

Práctica 6: Lenguajes formales y gramáticas

- Las gramáticas proveen un **mecanismo generador** de lenguajes.

Ejemplo: El lenguaje de Romeo

- $\Sigma = \{\text{Julieta, eres, muy, hermosa}\}$
- Reglas de producción:
 $\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$
 $\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \text{Julieta}$
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \text{eres } \langle m \rangle \text{ hermosa}$
 $\langle m \rangle \rightarrow \lambda \mid \text{muy } \langle m \rangle$

- Una gramática posee los siguientes símbolos:

- inicial**,
- no terminales** (son estructuras intermedias), y
- terminales** (son elementos del alfabeto).

Definición: Gramática es una tupla: (N, T, P, σ) donde:

- N es un conjunto finito de símbolos llamados **no terminales**.
- T es un conjunto finito de símbolos, llamados **terminales** o **alfabeto**, tal que $N \cap T = \emptyset$
- P es un conjunto finito de **reglas de producción**, donde

$$P \subseteq ((N \cup T)^* - T^*) \times (N \cup T)^*$$

Obs.:

- $(N \cup T)^* - T^*$ es el conjunto de cadenas de no terminales y terminales que contienen al menos un no terminal. Dado que $\lambda \notin (N \cup T)^* - T^*$, no puede haber reglas del tipo $\lambda \rightarrow \beta$.
- $(N \cup T)^*$ es el conjunto de cadenas sobre $N \cup T$.
- A una producción de la forma (α, β) la notaremos $\alpha \rightarrow \beta$.
- Una regla del tipo $\alpha \rightarrow \lambda$ recibe el nombre de **regla λ** .

- $\sigma \in N$ es el **símbolo inicial**

$$G_1 = (N, T, P, \sigma)$$

donde:

- $N = \{\sigma\}$
- $T = \{a, b\}$
- P está dado por las reglas de producción:

$$\sigma \rightarrow a\sigma bb$$

$$\sigma \rightarrow abb$$

- σ es el símbolo inicial

Definición 1. Una gramática se dice:

(a) **regular** si cada producción es de la forma: $A \rightarrow a$ o $A \rightarrow aB$ o $A \rightarrow \lambda$ donde $A, B \in N$ y $a \in T$,

Gramáticas regulares (tipo 3)

- Las gramáticas **regulares** o de **tipo 3**, también llamadas **lineales**, pueden ser clasificadas como **derechas** o **izquierdas**.
- Las reglas de producción de una **gramática regular derecha** se adhieren a las siguientes restricciones:
 - El lado izquierdo debe consistir en un solo no terminal.
 - El lado derecho está formado por un símbolo terminal, que puede estar seguido (o no) por un símbolo no terminal, o la cadena vacía.
- Es decir, las producciones de una gramática regular derecha pueden tener la forma:

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow aB$$

$$A \rightarrow \lambda$$

donde $A, B \in N$ y $a \in T$.

Gramáticas regulares (tipo 3)

- Alternativamente, en una **gramática regular izquierda** las reglas de producción son de la forma:

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow Ba$$

$$A \rightarrow \lambda$$

- Por ejemplo, reglas de la forma:

$$yW \rightarrow x$$

$$X \rightarrow xZy$$

$$YX \rightarrow WvZ$$

no están permitidas en una gramática regular. (¿Por qué?)

- Se puede convertir toda gramática regular derecha en izquierda y viceversa.

- (b) *libre* (o independiente) de contexto si cada producción es de la forma $A \rightarrow \delta$ donde $A \in N$ y $\delta \in (N \cup T)^*$
- (c) *sensible al contexto* si cada producción es de la forma $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \delta \beta$ donde $A \in N$, $\alpha, \beta \in (N \cup T)^*$ y $\delta \in (N \cup T)^+$,
- (d) *estructurada* por frases o irrestricta si no tiene restricciones sobre la forma de sus producciones, es decir si son de la forma

$$\alpha \rightarrow \delta \quad \text{donde} \quad \alpha \in (N \cup T)^* - T^* \quad \text{y} \quad \delta \in (N \cup T)^*$$

1. Clasifique cada una de las siguientes gramáticas (dando su tipo más restrictivo):

- a) $T = \{a, b\}$, $N = \{\sigma, A\}$, símbolo inicial σ , y producciones

$$\sigma \rightarrow b\sigma, \sigma \rightarrow aA, A \rightarrow a\sigma,$$

$$A \rightarrow bA, A \rightarrow a, \sigma \rightarrow b$$

Regular.

- b) $T = \{a, b, c\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$, símbolo inicial σ , y producciones

$$\sigma \rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow aA,$$

$$B \rightarrow Bb, A \rightarrow a, B \rightarrow b$$

Sensible al contexto.

- c) $T = \{a, b\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$, símbolo inicial σ y producciones:

$$\sigma \rightarrow A, \quad \sigma \rightarrow AAB, \quad Aa \rightarrow ABa, \quad A \rightarrow aa,$$

$$Bb \rightarrow ABb, \quad AB \rightarrow ABB, \quad B \rightarrow b.$$

Sensible al contexto.

- d) $T = \{a, b, c\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$, símbolo inicial σ , y producciones:

$$\sigma \rightarrow BAB, \quad \sigma \rightarrow ABA, \quad A \rightarrow AB, \quad B \rightarrow BA,$$

$$A \rightarrow aA, \quad Aab, \quad B \rightarrow b.$$

Independiente de contexto.