:1:p:98-113</a>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 3.

BARDADYM, V. A. Computer-aided school and university timetabling: The new wave. In: BURKE, E.; ROSS, P. (Ed.). **Practice and Theory of Automated Timetabling**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1996. p. 22–45. ISBN 978-3-540-70682-3. Citado na página 1.

BRASIL. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 2017. ISSN 1677-7042. Disponível em: <a href="http://www.planalto.gov.br/ccivil\_03/\_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm">http://www.planalto.gov.br/ccivil\_03/\_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm</a>. Citado na página 3.

COOPER, T. B.; KINGSTON, J. H. The complexity of timetable construction problems. In: **International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling**. [S.I.: s.n.], 1995. Citado na página 3.

FONSECA, G. H.; SANTOS, H. G.; CARRANO, E. G. Integrating matheuristics and metaheuristics for timetabling. **Computers And Operations Research**, v. 74, p. 108–117, 2016. ISSN 0305-0548. Disponível em: <a href="https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816300879">https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816300879</a>. Citado na página 1.

LAARHOVEN, P. J. **Simulated annealing theory and applications**. [S.I.]: Kluwer, 1987. Citado na página 4.

POULSEN, C. J. B. **Desenvolvimento de um Modelo para o School Timetabling Problem Baseado na Meta-Heurística Simulated Annealing**. 141 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Citado na página 1.

PRESSMAN, R.; MAXIM, B. **Engenharia de Software - 8**ª **Edição**. [s.n.], 2016. ISBN 9788580555349. Disponível em: <a href="https://books.google.com.br/books?id=wexzCwAAQBAJ">https://books.google.com.br/books?id=wexzCwAAQBAJ</a>. Citado na página 5.

TAN, J. S. et al. A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. **Expert Systems with Applications**, v. 165, p. 113943, 2021. ISSN 0957-4174. Disponível em: <a href="https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417420307314">https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417420307314</a>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 3.