

ОП «Политология», 2022-23**Введение в ТВиМС****Совместное распределение случайных величин. Ковариация и корреляция. (08 февраля)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева*

Задача 1. В психологическом тесте два вопроса имеют по три варианта ответа. Каждому из вариантов ответа присваивается сырой балл в зависимости от выраженности тестируемого свойства. Совместное распределение сырых баллов за каждый ответ задано таблицей:

| $X \setminus Y$ | 0 | 1 | 2 |
|-----------------|------|------|------|
| 0 | 0.2 | 0.05 | 0 |
| 1 | 0.15 | 0.1 | 0.05 |
| 2 | 0.05 | 0.2 | ? |

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Проверьте, можно ли считать, что ответы на вопросы независимы.
- (c) Найдите условные вероятности $P(Y = 2 \mid X = 2)$ и $P(Y = 2 \mid X = 0)$.
- (d) Запишите ряд распределения случайной величины $X + Y$.
- (e) Найдите математическое ожидание случайной величины $X \cdot Y$.

Задача 2. X – число чашек кофе, которое респондент выпивает по утрам, Y – число вещей, которое он забывает сделать утром из-за низкой концентрации внимания. Совместное распределение случайных величин X и Y выглядит следующим образом (одна вероятность пропущена):

| $X \setminus Y$ | 0 | 1 |
|-----------------|-----|-----|
| 0 | 0.1 | 0.1 |
| 1 | 0.1 | 0.2 |
| 2 | 0.2 | ? |

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y и найдите их математические ожидания.
- (b) Вычислите $\text{Cov}(X, Y)$.
- (c) Вычислите $\text{Corr}(X, Y)$.

Задача 3. X и Y – дискретные случайные величины. Известно, что $D(X) = 4$, $D(Y) = 9$ и $\text{Cov}(X, Y) = 3$.

- (a) Найдите $\text{Cov}(2X, 4Y)$.
- (b) Найдите $\text{Corr}(X, Y)$ и $\text{Corr}(4X, 3Y)$.
- (c) Найдите $D(X + Y)$.
- (d) Найдите $D(X - 3Y)$.

Задача 4. Совместное распределение случайных величин X и Y задано с помощью таблицы:

| $X \setminus Y$ | 0 | 1 |
|-----------------|------|------|
| 1 | 0.24 | 0.36 |
| 4 | 0.16 | 0.24 |

Проверьте, являются ли величины X и Y независимыми. Найдите $\text{Corr}(X, Y)$.