Processamento Digital de Sinais - Solucionário

Karla Félix
Levi Lima
Olga Leão
William Silva

15 de abril de 2019

2.1. Para cada um dos sistemas a seguir abaixo, determine se ele é (1) estável, (2) causal, (3) linear, (4) invariante no tempo e (5) sem memória:

c) $T(x[n]) = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k]$

1. Para
$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$
$$|y[n]| = \left| \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k] \right| = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} |x[k]|$$
Somatório finito de uma entrada finita resulta uma resposta finita. Portanto o sistema é **estável**.

2. O sistema é **não causal** pois ele necessita de valores futuros.

3. Seja
$$\begin{aligned} T\{x_1[n] + x_2[n]\} &= \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} (x_1[k] + x_2[k]) = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k] + \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_2[k] \\ &= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \end{aligned}$$
.
Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja
$$T\{x_1[n-n_1]\} = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k-n_1] = \sum_{k=n+n_1-n_0}^{n+n_1+n_0} x[k] = y[n-n_1]$$
Logo o sistema é **invariante no tempo**.

5. O sistema é **com memória**, pois necessita dos valores anteriores.

d) $T(x[n]) = x[n - n_0]$

1. Para
$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$

$$|y[n]| = |x[n - n_0]|$$

Como $x[n]$ é limitado, e $y[n]$ será limitado pelo mesmo valor, portanto $y[n]$ é **estável**.

2. O sistema é **causal** pois depende apenas dos valores passados.

3. Seja
$$\begin{aligned} T\{x_1[n] + x_2[n]\} &= x_1[n - n_0] + x_1[n - n_0] = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \\ &= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \end{aligned}$$

Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja

$$T\{x[n - n_1]\} = x[n - n_1 - n_0] = y[n - n_1]$$

Logo o sistema é **invariante no tempo**.

5. O sistema é **com memória**, pois necessita dos valores passados.

2.10. Determine a saída de um sistema LIT se a resposta ao impulso h[n] e a entrada x[n] forem as seguintes:

a) $x[n] = u[n]$ e $h[n] = a^n u[-n-1]$, com $a > 1$.

$$x[n] * h[n] = h[n] * x[n] =$$
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k u[-k-1]u[n-k]$$

Para $n \leq -1$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} a^n = \sum_{k=n}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^{k-n} = a^n \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^k = \frac{a^n}{1 - a^{-1}}$$

Para $n > -1$:

Analogamente:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{-1} a^n = \frac{a^{-1}}{1 - a^{-1}}$$