

# Stein Particle Filter を用いた単調環境における UAV の協調自己位置推定

○有田 朋樹, 滑川 徹 (慶應義塾大学)

## Collaborative Localization of UAVs in Monotone Environments Using Stein Particle Filters

\*T. Arita, T. Namerikawa (Keio University)

**Abstract**– In extensive and monotonous outdoor environments such as farmlands and forest areas, global self-localization through image matching often fails due to error accumulation and outlier effects. Particularly in cooperative estimation involving multiple agents, there is a need to efficiently solve multi-modal combination problems to construct a unified relative position graph. In this study, we propose a Cooperative Visual Inertial System (CoVINS) method that incorporates position-based likelihood into conventional image feature matching using the Stein Particle Filter.

**Key Words:** Collaborative localization, Stein particle filter, Visual inertial system

### 1 はじめに

多くの自律移動可能なロボットは、動作の基盤となる自己位置推定を必要とする。また、自律移動ロボットの社会への浸透に伴って、過酷環境や山間地域等 GPS/GNSS が利用できない環境での自己位置推定技術が数多く研究されている。自己位置推定には、力学制御や局所の動作計画などに利用する局所の自己位置推定の階層と、一貫した環境地図の作成や広域の経路計画に利用する大域の自己位置推定の階層が存在するが、GPS/GNSS が利用できない環境における大域の自己位置推定では、主に LiDAR やカメラ等によって得られた点群及び画像データを種々のマッチング手法で構造化することにより自己位置推定を達成する手法が一般的である。実用的には、カメラと IMU(慣性計測ユニット)を組み合わせる Visual Inertial System(VINS) が安価にハードウェアを実装できる点から多く利用されている<sup>1)</sup>。

更に、自律移動ロボットの普及によって、複数のエージェントが同時に動作するマルチエージェント環境が近年主要な研究分野となっている。GPS/GNSS が使用できない過酷環境や山間地域においても、システム全体としての対故障性やそれぞれの目的におけるスケーラビリティの観点から、いくつかの研究でマルチエージェントによる協調作業が試みられている<sup>2)3)</sup>。

これらの背景から、GPS/GNSS を用いない大域自己位置推定手法が求められているところであるが、農地や森林など単調かつ広大な野外環境下では、誤差の蓄積と外れ値の影響により画像のマッチングによる大域の自己位置推定が十分に機能しない。特に複数のエージェントによる協調推定においては、各エージェントの誤った状態推定が全エージェントに影響する為、各エージェントの外れ値割合に伴ってシステム全体が誤った推定をする確率は指数関数的に上昇する。そこで本研究では、Stein Particle Filter を用いることで、従来の画像特徴量のマッチングに位置情報による尤度を考慮しつつ、複数のエージェント間で推定状態を合意する VINS 手法を提案する。

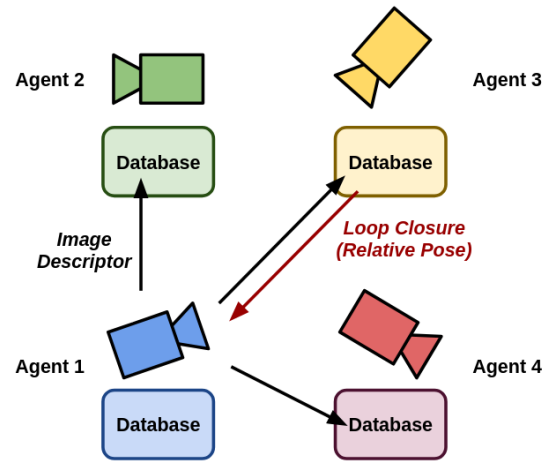


Fig. 1: Collaborative Visual Inertial System

### 2 Collaborative Visual Inertial System

協調自己位置推定の為の Collaborative Visual Inertial System(CoVINS) は Fig 1 のように構成される。カメラと IMU(慣性計測ユニット)を備えたエージェントが N 機存在し、それぞれのエージェントがカメラで観測した画像情報を隣接したエージェントに送信する。画像情報を受け取ったエージェントは、各エージェントが持つデータベース内を探索し、同じランドマークを観測した画像を検出して 2 つの画像におけるカメラフレーム間の相対位置を送り返す。グラフ最適化の文脈においては、各エージェントは得られた相対位置情報を用いてポーズグラフと呼ばれる相対位置のグラフを作成する<sup>4)</sup>。最適化の結果、得られた各相対位置が再現されるようなポーズグラフを生成できれば、矛盾のない位置推定が達成できると言える。

一方農園や森林等の不整地環境では、最適化による大域の自己位置推定が十分に機能しない。この原因は、単調環境において類似画像のマッチングが機能せず、ポーズグラフ上で誤ったマッチングが行われてしまうことであると考えられる。これらの背景から、Fig 2 のような単

純化されたモデルを考えることができる。Fig 2 内の赤丸、黒丸が各エージェントの位置を表すノード、黒線がエッジである。Fig 2(a) の理想的な環境では、エッジの生成によってグラフを最適化する事ができるが、Fig 2(b) のような正しいエッジと誤ったエッジが存在する場合においては、最適化の結果 2 つの内分点が選ばれてしまい、これは問題の設定を考えると望ましくない結果である。ここで、パーティクルフィルタを用いることで、Fig 2(c) のように正しいエッジと誤ったエッジによって生成され得る 2 つのグラフを同時に探索できるのではないかという動機が発生する。ここから本稿では、ファクターグラフをパーティクルフィルタの視点から再定式化することを試みる。

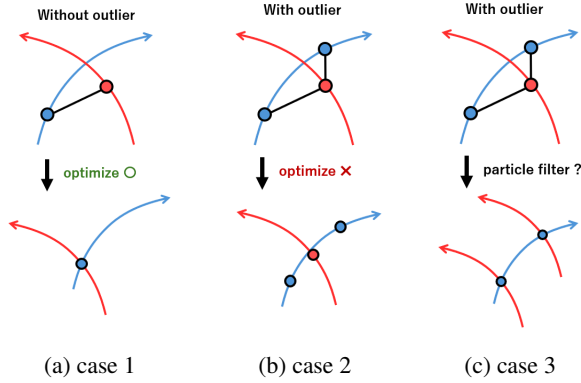


Fig. 2: primitive model of factor graph

### 3 数学的準備

#### 3.1 三次元回転の表現

本稿では、6 自由度状態の推定を行うため、三次元の回転についての演算が伴う。三次元の回転を表す三次元特殊直交群  $SO(3)$  や並進を追加した三次元特殊ユークリッド群  $SE(3)$  及びその積  $\otimes$  はベクトル空間上で計算することができないため、微分その他の演算を可能にするための適応が必要である。ここでは、文献<sup>5)</sup>に倣い  $SO(3), SE(3)$  におけるベクトル空間への写像、逆写像および、任意の演算における演算子の定義を行う。 $SO(3)$  は Lie 群をなし、以下の指数、対数写像によって対応する Lie 代数  $\mathfrak{so}(3)$  及び線形空間上のベクトルへと変換できる。

$$\begin{aligned} \log : SO(3) &\rightarrow \mathbb{R}^3, \\ \exp : \mathbb{R}^3 &\rightarrow SO(3), \\ (\cdot)^\vee : \mathfrak{so}(3) &\rightarrow \mathbb{R}^3, \\ (\cdot)^\wedge : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathfrak{so}(3), \end{aligned} \quad (1)$$

$SE(3)$  についても同様に

$$\begin{aligned} \log : SE(3) &\rightarrow \mathbb{R}^6, \\ \exp : \mathbb{R}^6 &\rightarrow SE(3), \end{aligned} \quad (2)$$

が定義できる。また  $T \in SE(3)$  は並進を表す  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$  と回転を表す  $\mathbf{R} \in SO(3)$  を用いて以下の行列分解

$$T = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 & \mathbf{d}_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

に従う。さらにこれらを用いることにより以下の演算子

$$\begin{aligned} \boxtimes : SE(3) \times \mathbb{R}^6 &\rightarrow SE(3) \text{ or } \mathbb{R}^6 \times SE(3) \rightarrow SE(3), \\ \theta, \phi &\mapsto \exp(\phi) \otimes \theta \text{ or } \exp(\theta) \otimes \phi, \\ \boxminus : SE(3) \times SE(3) &\rightarrow \mathbb{R}^6, \\ \theta, \phi &\mapsto \log(\theta \otimes \phi^{-1}), \\ \oplus : SE(3) \times \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3, \\ \theta, p &\mapsto \mathbf{R}(\theta)p + \mathbf{t}(\theta), \end{aligned} \quad (4)$$

を定義する。

#### 3.2 Relaxed ADMM<sup>8)</sup>

本稿で扱う協調自己位置推定は、合意制約付き凸最適化問題として定式化できる。このとき、Relaxed ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers)<sup>8)</sup>を用いて、元問題を双対空間上の近似問題として解くことが可能となる。

以下のような制約付き最適化問題

$$\begin{aligned} \min_{x,y} f(x) + g(y), \\ \text{s.t. } Ax + By = b, \end{aligned} \quad (5)$$

は、次のようなラグランジアン

$$\mathcal{L}(x, y, z) = f(x) + g(y) + z^T(b - Ax - By) \quad (6)$$

を最小化する緩和問題に変換することで解くことができる。ここで、 $z$  は双対変数である。一方で、ラグランジアンが直接最小化できない場合には、ラグランジュ双対関数

$$\begin{aligned} d(z) &= \inf_{x,y} \{f(x) + g(y) + z^T(b - Ax - By)\} \\ &= \inf_x \{f(x) - \langle z, Ax \rangle\} + \inf_y \{g(y) - \langle z, By - b \rangle\} \\ &= \inf_x \mathcal{L}_f(z) + \inf_y \mathcal{L}_g(z), \end{aligned} \quad (7)$$

を最大化することで元の問題を解くことができる。Relaxed ADMM では式 (7) の文脈から

$$\begin{aligned} y^+ &= \arg \min_y \mathcal{L}_{g,\gamma}(z), \\ \omega_g &= z - \gamma(By^+ - b), \\ x^+ &= \arg \min_x \mathcal{L}_{f,\gamma}(2\omega_g - z), \\ \omega_f &= 2\omega_g - z - \gamma Ax^+, \\ z^+ &= z + \eta(\omega_f - \omega_g), \end{aligned} \quad (8)$$

のように計算することで、式 (5) の解を求めることができる<sup>8)</sup>。ただし、この時  $\mathcal{L}_{f,\gamma}, \mathcal{L}_{g,\gamma}$  はそれぞれ拡張ラグランジアン

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{f,\gamma}(z) &= f(x) - \langle z, Ax \rangle + \frac{\gamma}{2} \|Ax\|^2, \\ \mathcal{L}_{g,\gamma}(z) &= g(y) - \langle z, By - b \rangle + \frac{\gamma}{2} \|By - b\|^2, \end{aligned} \quad (9)$$

である。

### 3.3 Stein Variational Gradient Descent<sup>9)</sup>

以下のようなカルバックライブラー情報量の最小化問題を考える。

$$q^* = \arg \min_{q \in \mathcal{Q}} \left\{ D_{KL}(q||p) \equiv \mathbb{E}_q[\log q(x)] - \mathbb{E}_q[\log p(x)] \right\}, \quad (10)$$

このとき以下の定理が成り立つ。

**Theorem 1** (KL ダイバージェンスと Stein Operator の関係<sup>9)</sup>).  $T(x) = x + \epsilon \phi(x)$  のような変換において,  $x \sim q(x)$  のとき  $z = T(x)$  の確率分布を  $q_{[T]}(z)$  とすると

$$\nabla_{\epsilon} D_{KL}(q_{[T]}||p)|_{\epsilon=0} = -\mathbb{E}_{x \sim q} [\mathcal{A}_p \phi(x)], \quad (11)$$

が成り立つ。ただし  $\mathcal{A}_p \phi(x) = \nabla_x \log p(x) \phi(x)^{\top} + \nabla_x \phi(x)$  は Stein Operator,  $\phi$  は再生核ヒルベルト空間  $\mathcal{H}^d$  に属する汎関数である。

ここで, Kernelized Stein Discrepancy(KSD) を

$$\mathbb{D}(q, p) = \max_{\phi \in \mathcal{H}^d} \mathbb{E}_{x \sim q} [\mathcal{A}_p \phi(x)], \quad \text{s.t. } \|\phi\|_{\mathcal{H}^d} \leq 1, \quad (12)$$

のように定義すると, この問題の解は

$$\phi_{q,p}^*(\cdot) = \mathbb{E}_{x \sim q} [k(x, \cdot) \nabla_x \log p(x) + \nabla_x k(x, \cdot)], \quad (13)$$

で与えられる。

## 4 問題設定

協調自己位置推定は, 時間ステップ  $t$  におけるエージェント  $i$  の状態を  $x_t^i$ , 各エージェントの観測を  $z_t = [z_t^1, \dots, z_t^N]$  とすると, 以下のような最大事後確率推定問題 (MAP 推定問題)

$$\max_{x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^N} \sum_{i=1}^N P(x_{t+1}^i | Z_t) Q(z_{t+1} | x_{t+1}), \quad (14)$$

として定式化できる。ここで, 分布  $P$  は時間ステップ  $t$  において, 観測情報  $z_t$  が与えられる前のエージェント  $i$  の状態に関する確率分布を表し, 分布  $Q$  は状態  $x_t$  において観測情報  $z_t$  が得られる尤度分布を表す。また,  $Z_t = [z_0 \dots z_t]$  である。

## 5 Stein Particle Filter

Stein Particle Filter(SPF) は, 非ガウス・非線形な確率の状態推定問題を数値解析する手法であり, 基本的な枠組みは文献<sup>7)</sup>によって提案された。SPF では確率分布をパーティクル集合によって表現し, それらを Stein Variational Gradient Descent(SVGD) に基づく勾配法で更新する。

従来のパーティクルフィルタでは, リサンプリングによるパーティクル劣化が問題となり得るが, SPF は SVGD を用いてパーティクル分布を滑らかに変形させ, 目標分布へと収束させる。SVGD は, カルバック・ライブラー情報量 (KL ダイバージェンス) の最小化を, Stein 演算子と呼ばれる作用素を用いて実行する。ここで,

$$q^* = \arg \min_q D_{KL}(q||p),$$

を考えると,  $q$  から  $p$  へ収束させるための変分推論を式 (11) のように Stein 演算子を用いて定式化することで, パーティクルを勾配に従って移動させ,  $p$  へ近付けることができる。

式 (14) は,  $P$  がガウス分布であると仮定できない場合, カルマンフィルタなど解析的な手法で解くことが困難である。Stein Particle Filter では, 分布  $P(x_t|Z_t)$  を

$$P(x_t|Z_t) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m P(x_t^j|Z_t), \quad (15)$$

のようにパーティクルの集合  $X = \{x_t^j\}_{j=1}^m$  で近似し, 各パーティクルを勾配法に従って移動させることで, 確率分布の代数的近似を行う事なく MAP 推定問題を解くことができる。Stein Particle Filter は種々のフィルタリング手法と同様に, 後述するような  $P(x_{t+1}|z_t)$  の計算を行う予測ステップと,  $Q(z_{t+1}|x_{t+1})$  の計算を行う更新ステップに分けられる。

### 5.1 $P(x_{t+1}|z_t)$ の計算 (予測ステップ)

予測ステップでは, 式 (14) の  $P(x_{t+1}|z_t)$  を計算する必要がある。これは  $t$  ステップまでの情報から  $t+1$  ステップの状態を予測する操作であり, VINS では次のように IMU から得られる加速度  $a_m$ , 角速度  $\omega_m$  を数値積分することで得られる。SE(3) 上での数値積分は文献<sup>6)</sup>などと類似した枠組みを用いて

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= p_k + v_k \Delta t \\ &+ \iint_{t \in [t_k, t_{k+1}]} \underbrace{\{R_k(a_m - b_a - \eta_{ad}) + g\}}_{\hat{a}} dt^2, \\ v_{k+1} &= v_k + \int_{t \in [t_k, t_{k+1}]} \hat{a} dt, \\ R_{k+1} &= R_k \otimes \exp \left( \int_{t \in [t_k, t_{k+1}]} \underbrace{(\omega_m - b_g - \eta_{gd})}_{\hat{\omega}} dt \right), \end{aligned} \quad (16)$$

のように計算できる。ここで,  $p$  は位置,  $v$  は速度,  $R$  は姿勢を表す回転行列,  $b_a, b_g$  はそれぞれ加速度, 角速度のバイアス,  $\eta_{ad}, \eta_{gd}$  は白色ノイズである。数値積分によって得られた変換  ${}^tT_{t+1} \in \text{SE}(3)$  によって各パーティクルは

$$\hat{x}_{t+1}^i = x_t^i \otimes {}^tT_{t+1}, \forall i, \quad (17)$$

のように更新される。

### 5.2 $Q(z_{t+1}|x_{t+1})$ の計算 (更新ステップ)

更新ステップでは, 観測の尤もらしさを表す尤度である  $Q(z_{t+1}|x_{t+1})$  を計算し, 何らかの方法で予測分布  $P(x_{t+1}|z_t)$  を変換する必要がある。Stein Particle Filter では, 式 (14) をカルバック・ライブラー情報量 (KL ダイバージェンス)  $D_{KL}$  の最小化問題

$$\begin{aligned} \max_{x_{t+1}^i} P(x_{t+1}^i|Z_t) Q(z_{t+1}|x_{t+1}), \\ = \max_{x_{t+1}^i} \arg \min_{P_{[T]}} D_{KL}(P(x_{t+1}^i|Z_t)_{[T]}||P_Q), \end{aligned} \quad (18)$$

に置き換える。更に、式 (18) の定式化を変分推論に変更することで、

$$\begin{aligned} \min_{P_{[T]}} \nabla_{\epsilon} D_{KL}(P(x_{t+1}^i | Z_{[T]} \| P_Q)) \Big|_{\epsilon=0}, \\ \Rightarrow T := T \boxplus \phi^*, \\ \phi^*(x) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (\nabla_{x_j} \log p(x_j) k(x, x_j) \\ + \nabla_{x_j} k(x, x_j)), \end{aligned} \quad (19)$$

のように MAP 解を求めることができる<sup>7)</sup>。ここで  $k(\cdot, \cdot)$  は SE(3) 上のカーネル (一般化内積)

$$\begin{aligned} k(x_i, x_j) &= \exp(-d_{ij}^T W d_{ij}), \\ d_{ij} &= x_j \boxminus x_i, \end{aligned} \quad (20)$$

である。

## 6 Stein Relaxed ADMM

本稿では、Stein Particle Filter と Relaxed ADMM を組み合わせ、外れ値が多発する環境下での協調 VINS 問題を解く Stein Relaxed ADMM フレームワークを提案する。これにより、複数のエージェント間で整合する相対位置関係を、Stein 変分勾配と ADMM による制約合意を同時に実現できる。詳細な導出は本文中で示した通り、KL ダイバージェンス最小化問題と Relaxed ADMM を組み合わせることで、多峰性分布を扱う確率的合意問題が Stein 勾配法で解釈可能となる。

式 (14)、式 (18) より協調自己位置推定問題は以下のような問題

$$\begin{aligned} \max_{x_1^1, \dots, x_t^N} \sum_{i=1}^N \arg \min_{P_{[T]}} D_{KL}(P_i(x_t^i | z_{t-1}^i)_{[T]} \| P_{Q_i}), \\ \text{s.t. } x_t^j = x_t^i, \forall (i, j) \in \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (21)$$

として定式化できる。

式 (21) は

$$\begin{aligned} \max_{x_1^1, \dots, x_t^N} \sum_{i=1}^N \arg \min_{P_{[T]}} D_{KL}(P_i(x_t^i | z_{t-1}^i)_{[T]} \| P_{Q_i}), \\ \text{s.t. } x_t^j = y_{ij}, x_t^i = y_{ij}, \forall (i, j) \in \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (22)$$

のように緩和すると式 (5) の形式に変換できる。

**Definition 1.** ここで、Relaxed ADMM における拡張ラグランジアン式 (9) として、確率分布を引数にもつ拡張ラグランジアンを

$$\mathcal{L}_{F,\gamma}(x_i, \zeta) = F_i(x_i) - \int_{\mathcal{X}} \zeta dx_i + \frac{\gamma}{2} \int_{\mathcal{X}} dx_i^2, \quad (23)$$

のように再定義する。

これにより式 (22) は以下のアルゴリズム

$$\begin{aligned} y_{ij}^+ &= \arg \min_{y_{ij}} \mathcal{L}_{g,\gamma}(z_{ij,i} + z_{ij,j}) \\ &= \arg \min_{y_{ij}} \langle z_{ij,i} + z_{ij,j}, y_{ij} \rangle + \frac{\gamma}{2} \|y_{ij}\|^2, \\ (\omega_g)_{ij,i} &= z_{ij,i} - \gamma y_{ij}^+, \\ x_i^+ &= \arg \min_{x_i} \mathcal{L}_{F,\gamma}(x_i, z_i) \\ &= \arg \min_{x_i} D_{KL}(P_{i[T]} \| P_{Q_i}) \\ &\quad - \sum_{j \in \mathcal{E}(i)} \int_{P_i} \{2(\omega_g)_{ij,i} - z_{ij,i}\} dx_i + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| \int_{P_i} dx_i^2, \\ (\omega_f)_{ij,i} &= 2(\omega_g)_{ij,i} - z_{ij,i} - \gamma x_i^+, \\ z_{ij,i}^+ &= z_{ij,i} + \eta((\omega_f)_{ij,i} - (\omega_g)_{ij,i}), \end{aligned} \quad (24)$$

に変換できる。式 (24) は計算すると

$$\begin{aligned} x_i^+ &= \arg \min_{x_i} D_{KL}(P_{i[T]} \| P_{Q_i}) \\ &\quad + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} \int_{P_i} z_{ir,r} dx_i + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| \int_{P_i} dx_i^2, \\ z_{ir,i}^+ &= z_{ir,i} + \eta((z_{ir,i} + z_{ir,r})/2 + \gamma x_i). \quad \forall r \in \mathcal{E}(i), \end{aligned} \quad (25)$$

のように表せる。

**Theorem 2** (指数的なペナルティとしての追加項). 考える最適化問題を

$$\begin{aligned} \min_{P_i} D_{KL}(P_i \| P_{Q_i}) + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} \int P_i(x_i) z_{ir,r}(x_i) dx_i, \\ + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| \int P_i(x_i) x_i^2 dx_i \end{aligned} \quad (26)$$

とする。ただし、 $\int P_i(x_i) dx_i = 1$  であり、 $D_{KL}(P_i \| P_{Q_i})$  は

$$D_{KL}(P_i \| P_{Q_i}) = \int P_i(x_i) \log \frac{P_i(x_i)}{P_{Q_i}(x_i)} dx_i, \quad (27)$$

で定義される。このとき、上記の最適化問題に対する最適分布  $P_i^*$  は、ある正規化定数  $Z$  を用いて

$$P_i^*(x_i) = \frac{P_{Q_i}(x_i) \exp\left(-\sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2\right)}{Z}, \quad (28)$$

と表せる。すなわち、追加のペナルティ項

$$\sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2, \quad (29)$$

は、基準分布  $P_{Q_i}(x_i)$  に対して指数的な重み (ペナルティ) を掛ける形で最適解を特徴づける。

*Proof.* まず、目的関数を  $P_i$  について書き下すと、

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(P_i) = & \int P_i(x_i) \log \frac{P_i(x_i)}{P_{Q_i}(x_i)} dx_i \\ & + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} \int P_i(x_i) z_{ir,r}(x_i) dx_i + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| \int P_i(x_i) x_i^2 dx_i, \end{aligned} \quad (30)$$

これを一つの積分にまとめると、

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(P_i) = & \int P_i(x_i) \left( \log P_i(x_i) - \log P_{Q_i}(x_i) \right. \\ & \left. + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 \right) dx_i, \end{aligned} \quad (31)$$

$P_i$  に対して最適化し、 $\int P_i(x_i) dx_i = 1$  の制約付き変分問題を考えると、ラグランジュ乗数  $\lambda$  を用いて

$$\begin{aligned} \delta_{P_i} [ & \int P_i(x_i) \log P_i(x_i) dx_i \\ & - \int P_i(x_i) \log P_{Q_i}(x_i) dx_i \\ & + \int P_i(x_i) \left( \sum_r z_{ir,r}(x_i) + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 \right) dx_i \\ & - \lambda \left( \int P_i(x_i) dx_i - 1 \right) ] = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

変分微分をとると、

$$\begin{aligned} & \log P_i(x_i) + 1 - \log P_{Q_i}(x_i) \\ & + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 - \lambda = 0, \end{aligned} \quad (33)$$

よって、

$$\begin{aligned} & \log P_i(x_i) = \log P_{Q_i}(x_i) \\ & - \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 + \lambda - 1, \end{aligned} \quad (34)$$

$\lambda - 1$  は定数（正規化のための定数）であるから、これを  $-\log Z$  と置くと、

$$\begin{aligned} & \log P_i(x_i) = \log P_{Q_i}(x_i) \\ & - \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 - \log Z, \end{aligned} \quad (35)$$

両辺の指数をとると、

$$P_i(x_i) = \frac{P_{Q_i}(x_i) \exp \left( - \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 \right)}{Z}, \quad (36)$$

ここで、

$$Z = \int P_{Q_i}(x_i) \exp \left( - \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_i) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_i^2 \right) dx_i, \quad (37)$$

は正規化定数である。これにより、与えられた追加項は基準分布  $P_{Q_i}(x_i)$  に対して指数的なペナルティとして効いていることが明らかである。よって定理は証明された。  $\square$

したがって式 (19), 式 (24) から、パーティクルの更新則は

$$\begin{aligned} & \min_{x_i} D_{KL}(P_{i[T]} \| P_{Q_i}) + \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} \int_{P_i} z_{ir,r} dx_i + \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| \int_{P_i} dx_i^2, \\ & \Rightarrow x := x \oplus \phi^*, \\ & \phi^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\nabla_{x_j} \log P_i^*(x_j) k(x, x_j) + \nabla_{x_j} k(x, x_j)), \\ & P_i^*(x_j) \propto P_{Q_i}(x_j) \exp \left( - \sum_{r \in \mathcal{E}(i)} z_{ir,r}(x_j) - \frac{\gamma}{2} |\mathcal{E}(i)| x_j^2 \right), \end{aligned} \quad (38)$$

のように修正できる。

これらの操作により、式 (14) を解くためのアルゴリズムは以下のように表すことができる。

---

#### Algorithm 1 Distributed Stein Particle Filter

---

- 1: **Input:**  $n$  UAVs,  $m$  particles  $\{x_t^i\}_{i=1}^m$ , Target distribution  $P_{Q_i}$
  - 2: **for**  $k = 1$  to  $K$  **do**
  - 3:   preintegration by (16)
  - 4: **end for**
  - 5:  $\forall_{j=1:m} x_{t+1}^j = x_t^j \otimes {}^t T_{t+1}$  // prediction (17)
  - 6: **for**  $l = 1$  to  $L$  **do**
  - 7:    $\forall_{j=1:m}$  update particle by (38)
  - 8:    $x_i = \arg \min_{x_i} P_i(x_i)$  // local MAP estimation
  - 9:   consensus update by (25)
  - 10: **end for**
- 

## 7 階層型尤度とその微分

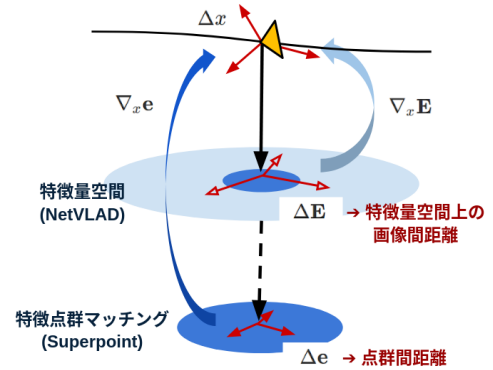


Fig. 3: 階層型尤度

Stein Particle Filter による勾配法を行うには、式 (38) における尤度  $p$  とその微分  $\frac{\partial p}{\partial T}$  が計算可能である必要がある。

VINS における広域の観測情報はカメラ情報のみであるが、画像から汎用性のある尤度を抽出するのは容易ではない。そのため本研究では、Fig 3 のように広域では NetVLAD 特微量<sup>12)</sup>、局所では Superpoint 特微量<sup>13)</sup> を用いた階層型の尤度を用いることとする。



まず、計算量削減のため尤度関数は

$$\log p(T_j) = \sum_k e_k^T \Omega_k e_k, \quad (39)$$

のように二乗誤差で近似する。したがって、各階層においてなんらかの微分可能な誤差  $e^k$  を取得すれば式 (38) は計算可能であると言える。式 (39) より尤度関数の微分は Gauss-Newton 法を用いて

$$\begin{aligned} \nabla_{T_j} \log p(T_j) &= -\Psi^{-1} \mathbf{b}, \\ \Psi &= \mathbf{J}_r^T \mathbf{J}_r, \quad \mathbf{b} = \mathbf{J}_r^T \mathbf{r}, \end{aligned} \quad (40)$$

のように計算できる<sup>11)</sup>。ここでヤコビアン  $\mathbf{J}_r$  は

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_r &= \left. \frac{\partial h(\varepsilon \oplus T_j)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \\ &= \frac{\partial h}{\partial e} \frac{\partial e(\varepsilon \oplus T_j)}{\partial \varepsilon} \bigg|_{\varepsilon=0} \\ &= \sum_k \Omega_k e_k(T_j) \left. \frac{\partial e_k(\varepsilon \oplus T_j)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}, \end{aligned} \quad (41)$$

として計算できる。

### 7.1 1 層目: NetVLAD 特徴量を用いた尤度

Fig 4 はカメラ軌道上の画像を NetVLAD によって特徴量化し、近似度の高い画像のペアを KNN で検出したものである。

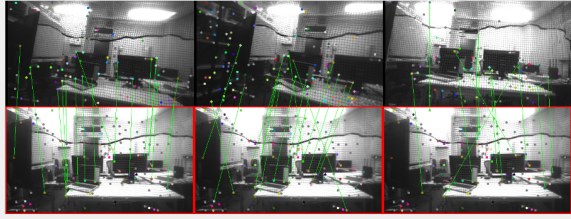


Fig. 4: 特徴量による画像のマッチング

1 層目ではこのアルゴリズムを用いて、各ステップで観測されたカメラ画像と、データベースに登録された過去の画像の近似度 (距離) を利用する。NetVLAD 特徴量の近似度を  $\omega_{jk}$ , 合意アルゴリズムによって得られた目標姿勢を  $T_k$  として

$$e_k = (T_k)^{-1} \otimes T_j, \quad \Omega_k = \omega_{jk}, \quad (42)$$

で誤差を定義する。SE(3) 上の微分<sup>10)</sup> より誤差の微分は

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial e_k(\varepsilon \oplus T_j)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} &= \left. \frac{\partial (T_k)^{-1} e^{\varepsilon} T_j}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \\ &= [I_4 \otimes R((T_k)^{-1})] \left. \frac{\partial e^{\varepsilon} T_j}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{R}(T_k^{-1}) \mathbf{d}_1^{\wedge}(T_j) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{R}(T_k^{-1}) \mathbf{d}_2^{\wedge}(T_j) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{R}(T_k^{-1}) \mathbf{d}_3^{\wedge}(T_j) \\ \mathbf{R}(T_k^{-1}) & -\mathbf{R}(T_k^{-1}) \mathbf{d}_t^{\wedge}(T_j) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (43)$$

として計算できる。

### 7.2 2 層目: 特徴点群を用いた尤度

2 層目では Fig 4 のように対応する点同士をマッチングし、各ペアの距離を最小化させることで勾配を計算する。フレーム  $i$  における Superpoint 特徴量の座標を  $p_i$  として

$$e_k = T_j p_j - T_k p_k, \quad \Omega_k = (T_j \Sigma_j(T_j)^T + T_k \Sigma_k(T_k)^T)^{-1}, \quad (44)$$

で誤差を定義する。SE(3) 上の微分<sup>10)</sup> より誤差の微分は

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial e_k(\varepsilon \oplus T_j)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} &= \left. \frac{\partial (e^{\varepsilon} T_j) \oplus p_j}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \\ &= (\mathbf{I}_3 \quad -[T_j \oplus p_j]^{\wedge}), \end{aligned} \quad (45)$$

のように計算できる。

## 8 シミュレーション

提案手法の検証の為、Algorithm 1 のシミュレーションを行った。シミュレーションの条件を表 1 に示す。

Table 1: シミュレーション条件

項目	値
アルゴリズム	Algorithm 1
エージェント数	3
エージェントごとのパーティクル数	50
時間ステップ数	250
総マッチング数	250
誤マッチング数	52
外れ値の割合	$\approx 0.2$

シミュレーションでは、各ステップランダムなエージェントペアの相対位置 (擬似的なクロージャーループ, Fig 5 内黒点線) がそれぞれ得られると仮定し、その相対情報を用いて各エージェントの位置を推定する。また、約 0.2 の割合で誤った相対位置 (Fig 5 内赤点線) が得られると仮定し、matplotlib を用いて協調自己位置推定シミュレーションを行った。Fig 5 内左上図が真の各エージェント位置、右上図、左下図、右下図がエージェント 1,2,3 の推定画面である。誤った相対位置は、シミュレーション領域内のランダムな座標と各エージェントの真の位置から生成した。

Fig 5, Fig 6 はそれぞれ 0 ステップと 150 ステップにおける各エージェントの推定状態の様子である。これらから、0 ステップにおいては一様に設定されていた確率分布 (パーティクル) が、150 ステップにおいてはすべてのエージェント推定において妥当な位置に収束していることが分かる。また、Fig 7 はシミュレーションにおける全パーティクルの座標の時間遷移である。Fig 7 から、150 ステップほどで合意及び収束が達成されていることが分かる。

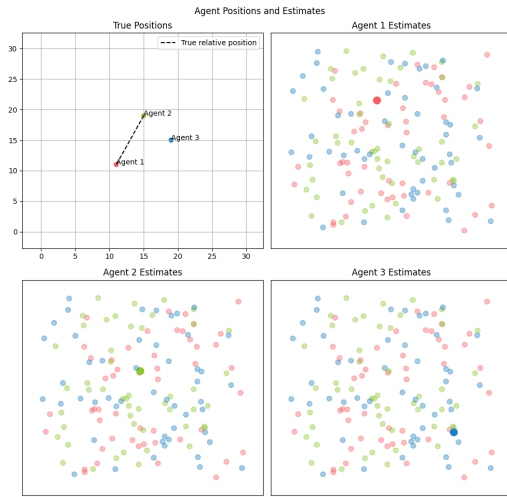


Fig. 5: シミュレーション (外れ値の割合 : 0.2, step: 0)

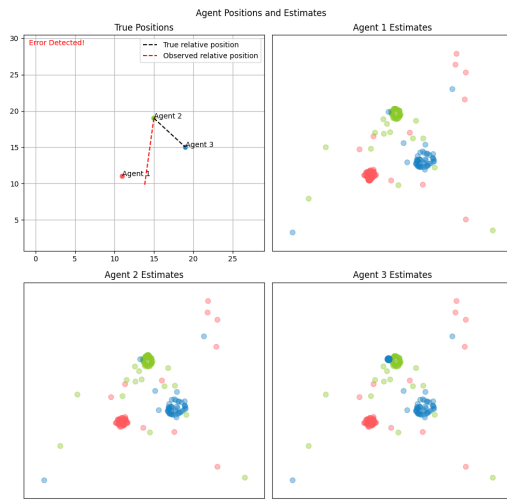


Fig. 6: シミュレーション (外れ値の割合 : 0.2, step: 150)

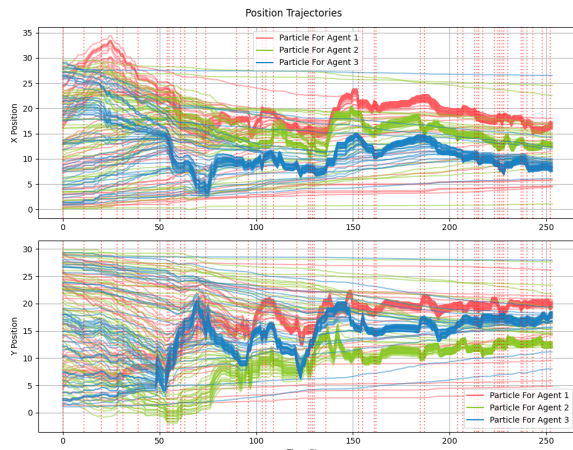


Fig. 7: 各パーティクルの状態遷移 (外れ値の割合 : 0.2)

次に、ストレステストとして誤った相対位置が得られる確率 (外れ値割合) を大きくしてシミュレーションを行った。Fig 8, Fig 9 はそれぞれ外れ値の割合が 0.5, 0.8 の場合の、る全パーティクルの座標の時間遷移である。ここから、0.5 の場合には推定が可能だが、0.8 の場合には間違った座標に収束していることがわかる。

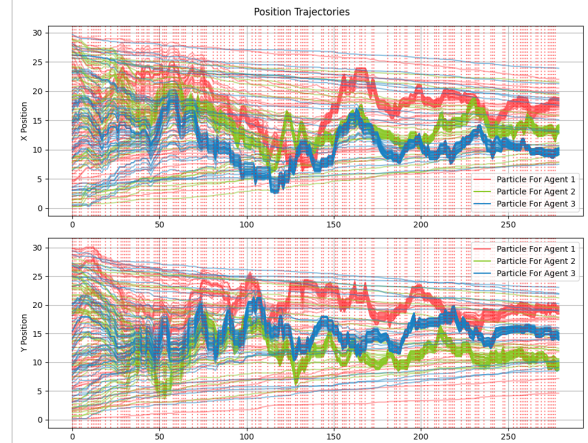


Fig. 8: 各パーティクルの状態遷移 (外れ値の割合 : 0.5)

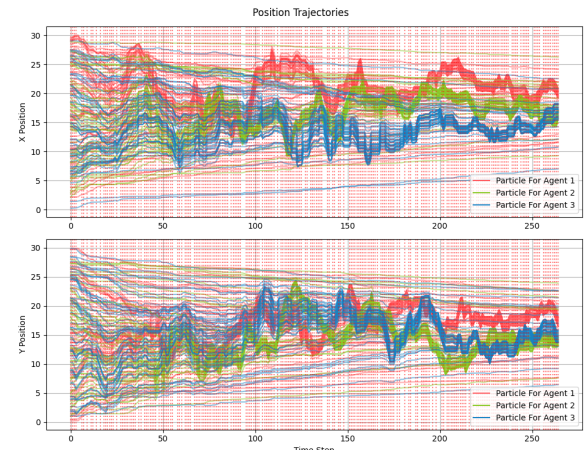


Fig. 9: 各パーティクルの状態遷移 (外れ値の割合 : 0.8)

## 9 実機実験

提案手法の一部検証として、BMI270 IMU と Intel RealSense D435 カメラを搭載した UAV を用いた単機での実機実験を行った。この実験では、6DoF 状態推定において SVGD に基づく Stein Particle Filter が誤差蓄積を低減し、ベンチマーク手法 (D2SLAM 等) と比較して精度向上している様子が見られた。複数機での完全な協調効果は未検証であるが、本研究で提案する SPF ベースのフレームワークが実環境下でも有用である可能性を示す初期的結果が得られた。行った実機実験の条件を表 2 に示す。

Table 2: 実機実験条件

項目	値
エージェント数	1
パーティクル数	20 /agent
外れ値の割合	~10%
Ground Truth	OptiTrack Flex3, Naturalpoint

Fig 10 は ROS を用いて自己位置推定を行った様子である。Fig 11 は各パーティクルとベンチマーク手法における Ground Truth との誤差遷移を示している。ここから、時系列の大部分で提案手法がベンチマーク手法より高精度に推定できていることが確認できる。本実験によって 6 DoF におけるパーティクルの勾配更新法の有

効性が検証できたが、今後の研究としては複数機を用いた合意手法の検証を行いたい。

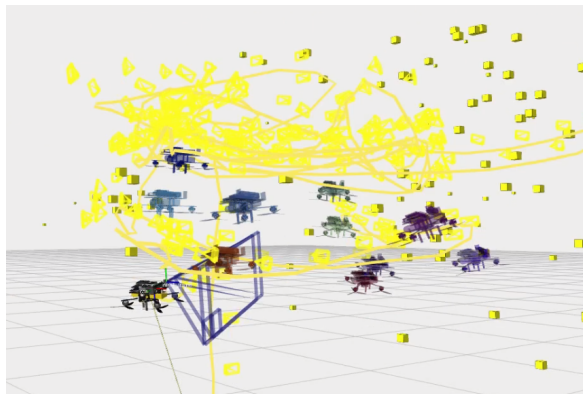


Fig. 10: ROS による Stein Particle Filter の検証

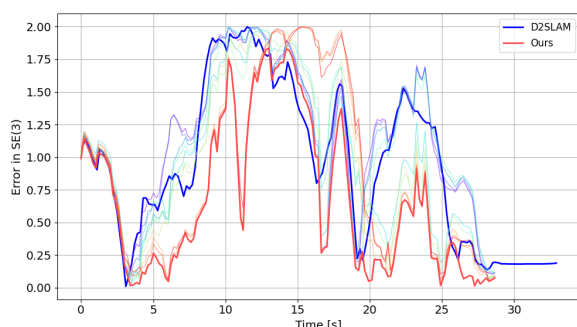


Fig. 11: Stein Particle Filter と D2SLAM<sup>14)</sup> のベンチマーク

## 10 おわりに

本稿では、Stein Particle Filter と Relaxed ADMM を組み合わせた新たなフレームワークを提案し、単調な広域環境における UAV の協調自己位置推定問題に取り組んだ。提案手法は、複数エージェント間の合意制約と多峰性分布の扱いを同時に可能にし、従来手法では困難であった外れ値混在環境下での安定的な位置合意を実現する。シミュレーションおよび実機実験（単機）結果から、SPF を用いることによって、分布近似と勾配情報を活用し、既存手法よりもロバストかつ柔軟な自己位置推定が可能であることが示唆された。今後は、複数 UAV による実機レベルの大規模実験を通じて、提案手法の有効性とスケーラビリティをさらに検証していく予定である。

## 参考文献

- 1) T. Qin, P. Li, S. Shen: VINS-Mono: A Robust and Versatile Monocular Visual-Inertial State Estimator, *IEEE Transactions on Robotics*, **34**(4), 1004/1020 (2018)
- 2) W. Chen, X. Wang, S. Gao, G. Peng Shang, C. Zhou, Z. Li, C. Xu, K. Hu: Overview of Multi-Robot Collaborative SLAM from the Perspective of Data Fusion, *Machines*, (2023)
- 3) X. Zhou, X. Wen, Z. Wang, Y. Gao, H. Li, Q. Wang, T. Yang, H. Lu, Y. Cao, C. Xu, F. Gao: Swarm of micro flying robots in the wild, *Science Robotics*, **7**(66), eabm5954 (2022)
- 4) F. Dellaert, M. Kaess: Factor Graphs for Robot Perception, *Foundations and Trends in Robotics*, (2017)
- 5) M. Bloesch, M. Burri, S. Omari, M. Hutter, R. Siegwart: Iterated extended Kalman filter based visual-inertial odometry using direct photometric feedback, *The International Journal of Robotics Research*, **36**(9), 1053/1072 (2017)
- 6) C. Forster, L. Carlone, F. Dellaert, D. Scaramuzza: On-Manifold Preintegration for Real-Time Visual-Inertial Odometry, *IEEE Transactions on Robotics*, **33**(1), 1/21 (2017)
- 7) F. A. Maken, F. Ramos, L. Ott: Stein Particle Filter for Nonlinear, Non-Gaussian State Estimation, *IEEE Robotics and Automation Letters*, **7**(2), 5421/5428 (2022)
- 8) N. Bastianello, M. Todescato, R. Carli, L. Schenato: Distributed Optimization over Lossy Networks via Relaxed Peaceman-Rachford Splitting: a Robust ADMM Approach, *Proc. of the 2018 European Control Conference (ECC)*, 477/482 (2018)
- 9) Q. Liu, D. Wang: Stein variational Gradient descent: a general purpose Bayesian inference algorithm, *Proc. of the 30th Int. Conf. on Neural Information Processing Systems*, 2378/2386 (2016)
- 10) J.-L. Blanco: A tutorial on SE(3) transformation parameterizations and on-manifold optimization, (2012) [Online tutorial note]
- 11) K. Koide, S. Oishi, M. Yokozuka, A. Banno: Mega-Particles: Range-based 6-DoF Monte Carlo Localization with GPU-Accelerated Stein Particle Filter, *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, (2024)
- 12) R. Arandjelovic, P. Gronat, A. Torii, T. Pajdla, J. Sivic: NetVLAD: CNN Architecture for Weakly Supervised Place Recognition, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **40**(6), 1437/1451 (2018)
- 13) D. DeTone, T. Malisiewicz, A. Rabinovich: SuperPoint: Self-Supervised Interest Point Detection and Description, *Proc. of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*, 337–33712 (2018)
- 14) H. Xu, P. Liu, X. Chen, S. Shen: D<sup>2</sup>SLAM: Decentralized and Distributed Collaborative Visual-Inertial SLAM System for Aerial Swarm, *IEEE Transactions on Robotics*, **40**, 3445/3464 (2024)