

数学物理方法

邓卫真(dwz@pku.edu.cn)
北京大学物理学院(物理楼南421)

2024年2月20日

Part I 课程简介

Contents

I 课程简介	1
1 内容简介	1
1.1 数理方程	1
2 教学进度表	2
3 教材	3
4 成绩	3

1 内容简介

1.1 数理方程

数学物理方程

数学物理方程(简称数理方程)是指从物理问题中导出的函数方程, 包括

1. 偏微分方程

2. 积分方程

本课程仅限于讨论二阶线性偏微分方程, 包括

1. 波动方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 u = f$$

2. 热传导方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \kappa \nabla^2 u = f$$

3. 稳定问题 Laplace 方程

$$\nabla^2 u = 0$$

Poisson 方程

$$\nabla^2 u = f$$

Helmholtz 方程

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$

- 定解问题 = 方程 + 定解条件
 - 定解条件 = 初始条件 + 边界条件
 - * 介质的形状 矩形、球、圆、圆柱

在求解数理方程, 会遇到一些常见的常微分方程, 它们的解是所谓特殊函数. 包括

- Legendre 方程和球函数
- Bessel 方程和柱函数

2 教学进度表

教学进度计划表
共48学时

章	节		学时	日期
第二部分		数学物理方程		
13		分离变量法	6	4.20
	13.1	两端固定弦的自由振动		
	13.2	分离变量法的物理诠释		4.27
	13.3	矩形区域内的稳定问题		
	13.4	多于两个自变量的定解问题		
	13.5	两端固定弦的受迫振动		4.29
	13.6	非齐次边界条件的齐次化		
14		正交曲面坐标系	4	3.5
	14.1	正交曲面坐标系		
	14.2	正交曲面坐标系中的 Laplace 算符		
	14.4	圆形区域		3.12
15		球函数	7	3.14
	15.1	Legendre 方程的解		
	15.2	Legendre 多项式		
	15.3	Legendre 多项式的微分表示		
	15.4	Legendre 多项式的正交完备性		
	15.5	Legendre 多项式的生成函数		3.19
	15.6	Legendre 多项式的递推关系		
	15.7	Legendre 多项式应用举例		
	15.8	连带 Legendre 函数		3.26
	15.9	球面调和函数		
	15.10	连带 Legendre 函数的加法公式		3.28
	15.11	超几何函数		
16		柱函数	7	4.2
	16.1	Bessel 函数和 Neumann 函数		
	16.2	Bessel 函数的递推关系		
	16.3	Bessel 函数的渐近展开		
	16.4	整数阶 Bessel 的生成函数和积分表示		4.9
	16.5	Bessel 方程的本征值问题		
	16.7	半奇数阶 Bessel 函数		4.11
	16.8	球 Bessel 函数		

章	节		学时	日期
	16.9	合流超几何函数		
期中考试			2	4.16
17		分离变量法总结	5	4.23
	17.1	内积空间		
	17.2	函数空间		
	17.4	Sturm-Liouville 型方程的本征值问题		4.30
	17.5	Sturm-Liouville 型方程本征值问题的简并现象		
	17.6	从 Sturm-Liouville 型方程的本征值问题看分离变量法		4.25
18		积分变换的应用	5	5.7
	18.1	Laplace 变换		
	18.2	Fourior 变换		5.9
	18.3	半无界空间的情形		
	18.4	关于积分变换的一般讨论		
19		Green 函数方法	6	5.14
	19.1	Green 函数的概念		
	19.2	稳定问题 Green 函数的一般性质		
	19.3	三维无界空间 Helmholtz 方程的 Green 函数		5.21
	19.4	圆内 Poisson 方程第一边值问题的 Green 函数		
	19.5	波动方程的 Green 函数		5.23
	19.6	热传导方程的 Green 函数		
20		变分法初步	4	5.28
	20.1	泛函的概念		
	20.2	泛函的极值		
	20.3	泛函的条件极值		
	20.4	微分方程定解问题和本征值问题的变分形式		6.4
	20.5	变边值问题		
	20.6	Rayleigh-Ritz 方法		
21		数学物理方程综述	2	6.6

3 教材

教材

教科书

《数学物理方法》(第三版) 吴崇试高春媛著 北京大学出版社出版

电子教案

course.pku.edu.cn

教学参考书

1. 郭敦仁,《数学物理方法》
2. 梁昆淼,《数学物理方法》
3. 吴崇试,《数学物理方法习题指导》
4. 吴崇试,《数学物理方法题解》

4 成绩

成绩

- 期中考试 30%
- 期末考试 50%
- 作业成绩 20%