

ОП «Политология», 2021-22**Введение в ТВиМС****Тренировочные задания по блоку «Теория вероятностей»****Не является типовым вариантом контрольной работы! (3 модуль)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, П. В. Ревина***Задача 1.** Дан ряд распределения случайной величины X :

| | | | | | |
|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| X | -1 | 0 | 2 | 6 | 7 |
| p | 0.2 | 0.5 | ? | 0.1 | 0.1 |

- Найдите $P(X \leq 2)$, $P(X < 5.5)$, $P(X > 7)$.
- Найдите математическое ожидание X .
- Найдите дисперсию X .
- Найдите стандартное отклонение X .
- Найдите $E(4X + 3)$ и $D(4X + 3)$.

Задача 2. X и Y – случайные величины. Известно, что $\text{Cov}(X, Y) = 1$. При этом $E(X) = 4$, $D(X) = 9$, $E(Y) = -2$, $D(Y) = 16$. Найдите математическое ожидание и дисперсию следующих величин:

- $W_1 = 2X$.
- $W_2 = 2X - 3$.
- $W_3 = 4X + 5Y$.
- $W_4 = 3X - 7Y + 6$.

Найдите корреляцию между W_2 и W_3 .**Задача 3.**

- W – бинарная случайная величина с параметром $p = 2/3$. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины W .
- U – биномиальная случайная величина с параметрами $p = 4/5$, $n = 7$. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины U .

Задача 4. Посиделки студентов-политологов редко обходятся без горячих политических дебатов. Известно, что в 30 случаях из 40 спокойные посиделки политологов перерастают в бурные дискуссии на политическую тематику, причем известно, что это соотношение не изменяется от посиделок к посиделкам, и наличие дискуссий на одних посиделках никак не влияет на наличие дискуссий на других. Определите, с какой вероятностью из 10 посиделок:

- более 8 закончатся политическими дебатами;
- менее 3 закончатся политическими дебатами;
- не менее 2 закончатся политическими дебатами.

В скольких случаях, в среднем, посиделки политологов перерастают в дискуссии на политическую тематику?

Задача 5. Закон совместного распределения дискретных величин X и Y задан следующей таблицей:

| | | | |
|------------------|------|-----|------|
| $X \backslash Y$ | -2 | 0 | 3 |
| -2 | 0.1 | 0.2 | 0.05 |
| 3 | 0.05 | 0.3 | ? |

- Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- Проверьте, являются ли случайные величины X и Y независимыми.
- Найдите $\text{Cov}(X, Y)$ и $\text{Cor}(X, Y)$. Проинтерпретируйте полученные результаты.

Задача 6. Закон совместного распределения дискретных величин X и Y задан следующей таблицей:

| $X \backslash Y$ | 1 | 3 | 4 |
|------------------|------|------|------|
| 9 | 0.03 | 0.15 | 0.12 |
| 10 | 0.07 | 0.35 | 0.28 |

Найдите $P(X = 9 \mid Y = 3)$ и $P(Y = 4 \mid X = 10)$.

Задача 7. Случайная величина X задается следующим рядом распределения (с пропущенной вероятностью):

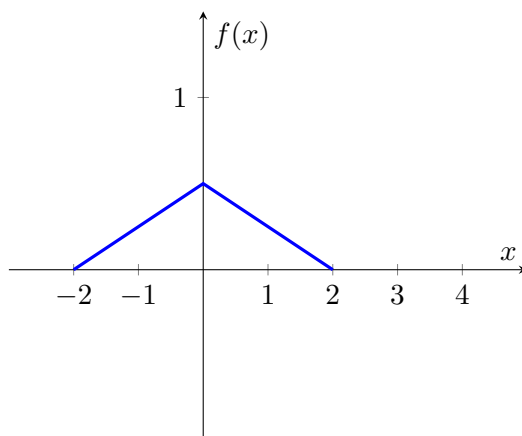
| X | -1 | 0 | 2 | 6 |
|-----|-----|-----|---|-----|
| p | 0.2 | 0.5 | ? | 0.1 |

Случайная величина Y задается следующим рядом распределения (с пропущенной вероятностью):

| Y | 0 | 3 |
|-----|-----|---|
| p | 0.4 | ? |

Известно, что случайные величины X и Y независимы. Постройте таблицу совместного распределения X и Y .

Задача 8. Известно, что график функции плотности вероятности случайной величины X выглядит следующим образом:



- Найдите $f(0)$, $f(-1)$.
- Найдите $P(-1 < X < 0.5)$.
- Найдите $F(1.5)$, где F – функция распределения.

Задача 9. Известно, что доля сторонников партии «Бобры и демократия» (выраженная в процентах) имеет нормальное распределение со средним значением 12 процентов и стандартным отклонением 4 процента.

- Найдите вероятность того, что процент сторонников этой партии в некотором случайно выбранном районе будет менее 20%.
- Найдите вероятность того, что процент сторонников этой партии в некотором случайно выбранном районе будет лежать в интервале от 10% до 25%.
- Найдите вероятность того, что процент сторонников этой партии в некотором случайно выбранном районе будет более 40%.

Задача 10. Случайная величина Z имеет стандартное нормальное распределение.

- Найдите $P(Z < 1.34)$.
- Найдите $P(1.2 < Z < 2.32)$.
- Найдите $P(Z > 2.56)$.

- d. Найдите $P(-1 < Z < 0.37)$.
- e. Найдите квантиль уровня 0.591.

Задача 11. Случайная величина X имеет нормальное распределение со следующими параметрами: $X \sim N(-2, \sigma^2 = 4)$.

- a. Найдите квантиль уровня 0.9564.
- b. Найдите квантиль уровня 0.8.
- c. Найдите квантиль уровня 0.64.
- d. Найдите квантиль уровня 0.0708.
- e. Найдите квантиль уровня 0.35.

Задача 12. Случайная величина X имеет равномерное распределение на отрезке $[-10; 8]$. Найдите:

- a. $P(-2 < X < 2)$.
- b. Медиану распределения.
- c. Верхний квартиль распределения.

Задача 13. Согласно результатам опроса, проведённого Всероссийским центром изучения общественного мнения в январе 2022 года, 17% респондентов проголосовали бы за партию КПРФ, если бы в ближайшее воскресенье состоялись выборы в Государственную Думу. Найдите вероятность того, что при организации опроса на выборке объёма 1600 человек, в выборке окажется более 350 сторонников КПРФ.

Задача 14. Известно, что длина тела ящериц (в см), обитающих в некоторой местности, имеет равномерное распределение на отрезке $[15, 25]$. Случайным образом для наблюдения было выбрано 100 ящериц. Найдите вероятность того, что средняя длина тела ящериц в полученной выборке будет больше 18 см.

Подсказка: для равномерного распределения на отрезке $[a, b]$:

$$E(X) = \frac{a+b}{2};$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}.$$