

Parallel Programming Exercise 7

Author:	林子傑 (r10525069@ntu.edu.tw)
Student ID	R10525069
Department	Engineering Science and Ocean Engineering

(If you and your team member contribute equally, you can use (co-first author), after each name.)

1.

$$\Psi(n,p) < \Psi(n,p_0)$$

$$\sigma(n) + \varphi(n) / (\sigma(n) + \varphi(n) / p + \kappa(n,p)) < \sigma(n) + \varphi(n) / (\sigma(n) + \varphi(n) / p_0 + \kappa(n, p_0))$$

$$\sigma(n) + \varphi(n) / p_0 + \kappa(n, p_0) < \sigma(n) + \varphi(n) / p + \kappa(n,p)$$

$$\varphi(n) / p_0 + \kappa(n, p_0) < \varphi(n) / p + \kappa(n,p)$$

$$\varphi(n) / p_0 + C \log(p_0) < \varphi(n) / p + C \log(p)$$

let $p_0 = 0.5p$, $\varphi(n) = p$, $C = 2$, 滿足 $\varphi(n) / p_0 + C \log(p_0) < \varphi(n) / p + C \log(p)$ 。

故得證。

2.

$$\varepsilon(n,p') < \varepsilon(n,p)$$

$$\sigma(n) + \varphi(n) / (p' \sigma(n) + \varphi(n) + p' \kappa(n,p')) \leq \sigma(n) + \varphi(n) / (p \sigma(n) + \varphi(n) + p \kappa(n,p))$$

$$p \sigma(n) + \varphi(n) + p \kappa(n,p) \leq p' \sigma(n) + \varphi(n) + p' \kappa(n,p')$$

$$p \sigma(n) + p \kappa(n,p) \leq p' \sigma(n) + p' \kappa(n,p')$$

let $p' = 2p$, $\kappa(n,p) = p$, 滿足 $\sigma(n) + p \kappa(n,p) \leq p' \sigma(n) + p' \kappa(n,p')$

故得證。

3.

Overall execution time: $(\lceil n/p \rceil - 1)\chi + \lceil \log p \rceil(\lambda + \chi)$

Processor	Time	Speedup
1	0.001	
2	0.0006	1.66665
3	0.000492	2.033194
4	0.00045	2.222151
5	0.000432	2.313688
6	0.000425	2.351965
7	0.000424	2.360674
8	0.000425	2.352807

9	0.000428	2.335747
10	0.000432	2.313635
11	0.000437	2.288999
12	0.000442	2.263178
13	0.000447	2.237159
14	0.000452	2.211469
15	0.000457	2.186353
16	0.000463	2.162

4.

$$\Psi \leq 1/(0.05+0.95/10) = 1/(0.05+0.095) = 1/0.145=6.896\dots$$

5.

$$\Psi=10 \leq 1/(0.06+0.94/p)$$

$$0.06+0.94/p \leq 1/10=0.1$$

$$0.94/p \leq 0.04$$

$$p \geq 0.94/0.04 = 23.5$$

最小滿足的 $p=24$

6.

$$50 \leq 1/(f+(1-f)/p)$$

$$f+(1-f)/p \leq 1/50=0.02$$

如果 p 無限大， f 趨近於 0.02

最大 sequential operations 的比例為 0.02

7.

$$9 \leq 1/(f+(1-f)/10)$$

$$f+(1-f)/10 \leq 1/9$$

$$(9/10)f+1/10 \leq 1/9$$

$$(9/10)f \leq 1/90$$

$$81f \leq 1$$

$$f \leq 1/81$$

8.

$$(9+233*16)/242=15.44\dots$$

9.

$$40 + (1 - 40) \cdot 0.01 = 39.61$$

10.

對於每個 program，推算出 16 個 processor 的 speedup (是 8 個 processor 的 1.4 倍) 並計算 Karp-Flatt Metric，依據 Karp-Flatt Metric 將 Program 分類。

Program I

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.67	2.14	2.5	2.78	3	3.18	3.33	4.662
e		0.19761	0.20094	0.20000	0.19964	0.20000	0.20021	0.20034	0.16213

Program II

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.89	2.63	3.23	3.68	4	4.22	4.35	6.09
e		0.05820	0.07034	0.07946	0.08967	0.10000	0.10980	0.11987	0.10848

Program III

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.89	2.68	3.39	4.03	4.62	5.15	5.63	7.882
e		0.05820	0.05970	0.05998	0.06017	0.05974	0.05987	0.06014	0.06866

Program IV

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.96	2.88	3.67	4.46	5.22	5.93	6.25	8.75
e		0.02041	0.02083	0.02997	0.03027	0.02989	0.03007	0.04000	0.05524

Program V

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.74	2.3	2.74	3.09	3.38	3.62	3.81	5.334
e		0.14943	0.15217	0.15329	0.15453	0.15503	0.15562	0.15711	0.13331

Program VI

processor	1	2	3	4	5	6	7	8	16
speedUp	1	1.94	2.82	3.65	4.42	5.15	5.84	6.5	9.1
e		0.03093	0.03192	0.03196	0.03281	0.03301	0.03311	0.03297	0.05055

符合 A 的有：Program III IV VI，因為 16 個 processor 的 Karp-Flatt Metric 大於 8 個 processor 的，因此 16 個 processor 的 speedup 可能是 8 個 processor 的 1.4 倍。

符合 B 的有：Program I，因為 16 個 processor 的 Karp-Flatt Metric 小於 8 個 processor 的，因此 16 個 processor 的 speedup 不可能是 8 個 processor 的 1.4 倍，且 1 到 8 個 processor 的 Karp-Flatt Metric 為常數，因此原因在於 large

serial component of the computation。

符合 C 的有：Program II V，因為 16 個 processor 的 Karp-Flatt Metric 小於 8 個 processor 的，因此 16 個 processor 的 speedup 不可能是 8 個 processor 的 1.4 倍，且 1 到 8 個 processor 的 Karp-Flatt Metric 漸漸地增加，因此原因在於 the increase in overhead as processors are added。

11.

Amdahl's Law 視題目大小為常數，當中的 f 是從序列化程式得出的比例，當 p 趨近於無限大， $1/f+(1-f)/p$ 趨近於 $1/f$ 。

Gustafson-Barsis's Law 當中的 s 是根據平行化程式得出的，視 s 為常數，題目大小可隨 p 增大而上升，當 p 趨近於無限大， $p+(1-p)s$ 也趨近於無限大。

12.

不行，程式中不可平行化的時間加上 processor 之間溝通的時間，有可能大於所規定的時限。

13.

The scalability function: $M(f(p))/p$

A: C^2p

B: $C^2\log^2 p$

C: C^2

D: $C^2p\log^2 p$

E: C

F: $p^{c-1}(1 < c < 2) \Rightarrow 1 < p^{c-1} < p$

G: $p^{c-1}(c > 2) \Rightarrow p^{c-1} > p$

Scalability function from most scalable to least scalable: $E > C > B > F > A > D > G$