Primeira Lista de Exercícios

Grupo 14: Amanda Quirino Rodrigues Dos Santos,
Heitor Mendes Pereira

Questão 1) Resposta:

$$A.B + A' = A' + B$$

Como o axioma da distributividade diz que $X_1 + X_2 . X_3 = (X_1 + X_2).(X_1 + X_3)$, então:

$$A.B + A' = (A + A').(B + A')$$

E como um dos axiomas da álgebra de Boole diz que $X + X' = 1$, então $A + A' = 1$, logo:

$$A.B + A' = 1.(B + A')$$

E como $X.1 = X$ na álgebra de Boole, então:

$$\boxed{A.B + A' = B + A'}$$

Portanto a expressão $A.B + A' = A' + B$ é verdadeira

Digitalizada com CamScanner

Questão 2) Resposta:

Essa equação ($A+A'.B=1$) é falsa, pois caso $A=0$ e $B=0$, então $A'=1$ e $A'.B=0$, logo:

$$A+A'.B = 0+1.0$$
$$= 0+0$$
$$A+A'.B = 0$$

Portanto como temos um contra-exemplo para essa equação, nota-se que essa equação é falsa.

Questão 3) Resposta:

$$F = (A.(C+B').(A'+D)')'$$

Aplicando o teorema de Morgan, temos que:

$$F = A' + (C+B')' + (A'+D)''$$

E como o teorema da dupla negação diz que $X''=X$, então:

$$\cancel{F = A' + (C+B')' + (A'+D)}$$

Teorema de Morgan

$$F = A' + (C'.B) + (A'+D)$$

E como o teorema da tautologia diz que $X'+X'=X'$

$$F = A'+D+(C'.B)$$

Logo a resposta é $F = A'+D+(C'.B)$

Digitalizada com CamScanner

Questão 4) Resposta:

Para fazermos a tabela verdade primeiro iremos construir uma tabela com 8 colunas em que as 4 primeiras colunas conterão A,B,C e D e as outras conterão as entradas de cada porta da função F e as operações que cada porta faria, logo:

$$F = (((A+B)' + C')' + D)'$$

A	B	C	D	$u = A+B$	$z = u' + C'$	$h = z' + D$	$F = h'$
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0

Digitalizada com CamScanner

Portanto a tabela verdade de F é:

A	B	C	D	$(((A+B)'+C')'+D)'$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Digitalizada com CamScanner

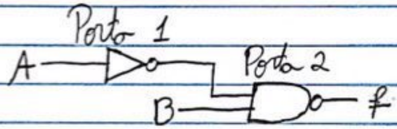
Questão 5) Resposta:

Como a tabela verdade mostra que caso $A=0$ e $B=0$, $F=1$, então $A'.B'$ resulta em $F(A,B)=1$, e como a tabela também mostra que caso $A=1$ e $B=1$, $F=1$, então $A.B$ resulta em $F(A,B)=1$.

E como $A'.B'$ ou $A.B$ resultam em $F=1$, então

$F(A,B) = A'.B' + A.B$, que é uma expressão que não pode ser minimizada

Questão 6) Resposta:



→ Como a porta 1 é uma porta de negação, ao receber a entrada A, a porta 1 vai devolver A', que vai ser uma das entradas da porta 2.

→ E como a porta 2 é uma porta NAND que vai receber B e a saída da porta 1 (A') como entradas, então a sua saída será $(A'.B)'$ e como a saída da porta 2 é a função f da questão, então:

$$f(A,B) = (A'.B)'$$

Que aplicando o teorema de morgan, fica:

$$f(A,B) = A+B'$$

→ Logo a resposta é $f(A,B)=A+B'$

~~Caso~~

É a sua tabela verdade é:

A	B	f = A + B'
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Digitalizada com CamScanner

Questão 7) Resposta:

$F = A \cdot (B + C' \cdot D)$

Usando o axioma da distributividade, temos:

$F = A \cdot B + A \cdot C' \cdot D$

E a tabela verdade de F seria:

A	B	C	D	$x = A \cdot B$	$y = A \cdot C' \cdot D$	$F = x + y$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1

Portanto, a SOP canônica é:

$F(A,B,C,D) = A \cdot B' \cdot C' \cdot D + A \cdot B \cdot C' \cdot D' + A \cdot B \cdot C' \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot D' + A \cdot B \cdot C \cdot D$

$F = m_9 + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15}$

$F = \sum_{ABCD} m(9, 12, 13, 14, 15)$

é o POS canônico é:

$$F(A,B,C,D) = (A+B+C+D)\cdot(A+B+C+D')\cdot(A+B+C'+D)\cdot(A+B+C'+D')\cdot$$
$$(A+B'+C+D')\cdot(A+B'+C'+D)\cdot(A+B'+C+D)\cdot(A+B'+C'+D')\cdot$$
$$(A'+B+C+D)\cdot(A'+B+C'+D)\cdot(A'+B+C'+D')$$

$$F = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_8 \cdot M_{10} \cdot M_{11}$$

$$F = \prod_{ABCD} M(0,1,2,3,4,5,6,7,8,10,11)$$

Digitalizada com CamScanner

O ~~pos~~ POS mínimo é:

$f(A,B,C,D) =$

1ª linha $(A+B+C+D)\cdot(A+B+C+D')\cdot(A+B+C'+D)\cdot(A+B+C'+D')\cdot(A+B'+C+D')\cdot(A+B'+C'+D)\cdot$
$(A+B'+C+D')\cdot(A+B'+C'+D')\cdot(A'+B+C+D)\cdot(A'+B+C'+D)\cdot(A'+B+C'+D')$

2ª linha $(B+C+D)+(A\cdot A')\cdot(B+C'+D')+(A\cdot A')\cdot(A+C+D')+(B\cdot B')\cdot(B+C'+D)+(A'\cdot A)\cdot$
$(A+B'+C')+(D\cdot D')\cdot(A+B'+C+D)$

3ª linha $(B+C+D)\cdot(B+C'+D')\cdot(A+C+D')\cdot(B+C'+D)\cdot(A+B'+C')\cdot(A+B'+C+D)$
~~B+C+D~~

4ª linha $((B+D)+(C'\cdot C))\cdot(B+C'+D')\cdot(A+C+D')\cdot(A+B'+C')\cdot(A+B'+C+D)$

5ª linha $(B+D)\cdot(B+C'+D')\cdot(A+C+D')\cdot(A+B'+C')\cdot(A+B'+C+D)$

8) $(D'B) \oplus ((B+A)\cdot C)' \equiv (D'B)'((B+A)\cdot C)' + (D'B)((B+A)\cdot C)''$

$(D+B')((B+A)'+C') + (D'B)((B+A)\cdot C)$

$(D+B')(B'\cdot A') + (D+B')C' + (D'BC)(B+A)$

$B'A'D + B'AB' + C'D + C'B' + D'BCB + D'BCA$

$\underbrace{B'A'D + B'A} + C'D + C'B' + \underbrace{D'BC + D'BCA}$

no caso de $B'A' = 0$:

$B'A'D = 0 + B'A' = 0$

0

se $B'A' = 1$

$B'A'D = D + B'A' = 1$

1

o mesmo ocorre aqui, o resultado segue o valor de $D'BC$

então:

$B'A' + C'D + C'B' + D'BC$

$B'(A'+C') + C'D + D'BC$

09) Tabela verdade:

	A	B	C	D	F
m_0	0	0	0	0	1
m_1	0	0	0	1	0
m_2	0	0	1	0	0
m_3	0	0	1	1	1
m_4	0	1	0	0	0
m_5	0	1	0	1	0
m_6	0	1	1	0	1
m_7	0	1	1	1	0
m_8	1	0	0	0	1
m_9	1	0	0	1	0
m_{10}	1	0	1	0	0
m_{11}	1	0	1	1	1
m_{12}	1	1	0	0	0
m_{13}	1	1	0	1	0
m_{14}	1	1	1	0	1
m_{15}	1	1	1	1	0

Portanto $F = A'.B'.C'.D' + A'.B'.C.D + A'.B.C.D' + A.B'.C'.D' +$
$A.B'.C.D + A.B.C.D'$

Usando distributiva, temos:

$F = B'.C'.D'(A'+A) + B'.C.D(A'+A) + B.C.D'(A'+A)$

$F = B'.C'.D' + B'.C.D + B.C.D'$

Digitalizada com CamScanner

Questão 10) Resposta:

→ 1ª parte: Ignorando os asterísticos

• Como apenas os mintermos m_2, m_3 e m_4 são 1, então:

$$F = A'.B.C' + A'.B.C + A.B'.C'$$

• Usando o axioma da distributividade, temos:

$$F = A'.B(C'+C) + A.B'.C'$$

• Como $X + X' = 1$, então:

$$F = A'.B + A.B'.C'$$

• Portanto a SOP mínima é $F = A'.B + A.B'.C'$

→ 2ª parte: entradas com asterísticos nunca aconteceram

• Nota-se que como as entradas com asterísticos nunca aconteceram, então podemos supor que essas entradas seriam 0 ou 1 de forma a minimizar ainda mais a função dessa questão.

• Portanto, observa-se que caso atribuímos 1 a entrada m_5 e atribuímos 0 as entradas m_0 e m_7, teríamos a seguinte função:

$$F = A'.B.C' + A'.B.C + A.B'.C' + A.B'.C$$

E usando distributividade, temos:

$$F = A'.B(C'+C) + A.B'(C'+C)$$

$F = A'.B + A.B'$, que é a SOP minimizada nesse cenário

(Questão 11) Resposta:

$A' \cdot C' \cdot D'$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	X

$B' \cdot D'$

$B \cdot D$

Portanto a função SOP mínima é:

$$F = A' \cdot C' \cdot D' + B' \cdot D' + B \cdot D$$

$A + B + D'$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	X

$B' + D$

$B + C + D'$

Portanto a função POS mínima é:

$$F = (A + B + D') \cdot (B' + D) \cdot (B + C + D')$$

Digitalizada com CamScanner

Questão 12) Resposta:

YZ \ WX	00	01	11	10
00	(0) 1	(4) d	(12) d	(8) 1
01	(1) d	(5) 0	(13) 1	(9) 1
11	(3) 0	(7) 0	(15) d	(11) 1
10	(2) d	(6) 1	(14) 0	(10) 0

$\rightarrow W'+Z$ $\qquad$ $\rightarrow W+Y+Z'$

Portanto a POS mínima é:

$$F=(W'+Z).(W+Y+Z')$$

Digitalizada com CamScanner

(Questão 13) Resposta:

grupo d

QR \ TS	00	10	11	01
00			X	1
01	1	1	X	1
11	1	1		1
10	X	1		1

grupo e P=0 grupo a

grupo d grupo c

QR \ TS	00	10	11	01
00		1		X
01	1	1		1
11			X	1
10	X	1	1	1

grupo b P=1 grupo a

→ Como no grupo a, as únicas ~~variá~~ variáveis que não mudam são T' e S, então T'.S resulta em F = 1

→ Como no grupo b, os únicos variáveis que não mudam são P, Q e R', então P.Q.R' resulta em F=1

→ Como no grupo c, os únicos ~~não~~ variáveis que não mudam são T, S', Q' e P, então T.S'.Q'.P resulta em F=1

→ No grupo d, as variáveis são S', Q', R, logo S'.Q'.R resulta em F=1

→ No grupo e, os variáveis são P', S', Q, logo P'.S'.Q resulta em F=1

~~Portanto a SOP minimizada é F = T'.S + P.Q.R' + T.S'.Q'.R~~

→ Portanto, nota-se que :

$$F(P,Q,R,S,T) = T'.S + P.Q.R' + T.S'.Q'.P + S'.Q'.R + P'.S'.Q$$

→ Qual é a ~~função~~ função F no formato SOP minimizada

Questão 14) Resposta :

grupo a

C \ AB	00	01	11	10
0	[0] 0	[2] 1	[6] 0	[4] 0
1	[1] 1	[3] 1	[7] 0	[5] 1

grupo b
grupo e
grupo c
grupo f
grupo d

→ Como vimos em aula que $\prod M(0,4,6,7) = \sum m(1,2,3,5)$, então sabemos que $m_0 = m_4 = m_6 = m_7 = 0$ e $m_1 = m_2 = m_3 = m_5 = 1$, por isso o mapa de Karnaugh acima está com os 0 e 1 nessas posições.

→ Nota-se que o grupo d $(A'.B)$ e o grupo c $(B'.C)$ formam a SOP mínima, logo:

SOP Mínimo : $F = A'.B + B'.C$

→ Nota-se também que o grupo a $(A+B)$ e o grupo b $(B'+C')$ formam o POS mínimo, logo :

POS mínimo : $F = (A+B).(B'+C')$

→ Além disso, observa-se que os grupos a, b, c, d, e, f são implicantes-primos, porém que apenas os grupos a, b, c, d são implicantes-primos essenciais.

→ Portanto, $(A+B)$, $(B'+C')$, $(A'.B)$, $(B'.C)$, $(A+C')$ e $(A'.C)$ são implicantes primos, mas apenas $(A+B)$, $(B'+C')$, $(A'.B)$ e $(B'.C)$ são os essenciais

15) $F(A,B,C) = A' \cdot B + A \cdot B \cdot C + A' \cdot C'$

Portanto a coluna $A \cdot B = 01$ terá valor 1 em todas as linhas, o quadrado que representa $A \cdot B \cdot C = 111$ também terá valor 1 e os quadrados que representam $A \cdot C = 00$ terão valor 1, logo o mapa de Karnaugh será:

grupo b

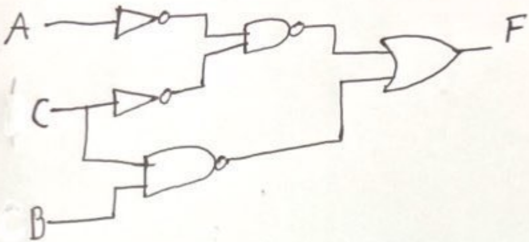
C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	1	1	0

grupo a

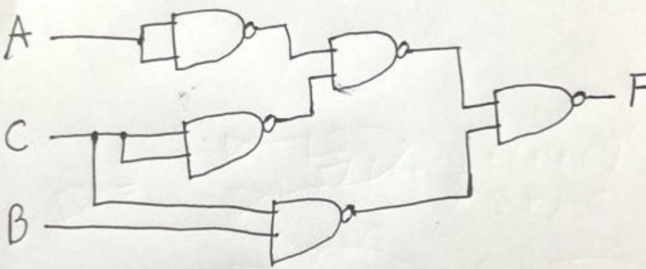
→ Como o grupo a gera $B \cdot C$ e o grupo b gera $A' \cdot C'$, então $F(A,B,C) = B \cdot C + A' \cdot C'$, que é a função simplificada

Digitalizada com CamScanner

→ Circuito da função $F = A' \cdot C' + B \cdot C$ original



→ Circuito da função $F = A' \cdot C' + B \cdot C$ usando apenas portas NAND



Digitalizada com CamScanner