



Lista de Exercícios 5

QUESTÃO 1: Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

- I. Verdadeiro - A notação $O(2n)O(2n)O(2n)$ é usada para indicar que a função $f(n)f(n)f(n)$ é limitada superiormente por uma constante multiplicada por $2n2^n2n$. No caso de $f(n)=22nf(n) = 22nf(n)=22n$, temos uma função linear, que é de ordem inferior em comparação com $2n2^n2n$, ou seja, $f(n)f(n)f(n)$ cresce linearmente enquanto $2n2^n2n$ cresce exponencialmente. Portanto, $f(n)=22nf(n) = 22nf(n)=22n$ está dentro da classe $O(2n)O(2n)O(2n)$, pois uma função linear está limitada por uma função exponencial no limite superior assintótico.
- II. $f(n)=2n+1$ não seja exatamente $2n2^n2n$, a notação $O(2n)O(2n)O(2n)$ é usada para descrever a ordem de crescimento de uma função. A expressão $2n+12n + 12n+1$ é uma função linear, que pode ser expressa como $O(2n)O(2n)O(2n)$, pois o termo dominante é $2n2n2n$. A constante 1 não afeta a ordem de crescimento assintótica, logo $f(n)=2n+1f(n) = 2n + 1f(n)=2n+1$ é de fato $O(2n)O(2n)O(2n)$.

QUESTÃO 2: Dadas as funções de custo de tempo T pelas expressões abaixo para um tamanho n considerando valores muito grandes de n. Escreva o termo dominante e especifique o menor limite assintótico superior $O(n)$ possível para cada algoritmo.

T(n)	Termo dominante	Menor limite assintótico superior
$5 + 0,001n^3 + 0,025n$	n^3	$O(n^3)$
$500n + 100n^{3/2} + 50n\log_{10}(n)$	$n\log_2(n)$	$O(n\log n)$
$0,3n + 5n^{3/2} + 2,5n^{7/4}$	$n^{3/2}$	$O(n^{3/2})$
$n^2\log_2(n) + n(\log_2(n))^2$	$n^2\log_2(n)$	$O(n^2\log n)$
$n\log_3(n) + n\log_2(n)$	$n\log_2(n)$	$O(n\log n)$
$3\log_8(n) + \log_2(\log_2(\log_2(n)))$	$\log_3(n)$	$O(\log n)$
$100n + 0.01n^2$	n^2	$O(n^2)$
$0,01n + 100n^2$	n^2	$O(n^2)$
$2n + n^{1/2} + 0,5n^{5/4}$	N	$O(n)$
$100n\log_3(n) + n^3 + 100n$	n^3	$O(n^3)$

QUESTÃO 3: A declaração "O tempo de execução no algoritmo A é no mínimo $O(n^2)$ não faz sentido porque a notação O_2 descreve um limite superior, ou seja, um limite máximo para o tempo de execução. Para indicar um limite inferior, deve-se usar a notação $\Omega(n^2)(n^2)\Omega(n^2)$. Portanto, a frase correta seria "O tempo de execução no algoritmo A é no mínimo $\Omega(n^2)$ "

QUESTÃO 4: Sejam $g(n) = (n + 1)^2$ e $f(n) = n^2$, prove que as funções $g(n)$ e $f(n)$ dominam assintoticamente uma à outra.

$g(n)$ e $f(n)$ **dominante assintoticamente uma à outra**, pois ambas têm a mesma ordem de crescimento, n^2 , e são limitadas uma pela outra em termos assintóticos.

Resposta resumida: As funções $g(n) = (n+1)^2$ e $f(n) = n^2$ dominam assintoticamente uma à outra, pois ambas têm a mesma ordem de crescimento, $O(n^2)$.