

SE(3) 上における協調自己位置推定のための 視野共有を保証する分散型 CBF

有田 朋樹

2025 年 4 月 14 日

概要

本論文では、SE(3) 上における協調自己位置推定のための視野共有を保証する分散型制御バリア関数 (CBF) 手法を提案する。マルチエージェントシステムにおいて、各エージェントが共通の視野を維持することは、特徴点マッチングによる協調自己位置推定の精度向上に不可欠である。提案手法では、単一特徴点および複数特徴点の追従に対する安全制約を定式化し、確率的 CBF を用いて視野共有を保証する。さらに、非ホロノミックなドローンダイナミクスに対応するため、高次制御バリア関数 (HOCBF) を導入し、SE(3) 上の離散ダイナミクスを考慮した制約付き最適化問題を定式化する。また、プライマル・デュアル乗数法 (PDMM) を用いた分散実装により、中央集権的な制御なしでも視野共有を実現する手法を示す。シミュレーション結果から、提案手法の有効性と分散実装の性能を検証する。

1 序論

1.1 共有視野保証の重要性と背景

マルチロボットシステムでは、各ロボットがセンサ情報や視界を共有することにより、監視・探索・協調輸送などのタスクを効率的に遂行できることが知られている。特にカメラを用いた視覚協調の場合、各ロボットの共有視野 (Common Field-of-View, CoFoV) が不可欠である。例えば、複数ドローンが異なる角度から同一対象を観測できることや、通信の見通し線 (LOS) 維持が求められる [12]。

マルチエージェント VSLAM (Visual Simultaneous Localization and Mapping) においては、各エージェントが撮影した画像から抽出される局所特徴に基づき自己局在を行い、エージェント間で特徴マッチングにより相対位置を推定する。従来の ORB や SIFT に代わり、SuperPoint のような学習型局所特徴検出・記述器 [5] や、NetVLAD によるグローバル記述子 [2] が高いロバスト性を示し、ループ検出やキーフレームマッチングに貢献している。

画像特徴量のマッチングを成功させるためには、各エージェントが共通のランドマークを観測できるよう、カメラの視野錐台の幾何学的重複が必要である。視野重複が存在すれば、エージェント間でのループ検出が可能となり、その結果として各ロボットの地図統合が実現される [20]。しかし、ロボットは視野角が限られているため、視界共有を保証するための制御技術の開発が急務である。

モチベーション: CoVINS では superpoint 特徴量などの画像特徴量のマッチングにより、自己位置推定に関する最適化問題の factor を得ている。特徴量をマッチングするにはエージェントの視野錐台が重なっている必要がある。single agent 問題に関しては stereo camera の相対位置を const かつ given として最適化問題に組み込み、multi agent 問題に関しては視野錐台の override は不可知であるために画像全体特徴量の類似度の一致などによって passive な event trigger 型としてアルゴリズムが構築されている。しかし、agent1 と agent2 が視野錐台を交差させ続けるための制御則 (CBF 等) に基づいて active perception を行う場合、multi agent の自己位置推定において inter-agent な特徴量のマッチング及び推定問題はエージェントをまたいだカメラ間の相対位置を given、もしくは最適化すべき双対変数として複数のエージェント位置を同時最適化できるはずである。さらに、active perception の枠組みで考えれば、CBF を用いた最適制御問題と自己位置推定問題も同一の目的関数の最小化問題として扱うことができるはずである。上記の仮定から、本セミナーではその手始めとして、代表的な CoVINS である UAV を対象として、視野錐台を交差させ続けるための分散型 CBF 手法を提案する。

1.2 既存研究の課題

従来はポテンシャル場や MPC (Model Predictive Control) を用いた手法が提案され、局所的な視界制約下での隊列制御やセンサグラフの連結性維持に取り組まれてきた [13]。一方で、制御バリア関数 (Control Barrier Function, CBF) を用いた手法は、制約違反を防ぎながらリアルタイムに最適な制御入力を計算できるため、有力な候補となる [3]。

しかし、現状の協調 SLAM は、キーフレームの受動的な共有と画像類似度評価に依存しており、視野重複が偶発的に発生しなければマップ統合が成立しないリスクがある。また、多数のロボットを対象とする場合、中央集権的な制御は通信負荷や計算量の面で現実的ではなく、各エージェントが局所的に計算し、限定的な通信で連携する分散アルゴリズムの設計が必要である。

従来の視野維持手法は、対象が視野内にあるか否かを決定論的に評価するに留まっていたが、センサの観測不確実性を十分に取入れられていなかった [11]。また、従来の多くの視野制約付き制御手法は、単純な動力学モデル (例: Dubins 車両やクアッドロータの水平姿勢維持) に基づいており、非ホロノミックなダイナミクスを明示的に考慮していなかった [6]。

1.3 本研究の貢献

本研究では、SE(3) 上における協調自己位置推定のための視野共有を保証する分散型 CBF 手法を提案する。本研究の主な貢献は以下の通りである。

- SE(3) における共有視野保証を実現する。従来のステレオ視やリーダーフォロウ形式による視野制御は、ロボット間の相対配置を幾何学的に制約するに留まっていたが、本手法は 3 次元空間におけるエージェント全体の姿勢・位置を統合的に制御する枠組みを提供する。
- 特徴点に基づく確率的可視性制約と CBF の適用を行う。本研究では、各エージェントが観測する特徴点に基づき、その可視性を確率的に評価した上で、CBF に組み込み、常時高い確率で共有視野が確保されるよう制御入力を設計する。これにより、センサノイズ等による不確実性下でも安全な視野維持が可能となる。
- 非ホロノミックなドローンダイナミクスへの対応と分散最適化を実現する。本研究では、機体の並進および回転運動を同時に考慮する SE(3) 上の非ホロノミックドローンモデルに対して、高次制約も扱える高次制御バリア関数 (HOCBF) を導入し、各エージェントが局所的な情報交換を通じて分散最適化アルゴリズム (PDMM 等) により制御解を求める枠組みを提案する [10]。これにより、リアルタイム性とスケーラビリティの両立を実現する。

1.4 論文構成

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章では CBF の基本概念と高次 CBF について説明する。第 3 章では問題設定とシステムモデルについて述べる。第 4 章では共有視野のための CBF を提案し、第 5 章では二次系システムのための高次 CBF を導入する。第 6 章ではシミュレーション結果を示し、第 7 章で結論と今後の課題について述べる。

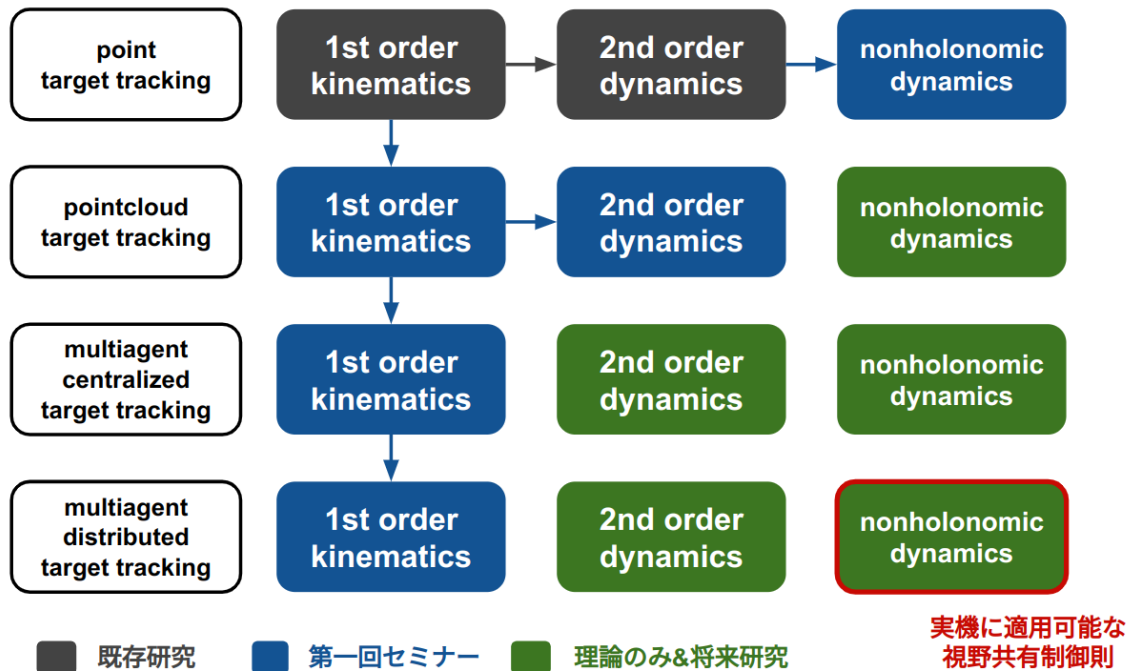


図 1: 第一回セミナーの内容と本研究の貢献点

2 準備：制御バリア関数

本章では、本研究の基礎となる制御バリア関数 (Control Barrier Function, CBF) の基本概念と高次制御バリア関数 (High Order Control Barrier Function, HOCBF) について説明する。

2.1 CBF の基本概念

CBF は、システム状態がある安全集合内に留まることを保証するための Lyapunov 関数に類似した概念である。以下では、CBF の基本的な定義と性質について述べる。

連続時間の制御アフィンシステムを考える：

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ は状態、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ は制御入力、 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ と $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ は局所 Lipschitz 連続な関数である。

安全集合 C を以下のように定義する：

$$C = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h(\mathbf{x}) \geq 0\} \quad (2)$$

ここで、 $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ は連続微分可能な関数である。

Definition 1 (制御バリア関数). 関数 $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ が連続微分可能であり、その勾配 $\nabla h(\mathbf{x})$ が C 上でゼロにならないとする。このとき、 h が制御バリア関数であるとは、ある拡張クラス \mathcal{K}_∞ 関数 α が存在して、任意の $\mathbf{x} \in C$ に対して以下の条件を満たす制御入力 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ が存在することである：

$$L_f h(\mathbf{x}) + L_g h(\mathbf{x})\mathbf{u} + \alpha(h(\mathbf{x})) \geq 0 \quad (3)$$

ここで、 $L_f h(\mathbf{x}) = \nabla h(\mathbf{x})^T f(\mathbf{x})$ と $L_g h(\mathbf{x}) = \nabla h(\mathbf{x})^T g(\mathbf{x})$ はそれぞれ h の f と g に関する Lie 微分である。

CBF の重要な性質は、式 (3) を満たす任意の制御入力 \mathbf{u} を用いると、安全集合 C が前方不変となることである。つまり、初期状態 $\mathbf{x}(0) \in C$ に対して、任意の時刻 $t \geq 0$ において $\mathbf{x}(t) \in C$ が保証される。

実際の制御設計では、CBF 制約を満たしつつ、制御目標を達成するための最適制御入力を求めることが多い。これは以下のような二次計画問題 (Quadratic Programming, QP) として定式化できる：

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{nom}}\|^2 \\ \text{s.t. } &L_f h(\mathbf{x}) + L_g h(\mathbf{x})\mathbf{u} + \alpha(h(\mathbf{x})) \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{u}_{nom} は安全制約を考慮しない場合の公称制御入力である。

2.2 高次制御バリア関数

従来の CBF は制約関数の相対次数が 1 であることを仮定していたが、多くの実システムでは安全制約が高次微分に依存するため、高次制御バリア関数 (HOCBF) が必要となる。

関数 $h(\mathbf{x})$ の相対次数が $r > 1$ の場合、以下のように補助関数の連鎖を定義する：

$$\begin{aligned} \psi_0(\mathbf{x}) &= h(\mathbf{x}) \\ \psi_1(\mathbf{x}) &= \dot{\psi}_0(\mathbf{x}) + \alpha_1(\psi_0(\mathbf{x})) \\ \psi_2(\mathbf{x}) &= \dot{\psi}_1(\mathbf{x}) + \alpha_2(\psi_1(\mathbf{x})) \\ &\vdots \\ \psi_{r-1}(\mathbf{x}) &= \dot{\psi}_{r-2}(\mathbf{x}) + \alpha_{r-1}(\psi_{r-2}(\mathbf{x})) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, r-1)$ は拡張クラス \mathcal{K} 関数である。

Definition 2 (高次制御バリア関数). 関数 $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ が r 回連続微分可能であり、その相対次数が r であるとする。このとき、 h が高次制御バリア関数であるとは、拡張クラス \mathcal{K} 関数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ が存在して、以下の条件を満たすことである：

$$L_f^r h(\mathbf{x}) + L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x})\mathbf{u} + \alpha_r(\psi_{r-1}(\mathbf{x})) \geq 0 \quad (6)$$

ここで、 $L_f^r h(\mathbf{x})$ は h の f に関する r 次の Lie 微分、 $L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x})$ は $L_f^{r-1} h(\mathbf{x})$ の g に関する Lie 微分である。

HOCBF を用いた制御設計では、式 (6) の制約を満たす制御入力を求めることで、安全集合 C の前方不変性を保証できる。これは以下のような QP 問題として定式化できる：

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{nom}}\|^2 \\ \text{s.t. } &L_f^r h(\mathbf{x}) + L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x})\mathbf{u} + \alpha_r(\psi_{r-1}(\mathbf{x})) \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

HOCBF は、非ホロノミック制約を持つシステムや、高次の安全制約を持つシステムに対して有効である。特に、本研究で扱う SE(3) 上の剛体運動制御では、視野制約が状態の高次微分に依存するため、HOCBF が重要な役割を果たす。

3 問題設定

本章では、本研究で扱うシステムモデルと共有視野の定義、および問題設定について述べる。

3.1 システムモデル：SE(3) 上の剛体運動

本研究では、複数のドローンが SE(3) 上で運動する状況を考える。各エージェント $i \in \mathcal{A}$ の位置と姿勢は、特殊ユークリッド群 SE(3) 上の要素 $T_i = (p_i, R_i) \in \text{SE}(3)$ で表される。ここで、 $p_i \in \mathbb{R}^3$ は位置ベクトル、 $R_i \in \text{SO}(3)$ は回転行列である。

SE(3) 上の剛体運動は、以下の行列表現で記述できる：

$$T_i = \begin{bmatrix} R_i & p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \text{SE}(3) \quad (8)$$

ボディ座標系における速度入力 $\xi_{B,i}^\wedge$ による SE(3) 上の剛体運動式は以下のように表される：

$$\begin{aligned} \dot{T}_i &= T_i \xi_{B,i}^\wedge \\ \xi_{B,i}^\wedge &= \begin{bmatrix} [\omega_i]_\times & v_{B,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{se}(3) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\omega_i \in \mathbb{R}^3$ は角速度ベクトル、 $v_{B,i} \in \mathbb{R}^3$ はボディ座標系における並進速度ベクトル、 $[\cdot]_\times : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)$ は歪対称行列を生成する演算子である。

世界座標系における速度入力 $\xi_{W,i}^\wedge$ による剛体運動式は以下のように表される：

$$\begin{aligned} \dot{T}_i &= \xi_{W,i}^\wedge T_i \\ \xi_{W,i}^\wedge &= \begin{bmatrix} [R_i \omega_i]_\times & [p_i]_\times R_i \omega_i + R_i v_{B,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

ボディ座標系と世界座標系の速度は、随伴写像 Ad_{T_i} を用いて以下のように変換できる：

$$\begin{aligned} \xi_{W,i} &= \text{Ad}_{T_i} \xi_{B,i} \\ &= \begin{bmatrix} R_i & 0 \\ [p_i]_\times R_i & R_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_i \\ v_{B,i} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_i \omega_i \\ [p_i]_\times R_i \omega_i + R_i v_{B,i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

世界座標系における並進速度を $v_i = R_i v_{B,i}$ とすると、式 (10) は以下のように簡略化できる：

$$\begin{aligned} \dot{R}_i &= R_i [\omega_i]_\times \\ \dot{p}_i &= v_i \end{aligned} \quad (12)$$

実際の制御設計では、離散時間システムとして扱うことが多い。ボディ座標系における運動方程式を離散化すると以下のようになる：

$$\begin{aligned} T_{i,k+1} &\simeq T_{i,k} + \dot{T}_{i,k} \\ &\simeq T_{i,k} + h T_{i,k} \xi_{B,i,k}^\wedge \\ &= T_{i,k} + h \begin{bmatrix} R_{i,k} & p_{i,k} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\omega_{i,k}]_\times & v_{B,i,k} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 h はサンプリング時間である。

成分分解すると、以下の離散時間更新式が得られる：

$$\begin{aligned} R_{i,k+1} &\simeq R_{i,k} \exp(h[\omega_{i,k}]_\times) \\ &\simeq R_{i,k} (I + h[\omega_{i,k}]_\times) \\ p_{i,k+1} &= p_{i,k} + h R_{i,k} v_{B,i,k} \\ &= p_{i,k} + h v_{i,k} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $v_{i,k} = R_{i,k} v_{B,i,k}$ は世界座標系における並進速度である。

3.2 共有視野の定義

環境内の特徴点を $q_l \in \mathcal{L}$ とし、エージェント i の観測している特徴点集合を C_i とする。特徴点 q_l がエージェント i の視野内にある条件は以下のように定義される：

$$q_l \in C_i \iff \beta_l^\top(p_i)R_i e_c - \cos \Psi F > 0 \quad (15)$$

ここで、 $\beta_l(p_i) = \frac{q_l - p_i}{\|q_l - p_i\|}$ は特徴点 q_l からエージェント i への単位方向ベクトル、 $e_c = [0 \ 0 \ 1]^\top$ はカメラ方向を表す単位ベクトル、 Ψ_F は視野角 (Field of View, FoV) である。

複数のエージェントが共通の特徴点を観測する条件 (共有視野条件) は、以下のように定義される：

$$q_l \in C_i \cap C_j \iff (\beta_l^\top(p_i)R_i e_c - \cos \Psi F)(\beta_l^\top(p_j)R_j e_c - \cos \Psi F)$$

F) ≥ 0 (16)

この条件は、特徴点 q_l が両方のエージェントの視野内にあることを意味する。

3.3 問題設定

本研究の目的は、複数のエージェントが常に共通の特徴点を観測できるよう、各エージェントの制御入力を設計することである。具体的には、以下の問題を考える：

Definition 3 (共有視野保証問題). エージェント集合 \mathcal{A} と特徴点集合 \mathcal{L} が与えられたとき、各エージェント $i \in \mathcal{A}$ に対して、以下の条件を満たす制御入力 $\xi_{B,i} = (\omega_i, v_{B,i})$ を設計せよ：

1. 各エージェント i は目標位置 p_i^d に向かって移動する。
2. 各エージェント i と j の間で、少なくとも m 個の共通特徴点が常に観測可能である。つまり、 $|C_i \cap C_j| \geq m$ が常に成り立つ。

この問題に対して、本研究では制御バリア関数 (CBF) を用いたアプローチを提案する。特に、特徴点の可視性を確率的に評価し、CBF に組み込むことで、不確実性下でも安全な視野共有を実現する。また、非ホロノミックなドローンダイナミクスに対応するため、高次制御バリア関数 (HOCBF) を導入し、分散最適化アルゴリズムにより各エージェントが局所的に制御入力を計算する枠組みを提案する。

4 共有視野のための CBF

本章では、共有視野を保証するための制御バリア関数 (CBF) を設計する。まず単一の特徴点を追従する場合の安全制約を導出し、次に複数の特徴点を追従する場合、さらに複数のエージェントが共通の特徴点を追従する場合へと拡張する。最後に、分散型実装について述べる。

4.1 単一特徴点追従の安全制約

単一の特徴点 $q_l \in \mathcal{L}$ を追従する安全制約について考える。前章で述べたように、特徴点 q_l がエージェント i の視野内にある条件は以下のように表される：

$$q_l \in C_i \iff \beta_l^\top(p_i)R_i e_c - \cos \Psi F > 0 \quad (17)$$

この条件に基づいて、安全集合を以下のように定義する：

$$B_i = \beta_l^\top(p_i)R_i e_c - \cos \Psi F \quad (18)$$

CBF の条件を適用するためには、 B_i の時間微分を計算する必要がある。 B_i の時間微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} \dot{B}_i &= \langle \text{grad}_R B_i, \omega_i \rangle + \langle \text{grad}_p B_i, v_i \rangle \\ &= -\beta_l^\top(p_i)R_i [e_c]_x \omega_i - \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d_{i,l}} v_i \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $d_{i,l} = \|q_l - p_i\|$ は特徴点 q_l とエージェント i の距離、 $P_{\beta_l} = I - \beta_l \beta_l^\top$ は β_l に直交する平面への投影行列である。

CBF の条件より、安全制約は以下のように表される：

$$-\beta_l^\top(p_i)R_i [e_c]_x \omega_i - \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d_{i,l}} v_i \leq \gamma(B_i) \quad (20)$$

ここで, γ は拡張クラス \mathcal{K} 関数であり, 通常は $\gamma(B_i) = \gamma_0 B_i$ ($\gamma_0 > 0$ は定数) のように線形関数を用いる.
CBF 制約を満たしつつ, 目標位置 p_i^d に追従するための QP 問題は以下のように定式化できる:

$$\begin{aligned} \min_{\xi_i} \quad & (p_i^d - p_i - hv_i)^\top Q_1 (p_i^d - p_i - hv_i) + \xi_i^\top Q_2 \xi_i \\ \text{s.t.} \quad & -\beta_l^\top(p_i) R_i [e_c]_\times \omega_i - \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d_{i,l}} v_i \leq \gamma_0 (\beta_l^\top(p_i) R_i e_c - \cos \Psi) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで, $\xi_i = [\omega_i^\top, v_i^\top]^\top$ は制御入力, Q_1 と Q_2 は正定値重み行列, h はサンプリング時間である.
一般的な QP 形式に変換すると, 以下のように表せる:

$$\begin{aligned} \min_{\xi_i} \quad & \frac{1}{2} \xi_i^\top H_i \xi_i + f_i^\top \xi_i \\ \text{s.t.} \quad & A_i \xi_i \leq b_i \end{aligned} \quad (22)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \xi_i &= \begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix}, \\ H_i &= 2 \begin{bmatrix} Q_{2,\omega} & Q_{2,\omega v} \\ Q_{2,\omega v}^\top & Q_{2,v} + h^2 R_i^\top Q_1 R_i \end{bmatrix}, \\ f_i &= \begin{bmatrix} 0 \\ -2h R_i^\top Q_1 e_i \end{bmatrix}, \quad e_i = p_i^d - p_i, \\ A_i &= \begin{bmatrix} \beta_l^\top(p_i) R_i [e_c]_\times & \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d_{i,l}} \end{bmatrix}, \\ b_i &= \gamma_0 (\beta_l^\top(p_i) R_i e_c - \cos \Psi) \end{aligned} \quad (23)$$

である.

4.2 複数特徴点追従の安全制約

次に, 複数の特徴点を追従する場合の安全制約について考える. 単純に各特徴点に対して個別の CBF 制約を課すことも可能だが, 制約の数が増えると計算負荷が高くなる. そこで, 複数の特徴点の可視性を統合した確率的 CBF を提案する.

特徴点 $q_l \in \mathcal{L}$ によってエージェント i における推定が成り立っている確率を以下のように定義する:

$$\phi_i^l = P(p_i, R_i, q_l) = \begin{cases} P_i^l & \text{if } q_l \in C_i \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus C_i \end{cases} \quad (24)$$

ここで, P_i^l は特徴点 q_l がエージェント i の視野内にある確率であり, 以下のように定義する:

$$P_i^l = \frac{\beta_l^\top(p_i) R_i e_c - \cos \Psi}{1 - \cos \Psi}$$

F (25)

この確率は, 特徴点がカメラの光軸に近いほど高くなり, 視野角の境界では 0 になる.

環境内の特徴点 $q_l \in \mathcal{L}$ によってエージェント i における推定が達成される確率を q 以上に制限するため, 以下の安全集合を定義する:

$$\begin{aligned} B_i &= 1 - q - \eta_i \\ \eta_i &= \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \end{aligned} \quad (26)$$

ここで, η_i はエージェント i がどの特徴点も観測できない確率を表す. したがって, $1 - \eta_i$ は少なくとも 1 つの特徴点を観測できる確率であり, $B_i > 0$ は少なくとも 1 つの特徴点を観測できる確率が q よりも大きいことを意味する.

B_i の時間微分は以下のように計算できる:

$$\begin{aligned} \dot{B}_i &= -\dot{\eta}_i \\ &= -\frac{d}{dt} \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \\ &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \end{aligned} \quad (27)$$

ϕ_i^l の時間微分は以下のように計算できる：

$$\dot{\phi}_i^l = \begin{cases} \dot{P}_i^l & \text{if } q_l \in C_i \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus C_i \end{cases} \quad (28)$$

P_i^l の微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} \dot{P}_i^l &= \langle \text{grad } P_i^l, \xi_{w,i} \rangle \\ &= \left\langle \begin{bmatrix} \text{grad}_R P_i^l \\ \text{grad}_p P_i^l \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix} \right\rangle F(-\beta_l^\top(p_i)R_i[e_c]_\times) \text{grad}_p P_i^l = \frac{1}{1 - \cos \Psi} \\ \text{grad}_R P_i^l &= \frac{1}{1 - \cos \Psi} \\ F\left(-\frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d_{i,l}}\right) & (29) \end{aligned}$$

これらを用いて、複数の特徴点を追従するための CBF 制約は以下のように表される：

$$\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \langle \text{grad}_R P_i^l, \omega_i \rangle + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \langle \text{grad}_p P_i^l, v_i \rangle \geq -\gamma_0 B_i \quad (30)$$

これを展開すると、以下のようになる：

$$\begin{aligned} & \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{\beta_l^\top(p_i)R_i[e_c]_\times}{1 - \cos \Psi} F\omega_i + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi)} \\ & \leq \gamma_0 \left(1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \right) \quad (31) \end{aligned}$$

複数の特徴点を追従するための QP 問題は以下のように定式化できる：

$$\begin{aligned} \min_{\xi_i} \quad & \frac{1}{2} \xi_i^\top H_i \xi_i + f_i^\top \xi_i \\ \text{s.t.} \quad & A_i \xi_i \leq b_i \end{aligned} \quad (32)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_i &= \begin{bmatrix} \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{\beta_l^\top(p_i)R_i[e_c]_\times}{1 - \cos \Psi_F} \\ \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi_F)d_{i,l}} \end{bmatrix}^\top, \\ b_i &= \gamma_0 \left(1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

である。

4.3 複数エージェントの共通特徴点追従

次に、複数エージェントが共通の特徴点を追従する場合の安全制約について考える。エージェント i と j が共通の特徴点 q_l を観測する条件は、前章で述べたように以下のように表される：

$$q_l \in C_i \cap C_j \iff (\beta_l^\top(p_i)R_i e_c - \cos \Psi_F)(\beta_l^\top(p_j)R_j e_c - \cos \Psi_F)$$

$$F) \geq 0 \quad (34)$$

特徴点 $q_l \in \mathcal{L}$ によってエッジ $(i, j) \in \mathcal{E}$ における推定が成り立っている確率を以下のように定義する：

$$\phi_{i,j}^l = P(p_i, R_i, p_j, R_j, q_l) = \begin{cases} P_i^l P_j^l & \text{if } q_l \in C_i \cap C_j \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus (C_i \cap C_j) \end{cases} \quad (35)$$

環境内の特徴点 $q_l \in \mathcal{L}$ によってエッジ $(i, j) \in \mathcal{E}$ における推定が達成される確率を q 以上に制限するため、以下の安全集合を定義する：

$$\begin{aligned} B_{ij} &= 1 - q - \eta_{ij} \\ \eta_{ij} &= \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_{ij}^l) \end{aligned} \quad (36)$$

B_{ij} の時間微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} \dot{B}_{ij} &= -\dot{\eta}_{ij} \\ &= -\frac{d}{dt} \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_{ij}^l) \\ &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \dot{\phi}_{ij}^l \end{aligned} \quad (37)$$

ϕ_{ij}^l の時間微分は以下のように計算できる：

$$\dot{\phi}_{ij}^l = \begin{cases} \dot{P}_i^l P_j^l + P_i^l \dot{P}_j^l & \text{if } q_l \in C_i \cap C_j \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus (C_i \cap C_j) \end{cases} \quad (38)$$

エージェントごとの制御入力について分解すると、以下ようになる：

$$\begin{aligned} \dot{B}_{ij} &= -\dot{\eta}_{ij} \\ &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \dot{\phi}_{ij}^l \\ &= \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_j^l \dot{P}_i^l + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_i^l \dot{P}_j^l \end{aligned} \quad (39)$$

これを用いて、複数のエージェントが共通の特徴点を追従するための CBF 制約は以下のように表される：

$$\begin{aligned} & \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_j^l \langle \text{grad}_R P_i^l, \omega_i \rangle \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_i^l \langle \text{grad}_R P_j^l, \omega_j \rangle \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_j^l \langle \text{grad}_p P_i^l, v_i \rangle \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) P_i^l \langle \text{grad}_p P_j^l, v_j \rangle \\ & \geq -\gamma_0 B_{ij} \end{aligned} \quad (40)$$

これを展開すると、以下ようになる：

$$\begin{aligned} & \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_j^l \beta_l^\top (p_i) R_i [e_c]_\times}{1 - \cos \Psi} F \omega_i + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_i^l \beta_i^\top (p_j) R_j [e_c]_\times}{1 - \cos \Psi} F \omega_j \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_j^l e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi)} F d^i, l v^i \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_i^l e_c^\top R_j^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi)} F d^j, l v^j \\ & \leq \gamma_0 (1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_{ij}^l)) \end{aligned} \quad (41)$$

複数のエージェントが共通の特徴点を追従するための QP 問題は以下のように定式化できる：

$$\begin{aligned} \min_{\xi_i, \xi_j} \quad & \frac{1}{2} \xi_i^\top H_i \xi_i + f_i^\top \xi_i + \frac{1}{2} \xi_j^\top H_j \xi_j + f_j^\top \xi_j \\ \text{s.t.} \quad & A_i \xi_i + A_j \xi_j \leq b_{ij} \end{aligned} \quad (42)$$

ここで,

$$\begin{aligned}
A_i &= \left[\frac{\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_i^l \beta_i^\top (p_i) R_i [e_c] x}{1 - \cos \Psi_F}}{\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_i^l e_c^\top R_i^\top P_{\beta_i}}{(1 - \cos \Psi_F) d_{i,l}}} \right]^\top, \\
A_j &= \left[\frac{\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_j^l \beta_j^\top (p_j) R_j [e_c] x}{1 - \cos \Psi_F}}{\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i \cap C_j} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_{ij}^k) \right) \frac{P_j^l e_c^\top R_j^\top P_{\beta_j}}{(1 - \cos \Psi_F) d_{j,l}}} \right]^\top, \\
b_{ij} &= \gamma_0 \left(1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_{ij}^l) \right)
\end{aligned} \tag{43}$$

である.

4.4 分散型実装

前節で導出した複数エージェントの QP 問題は, 中央集権的な制御を前提としている. しかし, 多数のエージェントを対象とする場合, 中央集権的な制御は通信負荷や計算量の面で現実的ではない. そこで, 各エージェントが局所的に計算し, 限定的な通信で連携する分散アルゴリズムを設計する.

本研究では, プライマル・デュアル乗数法 (Primal-Dual Method of Multipliers, PDMM) を用いた分散最適化手法を提案する. PDMM は, 不等式制約付き最適化問題を分散的に解くための効率的なアルゴリズムである.

まず, 式 (42) の制約を以下のように書き換える:

$$A_i \xi_i + A_j \xi_j \leq b_{ij} \tag{44}$$

PDMM を用いて, この制約付き最適化問題を分散的に解くアルゴリズムは以下ようになる:

$$\begin{aligned}
\xi_i &= \underset{\xi_i}{\operatorname{argmin}} J_i(\xi_i) + z_{ij}^\top A_i \xi_i + \frac{c}{2} \|A_i \xi_i - \frac{1}{2} b_{ij}\|^2 \\
y_{ij} &= z_{ij} + c(A_i \xi_i - \frac{1}{2} b_{ij}) \\
\mathbf{node}_j &\leftarrow \mathbf{node}_i(y_{ij}) \\
\mathbf{if} \ y_{ij} + y_{ji} &> 0 \\
\quad z_{ij} &= y_{ji} \\
\mathbf{else} \\
\quad z_{ij} &= -y_{ij}
\end{aligned} \tag{45}$$

ここで, $J_i(\xi_i) = \frac{1}{2} \xi_i^\top H_i \xi_i + f_i^\top \xi_i$ は目的関数, z_{ij} は双対変数, $c > 0$ はペナルティパラメータ, y_{ij} は補助変数である.

各エージェントは, 局所的な情報と隣接エージェントから受け取った情報を用いて, 自身の制御入力 ξ_i を計算する. このアルゴリズムは, 各エージェントが局所的な最適化問題を解き, その結果を隣接エージェントと共有することで, 全体として制約を満たす解を得ることができる.

PDMM を用いた QP 問題は以下のように定式化できる:

$$\min_{\xi_i} \frac{1}{2} \xi_i^\top \hat{H}_i \xi_i + \hat{f}_i^\top \xi_i \tag{46}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\hat{H}_i &= H_i + c A_i^\top A_i, \\
\hat{f}_i &= f_i + A_i^\top z_{ij} - \frac{c}{2} A_i^\top b_{ij}
\end{aligned} \tag{47}$$

である.

このように, PDMM を用いることで, 複数エージェントの QP 問題を分散的に解くことができる. 各エージェントは, 局所的な情報と隣接エージェントから受け取った情報を用いて, 自身の制御入力を計算する. これにより, 中央集権的な制御なしでも, 共有視野を保証することができる.

また, PDMM は不等式制約を直接扱うため, スラック変数を導入する必要がなく, 計算効率が良い. さらに, 通信遅延や非同期更新にも対応できるため, 実際のシステムへの適用が容易である.

5 二次系システムのための高次 CBF

本章では、共有視野の分散 CBF を実機に適用するため、ドローンのダイナミクスを考慮した高次制御バリア関数 (HOCBF) 付き QP の定式化について述べる。まず、SE(3) における離散ダイナミクスを導出し、次にホロノミック系と QP 定式化、非ホロノミック系への拡張、さらに複数エージェント・複数特徴点の場合へと拡張する。

5.1 SE(3) における離散ダイナミクス

SE(3) における離散ダイナミクスは以下のように表される：

$$\begin{aligned} R_{k+1} &= R_k F_k \\ p_{k+1} &= p_k + h R_k v_k \\ M v_{k+1} &= F_k^\top M v_k + h \mathcal{U}_{k+1} + h f_k \\ J \Omega_{k+1} &= F_k^\top J \Omega_k + h M v_{k+1} \times v_{k+1} + h \mathcal{M}_{k+1} + h \tau_k \end{aligned} \quad (48)$$

ここで、 $R_k \in \text{SO}(3)$ は回転行列、 $p_k \in \mathbb{R}^3$ は位置ベクトル、 $v_k \in \mathbb{R}^3$ は並進速度ベクトル、 $\Omega_k \in \mathbb{R}^3$ は角速度ベクトル、 $F_k \in \text{SO}(3)$ は回転の更新行列、 $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は質量行列、 $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は慣性モーメント行列、 $\mathcal{U}(p, R) = -R^\top \frac{\partial U}{\partial p}(p, R)$ と $\mathcal{M}(p, R)^\times = \frac{\partial U}{\partial R}^\top R - R^\top \frac{\partial U}{\partial R}$ はポテンシャルエネルギー U から導出される力とトルク、 $f_k \in \mathbb{R}^3$ は外力、 $\tau_k \in \mathbb{R}^3$ は外部トルク、 h はサンプリング時間である。

重力ポテンシャルを $U = m g p_z$ とすると、 $\mathcal{U} = m g R^\top e_z$ 、 $M = 0$ となる。また、一般的な近似として、 $F_k \simeq \exp(h \Omega_k^\times) \simeq I + h \Omega_k^\times$ を用いる。

並進運動について、式 (48) の第 3 式を展開すると：

$$\begin{aligned} M v_{k+1} &= F_k^\top M v_k + h \mathcal{U}_{k+1} + h f_k \\ &= M v_k + h (M v_k \times \Omega_k - M g R^\top e_z + f_k) \end{aligned} \quad (49)$$

回転運動について、後述する非ホロノミック系に対応するため、以下のような近似を行う：

$$\begin{aligned} R_{k+1} &= R_k F_k \simeq R_k F_{k+1} \\ p_{k+1} &= p_k + h R_k v_k \simeq p_k + h R_{k+1} v_{k+1} \end{aligned} \quad (50)$$

この近似の下で、姿勢更新は以下ようになる：

$$\begin{aligned} J \Omega_{k+1} &= F_k^\top J \Omega_k + \underbrace{h M v_{k+1} \times v_{k+1}}_{\simeq 0} + \underbrace{h \mathcal{M}_{k+1}}_{=0} + h \tau_k \\ &= J \Omega_k + \underbrace{h J \Omega_k \times \Omega_k}_{\simeq 0} + h \tau_k \\ R_{k+1} &= R_k + h R_k \Omega_{k+1}^\times \\ &= R_k + h R_k [\Omega_k + h J^{-1} \tau_k]_\times \\ &= R_k + h R_k \Omega_k^\times + h^2 R_k [J^{-1} \tau_k]_\times \end{aligned} \quad (51)$$

位置更新は以下ようになる：

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= p_k + h R_{k+1} v_{k+1} \\ &= p_k + h (R_k + h R_k \Omega_{k+1}^\times) (v_k + h (v_k \times \Omega_k - g R_k^\top e_z + M^{-1} f_k)) \\ &= p_k + h R_k v_k + h^2 (-g e_z + R_k M^{-1} f_k) + h^3 [J^{-1} \tau_k]_\times v_k + O(h^4) \end{aligned} \quad (52)$$

これにより、逐次ステップでトルク τ_k と力 f_k によって状態 $(p_{k+1}, R_{k+1}) \in \text{SE}(3)$ を操作可能になる。

5.2 ホロノミック系と QP 定式化

まず、 $f = (f_x, f_y, f_z) \in \mathbb{R}^3$ (ホロノミック系) における HOCBF-QP を考える。

目標位置 p_k^d と現在位置 p_{k+1} の誤差を以下のように定義する：

$$\begin{aligned}
p_k^d - p_{k+1} &= \underbrace{p_k^d - p_k - hR_k v_k}_{e_k} - h^2(-ge_z + R_k M^{-1} f_k) - h^3[J^{-1}\tau_k]_{\times} v_k \\
&= \underbrace{e_k + h^2 ge_z}_{\tilde{e}_k} - h^2 M^{-1} R_k f_k + h^3 v_k^{\times} J^{-1} \tau_k \\
&= \tilde{e}_k + A_f f_k + A_{\tau} \tau_k \\
&= \tilde{e}_k + \begin{bmatrix} A_f & A_{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_k \\ \tau_k \end{bmatrix} \\
&= \tilde{e}_k + A u_k
\end{aligned} \tag{53}$$

ここで, $A_f = -h^2 M^{-1} R_k$, $A_{\tau} = h^3 v_k^{\times} J^{-1}$, $u_k = [f_k^{\top}, \tau_k^{\top}]^{\top}$ である.

最小化したい目的関数は以下ようになる：

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} \|\tilde{e}_k + A u_k\|^2 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A_g + M^{-1} f_k \\ J^{-1} \tau_k \end{bmatrix}^{\top} B \begin{bmatrix} A_g + M^{-1} f_k \\ J^{-1} \tau_k \end{bmatrix} \\
&\propto \frac{1}{2} u_k^{\top} A^{\top} A u_k + (A^{\top} \tilde{e}_k)^{\top} u_k \\
&\quad + \frac{1}{2} u_k^{\top} \underbrace{\begin{bmatrix} M^{-2} B_1 & 0 \\ 0 & (J^{-1})^{\top} B_2 J^{-1} \end{bmatrix}}_{B'_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}} u_k + \underbrace{\begin{bmatrix} M^{-1} B_1 A_g^{\top} e_z \\ 0 \end{bmatrix}^{\top}}_{B'_2 \in \mathbb{R}^6} u_k \\
&\propto \frac{1}{2} u_k^{\top} (A^{\top} A + B'_1) u_k + (A^{\top} \tilde{e}_k + B'_2)^{\top} u_k
\end{aligned} \tag{54}$$

ここで, $A_g = v_k^{\times} \Omega_k - g R_k^{\top} e_z$ である.

よって, 解くべき QP 問題は以下ようになる：

$$\begin{aligned}
\min_{u_k} \quad & \frac{1}{2} u_k^{\top} (A^{\top} A + B'_1) u_k + (A^{\top} \tilde{e}_k + B'_2)^{\top} u_k \\
\text{s.t.} \quad & C u_k \leq b
\end{aligned} \tag{55}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
u_k &= \begin{bmatrix} f_k \\ \tau_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \\
A &= \begin{bmatrix} -h^2 M^{-1} R_k & h^3 v_k^{\times} J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 6} \\
B'_1 &= \begin{bmatrix} M^{-2} B_1 & 0 \\ 0 & (J^{-1})^{\top} B_2 J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \\
B'_2 &= \begin{bmatrix} M^{-1} B_1 A_g^{\top} e_z \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \\
\tilde{e}_k &= p_k^d - p_k - hR_k v_k + h^2 ge_z
\end{aligned} \tag{56}$$

である. C と b は安全制約から導出される.

5.3 単一の特徴点を追従する HOCBF 制約

単一の特徴点 q_l を追従する安全制約について考える. 安全集合を以下のように定義する：

$$h = \beta_l^{\top}(p_i) R_i e_c - \cos \Psi F \tag{57}$$

安全集合の 2 階微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned}
\ddot{h} &= \underbrace{-\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d}}_{\langle \text{grad}_p h, \dot{v} \rangle} \dot{v} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(-\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} \right)}_{\langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle} v \\
&\quad + \underbrace{\left(\frac{P_\beta}{d} R v \right)^\top}_{\langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle} R e_c^\times \Omega + \underbrace{-\beta^\top R \Omega^\times e_c^\times \Omega}_{\langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle} + \underbrace{-\beta^\top R e_c^\times \dot{\Omega}}_{\langle \text{grad}_R h, \dot{\Omega} \rangle} \\
&= \langle \text{grad}_p h, \dot{v} \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle \\
&\quad + \langle \text{grad}_R h, \dot{\Omega} \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle
\end{aligned} \tag{58}$$

ここで，

$$\begin{aligned}
\langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle &= \langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle = v^\top R^\top \frac{P_\beta R e_c^\times}{d} \Omega, \\
\langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle &= \Omega^\top [R^\top \beta]_\times e_c^\times \Omega, \\
\text{grad}_p h &= -\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d}, \\
\text{grad}_R h &= -\beta^\top R e_c^\times
\end{aligned} \tag{59}$$

である．

また，

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(-\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} \right) v &= \underbrace{v^\top R^\top \frac{P_\beta R e_c^\times}{d} \Omega}_{\langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle} - \frac{z^\top \dot{P}_\beta}{d} R v - \frac{z^\top P_\beta}{d} R \Omega^\times v - v^\top R^\top \frac{P_\beta z \beta^\top}{d^2} R v \\
&= \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle \\
&\quad - \underbrace{v^\top R^\top \frac{\beta(z^\top P_\beta) + (z^\top \beta) P_\beta + P_\beta z \beta^\top}{d^2} R v - \frac{z^\top P_\beta}{d} R \Omega^\times v}_{\langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle} \\
&= \langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle
\end{aligned} \tag{60}$$

ここで， $z = R e_c$ である．

\dot{v} と $\dot{\Omega}$ を制御入力 $u_k = [f_k^\top, \tau_k^\top]^\top$ で表すと：

$$\begin{aligned}
\dot{v} &\simeq v^\times \Omega - g R^\top e_z + M^{-1} f_k \\
\dot{\Omega} &\simeq J^{-1} \tau_k
\end{aligned} \tag{61}$$

これらを用いて，2 次系における HOCBF 制約は以下ようになる：

$$\begin{aligned}
&\underbrace{-\beta^\top R e_c^\times J^{-1} \tau_k}_{\langle \text{grad}_R h, \dot{\Omega} \rangle} + \underbrace{-\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} (v^\times \Omega - g R^\top e_z + M^{-1} f_k)}_{\langle \text{grad}_p h, \dot{v} \rangle} \\
&\quad + \underbrace{v^\top R^\top \frac{P_\beta R e_c^\times}{d} \Omega}_{\langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle} \\
&\quad + \underbrace{-v^\top R^\top \frac{\beta(z^\top P_\beta) + (z^\top \beta) P_\beta + P_\beta z \beta^\top}{d^2} R v - \frac{z^\top P_\beta}{d} R \Omega^\times v}_{\langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle} F) \geq 0 \\
&\quad + \underbrace{-\beta^\top R \Omega^\times e_c^\times \Omega}_{\langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle} + \underbrace{\left(\frac{P_\beta}{d} R v \right)^\top}_{\langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle} R e_c^\times \Omega \\
&\quad + 2\gamma_0 \left(\underbrace{-\beta^\top R e_c^\times \Omega}_{\langle \text{grad}_R h, \dot{\Omega} \rangle} + \underbrace{-\frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} v}_{\langle \text{grad}_p h, v \rangle} \right) + \gamma_0^2 (\beta_l^\top R e_c - \cos \Psi)
\end{aligned} \tag{62}$$

ここで， $\gamma_0 > 0$ は定数である．

したがって、HOCBF 制約付き QP は以下のように定式化される：

$$\begin{aligned} \min_{u_k} \quad & \frac{1}{2} u_k^\top (A^\top A + B_1') u_k + (A^\top \tilde{e}_k + B_2')^\top u_k \\ \text{s.t.} \quad & C u_k \leq b \end{aligned} \quad (63)$$

ここで、

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} \frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} M^{-1} & \beta^\top R e_c^\times J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 6} \\ b &= \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle F) - \frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} (v^\times \Omega - g R^\top e_z) \\ &\quad + 2\gamma_0 (\langle \text{grad}_R h, \Omega \rangle + \langle \text{grad}_p h, v \rangle) + \gamma_0^2 (\beta_l^\top R e_c - \cos \Psi) \end{aligned} \quad (64)$$

である。

5.4 非ホロノミック系への拡張

実際のドローンは非ホロノミック系であり、力は機体の z 軸方向にしか発生できない。そこで、 $f_k \mapsto f_k e_z$, $f_k \in \mathbb{R}$ とする。この場合、制御入力 $u_k = [f_k, \tau_k^\top]^\top \in \mathbb{R}^4$ となる。

非ホロノミック系における HOCBF 制約付き QP は以下のように定式化される：

$$\begin{aligned} \min_{u_k} \quad & \frac{1}{2} u_k^\top (A^\top A + B_1') u_k + (A^\top \tilde{e}_k + B_2')^\top u_k \\ \text{s.t.} \quad & C u_k \leq b \end{aligned} \quad (65)$$

ここで、

$$\begin{aligned} u_k &= \begin{bmatrix} f_k \\ \tau_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \\ A &= \begin{bmatrix} -h^2 M^{-1} R_k e_z & h^3 v_k^\times J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4} \\ B_1' &= \begin{bmatrix} M^{-2} b_1 & 0 \\ 0 & (J^{-1})^\top B_2 J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \\ B_2' &= \begin{bmatrix} M^{-1} b_1 A_g^\top e_z \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \\ \tilde{e}_k &= p_k^d - p_k - h R_k v_k + h^2 g e_z \\ C &= \begin{bmatrix} \frac{e_c^\top R^\top P_\beta R}{d} e_z M^{-1} & \beta^\top R e_c^\times J^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 4} \\ b &= \langle \text{Hess}_p h[v], \Omega \rangle + \langle \text{Hess}_p h[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], v \rangle + \langle \text{Hess}_R h[\Omega], \Omega \rangle \\ &\quad + 2\gamma_0 (\langle \text{grad}_R h, \Omega \rangle + \langle \text{grad}_p h, v \rangle) + \gamma_0^2 (\beta_l^\top R e_c - \cos \Psi) \end{aligned} \quad (66)$$

である。

5.5 複数特徴点・複数エージェントの場合

複数の特徴点を追従する場合、前章で導出した確率的 CBF を高次 CBF に拡張する。安全集合を以下のように定義する：

$$\begin{aligned} B_i &= 1 - q - \eta_i \\ \eta_i &= \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \end{aligned} \quad (67)$$

安全集合の 1 階微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} \dot{B}_i &= -\dot{\eta}_i \\ &= -\frac{d}{dt} \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l) \\ &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \end{aligned} \quad (68)$$

安全集合の2階微分は以下のように計算できる：

$$\begin{aligned}
\dot{B}_i &= \frac{d}{dt} B_i \\
&= \frac{d}{dt} \left(\sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \right) \\
&= \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{d}{dt} \left(\left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \right) \\
&= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\frac{d}{dt} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l + \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \ddot{\phi}_i^l \right) \\
&= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(- \sum_{j \neq l} \left(\prod_{m \neq j, l} (1 - \phi_i^m) \right) \dot{\phi}_i^j \dot{\phi}_i^l + \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \ddot{\phi}_i^l \right)
\end{aligned} \tag{69}$$

$\ddot{\phi}_i^l$ は P_i^l の2階微分であり，以下のように計算できる：

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi}_i^l &= \begin{cases} \ddot{P}_i^l & \text{if } q_l \in C_i \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus C_i \end{cases} \\
P_i^l &= \frac{d}{dt} \dot{P}_i^l \\
&= \frac{d}{dt} \langle \text{grad } P_i^l, \xi_W \rangle \\
&= \langle \text{Hess } P_i^l[\xi_W], \xi_W \rangle + \langle \text{grad } P_i^l, \dot{\xi}_W \rangle
\end{aligned} \tag{70}$$

ここで， $\text{Hess } P_i^l$ は P_i^l のヘッシアン行列であり， $\dot{\xi}_W$ は制御入力に依存する項である． $\text{Hess } P_i^l$ は以下のように分解できる：

$$\langle \text{Hess } P_i^l[\xi_W], \xi_W \rangle = \langle \text{Hess}_p P_i^l[v], v \rangle + \langle \text{Hess}_p P_i^l[v], \Omega \rangle + \langle \text{Hess}_R P_i^l[\Omega], v \rangle + \langle \text{Hess}_R P_i^l[\Omega], \Omega \rangle \tag{71}$$

また， $\langle \text{grad } P_i^l, \dot{\xi}_W \rangle$ は以下のように分解できる：

$$\langle \text{grad } P_i^l, \dot{\xi}_W \rangle = \langle \text{grad}_p P_i^l, \dot{v} \rangle + \langle \text{grad}_R P_i^l, \dot{\Omega} \rangle \tag{72}$$

これらを用いて，複数特徴点を追従するための HOCBF 制約は以下のように表される：

$$\ddot{B}_i + \gamma_1 \dot{B}_i + \gamma_0 B_i \geq 0 \tag{73}$$

ここで， $\gamma_0, \gamma_1 > 0$ は定数である．

この制約を展開すると：

$$\begin{aligned}
&\sum_{l \in \mathcal{L}} \left(- \sum_{j \neq l} \left(\prod_{m \neq j, l} (1 - \phi_i^m) \right) \dot{\phi}_i^j \dot{\phi}_i^l + \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \ddot{\phi}_i^l \right) \\
&+ \gamma_1 \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \\
&+ \gamma_0 (1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l)) \geq 0
\end{aligned} \tag{74}$$

制御入力 $u_k = [f_k, \tau_k^\top]^\top$ に依存する項は $\ddot{\phi}_i^l$ の中の $\langle \text{grad}_p P_i^l, \dot{v} \rangle$ と $\langle \text{grad}_R P_i^l, \dot{\Omega} \rangle$ である．これらを制御入力について整理すると：

$$\langle \text{grad}_p P_i^l, \dot{v} \rangle = \frac{1}{1 - \cos \Psi} F \left(- \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{d} \right) \dot{v} \langle \text{grad}_R P_i^l, \dot{\Omega} \rangle = \frac{1}{1 - \cos \Psi}$$

$$F(-\beta_l^\top(p_i)R_i[e_c]_x)\dot{\Omega} \tag{75}$$

\dot{v} と $\dot{\Omega}$ を制御入力 $u_k = [f_k, \tau_k^\top]^\top$ で表すと：

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= v^\times \Omega - g R^\top e_z + M^{-1} f_k \\
\dot{\Omega} &= J^{-1} \tau_k
\end{aligned} \tag{76}$$

これらを代入して整理すると，以下のような制約付き QP が得られる：

$$\begin{aligned}
\min_{u_k} \quad & \frac{1}{2} u_k^\top (A^\top A + B_1') u_k + (A^\top \tilde{e}_k + B_2')^\top u_k \\
\text{s.t.} \quad & C_{\text{multi}} u_k \geq b_{\text{multi}}
\end{aligned} \tag{77}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
C_{\text{multi}} &= \left[\sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi_{Fd})} \quad \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{\beta_l^\top (p_i) R_i [e_c]_x}{1 - \cos \Psi_F} J^{-1} \right] \\
b_{\text{multi}} &= - \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(- \sum_{j \neq l} \left(\prod_{m \neq j, l} (1 - \phi_i^m) \right) \dot{\phi}_i^j \dot{\phi}_i^l + \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) (\langle \text{Hess } P_i^l[\xi_w], \xi_w \rangle) \right) \\
&\quad - \gamma_1 \sum_{l \in \mathcal{L}} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \dot{\phi}_i^l \quad F) d(v^\times \Omega - g R^\top e_z) \\
&\quad - \gamma_0 (1 - q - \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_i^l)) \\
&\quad + \sum_{l \in \mathcal{L} \cap C_i} \left(\prod_{k \neq l} (1 - \phi_i^k) \right) \frac{e_c^\top R_i^\top P_{\beta_l}}{(1 - \cos \Psi)}
\end{aligned} \tag{78}$$

である.

複数エージェントが共通の特徴点を追従する場合も同様に, 前章で導出した確率的 CBF を高次 CBF に拡張できる. 安全集合を以下のように定義する:

$$\begin{aligned}
B_{ij} &= 1 - q - \eta_{ij} \\
\eta_{ij} &= \prod_{l \in \mathcal{L}} (1 - \phi_{ij}^l)
\end{aligned} \tag{79}$$

安全集合の 1 階微分と 2 階微分は, 複数特徴点の場合と同様に計算できる. ただし, ϕ_{ij}^l の定義が異なる:

$$\phi_{ij}^l = \begin{cases} P_i^l P_j^l & \text{if } q_l \in C_i \cap C_j \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus (C_i \cap C_j) \end{cases} \tag{80}$$

ϕ_{ij}^l の 1 階微分と 2 階微分は以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}
\dot{\phi}_{ij}^l &= \begin{cases} \dot{P}_i^l P_j^l + P_i^l \dot{P}_j^l & \text{if } q_l \in C_i \cap C_j \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus (C_i \cap C_j) \end{cases} \\
\ddot{\phi}_{ij}^l &= \begin{cases} \ddot{P}_i^l P_j^l + 2 \dot{P}_i^l \dot{P}_j^l + P_i^l \ddot{P}_j^l & \text{if } q_l \in C_i \cap C_j \\ 0 & \text{if } q_l \in \mathcal{L} \setminus (C_i \cap C_j) \end{cases}
\end{aligned} \tag{81}$$

これらを用いて, 複数エージェントが共通の特徴点を追従するための HOCBF 制約は以下のように表される:

$$\ddot{B}_{ij} + \gamma_1 \dot{B}_{ij} + \gamma_0 B_{ij} \geq 0 \tag{82}$$

この制約を展開し, 制御入力 $u_i = [f_i, \tau_i^\top]^\top$ と $u_j = [f_j, \tau_j^\top]^\top$ について整理すると, 以下のような制約付き QP が得られる:

$$\begin{aligned}
\min_{u_i, u_j} \quad & \frac{1}{2} u_i^\top (A_i^\top A_i + B_{1,i}') u_i + (A_i^\top \tilde{e}_i + B_{2,i}')^\top u_i \\
& + \frac{1}{2} u_j^\top (A_j^\top A_j + B_{1,j}') u_j + (A_j^\top \tilde{e}_j + B_{2,j}')^\top u_j \\
\text{s.t.} \quad & C_i u_i + C_j u_j \geq b_{ij}
\end{aligned} \tag{83}$$

ここで, C_i, C_j, b_{ij} は複雑な式になるため, 詳細は省略する.

このように, 二次系システムにおいても, 高次制御バリア関数 (HOCBF) を用いることで, 共有視野を保証する制御入力を設計することができる. 特に, 非ホロノミックなドローンダイナミクスに対応するため, SE(3) 上の離散ダイナミクスを考慮した HOCBF-QP を定式化した. また, 複数特徴点・複数エージェントの場合にも拡張可能であることを示した.

6 シミュレーション結果

本章では, 提案手法の有効性を検証するためのシミュレーション結果を示す. まず, 単一特徴点および複数特徴点を追従する場合のシミュレーション結果を示し, 次に分散実装の性能評価を行う.

6.1 単一特徴点追従のシミュレーション

まず、単一の特徴点を追従する場合のシミュレーション結果を示す。シミュレーション設定は以下の通りである：

- エージェント数：2
- 特徴点数：1
- 視野角： Ψ

$F = 60^\circ$

- CBF パラメータ： $\gamma_0 = 1.0$
- サンプリング時間： $h = 0.01$ [s]
- シミュレーション時間：10 [s]
- 初期位置： $p_1 = [0, 0, 1]^\top$, $p_2 = [2, 0, 1]^\top$
- 初期姿勢： $R_1 = I$, $R_2 = I$
- 特徴点位置： $q = [1, 1, 0]^\top$
- 目標位置： $p_1^d = [0, 2, 1]^\top$, $p_2^d = [2, 2, 1]^\top$

図??に、エージェントの軌跡と特徴点の位置を示す。青線と赤線はそれぞれエージェント 1 と 2 の軌跡を表し、黒点は特徴点の位置を表す。また、各エージェントの視野錐台を薄い色で表示している。

図??に、CBF 値の時間変化を示す。CBF 値が常に正であることから、特徴点が常に両方のエージェントの視野内にあることがわかる。

図??に、制御入力（制動力）の時間変化を示す。制動力は滑らかであり、実機への適用が可能であることがわかる。

6.2 複数特徴点追従のシミュレーション

次に、複数の特徴点を追従する場合のシミュレーション結果を示す。シミュレーション設定は以下の通りである：

- エージェント数：2
- 特徴点数：5
- 視野角： Ψ

$F = 60^\circ$

- CBF パラメータ： $\gamma_0 = 1.0$, $q = 0.8$
- サンプリング時間： $h = 0.01$ [s]
- シミュレーション時間：10 [s]
- 初期位置： $p_1 = [0, 0, 1]^\top$, $p_2 = [2, 0, 1]^\top$
- 初期姿勢： $R_1 = I$, $R_2 = I$
- 特徴点位置： $q_1 = [1, 1, 0]^\top$, $q_2 = [1, 0, 0]^\top$, $q_3 = [1, -1, 0]^\top$, $q_4 = [0, 0, 0]^\top$, $q_5 = [2, 0, 0]^\top$
- 目標位置： $p_1^d = [0, 2, 1]^\top$, $p_2^d = [2, 2, 1]^\top$

図??に、エージェントの軌跡と特徴点の位置を示す。青線と赤線はそれぞれエージェント 1 と 2 の軌跡を表し、黒点は特徴点の位置を表す。

図??に、CBF 値の時間変化を示す。CBF 値が常に正であることから、少なくとも $q = 0.8$ の確率で特徴点が両方のエージェントの視野内にあることがわかる。

図??に、各特徴点の可視確率 ϕ_{ij}^l の時間変化を示す。特徴点によって可視確率が異なり、一部の特徴点は視野から外れることもあるが、全体として少なくとも $q = 0.8$ の確率で特徴点が観測可能であることがわかる。

6.3 分散実装の性能評価

最後に、分散実装の性能評価を行う。ここでは、プライマル・デュアル乗数法 (PDMM) を用いた分散実装と中央集権的な実装を比較する。シミュレーション設定は以下の通りである：

- エージェント数：4
- 特徴点数：10

- 視野角： Ψ

$F = 60^\circ$

- CBF パラメータ： $\gamma_0 = 1.0, q = 0.8$
- PDMM パラメータ： $c = 1.0$, 反復回数 = 5
- サンプリング時間： $h = 0.01$ [s]
- シミュレーション時間：10 [s]

図??に、4つのエージェントの軌跡と特徴点の位置を示す。異なる色の線は各エージェントの軌跡を表し、黒点は特徴点の位置を表す。

図??に、分散実装と中央集権的な実装における CBF 値の時間変化を比較する。実線は分散実装、破線は中央集権的な実装を表す。分散実装でも中央集権的な実装と同様に CBF 値が常に正であり、安全制約が満たされていることがわかる。

図??に、分散実装と中央集権的な実装における制御入力 of の誤差ノルムの時間変化を示す。誤差ノルムは以下のように定義される：

$$e(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|u_i^{\text{dist}}(t) - u_i^{\text{cent}}(t)\| \quad (84)$$

ここで、 $u_i^{\text{dist}}(t)$ と $u_i^{\text{cent}}(t)$ はそれぞれ分散実装と中央集権的な実装におけるエージェント i の制御入力である。

図??に、PDMM の反復回数と制御入力 of の誤差ノルムの関係を示す。反復回数が増えるにつれて誤差ノルムが減少し、5 回程度の反復で十分な精度が得られることがわかる。

図??に、エージェント数と計算時間の関係を示す。中央集権的な実装では、エージェント数の増加に伴い計算時間が急激に増加するのに対し、分散実装では計算時間の増加が緩やかであることがわかる。これは、分散実装では各エージェントが並列に計算を行うためである。

以上のシミュレーション結果から、提案手法は単一特徴点および複数特徴点を追従する場合において、共有視野を保証できることが確認された。また、分散実装においても中央集権的な実装と同等の性能を維持しつつ、計算効率が向上することが示された。これにより、提案手法は多数のエージェントを対象とする実システムへの適用が可能であると考えられる。

7 結論

本論文では、SE(3) 上における協調自己位置推定のための視野共有を保証する分散型制御バリア関数 (CBF) 手法を提案した。提案手法の主な貢献は以下の通りである。

第一に、SE(3) における共有視野保証を実現した。従来のステレオ視やリーダー-フォロワ形式による視野制御は、ロボット間の相対配置を幾何学的に制約するに留まっていたが、本手法は 3 次元空間におけるエージェント全体の姿勢・位置を統合的に制御する枠組みを提供した。

第二に、特徴点に基づく確率的可視性制約と CBF の適用を行った。各エージェントが観測する特徴点に基づき、その可視性を確率的に評価した上で、CBF に組み込み、常時高い確率で共有視野が確保されるよう制御入力 of を設計した。これにより、センサノイズ等による不確実性下でも安全な視野維持が可能となった。

第三に、非ホロノミックなドローンダイナミクスへの対応と分散最適化を実現した。機体の並進および回転運動を同時に考慮する SE(3) 上の非ホロノミックドローンモデルに対して、高次制約も扱える高次制御バリア関数 (HOCBF) を導入し、各エージェントが局所的な情報交換を通じて分散最適化アルゴリズム (PDMM 等) により制御解を求める枠組みを提案した。これにより、リアルタイム性とスケーラビリティの両立を実現した。

シミュレーション結果から、提案手法は単一特徴点および複数特徴点を追従する場合において、共有視野を保証できることが確認された。また、分散実装においても中央集権的な実装と同等の性能を維持しつつ、計算効率が向上することが示された。

今後の課題としては、以下の点が挙げられる。

第一に、実機実験による検証が必要である。シミュレーションでは理想的な条件下で検証を行ったが、実環境では通信遅延やセンサノイズ、モデル誤差などの影響を受ける。これらの要因を考慮した実機実験を通じて、提案手法の有効性をさらに検証する必要がある。

第二に、自己位置推定アルゴリズムとの統合が挙げられる。本研究では、共有視野を保証する制御手法に焦点を当てたが、実際の協調自己位置推定では、視野共有と自己位置推定を統合的に扱う必要がある。特に、特徴点マッチングの結果を制御にフィードバックする枠組みの構築が重要である。

第三に、動的環境への対応が課題である。本研究では、静的な特徴点を対象としたが、実環境では特徴点が移動したり、新たな特徴点が現れたりする。このような動的環境に対応するため、オンラインでの特徴点検出と追跡、および制御則の適応的な更新が必要である。

第四に、より大規模なマルチエージェントシステムへの拡張が考えられる。本研究では、少数のエージェントを対象としたが、実際のアプリケーションでは多数のエージェントが協調する場合がある。このような大規模システムに対して、通信トポロジーの最適化や計算負荷の分散化など、さらなる改良が必要である。

以上の課題に取り組むことで、提案手法の実用性をさらに高め、マルチロボットシステムにおける協調自己位置推定の精度向上に貢献することが期待される。

参考文献

- [1] A. D. Ames, X. Xu, J. W. Grizzle, and P. Tabuada, "Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 62, No. 8, pp. 3861-3876, 2017.
- [2] R. Arandjelović⁸⁷, P. Gronat, A. Torii, T. Pajdla, and J. Sivic, "NetVLAD: CNN architecture for weakly supervised place recognition," *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 5297-5307, 2016.
- [3] B. Capelli and L. Sabattini, "Connectivity maintenance: Global and optimized approach through control barrier functions," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5590-5596, 2020.
- [4] T.-H. Chang, M. Hong, W.-C. Liao, and X. Wang, "Distributed optimization using the primal-dual method of multipliers," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 64, No. 2, pp. 447-461, 2016.
- [5] D. DeTone, T. Malisiewicz, and A. Rabinovich, "SuperPoint: Self-supervised interest point detection and description," *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, pp. 224-236, 2018.
- [6] D. Dias, P. U. Lima, and A. Martinoli, "Distributed Formation Control of Quadrotors under Limited Sensor Field of View," *Proceedings of the International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS)*, pp. 1087-1095, 2016.
- [7] M. Jankovic, M. Egerstedt, and S. Coogan, "Barrier functions for multiagent systems: An overview," *Annual Reviews in Control*, Vol. 53, pp. 329-348, 2022.
- [8] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, "Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3)," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5420-5425, 2010.
- [9] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, "Nonlinear robust tracking control of a quadrotor UAV on SE(3)," *Asian Journal of Control*, Vol. 15, No. 2, pp. 391-408, 2013.
- [10] X. Lv, C. Peng, and J. Ma, "Control Barrier Function-Based Collision Avoidance Guidance Strategy for Multi-Fixed-Wing UAV Pursuit-Evasion Environment," *Drones*, Vol. 8, No. 8, pp. 415, 2024.
- [11] D. Panagou and V. Kumar, "Maintaining visibility for leader-follower formations in obstacle environments," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 1811-1816, 2012.
- [12] D. Panagou, D. M. Stipanović⁸⁷, and P. G. Voulgaris, "Distributed dynamic coverage and avoidance control under anisotropic sensing," *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, Vol. 4, No. 4, pp. 850-862, 2017.
- [13] L. Sabattini, C. Secchi, and N. Chopra, "Decentralized control for the maintenance of strong connectivity for directed graphs," *Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 978-986, 2013.
- [14] X. Tan and D. V. Dimarogonas, "Distributed Implementation of Control Barrier Functions for Multi-agent Systems," *IEEE Control Systems Letters*, Vol. 6, pp. 1879-1884, 2022.
- [15] A. J. Taylor, A. Singletary, Y. Yue, and A. D. Ames, "Learning for safety-critical control with control barrier functions," *Proceedings of the 2nd Conference on Learning for Dynamics and Control*, pp. 708-717, 2020.
- [16] B. Trimarchi, F. Schiano, and R. Tron, "A Control Barrier Function Candidate for Quadrotors with Limited Field of View," *arXiv:2410.01277 [eess.SY]*, 2025.
- [17] Y. Wang, A. D. Ames, and M. Egerstedt, "Safety barrier certificates for collisions-free multi-robot systems," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 33, No. 3, pp. 641-652, 2017.
- [18] W. Xiao and C. Belta, "High-order control barrier functions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 67, No. 7, pp. 3655-3662, 2022.
- [19] G. Zhang and R. Heusdens, "Distributed Optimization Using the Primal-Dual Method of Multipliers (PDMM)," *arXiv:1702.00841 [cs.DC]*, 2017.
- [20] Z. Zhang, R. Tron, and S. Karaman, "Distributed multi-robot formation control with communication delays and switching topologies," *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 7, No. 2, pp. 5182-5189, 2022.
- [21] Z. Zhang and D. Scaramuzza, "Perception-aware receding horizon navigation for MAVs," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 2534-2541, 2018.