ОП «Политология», 2023-24
Введение в ТВиМС
Нормальное распределение – 1 (разбор №3)
А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

Задача 1. Явка на избирательный участок описывается нормальным законом распределения со средним значением 60% и дисперсией 100. Какова вероятность того, что:

(a) явка опустится ниже 45%;
(b) явка окажется в промежутке от 35% до 50%;
(c) явка превысит 75%?

Решение. Пусть случайная величина X – явка на избирательный участок. По условию можем записать, что $X \sim N(a = 60, \sigma^2 = 100)$. Раз дисперсия $\sigma^2 = 100$, то стандартное отклонение явки $\sigma = \sqrt{100} = 10$. Содержательно, мы можем ожидать, что явка на участок, в среднем, составит 60 ± 10 процентов.

Найдём вероятности, пользуясь связью между произвольной нормальной величиной X и стандартной нормальной величиной Z:

$$X = \sigma Z + a \text{ (выражаем X через Z)}$$

$$Z = \frac{X - a}{\sigma} \text{ (стандартизация X)}$$

a. $\mathrm{P}(X < 45) = \mathrm{P}(Z < \frac{45 - 60}{10}) = \mathrm{P}(Z < -1.5) = \Phi(-1.5) = 1 - \Phi(1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$

b. $\mathrm{P}(35 \leqslant X \leqslant 50) = \mathrm{P}(\frac{35 - 60}{10} \leqslant Z \leqslant \frac{50 - 60}{10}) = \mathrm{P}(-2.5 \leqslant Z \leqslant -1) = \Phi(-1) - \Phi(-2.5) =$

$$= (1 - \Phi(1)) - (1 - \Phi(2.5)) = \Phi(2.5) - \Phi(1) = 0.9938 - 0.0.8413 = 0.1525$$

c. $\mathrm{P}(X > 75) = \mathrm{P}(Z > \frac{75 - 60}{10}) = \mathrm{P}(Z > 1.5) = 1 - (Z < 1.5) = 1 - \Phi(1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$