

Report of homework 6, DIP 2024

PB22061259 刘沛

Introduction

这一次的任务是，使用高斯模式类的贝叶斯分类器来实现目标识别。

属于是有监督学习范畴，因为检测的目标会用模板给出。

Method

贝叶斯分类器：

有 j 个模式类别，给出输入的特征 \mathbf{x} ，贝叶斯分类器会计算每个类别的先验概率 $p(\theta_j)$ 和条件概率 $p(x|\theta_j)$ ，然后选择概率最大的类别作为输出。

$$p_j(x|\theta_j) = \frac{p(x|\theta_j)p(\theta_j)}{p(x)}$$

考虑到对于同一个输入特征 \mathbf{x} ，每个分母都一样，所以这个公式可以简化为：

$$d_j(x|\theta_j) = p(x|\theta_j)p(\theta_j)$$

高斯分布模式类的贝叶斯分类器：

假设输入的特征 \mathbf{x} 服从高斯分布，即：

$$p(x|\theta_j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}} |\Sigma_j|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x - \mu_j)\right)$$

其中 $\theta_j = (\mu_j, \Sigma_j)$ 是第 j 个高斯分布的均值和协方差矩阵，也就是第 j 个模式类别的概率分布模型。

训练过程：

输入的数据由四张图片堆叠而成，我们将每一个像素坐标作为一个样本，则这次实验的样本个数为 512×512 。

而我们将每个位置的可见蓝光、可见绿光、可见红光和近红外波长视为特征，共计4个特征。

$$\mathbf{x} = [512 \times 512, 4]$$

而对于模板，我们有三个模板，分别对应(1)水体、(2)市区和(3)植被的样本区域的模板；每个模板相当于给出一定数量的样本标签。

训练过程就是根据已知的训练数据集，估计出每个模式类的概率分布模型。

具体地，假设训练数据集 $\mathcal{D} = \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$ ，其中 $x_i \in \mathbb{R}^d$ 为输入特征， $y_i \in \{1, \dots, j\}$ 为目标类别。

在这一次的实验当中，我们假设每个类别的先验概率 $p(\theta_j)$ 都相同。

那么，我们可以计算每个类别的均值 μ_j 和协方差矩阵 Σ_j ，如下：

$$\mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^N \delta(y_i = j) x_i, \text{ 或者可以写为 } \mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i \in C_j} x_i$$

即模板对应位置的灰度均值。

而协方差矩阵 Σ_j 可以用如下公式计算：

$$\Sigma_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i \in C_j} (x_i - \mu_j)^\top (x_i - \mu_j)$$

预测过程

$$\hat{y} = \operatorname{argmax}_j d_j(x|\theta_j)$$

则我们可以得到一张图像中各个部分被预测为各个类别的结果。

Result

对于(1)水体、(2)市区和(3)植被的分类情况如下图所示：

