

题 1. 第一类贝塞尔函数的积分表示为：

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left(\int_0^\pi e^{i(nt - x \sin t)} dt \right)$$

计算在 $x \rightarrow +\infty$ 极限下的领头近似。

题 2. 请列出如下超几何方程的所有奇点，并指出奇点种类（正则还是非正则）。

$$z(1-z) \frac{d^2 w}{dz^2} + [c - (a+b+1)z] \frac{dw}{dz} - abw = 0$$

题 3. 求解

$$y'' + x^2 y = 0$$

在 $x = 0$ 处的独立级数解。

题 4. 求解

$$(1-x^2)y'' - xy' + p^2 y = 0$$

在 $x = 0$ 处的独立级数解。对于 p 取何值时，解为多项式？

题 5. 求解

$$x^2 y'' - xy' - y = 0$$

在 $x = 0$ 附近的独立解。

题 6. 求解

$$x^2 y'' - xy' + y = 0$$

在 $x = 0$ 附近的独立解。

题 7. 求解

$$y'' + \frac{2}{x} y' + y = 0$$

在 $x = 0$ 附近的独立解。