

Modelování radiofrekvenčních cívek pro magnetickou rezonanci.

Ing. Aleksei Karavaev

Srpen 2022

1 Úvod

Tato úloha je zaměřena na modelování objemové cívky pro magnetickou rezonanci v prostředí COMSOL multiphysics a to takovým způsobem, aby vykazovala homogenní magnetické pole uvnitř cívky. Simulace je založená na aplikaci metody konečných prvků.

1.1 Cíle úlohy

Cílem úlohy je podle zadané geometrie a charakteristik materiálů implementovat model objemové cívky pro magnetickou rezonanci ve prostředí COMSOL multiphysics, provést simulaci elektromagnetického pole a jeho aplikace na lidské tělo se zadanými parametry a následně vizualizovat výsledky.

1.2 Vstupy a výstupy úlohy

Na vstupu je geometrie modelované cívky, geometrie tkáně lidského těla a charakteristiky elektromagnetického pole. Výstupem je vytvořený model v prostředí COMSOL multiphysics a vizualizace fungování tohoto modelu

2 Metody

V této kapitole jsou popsány teoretické principy, které umožňují provést numerickou simulaci elektromagnetického pole objemové cívky pro magnetickou rezonanci.

2.1 Modelování elektromagnetického pole

Elektromagnetické pole lze matematicky popsat pomocí Maxwellových rovnic, jejich zápis v diferenční formě lze uvidět níž [1]

$$\nabla \cdot E = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times B = J \quad (4)$$

Každá rovnice reprezentuje fyzický zákon, který popisuje elektromagnetické pole.

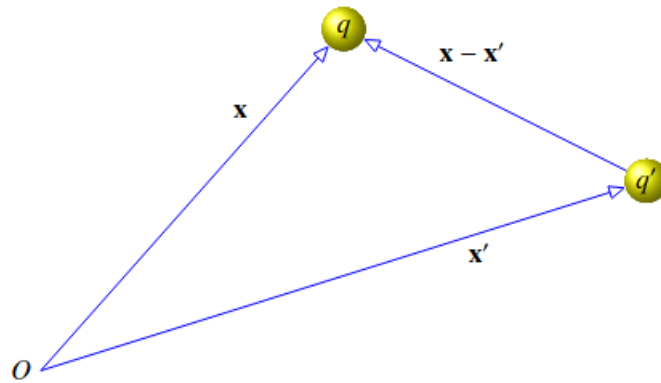
2.1.1 Gaussův zákon elektrostatiky

Popisuje vztah mezi elektrickou indukcí a hustotou náboje. Lze ji v integrální formě zapsat následovně $\oint_S E \, ds = q$. Tento zákon říká, že integrál elektrické indukce E podle libovolné uzavřené plochy S se rovná náboji q , který se nachází uvnitř této plochy.

Elektrická indukce popisuje pole, které se generuje nabitými částicemi. Gaussův zákon elektrostatiky lze odvodit z Coulombůva zákona, který lze zapsat následovně:

$$F_{es}(x) = \frac{q'q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x - x'}{|x - x'|^3} \quad (5)$$

Kde F_{es} je síla interakce mezi náboje, q a q' jsou náboje. O je počátek souřadného systému nebo pozice pozorovatele.



Obrázek 1: Interakce nabitých částic, převzato z [1]

Elektrická indukce E je pak veličina, která popisuje jakým způsobem náboj q' působí na nekonečně malý náboj q a lze ji definovat následovně:

$$E(x) := \lim_{q \rightarrow 0} \frac{F_{es}(x)}{q} \quad (6)$$

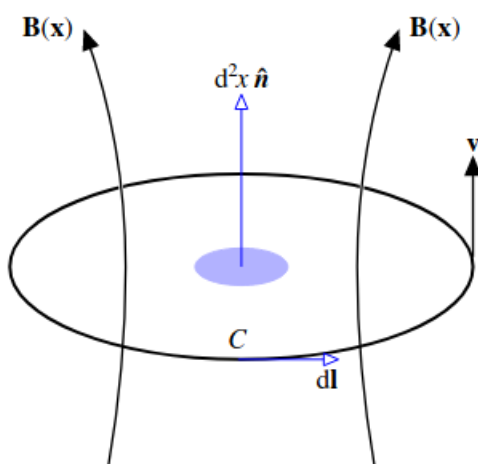
V případě, když se analyzuje 3D prostor a E je závislá na x , y a z , lze na tuto definici aplikovat operátor divergence. Výstupem je pak rovnice 1. Aplikaci operátoru rotace vzniká jiná rovnice:

$$\nabla \times E = 0 \quad (7)$$

Tato rovnice demonstruje, že elektrické pole v elektrostatice je nerotační neboli konzervativní.

2.1.2 Faradayův indukční zákon

Experimentálně se zjistilo, že časovou změnou magnetické indukce B je v obvodu generované nekonzervativní elektické pole. Tento jev je popsán v rovnici 3 a spojuje elektrinu a magnetismus.



Obrázek 2: Faradayův indukční zákon, převzato z [1]

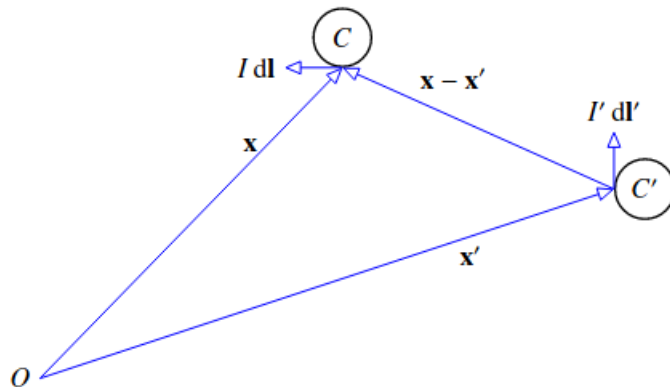
Z něj plyne, že v obvodu, který se pohybuje rychlostí v v magnetickém poli B , bude vznikat napětí. Tato situace je demonstrována na obrázku 3.

2.1.3 Zákon spojitosti indukčního toku

Zákon spojitosti indukčního toku má podobný tvar jako Gaussův zákon elektrostatiky, mluví ale o magnetickém poli, v integrální formě ho lze zapsat takto $\oint_S B ds = 0$. Na rozdíl od Gaussova zákona tvrdí že, pro libovolnou uzavřenou plochu platí, že integrál magnetické indukce podle této plochy je nulový. Toto tvrzení je ekvivalentní tvrzení, že magnetický náboj neexistuje, nic nemůže působit jako zdroj nebo odtok magnetického pole.

2.1.4 Ampérův zákon

Interakce mezi smyčkami s elektrickým proudem je popsána Ampérovým zákonem. Experimentálně se zjistilo, že malé smyčky s elektrickým proudem vzájemně vyvolávají silové působení podobně jako to dělají statické elektrické náboje.[1]



Obrázek 3: Ampérův zákon, převzato z [1]

Na obrázku 3 O je počátek souřadného systému nebo pozice pozorovatele. C a C' jsou proudové smyčky, \mathbf{x} a \mathbf{x}' jsou vektory, které určují pozici objektů v souřadném systému O, I a I' jsou proudy v smyčkách.

Z Ampérová zákonu odvozováním vzniká čtvrtá Maxwellova rovnice. [1] V rovnici 4, \mathbf{J} reprezentuje celkovou proudovou hustotu, $\nabla \times \mathbf{B}$ popisuje magnetické pole, které vzniká vlivem tohoto proudu.

2.2 Numerická simulace metodou konečných prvků

V rámci modelování fyzikální soustavy na základě fyzikálních zákonů vznikají diferenční rovnice, které popisují modelovaný systém. Je ale často nemožný najít řešení těchto rovnic analyticky. Metoda konečných prvků je způsobem najít numerické řešení parciálních diferenčních rovnic i v případě, kdy je nemožný získat analytické řešení. Základním principem této metody je přeměna původních diferenčních rovnic na soustavu algebraických rovnic a následné její řešení. [2]

2.3 RF cívky

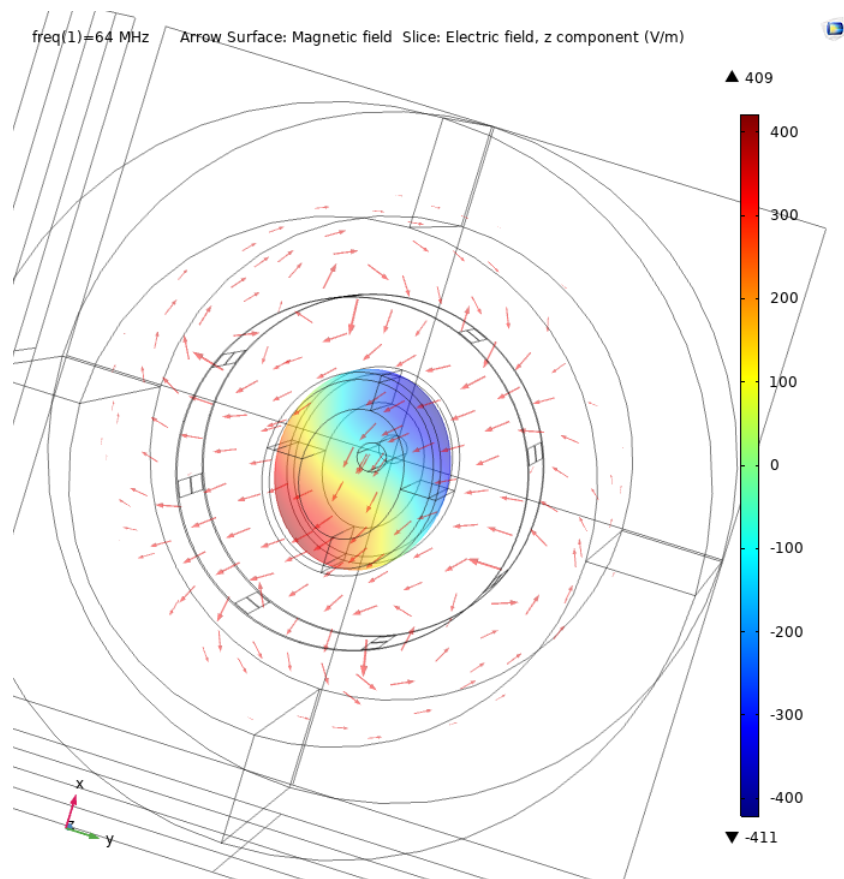
RF cívky se dělí dle jejich funkce na tři hlavní skupiny což jsou: vysílače, přijímače a vysílače/přijímače. Vysílače vytvářejí rotující magnetické pole, které je kolmé k statickému magnetickému poli. Vytvořené rotační pole excituje jádra atomů v Larmorově frekvenci. Přijímače pak na stejné frekvenci zachytávají záření vytvořené při relaxaci jader zpátky do neexcitovaného stavu.

Cívka je napájena pomocí dvou portů, které jsou od sebe geometricky posunuty o 90° a také fázově posunuty o 90° .

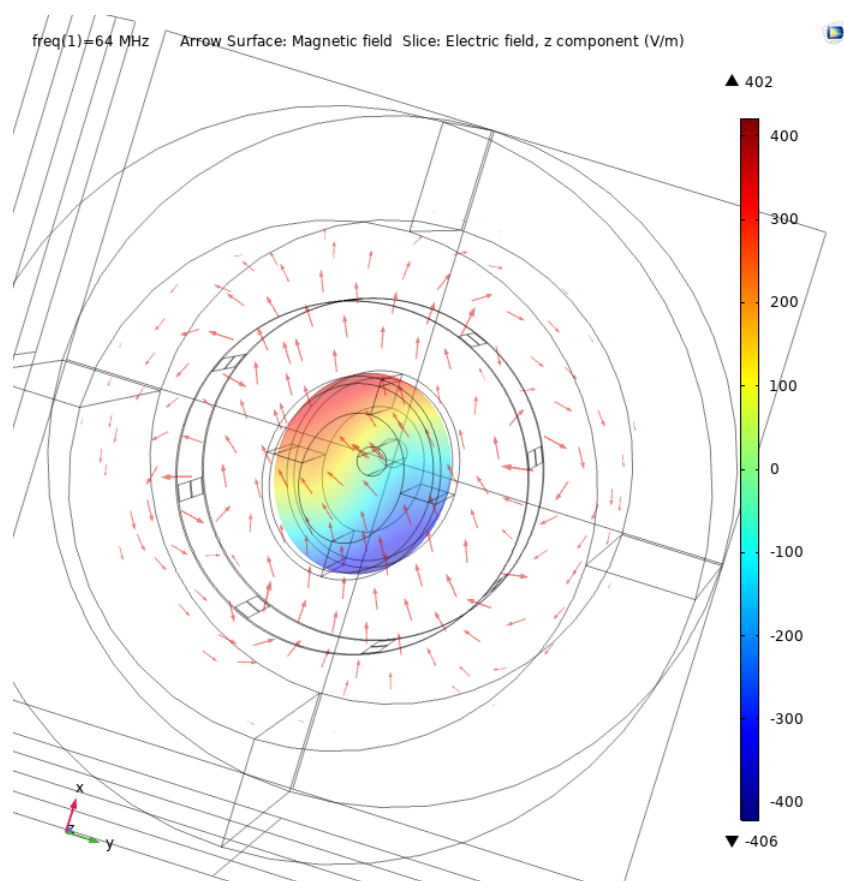
Homogenní magnetické pole je získáno tzv. kvadraturním napájením (dva zdroje mají vzájemně posunutou fázi o 90 stupňů) cívky a správnou hodnotou soustředěných součástek (kapacitorů) v cívce.

3 Výsledky

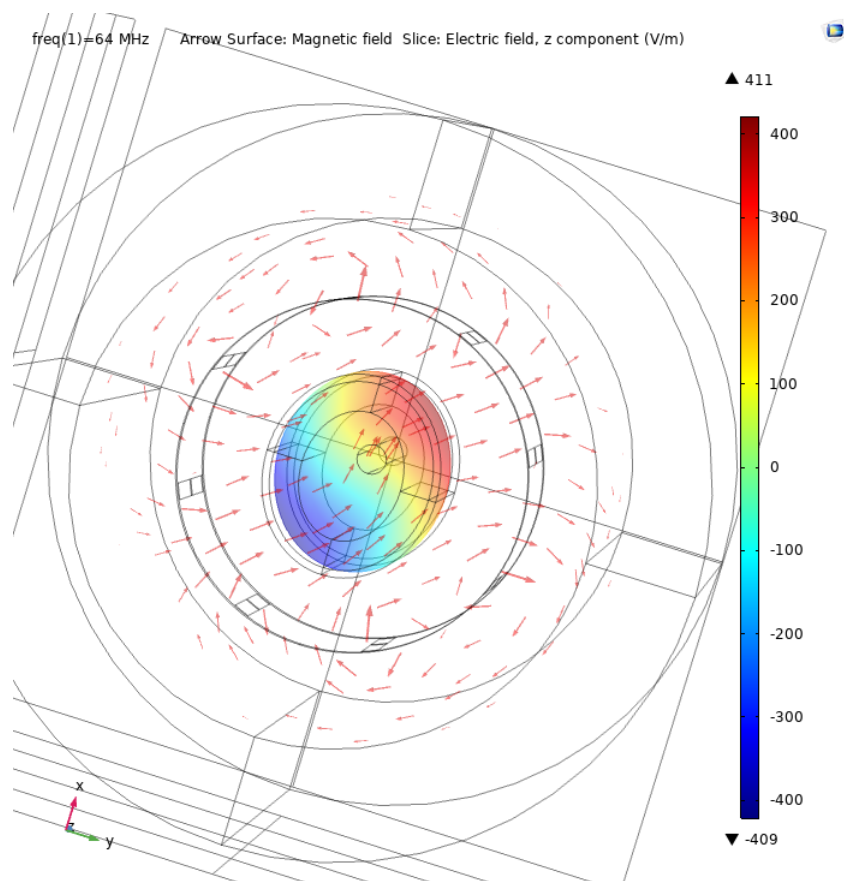
Na základě požadované geometrii a parametrů se v prostředí COMSOL multiphysics implementoval model objemové cívky pro magnetickou rezonanci a tkani lidského těla. Po simulaci se vytvořila animace změn elektrického pole během fungování modelu. Některé snímky jsou vidět na obrázcích 4, 5 a 6.



Obrázek 4: Rozložení elektrického pole, fáze 0°

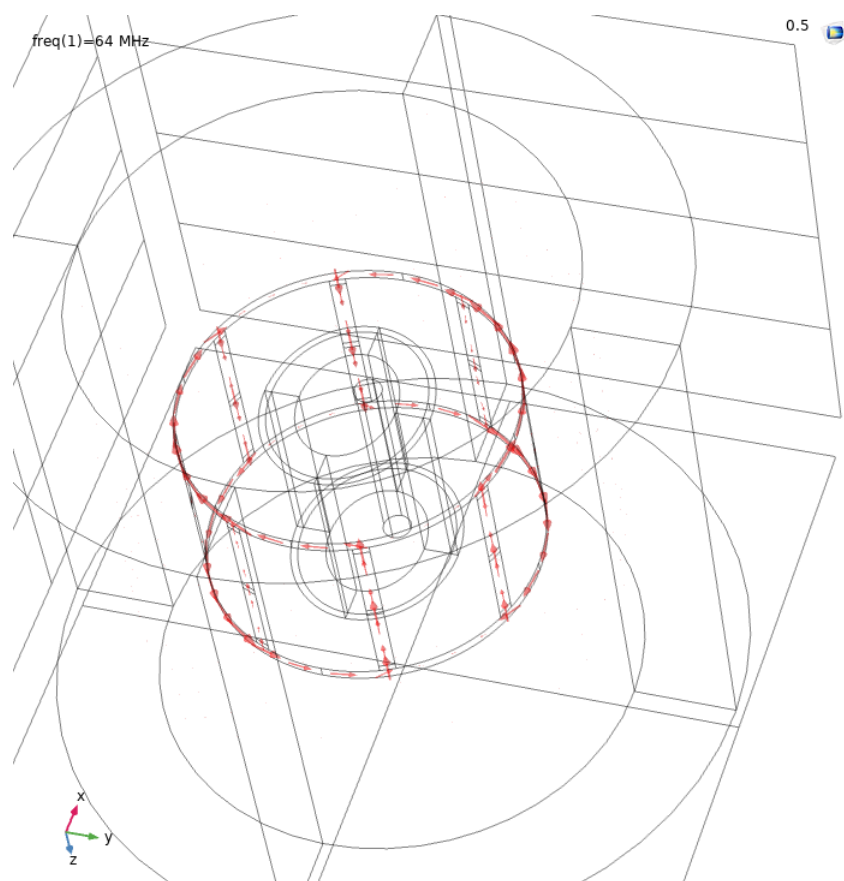


Obrázek 5: Rozložení elektrického pole, fáze 102°



Obrázek 6: Rozložení elektrického pole, fáze 180°

Podle očekávání vlivem změny budícího proudu se mění směr vyvolávaného elektrického pole. Na obrázku 7 je proudová hustota v cívce, která se též mění během fungování modelu.



Obrázek 7: Proudová hustota v RF birdcage

4 Závěr

Na základě požadované geometrii a parametrů se v prostředí COMSOL multiphysics implementoval model objemové cívky pro magnetickou rezonanci a tkani lidského těla. Po simulaci se výsledky vizualizovaly pomocí animací.

Použitá literatura

- [1] THIDÉ, B.: *Electromagnetic Field Theory*. Uppsala: Upsilon Books, první vydání, 2007, ISBN 978-0-486-4773-2.
- [2] Seshu, P.: *Textbook of Finite Element Analysis*. PHI Learning Private Limited, New Delhi, volume 1 vydání, January, 2012, ISBN 978-81-203-2315-5.