

最佳化 HW2

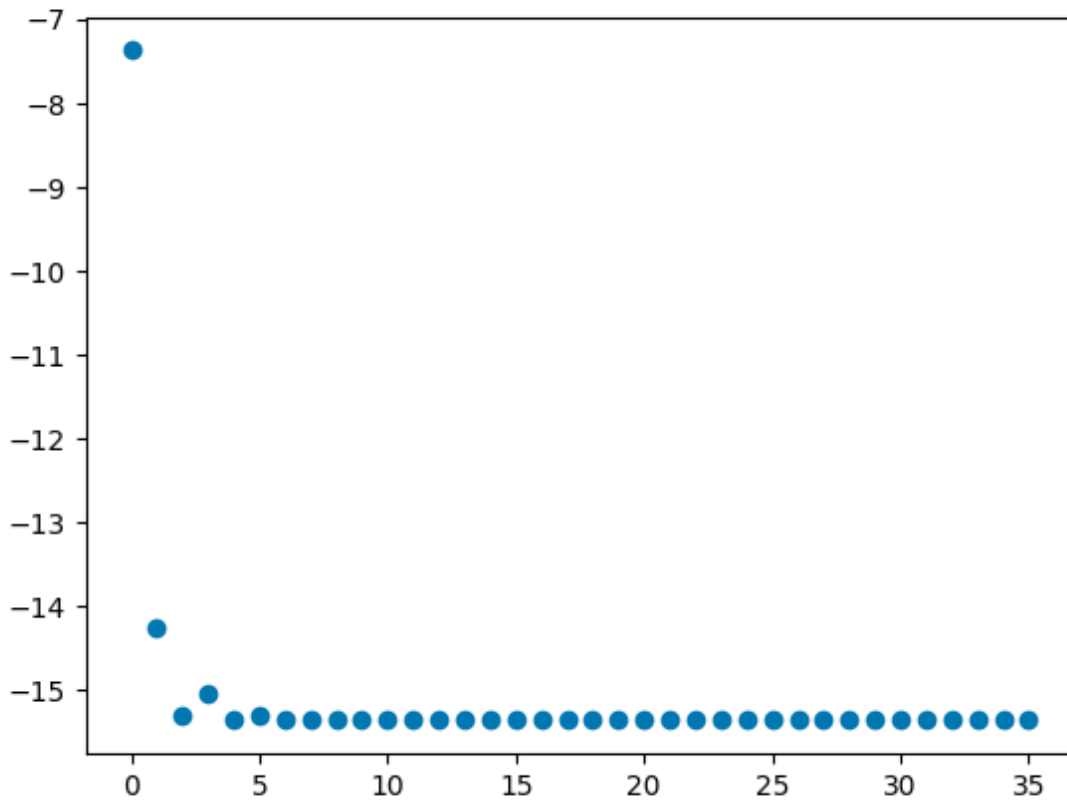
tags: 課程

Q1

1.1 Gold search

Line search range: $x \in [2, 6]$

- Find minimum.

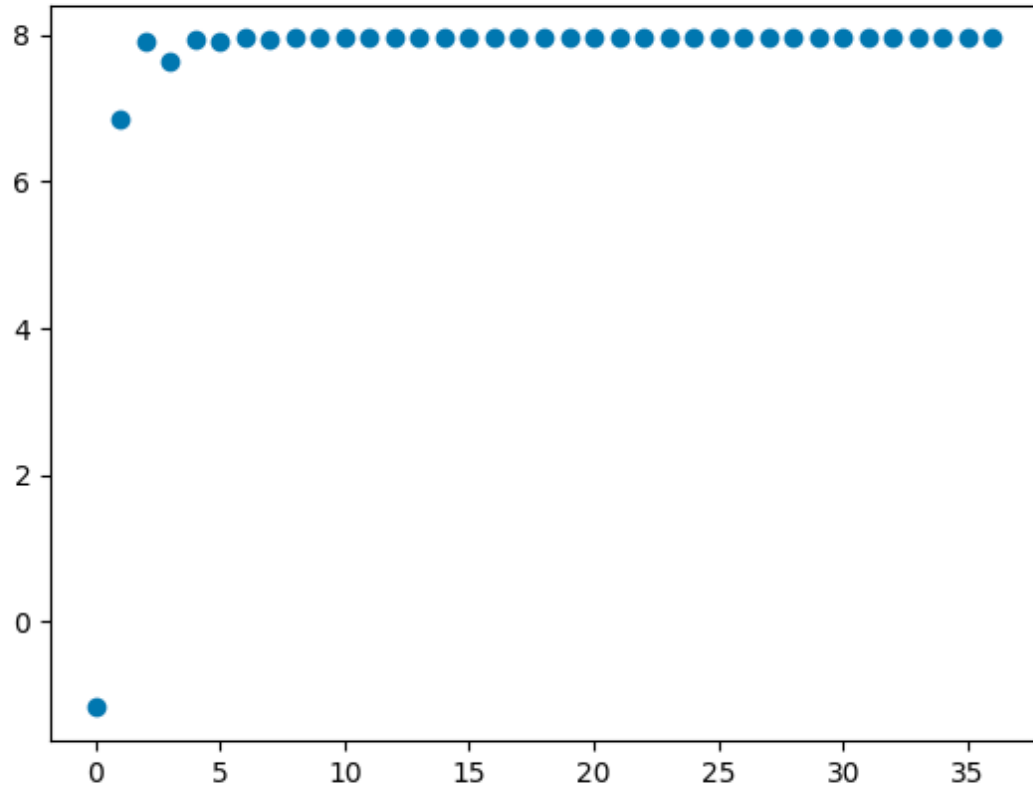


x 軸: iteration 數。

y 軸: 找到的 minimum 值。

Minimum is -15.3595, when x is 5.58635.

- Find maximum.



x 軸: iteration 數。

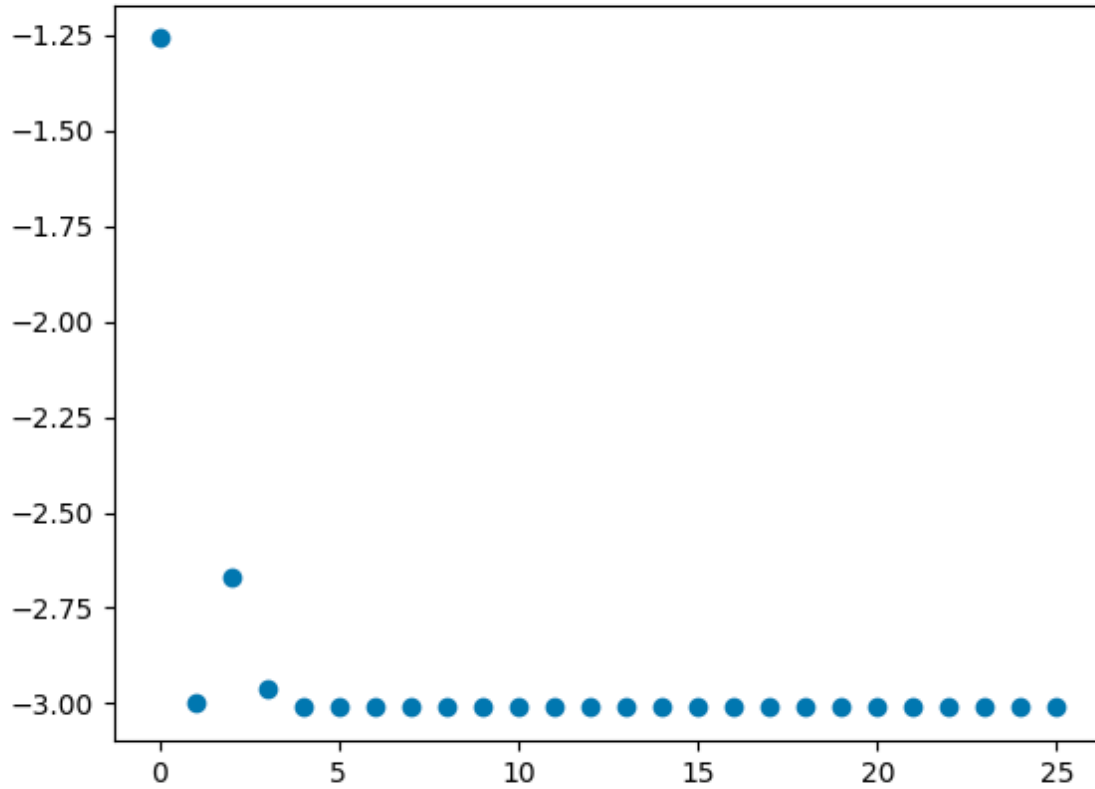
y 軸: 找到的 maximum 值。

Maximum is 7.9543727, when x is 4.04808.

1.2 Dichotomous search

Line search range: $x \in [2, 6]$

- Find minimum.

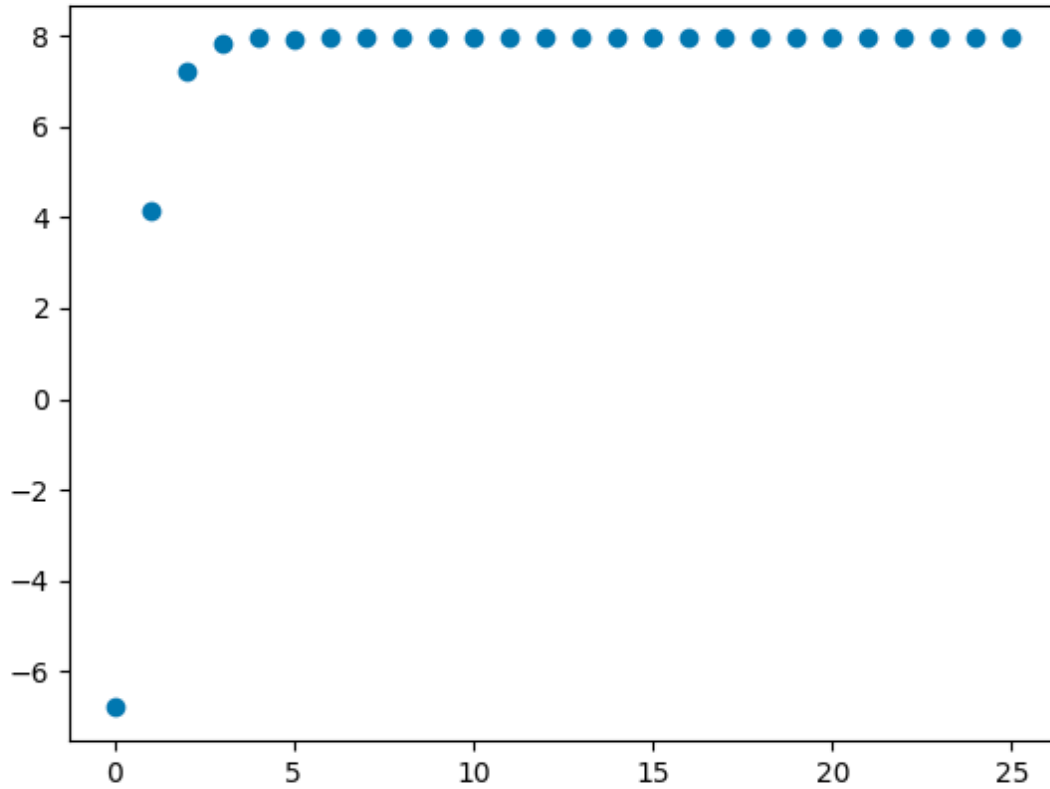


x 軸: iteration 數。

y 軸: 找到的 minimum 值。

Minimum is -3.01037, when x is 2.543492.

- Find maximum.



x 軸: iteration 數。

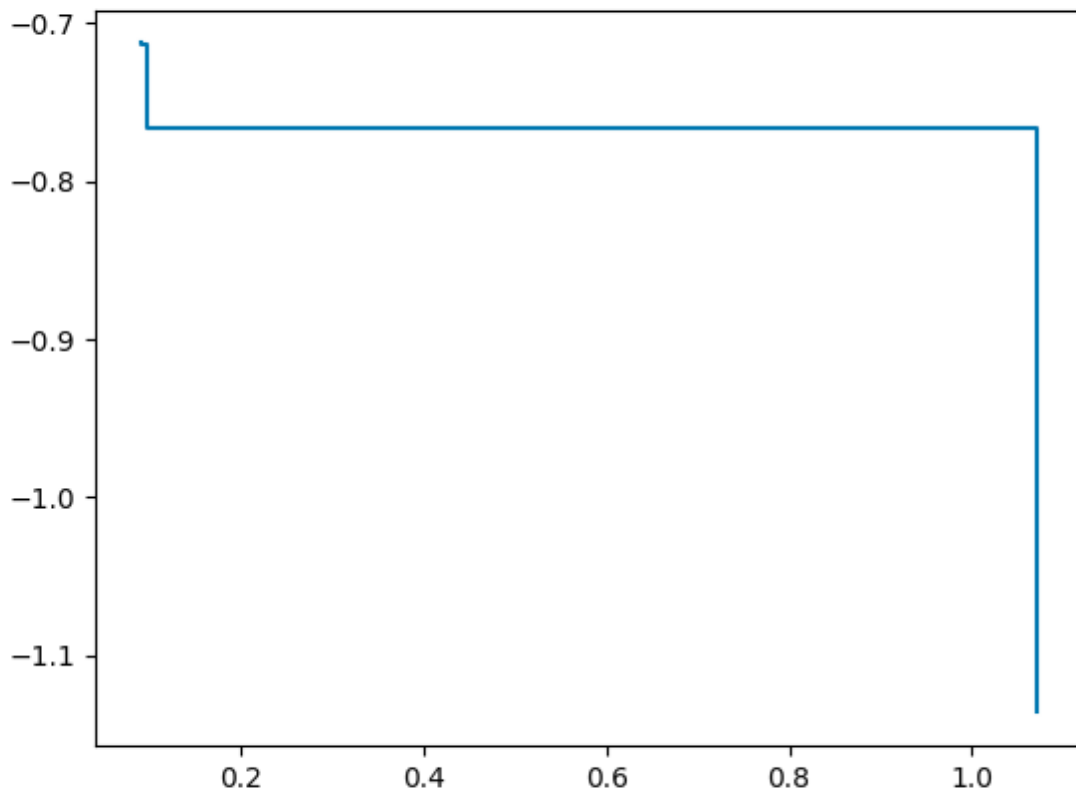
y 軸: 找到的 maximum 值。

Maximum is 7.954372, when x is 4.048081.

Q2

Cyclic coordinate

- Find minimum.



x 軸: x_1 值。

y 軸: x_2 值。

Minimum is -1.031628, when $(x_1, x_2) = (0.089842, -0.712656)$.

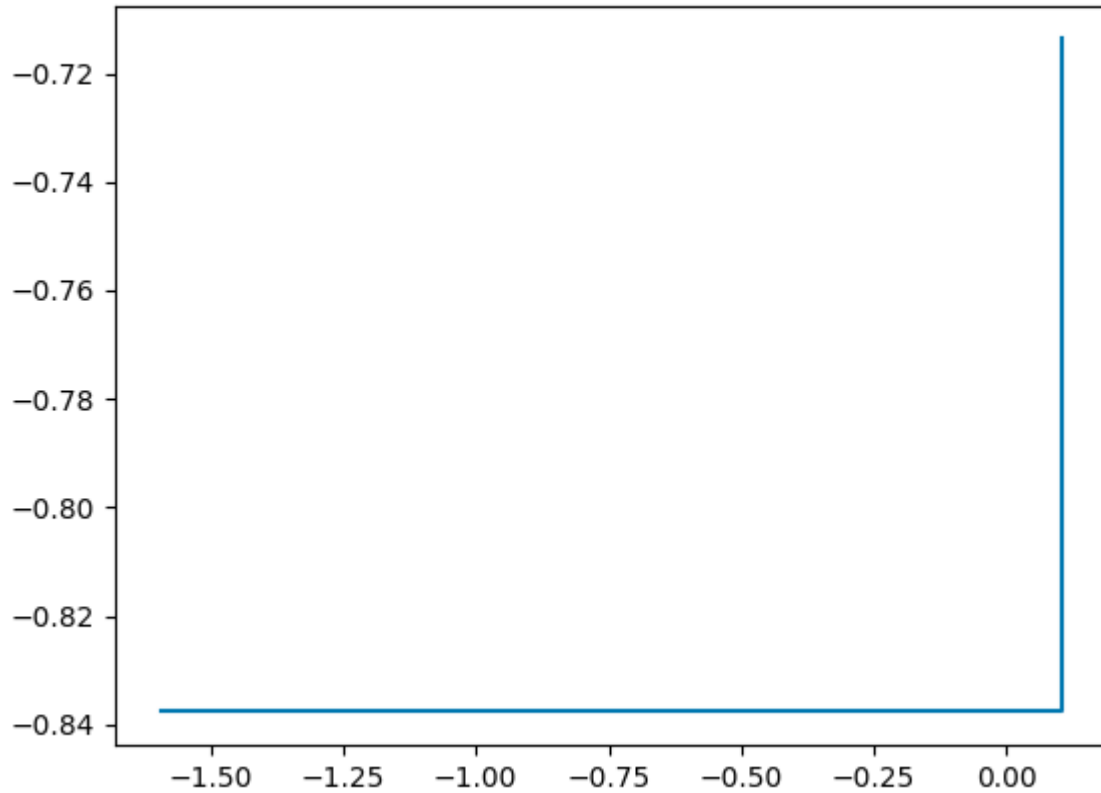
$x_1 \in [-2, 2]$

$x_2 \in [-2, 2]$

start point: rand uniform distribution between $[-2, 2]$.

Q3

Powell conjugate



x 軸: x_1 值。

y 軸: x_2 值。

$x = (x_1, x_2) = (0.1059, -0.7136)$ Minimum: -1.030627

ND8071500 taught me how to do Powell algorithm.

$x = (x_1, x_2)$

$s = (s_1, s_2)$, $\|s\| = 1$ (我們限制 s 的 norm 為 1, 待會會用到此性質)

L : Lower bound.

U : Upper bound.

x 的範圍區間表示為:

$$L \leq x + \lambda s \leq U$$

以 x_1, s_1 舉例表示為:

$$L \leq x_1 + |\lambda|s_1 \leq U$$

因為 $\|s\| = 1$, 所以 $-1 \leq s_1 \leq 1$:

$$\begin{aligned} x_1 - \lambda &\leq x_1 + \lambda s_1 \leq x_1 + \lambda \\ L &\leq x_1 - \lambda \leq x_1 + \lambda s_1 \leq x_1 + \lambda \leq U \end{aligned}$$

由上式可以得到：

$$\begin{aligned} & \begin{cases} L \leq x_1 + \lambda \leq U \\ L \leq x_1 - \lambda \leq U \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} L - x_1 \leq \lambda \leq U - x_1 \\ L - x_1 \leq -\lambda \leq U - x_1 \end{cases} \end{aligned}$$

因此能得知 λ 不論正負，範圍都是 $[L, U]$ 。我們限制 λ 為正，將正負 λ 的式子合併得：

$$\begin{aligned} & \begin{cases} L - x_1 \leq \lambda \leq U - x_1 \\ L - x_1 \leq -\lambda \leq U - x_1 \end{cases} \\ \Rightarrow & L - x_1 \leq \lambda' \leq U - x_1 \end{aligned}$$

亦即我們在區間 $[L - x, U - x]$ 用 golden search 找出 λ' 為多少即能找出解。