3. 解:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1} & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

故，

$$L(x;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\sqrt{\theta}x_i^{\sqrt{\theta}-1}$$

$$\ln L(x;\theta)=\frac{n}{2}\ln\theta+\sqrt{\theta}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\ln L(x;\theta)=\frac{n}{2\theta}+\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i}{2\sqrt{\theta}}$$

令 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\ln L(x;\theta)=0$, 解得

$$\theta=\frac{n^2}{(\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i)^2}$$

容易证明：当 $\theta>\frac{n^2}{(\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i)^2}$ 时，$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\ln L(x;\theta)$ 恒小于 0；当 $\theta<\frac{n^2}{(\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i)^2}$ 时，$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\ln L(x;\theta)$ 恒大于 0 。

故极大似然估计，

$$\hat{\theta}=\frac{n^2}{(\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i)^2}$$

6. 解:

由题意知，

$$X\sim B(m,p),P(X=x)=\binom{m}{x}p^x(1-p)^{m-x}$$

设 $k=\prod\limits_{i=0}^{m}\binom{m}{i}^{\mathrm{cnt}_i}$，其中 cnt_i 表示 $x_i=i$ 的样本个数。

故，

$$L(x;p)=\prod_{i=1}^{n}\binom{m}{x_i}p^{x_i}(1-p)^{m-x_i}=kp^{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{nm-\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}$$

$$\ln L(x;p)=\ln k+(\sum_{i=1}^{n}x_i)\ln p+(nm-\sum_{i=1}^{n}x_i)\ln(1-p)$$

令

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p}\ln L(x;p)=(\sum_{i=1}^{n}x_i)\frac{1}{p}-(nm-\sum_{i=1}^{n}x_i)\frac{1}{1-p}=0$$

解得最大似然估计，

$$\hat{p}=\frac{1}{nm}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{\overline{x}}{m}=0.499$$

矩估计量：

$$\mu_1=E(X)=mp=\overline{x}$$

故，

$$\hat{p}=\frac{\overline{x}}{m}=0.499$$