

利用 Bisection, False Position, Modify False Position, Secant , Newton, Fixed Point

算出 x

$$1. e^x - 3 \cos(2x) = 8.3, x \in (-10, 2)$$

Answer Set:

$-8.79929905512278 \dots, -6.86108366470742 \dots, -5.74873075092705 \dots,$

$-3.46759919923776 \dots, -2.95425050915349 \dots, 1.43002820651934 \dots$

Epsilon=1e-6

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	1.4300284386	2.32×10^{-7}	22
False Position	1.4300282192	1.26×10^{-8}	8
Modify False Position	1.4300279207	2.85×10^{-7}	21
Secant	1.4300282066	8.06×10^{-11}	9
Newton	-6.8610836647	7.42×10^{-12}	6
Fixed Point	1.3366435100	9.33×10^{-2}	27

Epsilon=1e-8

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	1.4300282039	2.61×10^{-9}	29
False Position	1.4300282066	8.06×10^{-11}	10
Modify False Position	1.4300282088	2.11×10^{-9}	28
Secant	1.4300282065	1.93×10^{-11}	10
Newton	-6.8610836647	7.42×10^{-12}	6
Fixed Point	1.3366436015	9.33×10^{-2}	30

$$2. e^{x \sin x} - x \cos(2x) = 2.8, x \in (-5, 5)$$

Answer Set: $-3.52615250912331 \dots, -1.44679581196116 \dots, 1.01169156675946 \dots,$

$2.58294853520121 \dots, 4.28036194164056 \dots$

Epsilon= 1e-6

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	1.0116913915	1.75×10^{-7}	27
False Position	4.2803619447	3.05×10^{-9}	7
Modify False Position	4.2803622528	3.11×10^{-7}	22
Secant	-1.4467958120	3.88×10^{-11}	11
Newton	5.2156151936	9.35×10^{-1}	5
Fixed Point	nan		7

Epsilon= 1e-8

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	1.0116915638	2.95×10^{-9}	30
False Position	4.2803619417	5.94×10^{-11}	8
Modify False Position	4.2803619392	2.44×10^{-9}	29
Secant	-1.4467958120	3.88×10^{-11}	11
Newton	5.2156151936	9.35×10^{-1}	5
Fixed Point			7

$$3. \quad 7x^2 \sin(4x) - 6x \cos(x) = -5.6$$

Answer Set:

-3.95161157194427 ..., -3.09299398945330 ..., -2.38654183004128 ...,
-1.63745784120068 ..., 0.889442561257829 ..., 1.49093790619175 ...,
2.4598319871287 ..., 3.04788652865807...

Epsilon= 1e-6

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	-3.0929937959	1.93×10^{-7}	27
False Position	-1.6374578393	1.90×10^{-9}	13
Modify False Position	-1.6374581326	2.91×10^{-7}	23
Secant	0.8894425613	4.21×10^{-11}	14
Newton	0.8894425613	4.21×10^{-11}	5
Fixed Point	nan		10

Epsilon= 1e-8

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	-3.0929939868	2.65×10^{-9}	30
False Position	-1.6374578411	1.00×10^{-10}	14
Modify False Position	-1.6374578389	2.30×10^{-9}	30
Secant	0.8894425613	4.21×10^{-11}	14
Newton	0.8894425613	4.21×10^{-11}	5
Fixed Point	nan		10

$$4. \quad 4x + e^x - 3 \cos(x)$$

Answer Set: -1.91476068112171...

Epsilon= 1e - 6

	答案	誤差	迴圈次數
--	----	----	------

Bisection	-1.9147607684	8.72×10^{-8}	24
False Position	-1.9147607684	1.72×10^{-5}	200
Modify False Position	-1.9147687271	8.04×10^{-6}	104
Secant	-1.9147606811	2.17×10^{-11}	7
Newton	-1.9147606811	2.17×10^{-11}	6
Fixed Point	nan		13

Epsilon= 1e – 8

	答案	誤差	迴圈次數
Bisection	-1.9147606799	1.22×10^{-9}	30
False Position	-1.9147608560	1.74×10^{-7}	285
Modify False Position	-1.9147607658	8.46×10^{-8}	145
Secant	-1.9147606811	2.17×10^{-11}	8
Newton	-1.9147606811	2.17×10^{-11}	6
Fixed Point	nan		13

結論

Newton 和 Secant 是比較好的演算法，在迴圈終止條件 $\text{epsilon} < 10^{-6}$ 的狀況下，誤差就在 10^{-11} 到 10^{-12} 內，且迴圈次數也偏小。其次是 False Position，迴圈次數雖然和 Secant 差不多，但誤差劣於 Secant。再來是 Bisection 和 Modify False Position，次數偏高，且誤差也大於前面所提三種演算法。

至於 Fixed Point，在這次使驗發現他的應用範圍有限制，除了第一個式子有跑出結果(並且有很大的誤差)，其他三者最終皆發散。

此外，在這次實驗中，發現根據中間值定理所發展出的演算法(Bisection, False Position, Modify False Position)，所形成的誤差會根據迴圈終止條件 epsilon 大小而有明顯變化。