

ОП «Политология», 2023-24**Введение в ТВиМС****Совместное распределение (31 января)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева*

Задача 1. X и Y – независимые случайные величины. $D(X) = 9$, $D(Y) = 4$.

- (a) Вычислите $D(L)$, где $L = 5X + 10$.
- (b) Вычислите $D(U)$, где $U = 2X + 4Y - 1$.
- (c) Вычислите $D(Q)$, где $Q = -3X - 5Y + 10$.

Задача 2. X и Y – случайные величины. Известно, что $D(X) = 10$, $D(Y) = 20$ и что $\text{Cov}(X, Y) = 2$. Вычислите $D(X + Y)$.

Задача 3. X – число чашек кофе, которое респондент выпивает по утрам, Y – число вещей, которое он забывает сделать утром из-за низкой концентрации внимания. Совместное распределение случайных величин X и Y выглядит следующим образом (одна вероятность пропущена):

$X \setminus Y$	0	1
0	0.1	0.1
1	0.1	0.2
2	0.2	?

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y и найдите их математические ожидания.
- (b) Проверьте, можно ли считать величины независимыми.
- (c) Найдите условные вероятности $P(Y = 1 \mid X = 2)$ и $P(Y = 2 \mid X = 0)$.
- (d) Вычислите $\text{Cov}(X, Y)$.

Задача 4. Число аистов, которые могут прилететь в гнездо рядом с домом Ёжика, имеет бинарное распределение с параметром $p = 0.7$. Число аистов, которые могут прилететь в гнездо рядом с домом Медвежонка, имеет бинарное распределение с параметром $p = 0.3$.

- (a) Считая, что аисты прилетают к героям независимо, постройте совместное распределение этих двух бинарных величин. Чему равна ковариация между ними?
- (b) Запишите ряд распределения для *общего* числа аистов, которые прилетают к героям.