Курсова работа №1

Александър Игнатов
ФN° 62136

3 януари 2021 г.

1 Условие

Дадена е рекурентната редица $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, където за всяко $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = \frac{2a_n^2+a_n+6}{a_n+6}$ и $a_1 = \lambda \in \mathbb{R}\backslash\{-6\}$. Изследвайте за сходимост редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ в зависимост от λ.

2 Решение

Нека допуснем, че редицата е сходяща и има граница

$$l := \lim_{n\to\infty} a_n$$

Чрез използване на граничен преход получаваме:

$$l = \frac{2l^2+l+6}{l+6} \Longleftrightarrow (l-2)(l-3) = 0$$
$$l_1 = 2 \cup l_2 = 3$$

Пресмятаме:

$$a_{n+1} - a_n = \frac{(a_n-2)(a_n-3)}{a_n+6} \tag{1}$$

$$a_{n+1} - 2 = \frac{2(a_n+\frac{3}{2})(a_n-2)}{a_n+6} \tag{2}$$

$$a_{n+1} - 3 = \frac{2(a_n+2)(a_n-2)}{a_n+6} \tag{3}$$

$$2a_{n+1} + 3 = \frac{4a_n^2+5a_n+30}{a_n+6} \tag{4}$$

$$a_{n+1} + 2 = \frac{2a_n^2+3a_n+18}{a_n+6} \tag{5}$$

3 Отговор

$$\lambda \in (-\infty, -6) \Longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$$
$$\lambda \in (-2, 3) \Longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 2$$
$$\lambda \in \{-2, 3\} \Longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 3$$
$$\lambda \in (-6, -2) \cup (3, +\infty) \Longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$$