

ОП «Политология», 2022-23**Введение в ТВиМС****Свойства дисперсии. Биномиальное распределение. (01 февраля)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева*

Задача 1. Известно, что муми-тролли составляют 20% жителей Муми-дола¹. Фрекен Снорк решила пригласить на чай 6 случайно выбранных жителей этой страны. Найдите вероятность того, что среди них будет:

- (a) ровно 3 муми-тролля;
- (b) менее 2 муми-троллей;
- (c) хотя бы 4 муми-тролля;
- (d) более 1 муми-тролля;
- (e) не более 5 муми-троллей.

Решение. В данной задаче одно испытание Бернулли – это присутствие одного гостя на чаепитии. Всего гостей шестеро, они выбираются случайно, поэтому вряд ли договариваются между собой, как приходить, другими словами, действуют независимо. Поэтому всего получаем шесть испытаний Бернулли, $n = 6$. Так как в вопросах о вероятностях нас интересуют Муми-тролли, событие «Муми-тролль пришёл в гости на чай» – это успех. Всего Муми-троллей в долине 20%, вероятность успеха $p = 0.2$, а вероятность неудачи равна $q = 1 - p = 0.8$. Формула для вычисления вероятности получения k успехов в серии из n испытаний у нас есть:

$$P(S = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

- (a) $P(S = 3) = C_6^3 \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^3 \approx 0.08$.
- (b) $P(S < 2) = P(S = 0) + P(S = 1) = C_6^0 \cdot 0.2^0 \cdot 0.8^6 + C_6^1 \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^5 \approx 0.65$.
- (c) $P(S \geq 4) = P(S = 4) + P(S = 5) + P(S = 6) = C_6^4 \cdot 0.2^4 \cdot 0.8^2 + C_6^5 \cdot 0.2^5 \cdot 0.8^1 + C_6^6 \cdot 0.2^6 \cdot 0.8^0 \approx 0.017$.
- (d) $P(S > 1) = 1 - P(S \leq 1) = 1 - P(S = 0) + P(S = 1) = 1 - 0.65 = 0.35$.
- (e) $P(S \leq 5) = 1 - P(S > 5) = 1 - P(S = 6) = 1 - C_6^6 \cdot 0.2^6 \cdot 0.8^0 \approx 0.999$.

¹Согласно мемуарам Муми-папы, его семья – не единственные муми-тролли в долине.