

Курсова работа №4

Александър Игнатов
Ф№ 62136

6 февруари 2021 г.

Условие

$$(8x + 3)y'' + y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = -2$$

Решение

Търсената функция и нейните производни имат следния вид на степенен ред:

$$\begin{aligned}y(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} y_n x^n \\y'(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} y_n n x^{n-1} \\y''(x) &= \sum_{n=2}^{\infty} y_n n(n-1) x^{n-2}\end{aligned}$$

Имаме $y'(0) = -2$, следователно

$$y'(x) = -2 + \sum_{n=2}^{\infty} y_n n x^{n-1}$$

Така уравнението от условието добива вида

$$\begin{aligned}(8x + 3) \sum_{n=2}^{\infty} y_n n(n-1) x^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} y_n n x^{n-1} - 2 &= 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} [8n(n+1) + 1] y_{n+1} x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3y_{n+2}(n+2)(n+1) x^n - 2 &= 0\end{aligned}$$

При $n = 0$ имаме

$$3y_2 \cdot 2 \cdot 1 - 2 = 0 \iff y_2 = \frac{1}{3}$$

При $n \geq 1$:

$$[8n(n+1) + 1]y_{n+1} + 3y_{n+2}(n+2)(n+1) - 2 = 0$$

Отговор

$$y(x) = 1 - \frac{6}{7} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8}{3}\right)^n \binom{\frac{7}{8}}{n} x^n$$