

## ОП «Политология», 2023-24

## Введение в ТВиМС

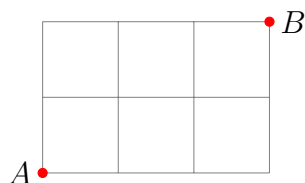
## Дополнительные задачи 1 (17 января 2024 г.)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

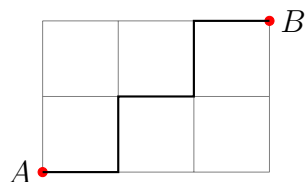
Данный листок содержит задачи повышенной сложности, которые можно самостоятельно решать на семинаре, если разбираемые у доски задачи кажутся слишком простыми. Рекомендуется приступать к этим задачам только в том случае, если основной материал по теме усвоен и отработан. Задачи, аналогичным образом, не входят в формы контроля, предусмотренные на курсе.

Решение этих задач засчитывается как выступление у доски в случае, если студент приводит подробное, верное или преимущественно верное решение и готов ответить на вопросы преподавателя.

**Задача 1.** План очень маленького города  $N$  изображен на Рис. 1. В этом городе  $3 \times 2$  прямоугольных кварталов, которые разделены между собой прямыми улицами.

Рис. 1: город  $N$ 

- (a) Изобразите все возможные пути из точки  $A$  в точку  $B$ , считая, что странник хочет идти кратчайшим путем, то есть двигаться по сетке только слева направо или снизу вверх. Сколько получилось путей?
- (b) Отметьте на плане города все перекрестки, где странник должен делать выбор, куда ему пойти: направо или вверх (включая точку  $A$  и исключая точку  $B$ ). Сопоставьте каждому пути из предыдущего пункта последовательность из 0 и 1, где 0 означает, что странник должен идти наверх, а 1 – что он должен идти направо. Например, пути на Рис. 2 соответствует последовательность 10101.

Рис. 2: пример пути из точки  $A$  в точку  $B$

**Утверждение.** Пусть есть прямоугольная сетка размера  $n \times k$ . Точка  $A$  – левый нижний угол сетки, а точка  $B$  – правый верхний угол этой сетки. Число путей из точки  $A$  в точку  $B$  при описанном выше способе движения по сетке равно числу перестановок из  $n$  единиц и  $k$  нулей:

$$P(k, n) = C_{n+k}^n = \frac{(n+k)!}{n! k!}.$$

Проверьте, что число путей, найденных вами в первом пункте, совпадает с числом путей, посчитанным по предложенной формуле. Используя сведения, полученные выше, решите следующую задачу.

Все дороги города  $M$  проходят по сетке, состоящей из прямоугольников размера  $k \times l$ , где  $k$  и  $l$  – целые неотрицательные числа (Рис. 3). Парк обозначен точкой  $P(0, 0)$ , кофейня – точкой  $C(m, n)$ .

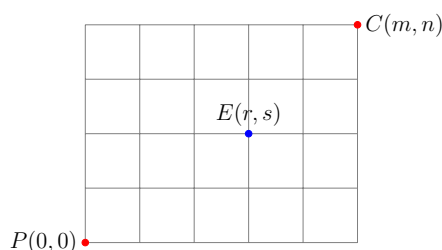


Рис. 3: город  $M$

Группа друзей в день выборов кратчайшим путем направляется из парка в кофейню. В точке  $E(r, s)$  находится избирательный участок.

- Найдите вероятность того, что друзья, не знающие об избирательном участке, смогут посетить его, если будут выбирать путь от парка до кофейни наугад.
- При  $m = 6$ ,  $n = 4$ ,  $r = 3$  найдите значение  $s$ , определяющее наиболее выгодное расположение избирательного участка (с точки зрения посещения его жителями).

**Задача 2.** В круг радиуса  $r$  вписан квадрат. Середины сторон этого квадрата соединены линиями, как показано на Рис. 4. В круг бросают четыре точки. Чему равна вероятность того, что ровно одна точка попадет в закрашенную область?

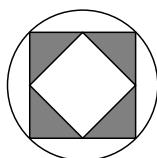


Рис. 4: иллюстрация к задаче 2

Задачи и пояснения базируются на следующих источниках:

- Кочетков Е.С., Смерчинская С.О. Теория вероятностей в задачах и упражнениях. – М.: Форум, 2008.
- Виленкин Н. Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: МНЦМО, 2013.