Assignment9

March 28, 2025

1 4.21(h)

我们可以将信号分解为两个部分：

$$x(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-2k) + \sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-k).$$

第一项：

已知周期性冲激序列

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-kT)$$

的傅立叶变换为

$$\mathcal{F}\left\{\sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-kT)\right\} = \frac{2\pi}{T}\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - \frac{2\pi n}{T}\Big).$$

对第一项，令 $T=2$ ，有

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\left\{\sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-2k)\right\} &= \frac{2\pi}{2}\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - \frac{2\pi n}{2}\Big)\\ &= \pi\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - \pi n\Big).\end{aligned}$$

第二项：

对第二项，令 $T=1$ 得

$$\mathcal{F}\left\{\sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta(t-k)\right\} = \frac{2\pi}{1}\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - 2\pi n\Big) = 2\pi\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - 2\pi n\Big).$$

故，信号 $x(t)$ 的傅立叶变换为

$$\boxed{X(j\omega) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - \pi n\Big) + 2\pi\sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta\Big(\omega - 2\pi n\Big).}$$