

Министерство цифрового развития, связи и  
массовых коммуникаций Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**  
по дисциплине «Моделирование»

Выполнил:  
студент гр. ИС-142  
«\_\_» мая 2025 г.

\_\_\_\_\_

/Григорьев Ю.В./

Проверил:  
преподаватель  
«\_\_» мая 2025 г.

\_\_\_\_\_

/Уженцева А.В./

Оценка « \_\_\_\_\_ »

Новосибирск 2025

## ВВЕДЕНИЕ

В данной работе исследуется влияние параметров на процесс построения случайных деревьев на плоскости. В качестве основных факторов, определяющих структуру графа, рассматриваются:

- Параметр **a**, регулирующий экспоненциальное затухание вероятности соединения вершин.
- Параметр **b**, влияющий на вероятность соединения в зависимости от расстояния по степенному закону.

Целью исследования является анализ того, как изменение этих параметров влияет на плотность связей и характер формирования дерева. Ожидается, что:

- Увеличение параметра **b** приведет к большей децентрализации структуры дерева.
- Увеличение параметра **a** усилит тенденцию к локальным связям, сокращая дальние соединения.

В качестве дополнительного параметра была добавлена “степень вершины”.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

### 1. Постановка задачи

1. Сгенерировать случайное множество точек на плоскости, выбрать корень, от которого будем строить дерево (выбрали, оставили одну и ту же вершину для наглядности графиков).
2. Определять вероятность соединения вершин по двум разным функциям:
  - Экспоненциальное затухание  $P(d) = e^{(-a * d^b)}$ .
  - Степенной закон  $P(d) = 1 / d^b$ .
3. Исследовать влияние параметров **a** и **b** на результат.
4. Визуализировать полученные деревья и сделать выводы.

### 2. Генерация точек

Для воспроизводимости результатов в коде фиксируется случайное начальное состояние (**seed**). Точки распределяются случайным образом на плоскости.

Код генерации точек:

```
np.random.seed(seed_value)

x_coords = np.random.rand(num_points)
```

```
y_coords = np.random.rand(num_points)
```

### 3. Формирование связей

Связи между вершинами устанавливаются на основе двух различных вероятностных моделей:

#### 3.1. Метод на основе экспоненциального затухания (**a**)

Функция вероятности:

```
def prob_exp(d, a, b):  
    return max(np.exp(-a * (d ^ b)))
```

- Маленькое **a**, **b** → вероятности медленно затухают, связи могут формироваться на больших расстояниях.
- Большое **a**, **b** → затухание сильное, остаются только локальные связи.

#### 3.2. Метод на основе степенного закона (**b**)

Функция вероятности:

```
def prob_power(d, b):  
    return min(1, 1 / (d ** b + 0.01))
```

- Маленькое **b** → связи менее чувствительны к расстоянию, больше кластеризации.
- Большое **b** → длинные связи подавляются, дерево становится разреженным.

### 4. Построение дерева

Связи добавляются с учетом вероятностей, начиная с ближайших соседей, чтобы избежать несвязанных вершин. Также учитывается степень вершины, чтобы определить, есть ли еще “свободные слоты” у вершины, к которой мы строим ребро.

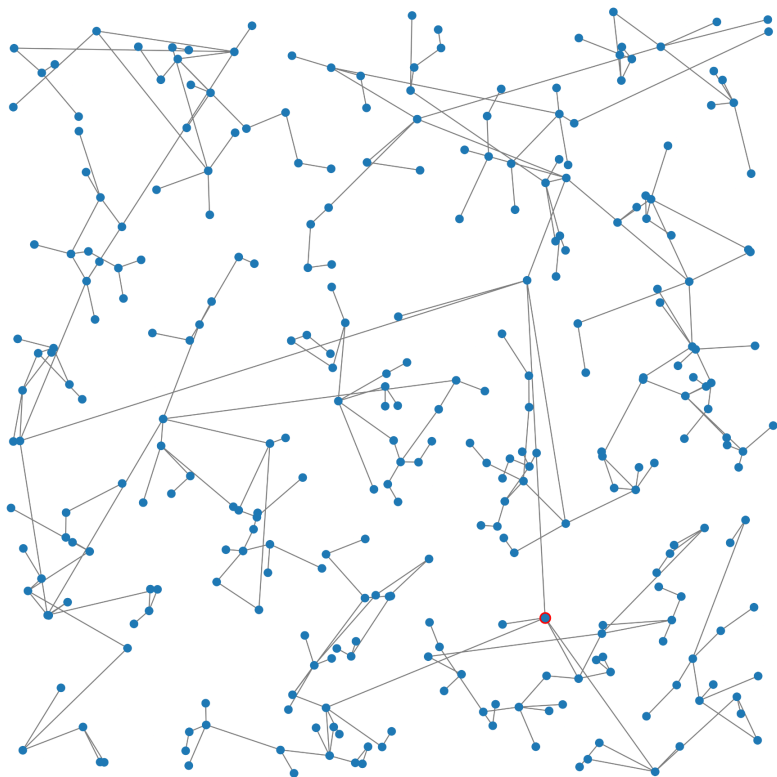
Код основного алгоритма:

```
for i in range(num_points):  
    for j in range(i + 1, num_points):  
        d = расстояние_между_точками(i, j)  
        if случайное_число < P(d):  
            добавить_ребро(i, j)
```

Деревья по первой формуле вероятности:  
(здесь – наглядность варьирования  $b$ , разреженность графа)

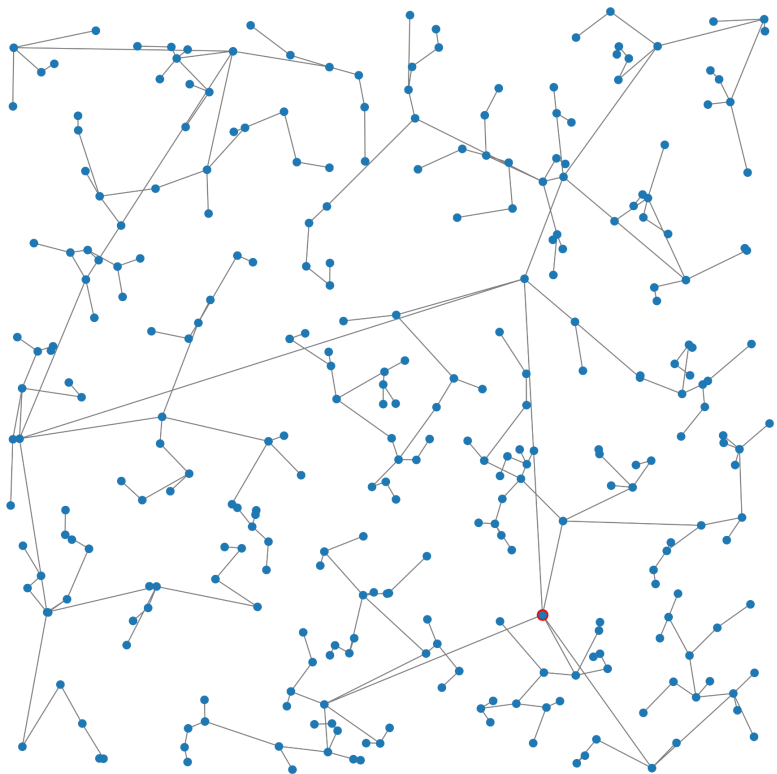
Дерево при  $a=0.1$ ,  $b=0.8$ ,  $\max\_deg=5$

● Root Node

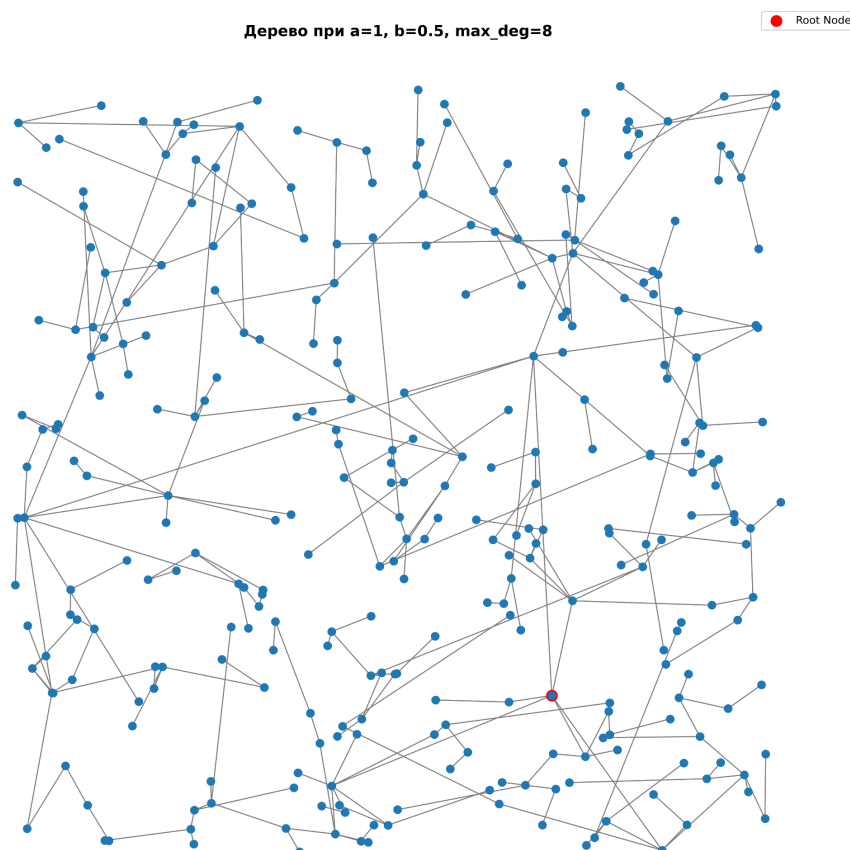
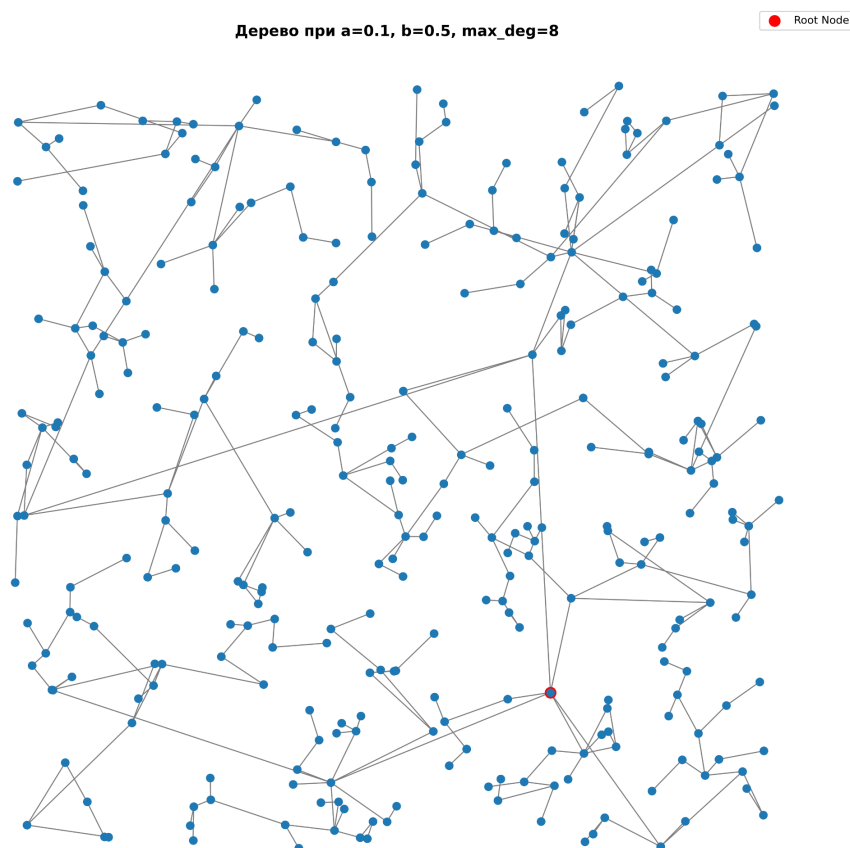


Дерево при  $a=0.1$ ,  $b=3$ ,  $\max\_deg=5$

● Root Node



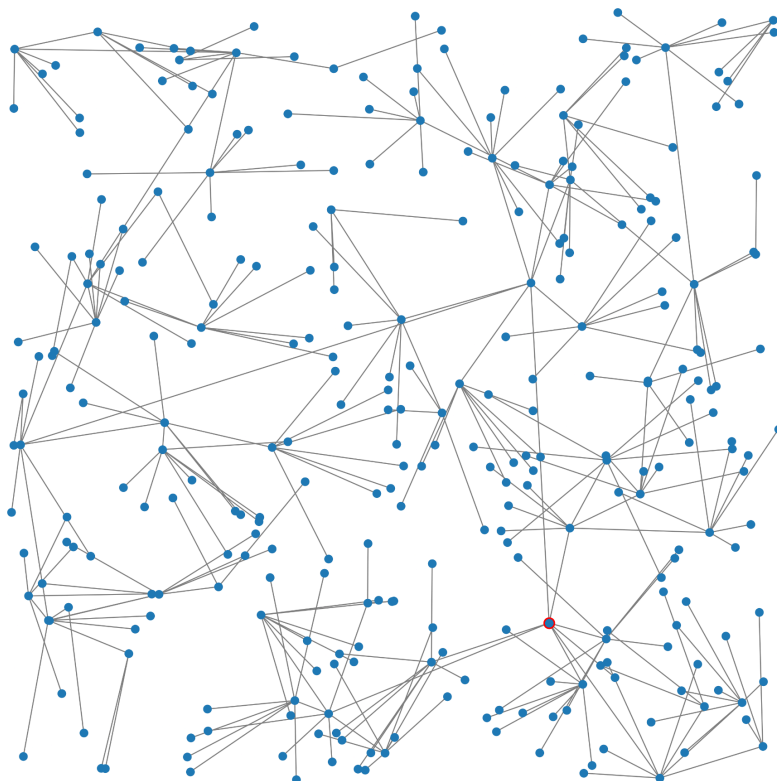
(здесь – наглядность варьирования  $a$ , более хаотичные связи)



## Деревья по второй формуле вероятности: (наглядность варьирования $b$ )

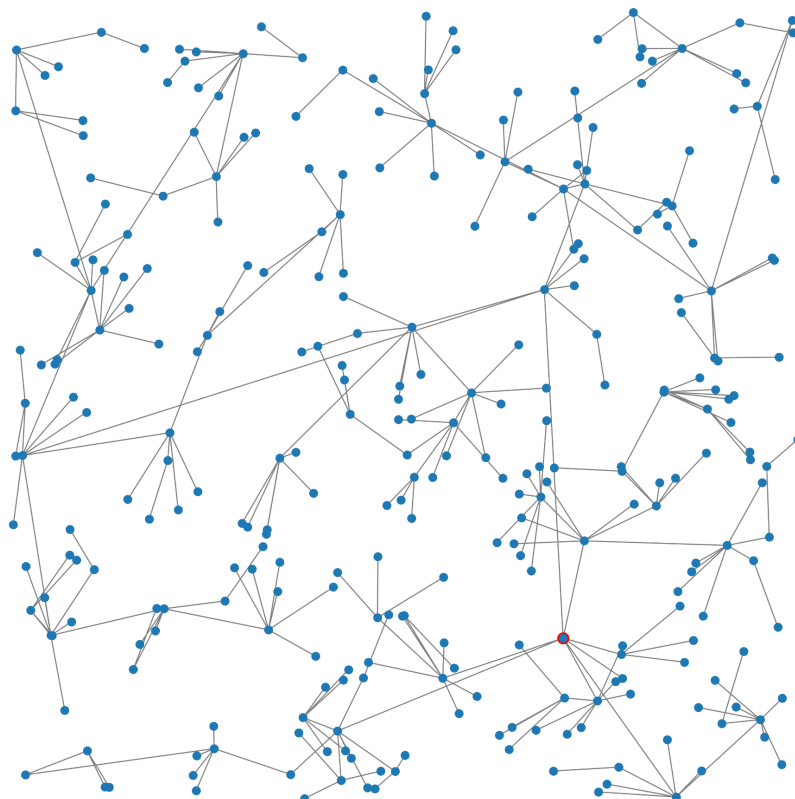
Дерево при  $b=0.8$ ,  $\max\_deg=8$

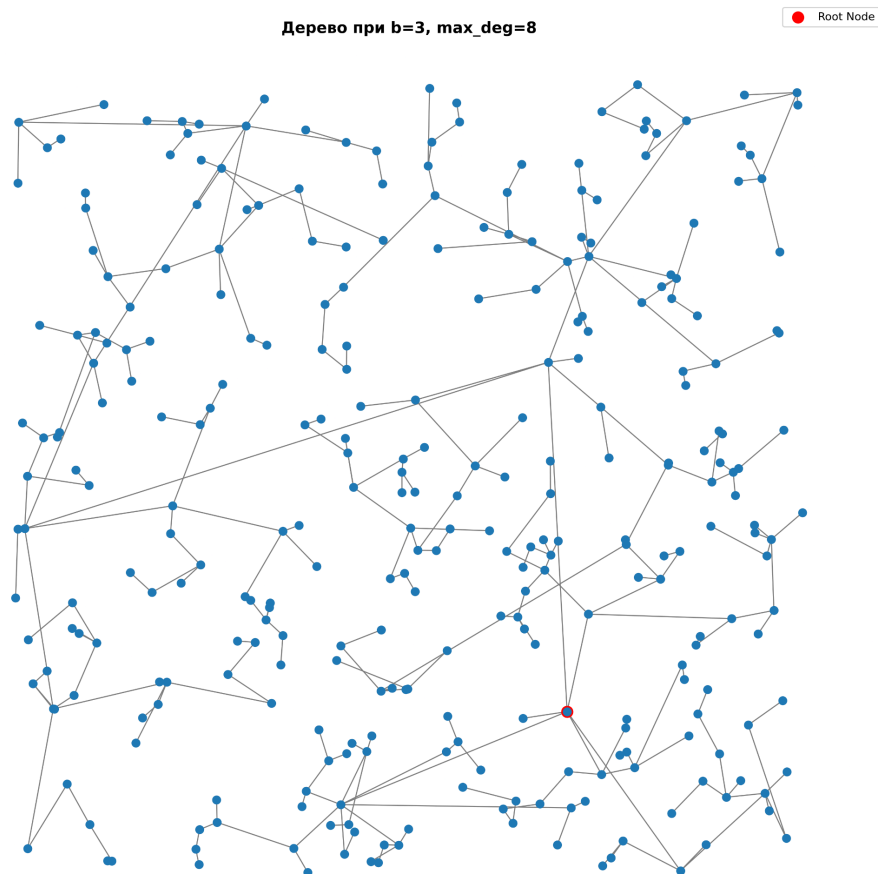
● Root Node



Дерево при  $b=1$ ,  $\max\_deg=8$

● Root Node





## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были построены случайные деревья, параметры  $a$  и  $b$  действительно оказывают заметное влияние на структуру графа. Параметр максимальной степени вершины также сильно влияет на построение.

- Уменьшение  $a$  приводит к разрежению графа и ограничению связей в локальном пространстве.
- Увеличение  $b$  делает дерево более децентрализованным, подавляя длинные связи.
- При маленьких значениях  $\max\_degree$  (например, 3–4) вершины имеют очень ограниченное количество связей, из-за чего граф становится более "линейным".
- При больших значениях  $\max\_degree$  (например, 8–10) вершины могут соединяться с большим числом соседей, и граф становится более густым и разветвленным.
- Малый  $\max\_degree$  → Граф приближается к цепочке или разреженному дереву с длинными ветвями.
- Большой  $\max\_degree$  → Вершины могут соединяться с разными участками графа, делая его более компактным.

Результаты подтверждают гипотезу о том, что оба параметра влияют на структуру дерева, но разными механизмами.

- **a** регулирует **локальные связи**.
- **b** отвечает за **кластеризацию и децентрализацию**.

Таким образом, данные методы могут быть использованы в моделировании различных реальных процессов, включая сети дорог, нейронные связи и социальные графы.