

Práctica 6: Lenguajes formales y gramáticas

- Una gramática posee los siguientes símbolos:
 - ▶ inicial,
 - ▶ no terminales (son estructuras intermedias), y
 - ▶ terminales (son elementos del alfabeto).

Definición: Gramática es una tupla: (N, T, P, σ) donde:

- N es un conjunto finito de símbolos llamados **no terminantes**.
- T es un conjunto finito de símbolos, llamados **terminantes** o **alfabeto**, tal que $N \cap T = \emptyset$
- P es un conjunto finito de **reglas de producción**, donde

$$P \subseteq ((N \cup T)^* - T^*) \times (N \cup T)^*$$

Obs.:

- ▶ $(N \cup T)^* - T^*$ es el conjunto de cadenas de no terminales y terminales que contienen al menos un no terminal. Dado que $\lambda \notin (N \cup T)^* - T^*$ no puede haber reglas del tipo $\lambda \rightarrow \beta$.
- ▶ $(N \cup T)^*$ es el conjunto de cadenas sobre $N \cup T$.
- ▶ A una producción de la forma (α, β) la notaremos $\alpha \rightarrow \beta$.
- ▶ Una regla del tipo $\alpha \rightarrow \lambda$ recibe el nombre de **regla** λ .

- $\sigma \in N$ es el **símbolo inicial**

$$G_1 = (N, T, P, \sigma)$$

donde:

- ▶ $N = \{\sigma\}$
- ▶ $T = \{a, b\}$
- ▶ P está dado por las reglas de producción:

$$\sigma \rightarrow a\sigma bb$$

$$\sigma \rightarrow abb$$

- ▶ σ es el símbolo inicial

Definición 1. Una gramática se dice:

(a) *regular* si cada producción es de la forma: $A \rightarrow a$ o $A \rightarrow aB$ o $A \rightarrow \lambda$ donde $A, B \in N$ y $a \in T$,

Gramáticas regulares (tipo 3)

- Las gramáticas **regulares** o de **tipo 3**, también llamadas **lineales**, pueden ser clasificadas como **derechas** o **izquierdas**.
- Las reglas de producción de una **gramática regular derecha** se adhieren a las siguientes restricciones:
 - ▶ El lado izquierdo debe consistir en un solo no terminal.
 - ▶ El lado derecho está formado por un símbolo terminal, que puede estar seguido (o no) por un símbolo no terminal, o la cadena vacía.
- Es decir, las producciones de una gramática regular derecha pueden tener la forma:

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow aB$$

$$A \rightarrow \lambda$$

donde $A, B \in N$ y $a \in T$.

Gramáticas regulares (tipo 3)

- Alternativamente, en una **gramática regular izquierda** las reglas de producción son de la forma:

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow Ba$$

$$A \rightarrow \lambda$$

- Por ejemplo, reglas de la forma:

$$yW \rightarrow x$$

$$X \rightarrow xZy$$

$$YX \rightarrow WvZ$$

no están permitidas en una gramática regular. (¿Por qué?)

- Se puede convertir toda gramática regular derecha en izquierda y viceversa.

(b) *libre* (o independiente) de contexto si cada producción es de la forma $A \rightarrow \delta$ donde $A \in N$ y $\delta \in (N \cup T)^*$.

Otra definición:

- ▶ Como en las regulares, el lado izquierdo debe consistir en un solo no terminal.
- ▶ A diferencia de las regulares, no hay restricciones sobre la forma del lado derecho.

- Es decir, las reglas de producción tienen la forma:

$$A \rightarrow \delta$$

donde $A \in N$ y $\delta \in (N \cup T)^*$.

- El término *independiente del contexto* hace referencia a que, debido a que en el lado izquierdo el no terminal aparece solo, la regla se puede aplicar sin importar el contexto en que aparezca dicho no terminal.
- En contraste, la regla $xNy \rightarrow xzy$ permite reemplazar el no terminal N por z sólo cuando se encuentre en el contexto de x e y .

Gramáticas independientes del contexto (tipo 2)

- Dado que no hay restricciones sobre la forma de δ en $A \rightarrow \delta$, podría ocurrir que δ contenga más de un no terminal, como en $A \rightarrow zXYz$.
- Pero ¿cuál de los no terminales reemplazamos en el paso siguiente?
- El enfoque más común es el de la **derivación por la izquierda**, que consiste en reemplazar el no terminal situado más a la izquierda.
- Análogamente, se podría aplicar derivación por la derecha, o seguir algún otro patrón.
- Resulta ser que el orden en que se apliquen las reglas no afecta la determinación de si una cadena puede ser generada por la gramática o no.
- Esto es consecuencia de que *si existe una derivación que genera una cadena, entonces también existe una derivación por izquierda que la genera*.

(c) *sensible al contexto* si cada producción es de la forma $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \delta \beta$ donde $A \in N$, $\alpha, \beta \in (N \cup T)^*$ y $\delta \in (N \cup T)^+$.

• Obs.:

- ▶ La producción $abA \rightarrow baab$ no es sensible al contexto. Lo sería si fuese $abA \rightarrow abab$.
- ▶ La producción $aSb \rightarrow ab$ no es de tipo 1, pues $\delta = \lambda \notin (N \cup T)^+$.

(d) *estructurada* por frases o *irrestrita* si no tiene restricciones sobre la forma de sus producciones, es decir si son de la forma

$$\alpha \rightarrow \delta \quad \text{donde} \quad \alpha \in (N \cup T)^* - T^* \quad \text{y} \quad \delta \in (N \cup T)^*$$

1. Clasifique cada una de las siguientes gramáticas (dando su tipo más restrictivo):

a) $T = \{a, b\}$, $N = \{\sigma, A\}$, símbolo inicial σ , y producciones

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow b\sigma, \sigma \rightarrow aA, A \rightarrow a\sigma, \\ A &\rightarrow bA, A \rightarrow a, \sigma \rightarrow b \end{aligned}$$

Regular.

b) $T = \{a, b, c\}$, $N = \{\alpha, A, B\}$, símbolo inicial σ , y producciones

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow aA, \\ B &\rightarrow Bb, A \rightarrow a, B \rightarrow b \end{aligned}$$

Sensible al contexto.

c) $T = \{a, b\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$, símbolo inicial σ y producciones:

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow A, \quad \sigma \rightarrow AAB, \quad Aa \rightarrow ABa, \quad A \rightarrow aa, \\ Bb &\rightarrow ABb, \quad AB \rightarrow ABB, \quad B \rightarrow b. \end{aligned}$$

Sensible al contexto.

d) $T = \{a, b, c\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$, símbolo inicial σ , y producciones:

$$\sigma \rightarrow BAB, \quad \sigma \rightarrow ABA, \quad A \rightarrow AB, \quad B \rightarrow BA,$$

$$A \rightarrow aA, \quad A \rightarrow ab, \quad B \rightarrow b.$$

Independiente de contexto (libre).

2. Dé una derivación de las siguientes cadenas en las gramáticas especificadas:

a) Cadena $bbabbab$ en la gramática 1a.

$$\begin{aligned} & \sigma \\ =< \sigma \rightarrow b\sigma > \\ & b\sigma \\ =< \sigma \rightarrow b\sigma > \\ & bb\sigma \\ =< \sigma \rightarrow aA > \\ & bbaA \\ =< A \rightarrow bA > \\ & bbabA \\ =< A \rightarrow bA > \\ & bbabbA \\ =< A \rightarrow a\sigma > \\ & bbabb\sigma \\ =< \sigma \rightarrow b > \\ & bbabbab. \end{aligned}$$

b) Cadena $abab$ en la gramática 1b.

$$\begin{aligned} & \sigma \\ =< \sigma \rightarrow AB > \\ & AB \\ =< A \rightarrow aA, B \rightarrow Bb > \\ & aABb \\ =< AB \rightarrow BA > \\ & aBAb \\ =< A \rightarrow a, B \rightarrow b > \\ & abab. \end{aligned}$$