

Assignment14

April 21, 2025

1 7.3

1.1 (a) $x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$

- $\cos(2000\pi t)$: 角频率 $2000\pi \text{ rad/s}$, 对应频率 $f = (2000\pi)/(2\pi) = 1000\text{Hz}$
- $\sin(4000\pi t)$: 角频率 $4000\pi \text{ rad/s}$, 对应频率 $f = (4000\pi)/(2\pi) = 2000\text{Hz}$

根据 Nyquist 定理, 采样率至少应为最高频率的两倍, 即 4000Hz

1.2 (b) $x(t) = \frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$

该信号为理想低通滤波器的冲激响应, 最高频率为 $4000\pi \text{ rad/s} = 2000\text{Hz}$

因此 Nyquist rate 为 4000Hz

1.3 (c) $x(t) = \frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$

对 (b) 信号有

$$x_b(t) = \frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$$

其傅里叶变换为

$$X_b(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 4000\pi \\ 0, & |f| > 4000\pi \end{cases}$$

对于 (c) 信号

$$x_c(t) = [x_b(t)]^2 = \left[\frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t} \right]^2$$

根据傅里叶变换的卷积性质, 有

$$\mathcal{F}\{x_c^2(t)\} = \frac{1}{2\pi} (X_b(f) * X_b(f))$$

矩形函数与自身的卷积结果为一个三角形函数, 其频域为

$$[-8000\pi, 8000\pi]$$

即, $(X_b * X_b)(f)$ 在 $|f| > 8000\pi$ 时为零。

故 (c) 信号的 Nyquist rate 为 $16000 \text{ rad/s} = 8000\text{Hz}$ 。