Курсова работа №4

Александър Игнатов
ФN№ 62136

9 януари 2021 г.

Условие

$$(8x+3)y'' + y' = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2$$

Решение

Търсената функция и нейните производни имат следния вид на степенен ред:

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n x^n$$
$$y'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n n x^{n-1}$$
$$y''(x) = \sum_{n=2}^{\infty} y_n n(n-1) x^{n-2}$$

Имаме $y'(0) = 1$, следователно

$$y'(x) = -2 + \sum_{n=2}^{\infty} y_n n x^{n-1}$$

Така уравнението от условието добива вида

$$(8x+3)\sum_{n=2}^{\infty} y_n n(n-1)x^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} y_n n x^{n-1} - 2 = 0$$
$$\sum_{n=1}^{\infty}[8n(n+1)+1]y_{n+1}x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3y_{n+2}(n+2)(n+1)x^n - 2 = 0$$

При $n = 0$ имаме

$$3y_2.2.1 - 2 = 0 \Longleftrightarrow y_2 = \frac{1}{3}$$

При $n \geq 1$:

$$[8n(n+1)+1]y_{n+1} + 3y_{n+2}(n+2)(n+1) - 2 = 0$$

Отговор

$$y(x) = 1 - \frac{6}{7}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8}{3}\right)^n \binom{\frac{7}{8}}{n} x^n$$