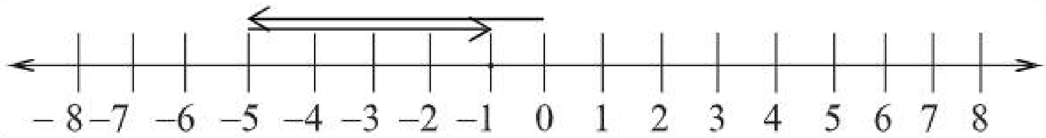
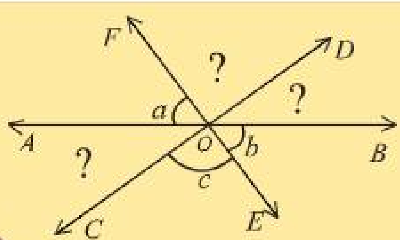
গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণি

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$





$$2x-1=5$$

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

জাতীয় **শিক্ষাক্রম** ও **পাঠ্যপুস্তক** বোর্ড কর্তৃক ২০১৩ শিক্ষাবর্ষ থেকে
ষষ্ঠ শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকরূপে নির্ধারিত

গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণি

২০২৬ শিক্ষাবর্ষের জন্য পরিমার্জিত

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

৬৯-৭০, মতিঝিল বাণিজ্যিক এলাকা, ঢাকা-১০০০

কর্তৃক প্রকাশিত

প্রথম সংস্করণ রচনা ও সম্পাদনা

ড. মোঃ আবদুল মতিন

ড. আব্দুস ছামাদ

সালেহ্ মতিন

ড. অমল হালদার

ড. অমূল্য চন্দ্র মণ্ডল

শেখ কুতুবউদ্দিন

হামিদা বানু বেগম

এ.কে.এম. শহীদুল্লাহ্

মো. শাহজাহান সিরাজ

প্রথম প্রকাশ	:	সেপ্টেম্বর ২০১২
পরিমার্জিত সংস্করণ	:	সেপ্টেম্বর ২০১৪
পরিমার্জিত সংস্করণ	:	অক্টোবর ২০২৪
পরিমার্জিত সংস্করণ	:	অক্টোবর ২০২৫

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য

মুদ্রণে:

প্রসঙ্গকথা

বর্তমানে প্রাতিষ্ঠানিক শিক্ষার উপযোগ বহুমাত্রিক। শুধু জ্ঞান পরিবেশন নয়, দক্ষ মানবসম্পদ গড়ে তোলার মাধ্যমে সমৃদ্ধ জাতিগঠন এই শিক্ষার মূল উদ্দেশ্য। একই সাথে মানবিক ও বিজ্ঞানমনস্ক সমাজগঠন নিশ্চিত করার প্রধান অবলম্বনও প্রাতিষ্ঠানিক শিক্ষা। বর্তমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তিনির্ভর বিশ্বে জাতি হিসেবে মাথা তুলে দাঁড়াতে হলে আমাদের মানসম্মত শিক্ষা নিশ্চিত করা প্রয়োজন। এর পাশাপাশি শিক্ষার্থীদের দেশপ্রেম, মূল্যবোধ ও নৈতিকতার শক্তিতে উজ্জীবিত করে তোলাও জরুরি।

শিক্ষা জাতির মেরুদণ্ড আর প্রাতিষ্ঠানিক শিক্ষার প্রাণ শিক্ষাক্রম। আর শিক্ষাক্রম বাস্তবায়নের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ উপকরণ হলো পাঠ্যবই। জাতীয় শিক্ষানীতি ২০১০-এর উদ্দেশ্যসমূহ সামনে রেখে গৃহীত হয়েছে একটি লক্ষ্যাভিসারী শিক্ষাক্রম। এর আলোকে জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড (এনসিটিবি) মানসম্পন্ন পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন, মুদ্রণ ও বিতরণের কাজটি নিষ্ঠার সাথে করে যাচ্ছে। সময়ের চাহিদা ও বাস্তবতার আলোকে শিক্ষাক্রম, পাঠ্যপুস্তক ও মূল্যায়নপদ্ধতির পরিবর্তন, পরিমার্জন ও পরিশোধনের কাজটিও এই প্রতিষ্ঠান করে থাকে।

বাংলাদেশের শিক্ষার স্তরবিন্যাসে মাধ্যমিক স্তরটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ। বইটি এই স্তরের শিক্ষার্থীদের বয়স, মানসপ্রবণতা ও কৌতূহলের সাথে সংগতিপূর্ণ এবং একইসাথে শিক্ষাক্রমের লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য অর্জনের সহায়ক। বিষয়জ্ঞানে সমৃদ্ধ শিক্ষক ও বিশেষজ্ঞগণ বইটি রচনা ও সম্পাদনা করেছেন। আশা করি বইটি বিষয়ভিত্তিক জ্ঞান পরিবেশনের পাশাপাশি শিক্ষার্থীদের মনন ও সৃজনের বিকাশে বিশেষ ভূমিকা রাখবে।

জ্ঞান-বিজ্ঞানের বিকাশে গণিতের ভূমিকা অতীব গুরুত্বপূর্ণ। পাশাপাশি ব্যক্তিগত জীবন থেকে শুরু করে পারিবারিক ও সামাজিক জীবনে গণিতের প্রয়োগ বর্তমান সময়ে অনেক বেড়েছে। এই সব বিষয় বিবেচনায় রেখে মাধ্যমিক পর্যায়ে ষষ্ঠ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকটি সহজ ও সুন্দরভাবে উপস্থাপন করা হয়েছে এবং বেশ কিছু নতুন বিষয় এতে অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে।

পাঠ্যবই যাতে জবরদস্তিমূলক ও ক্লান্তিকর অনুষঙ্গ না হয়ে উঠে বরং আনন্দাশ্রয়ী হয়ে ওঠে, বইটি রচনার সময় সেদিকে সতর্ক দৃষ্টি রাখা হয়েছে। সর্বশেষ তথ্য-উপাত্ত সহযোগে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে। চেষ্টা করা হয়েছে বইটিকে যথাসম্ভব দুর্বোধ্যতামুক্ত ও সাবলীল ভাষায় লিখতে। ২০২৪ সালের পরিবর্তিত পরিস্থিতিতে প্রয়োজনের নিরিখে পাঠ্যপুস্তকসমূহ পরিমার্জন করা হয়েছে। এক্ষেত্রে ২০১২ সালের শিক্ষাক্রম অনুযায়ী প্রণীত পাঠ্যপুস্তকের সর্বশেষ সংস্করণকে ভিত্তি হিসেবে গ্রহণ করা হয়েছে। বানানের ক্ষেত্রে বাংলা একাডেমির প্রমিত বানানরীতি অনুসৃত হয়েছে। যথাযথ সতর্কতা অবলম্বনের পরেও তথ্য-উপাত্ত ও ভাষাগত কিছু ভুলত্রুটি থেকে যাওয়া অসম্ভব নয়। পরবর্তী সংস্করণে বইটিকে যথাসম্ভব ত্রুটিমুক্ত করার আন্তরিক প্রয়াস থাকবে। এই বইয়ের মানোন্নয়নে যে কোনো ধরনের যৌক্তিক পরামর্শ কৃতজ্ঞতার সাথে গৃহীত হবে।

পরিশেষে বইটি রচনা, সম্পাদনা ও অলংকরণে যাঁরা অবদান রেখেছেন তাঁদের সবার প্রতি কৃতজ্ঞতা জানাই।

অক্টোবর ২০২৫

প্রফেসর রবিউল কবীর চৌধুরী

চেয়ারম্যান (অতিরিক্ত দায়িত্ব)

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

সূচিপত্র

প্রথম অধ্যায়
স্বাভাবিক সংখ্যা ও ভগ্নাংশ

প্রাচীন মানুষ বিভিন্ন বস্তু বা জিনিস গণনা করতে গিয়ে প্রথম সংখ্যার ধারণা পেয়েছিল। প্রথমদিকে কম সংখ্যক বস্তু গুনতে হতো। কিন্তু সভ্যতার বিকাশের সাথে সাথে বেশি সংখ্যক জিনিস হিসাবের প্রয়োজন দেখা দেয়। সেখান থেকেই নানারকম প্রতীক ও পদ্ধতির মাধ্যমে মানুষ গণনার আরো সহজ ও কার্যকর উপায় খুঁজে বের করে। যেহেতু এই সংখ্যাগুলো গণনার প্রয়োজনে সৃষ্টি হয়েছিল তাই এদেরকে গণনাকারী বা স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number) বলা হয়। যেমন: ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ... ইত্যাদি।

> প্রাচীনকালে মানুষ বিভিন্ন বস্তু বা জিনিস গণনা করতে গিয়ে যেসব সংখ্যা সৃষ্টি করেছিল তাদেরকে গণনাকারী বা স্বাভাবিক বা প্রাকৃতিক সংখ্যা বলা হয়। যেমন: ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ... ইত্যাদি।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- অঙ্কপাতনের মাধ্যমে স্বাভাবিক সংখ্যা গঠন করতে পারবে।
- দেশীয় ও আন্তর্জাতিক রীতিতে অঙ্কপাতন করে স্বাভাবিক সংখ্যা পড়তে বা লিখতে পারবে।
- মৌলিক সংখ্যা, যৌগিক সংখ্যা ও সহ-মৌলিক সংখ্যা চিহ্নিত করতে পারবে।
- বিভাজ্যতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ২, ৩, ৪, ৫, ৯ দ্বারা বিভাজ্যতা যাচাই করতে পারবে।
- স্বাভাবিক সংখ্যা, ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের গ.সা.গু ও ল.সা.গু নির্ণয় করতে পারবে।
- ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের সরলীকরণ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

১·১ অঙ্কপাতন

পাটিগণিতে দশটি প্রতীক দ্বারা সব সংখ্যাই প্রকাশ করা যায়। এ প্রতীকগুলো হলো : ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ০। এগুলোকে অঙ্কও বলা হয়। আবার এগুলো সংখ্যাও। শূন্য ব্যতীত বাকি সংখ্যাগুলো স্বাভাবিক সংখ্যা। এদের মধ্যে প্রথম নয়টি প্রতীককে সার্থক অঙ্ক এবং শেষেরটিকে শূন্য বলা হয়। সংখ্যাগুলোর স্বকীয় বা নিজস্ব মান যথাক্রমে এক, দুই, তিন, চার, পাঁচ, ছয়, সাত, আট, নয় ও শূন্য।

৯ অপেক্ষা বড় সব সংখ্যাই দুই বা ততোধিক অঙ্ক পাশাপাশি বসিয়ে লেখা হয়। কোনো সংখ্যা অঙ্ক দ্বারা লেখাকে অঙ্কপাতন বলে। অঙ্কপাতনে দশটি প্রতীকই ব্যবহার করা হয়। দশ-ভিত্তিক বলে সংখ্যা প্রকাশের রীতিকে দশমিক বা দশ-গুণোত্তর রীতি বলা হয়। এ রীতিতে কয়েকটি অঙ্ক পাশাপাশি বসিয়ে সংখ্যা লিখলে এর সর্বাপেক্ষা ডানদিকের অঙ্কটি তার স্বকীয় মান প্রকাশ করে। ডানদিক

থেকে দ্বিতীয় অঙ্কটি এর স্বকীয় মানের দশগুণ অর্থাৎ তত দশক প্রকাশ করে। তৃতীয় অঙ্কটি এর দ্বিতীয় স্থানের মানের দশগুণ বা স্বকীয় মানের শতগুণ অর্থাৎ, তত শতক প্রকাশ করে। এরূপে কোনো অঙ্ক এক এক স্থান করে বামদিকে সরে গেলে তার মান উত্তরোত্তর দশগুণ করে বৃদ্ধি পায়। লক্ষ করি যে, কোনো সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর মান তার অবস্থানের উপর নির্ভর করে। সংখ্যায় ব্যবহৃত কোনো অঙ্ক তার অবস্থানের জন্য যে সংখ্যা প্রকাশ করে, তাকে ঐ অঙ্কের স্থানীয় মান বলা হয়। যেমন, ৩৩৩ সংখ্যাটির সর্বডানের ৩ এর স্থানীয় মান ৩, ডানদিক থেকে দ্বিতীয় ও তৃতীয় স্থানে ৩ এর স্থানীয় মান যথাক্রমে ৩০ এবং ৩০০। তাহলে দেখা যাচ্ছে, একই অঙ্কের স্থান পরিবর্তনের ফলে স্থানীয় মানের পরিবর্তন হয়। কিন্তু তার নিজস্ব বা স্বকীয় মান একই থাকে।

অর্থাৎ, ৩৩৩ = ৩ X ১০০ + ৩ X ১০ + ৩

১·২ দেশীয় সংখ্যাপঠন রীতি

আমরা পূর্ববর্তী শ্রেণিতে দেশীয় রীতি অনুযায়ী গণনা করতে শিখেছি। এ রীতিতে সংখ্যার ডানদিক থেকে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় স্থান যথাক্রমে একক, দশক ও শতক প্রকাশ করে। চতুর্থ, পঞ্চম, ষষ্ঠ, সপ্তম ও অষ্টম স্থানকে যথাক্রমে হাজার, অযুত, লক্ষ, নিযুত, কোটি বলা হয়।

	লক্ষ		হাজার				
কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
অষ্টম	সপ্তম	ষষ্ঠ	পঞ্চম	চতুর্থ	তৃতীয়	দ্বিতীয়	প্রথম

এককের ঘরের অঙ্কগুলো কথায় লেখা বা পড়া হয় এক, দুই, তিন, চার ইত্যাদি। কিছু দুই অঙ্কের সংখ্যাগুলোর বিশেষ বিশেষ নাম রয়েছে। যেমন, ২৫, ৩৮, ৭১ পড়া হয় যথাক্রমে পঁচিশ, আটত্রিশ, একাত্তর। শতকের ঘরের ১, ২, ৩ ইত্যাদি অঙ্কগুলোকে যথাক্রমে একশ, দুইশ, তিনশ ইত্যাদি পড়া হয়। হাজারের ঘরের অঙ্কগুলোকে শতকের ঘরের মতো পড়তে হয়। যেমন, পাঁচ হাজার, সাত হাজার ইত্যাদি। অযুতের ঘরের অঙ্ককে অযুত হিসেবে পড়া হয় না। অযুত ও হাজারের ঘর মিলিয়ে যত হাজার হয় তত হাজার পড়া হয়। যেমন, অযুতের ঘরে ৭ এবং হাজারের ঘরে ৫ থাকলে দুই ঘরের অঙ্ক মিলিয়ে পঁচাত্তর হাজার পড়তে হয়।

নিযুত ও লক্ষের ঘর মিলিয়ে যত লক্ষ হয় তত লক্ষ হিসেবে পড়া হয়। যেমন, নিযুতের ঘরে ৮ এবং লক্ষের ঘরে ৩ থাকলে দুই ঘরের অঙ্ক মিলিয়ে তিরাশি লক্ষ পড়া হয়। কোটির ঘরের অঙ্ককে কোটি বলে পড়া হয়।

কোটির ঘরের বামদিকের সব ঘরের অঙ্কগুলোকে কোটির ঘরের সাথে মিলিয়ে যত কোটি হয় তত কোটি পড়া হয়।

চার বা ততোধিক অঙ্কে লিখিত সংখ্যা সহজে ও শুদ্ধভাবে পড়ার জন্য কমা (,) ব্যবহার করা যায়। এ ক্ষেত্রে, যেকোনো সংখ্যার ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পরে একটি কমা এবং এরপর দুই অঙ্ক পর পর কমা ব্যবহার করা যায়।

উদাহরণ ১। কমা বসিয়ে কথায় লেখ : ৯৮৭৫৪৭৩২১।

সমাধান : সংখ্যাটির ডান দিক থেকে তিন ঘর পরে কমা (,) ; এরপর দুই ঘর পর পর কমা (,) বসালে আমরা পাই, ৯৮,৭৫,৪৭,৩২১।

এখন কোটির ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৯৮, নিযুত ও লক্ষের ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৭৫, অযুত ও হাজারের ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৪৭, শতকের ঘরে ৩, দশকের ঘরে ২ এবং এককের ঘরে ১ অবস্থিত। সুতরাং সংখ্যাটিকে কথায় প্রকাশ করলে হয়: আটানব্বই কোটি পঁচাত্তর লক্ষ সাতচল্লিশ হাজার তিনশ একুশ।

উদাহরণ ২। অঙ্কে লেখ : সাত কোটি পাঁচ লক্ষ নব্বই হাজার সাত।

সমাধান :

কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
৭	০	৫	৯	০	০	০	৭

কথায় প্রকাশিত সংখ্যাটি অঙ্কপাতনের পর দেখা যায় যে, নিযুত, শতক এবং দশকের ঘরে কোনো অঙ্ক নেই। এ খালি ঘরগুলোতে ০ বসিয়ে সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

∴ সংখ্যাটি ৭,০৫,৯০,০০৭।

উদাহরণ ৩। সাত অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা লেখ।

সমাধান : এক অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা ৯। অঙ্কপাতনের যেকোনো অবস্থানে ৯ এর স্থানীয় মান বৃহত্তম হবে। সুতরাং, সাতটি ৯ পর পর লিখলেই সাত অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা পাওয়া যায়।

নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা: ৯৯,৯৯,৯৯৯

আবার, ক্ষুদ্রতম অঙ্ক হলো ০। পর পর সাতটি শূন্য লিখলে সংখ্যাটি শূন্যই থাকে। সুতরাং, সর্ববামে সার্থক ক্ষুদ্রতম অঙ্ক ১ লিখে ডানে পর পর ছয়টি ০ বসালে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা পাওয়া যাবে।

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা: ১০,০০,০০০

উদাহরণ ৪ । একই অঙ্ক মাত্র একবার ব্যবহার করে ৮, ০, ৭, ৫, ৩, ৪ অঙ্কগুলো দ্বারা ছয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা গঠন কর ।

সমাধান : অঙ্কপাতনে যেকোনো অবস্থানে বৃহত্তর অঙ্কের স্থানীয় মান ক্ষুদ্রতর অঙ্কের স্থানীয় মান অপেক্ষা বড় হবে ।

এখানে, ৮ > ৭ > ৫ > ৪ > ৩ > ০

সুতরাং, বড় থেকে ছোট ক্রমে অঙ্কপাতন করলেই বৃহত্তম সংখ্যাটি পাওয়া যাবে ।

∴ বৃহত্তম সংখ্যা ৮,৭৫,৪৩০ ।

আবার, ০ < ৩ < ৪ < ৫ < ৭ < ৮

সংখ্যাটি ছোট থেকে বড় ক্রমে অঙ্কপাতন করলেই ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি পাওয়া যাবে । কিন্তু সর্ববামে ০ বসালে প্রাপ্ত সংখ্যাটি অর্থবোধক ছয় অঙ্কের সংখ্যা না হয়ে সংখ্যাটি পাঁচ অঙ্কের হবে । অতএব, ০ বাদে ক্ষুদ্রতম অঙ্কটি সর্ববামে লিখে শূন্যসহ অন্যান্য অঙ্কগুলো ছোট থেকে বড় ক্রমে লিখলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি পাওয়া যায় ।

∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩,০৪,৫৭৮ ।

১·৩ আন্তর্জাতিক গণনা পদ্ধতি

এ পদ্ধতিতে একক থেকে বিলিয়ন পর্যন্ত স্থানগুলো নিচের নিয়মে পর পর এভাবে সাজানো হয় :

বিলিয়ন	মিলিয়ন	হাজার	শতক	দশক	একক
১১১	১১১	১১১	১	১	১

একক, দশক ও শতকের ঘরের অঙ্কগুলো আমাদের দেশীয় রীতিতেই পড়ায় ও লেখায় প্রকাশ করা হয় । শতকের ঘরের বামদিকের ঘরটি হাজারের । হাজারের ঘরে অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লেখা যায় এবং যে সংখ্যা লেখা হয় তত হাজার পড়া হয় । যেমন, উপরে প্রদত্ত ছকে হাজারের ঘরে লিখিত সংখ্যাটি একশ এগারো এবং পড়তে হয়, একশ এগারো হাজার । হাজারের ঘরের বামদিকের ঘর মিলিয়নের এবং এ ঘরে অনূর্ধ্ব তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লেখা যায় । যে সংখ্যা লেখা হয় তত মিলিয়ন পড়া হয় । যেমন, ছকে লিখিত সংখ্যা হলো : একশ এগারো এবং পড়তে হয়, একশ এগারো মিলিয়ন । মিলিয়নের ঘরের বামের ঘর বিলিয়নের । এই ঘরেও যে সংখ্যা লেখা হয় তত বিলিয়নই পড়া হয়। যেমন, ছকে লিখিত সংখ্যা হল একশ এগারো এবং পড়তে হয়, একশ এগারো বিলিয়ন ।

কোনো সংখ্যা শুদ্ধভাবে ও সহজে পড়ার জন্য যে রীতিতে ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পর পর কমা (,) বসানো হয়, তা আন্তর্জাতিক গণনা পদ্ধতি ।

১·৪ দেশীয় ও আন্তর্জাতিক গণনা রীতির পারস্পরিক সম্পর্ক

				কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
বিলিয়ন			মিলিয়ন			হাজার			শতক	দশক	একক
১১১			১১১			১১১			১	১	১

লক্ষ্য করি :

- মিলিয়নের ঘরে সর্বডানের ১ এর স্থানীয় মান ১ মিলিয়ন। দেশীয় রীতিতে এ ঘরটি হলো নিযুতের ঘর। অর্থাৎ, এ ঘরে ১ এর স্থানীয় মান ১ নিযুত বা ১০ লক্ষ।
- বিলিয়নের ঘরের সর্বডানের ১ এর স্থানীয় মান ১ বিলিয়ন। কিন্তু দেশীয় রীতিতে এ ঘরের ১ এর স্থানীয় মান ১০০ কোটি।

সুতরাং আমরা পাই,

১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ
১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি

উদাহরণ ৫। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে কথায় লেখ : ২০৪৩৪০৪৩২০০৪।

সমাধান : ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পর পর কমা বসিয়ে আমরা পাই, ২০৪,৩৪০,৪৩২,০০৪।
সুতরাং সংখ্যাটিকে কথায় প্রকাশ করলে হয় :
দুইশ চার বিলিয়ন তিনশ চল্লিশ মিলিয়ন চারশ বত্রিশ হাজার চার।

উদাহরণ ৬। (ক) ৫ মিলিয়নে কত লক্ষ ?

(খ) ৫০০ কোটিতে কত বিলিয়ন ?

সমাধান : (ক) ১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ

∴ ৫ মিলিয়ন = (৫ × ১০) লক্ষ = ৫০ লক্ষ।

(খ) ১০০ কোটি = ১ বিলিয়ন

∴ ১ কোটি = (১ ÷ ১০০) বিলিয়ন

∴ ৫০০ কোটি = (৫০০ ÷ ১০০) বিলিয়ন = ৫ বিলিয়ন

অনুশীলনী ১·১

১। নিচের সংখ্যাগুলো অঙ্কে লেখ :

(ক) বিশ হাজার সত্তর, ত্রিশ হাজার আট, পঞ্চান্ন হাজার চারশ ।

(খ) চার লক্ষ পাঁচ হাজার, সাত লক্ষ দুই হাজার পঁচাত্তর ।

(গ) ছিয়াত্তর লক্ষ নয় হাজার সত্তর, ত্রিশ লক্ষ নয়শ চার ।

(ঘ) পাঁচ কোটি তিন লক্ষ দুই হাজার সাত ।

(ঙ) আটানব্বই কোটি সাত লক্ষ পাঁচ হাজার নয় ।

(চ) একশ দুই কোটি পাঁচ হাজার সাতশ আট ।

(ছ) নয়শ পঞ্চান্ন কোটি সাত লক্ষ নব্বই ।

(জ) তিন হাজার পাঁচশ কোটি পঁচাশি লক্ষ নয়শ একুশ ।

(ঝ) পঞ্চাশ বিলিয়ন তিনশ এক মিলিয়ন পাঁচশ আটত্রিশ হাজার ।

২। নিচের সংখ্যাগুলো কথায় লেখ :

(ক) ৪৫৭৮৯ ; ৪১০০৭ ; ৮৯১০৭১ ।

(খ) ২০০০৭৮ ; ৭৯০৬৭৮ ; ৮৯০০৭৫ ।

(গ) ৪৪০০৭৮৫ ; ৬৮৭০৫০৯ ; ৭১০৫০৭০ ।

(ঘ) ৫০৮৭৭০০৩ ; ৯৪৩০৯৭৯৯ ; ৮৩৯০০৭৬৫ ।

৩। নিচের সংখ্যাগুলোতে যে সকল সার্থক অঙ্ক আছে তাদের স্থানীয় মান নির্ণয় কর :

(ক) ৭২ (খ) ৩৫৯ (গ) ৪২০৩ (ঘ) ৭০৮০৯ (ঙ) ১৩০০৪৫০৭৮ (চ) ২৫০০০৯৭০৯

(ছ) ৫৯০০০০৭৮৪৫ (জ) ৯০০৭৫৮৪৩২ (ঝ) ১০৫৭৮০৯২৩০০৪ ।

৪। নয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা লেখ ।

৫। একই অঙ্ক মাত্র একবার ব্যবহার করে সাত অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা গঠন কর :

(ক) ৪, ৫, ১, ২, ৮, ৯, ৩ (খ) ৪, ০, ৫, ৩, ৯, ৮, ৭ ।

৬। ৭৩৪৫৫ এর অঙ্কগুলোকে বিপরীতভাবে সাজালে যে সংখ্যা হয় তা কথায় প্রকাশ কর ।

১·৫ মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা

নিচে কয়েকটি সংখ্যার গুণনীয়ক লেখা হলো :

সংখ্যা	গুণনীয়ক
২	১, ২
৫	১, ৫
১৩	১, ১৩

লক্ষ করি : ২, ৫ ও ১৩ এর গুণনীয়ক কেবল ১ এবং ঐ সংখ্যাটি । এই ধরনের সংখ্যাগুলো মৌলিক সংখ্যা ।

সংখ্যা	গুণনীয়ক
৬	১, ২, ৩, ৬
৯	১, ৩, ৯
১২	১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২

আবার, ৬, ৯ এবং ১২ এর গুণনীয়ক ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়াও এক বা একাধিক সংখ্যা আছে । এই ধরনের সংখ্যাগুলো যৌগিক সংখ্যা ।

১·৬ সহমৌলিক সংখ্যা

৮ এবং ১৫ দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যা ।

এখানে, ৮ = ১ × ২ × ২ × ২ এবং ১৫ = ১ × ৩ × ৫

লক্ষ্য করি, ৮ এর গুণীনয়কগুলো ১, ২, ৪, ৮ এবং ১৫ এর গুণনীয়কগুলো ১, ৩, ৫, ১৫ । দেখা যাচ্ছে, ৮ এবং ১৫ এর মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই । তাই, ৮ এবং ১৫ সংখ্যাদ্বয় পরস্পর সহমৌলিক ।

আবার ১০, ২১ ও ১৪৩ এর মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই । অতএব, সংখ্যাগুলো পরস্পর সহমৌলিক ।

দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক শুধু ১ হলে সংখ্যাগুলো পরস্পর সহমৌলিক ।

কাজ :

১. দুই অঙ্কবিশিষ্ট ১০টি মৌলিক সংখ্যা লেখ ।

২. ১০১ থেকে ১৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় কর ।

৩. নিচের জোড়া সংখ্যাগুলোর কোনগুলো সহমৌলিক নির্ণয় কর :

(ক) ১৬, ২৮ (খ) ২৭, ৩৮ (গ) ৩১, ৪৩ (ঘ) ২১০, ১৪৩

১·৭ বিভাজ্যতা

২ দ্বারা বিভাজ্য

২ এর কয়েকটি গুণিতক লিখে পাই,

$২\times০=০$, $২\times১=২$, $২\times২=৪$, $২\times৩=৬$, $২\times৪=৮$,

$২\times৫=১০$, $২\times৬=১২$, $২\times৭=১৪$, $২\times৮=১৬$, $২\times৯=১৮$ ইত্যাদি ।

গুণফলের প্রক্রিয়া লক্ষ্য করি। যেকোনো সংখ্যাকে ২ দ্বারা গুণ করলে গুণফলের একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে ০, ২, ৪, ৬ বা ৮ । সুতরাং কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০, ২, ৪, ৬ বা ৮ হলে, সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে । এরূপ সংখ্যাকে আমরা জোড় সংখ্যা বলে জানি ।

কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি শূন্য (০) অথবা জোড় সংখ্যা হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

৪ দ্বারা বিভাজ্য

৩৫১২ কে স্থানীয় মানে লিখলে হয় :

$৩৫১২=৩০০০+৫০০+১০+২$

এখানে, ১০, ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয় । কিন্তু দশকের বামদিকের যেকোনো অঙ্কের স্থানীয় মান ৪ দ্বারা বিভাজ্য ।

আবার, $৩৫১২=৩০০০+৫০০+১২$

এখানে, ১২, ৪ দ্বারা বিভাজ্য । সুতরাং ৩৫১২ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য । অর্থাৎ একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ায় সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য ।

কোনো সংখ্যার একক ও দশক স্থানের অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে, ঐ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

আবার, একক ও দশক উভয় স্থানের অঙ্ক ০ হলে, সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

৫ দ্বারা বিভাজ্য

৫ এর কয়েকটি গুণিতক লিখি ।

$৫\times০=০$, $৫\times১=৫$, $৫\times২=১০$, $৫\times৩=১৫$, $৫\times৪=২০$,

$৫\times৫=২৫$, $৫\times৬=৩০$, $৫\times৭=৩৫$, $৫\times৮=৪০$, $৫\times৯=৪৫$ ইত্যাদি ।

গুণফলের প্রক্রিয়া লক্ষ করে দেখি যে, কোনো সংখ্যাকে ৫ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে ০ বা ৫ । সুতরাং একক স্থানে ০ বা ৫ অঙ্কযুক্ত সংখ্যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০ বা ৫ হলে, সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

৩ দ্বারা বিভাজ্য

১ ৪ ৭

৭ এর স্থানীয় মান = ৭

৪ এর স্থানীয় মান = ৪০ = ৩৬ + ৪ = (৩ × ৩ × ৪) + ৪

১ এর স্থানীয় মান = ১০০ = ৯৯ + ১ = (৩ × ৩ × ১১) + ১

এখানে, ৩ × ৩ × ৪ এবং ৩ × ৩ × ১১ সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য এবং একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ১ + ৪ + ৭ = ১২ ; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য ।

∴ ১৪৭ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য ।

আবার, ১৪৮ সংখ্যাটি বিবেচনা করি ।

১ ৪ ৮

৮ এর স্থানীয় মান = ৮

৪ এর স্থানীয় মান = ৪০ = ৩৬ + ৪ = (৩ × ৩ × ৪) + ৪

১ এর স্থানীয় মান = ১০০ = ৯৯ + ১ = (৩ × ৩ × ১১) + ১

এখানে, ৩ × ৩ × ৪ এবং ৩ × ৩ × ১১ সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য । কিন্তু একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ১ + ৪ + ৮ = ১৩ ; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয় ।

∴ ১৪৮ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয় ।

কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে, ঐ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

৬ দ্বারা বিভাজ্য

কোনো সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৬ দ্বারাও বিভাজ্য হবে ।

৯ দ্বারা বিভাজ্য

৩৭৮ সংখ্যাটি বিবেচনা করি ।

৩ ৭ ৮

৮ এর স্থানীয় মান = ৮

৭ এর স্থানীয় মান = ৭০ = ৬৩ + ৭ = (৭ × ৯) + ৭

৩ এর স্থানীয় মান = ৩০০ = ২৯৭ + ৩ = (৩৩ × ৯) + ৩

এখানে, ৭ × ৯ ও ৩৩ × ৯ প্রত্যেকে ৯ দ্বারা বিভাজ্য এবং একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ৩ + ৭ + ৮ = ১৮, যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য । ফলে, ৩৭৮ সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য ।

কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।

কাজ :

১ । তিন বা চার বা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট ৩ ও ৯ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা লেখো ।

উদাহরণ ১। জাওয়াদকে এক অঙ্কের ছয়টি সংখ্যা লিখতে বলায় সে ২, ০, ৩, ৮, ৭ ও ৪ লিখলো। জাওয়াদকে ৪৭৫ □ ২ লিখে বললো এমন কিছু অংক, যা □ চিহ্নিত স্থানে বসালে প্রতিক্ষেত্রে গঠিত সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য হয়।

(ক) জাওয়াদের লেখা সংখ্যাগুলো থেকে মৌলিক সংখ্যাগুলো আলাদা করে সংখ্যাগুলোর মৌলিক সংখ্যা হওয়ার কারণ লিখ।

(খ) দেখাও যে জাওয়াদের লেখা অঙ্কগুলো দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

(গ) □ চিহ্নিত স্থানে কোন কোন অঙ্ক বসবে তা নির্নয় কর?

সমাধান :

(ক) জাওয়াদের লেখা অঙ্কগুলো হলো; ২, ০, ৩, ৮, ৭ ও ৪।

এদের মধ্যে মৌলিক সংখ্যা ২, ৩, ৭

কারণ, ২=১ X ২, ৩=১ X ৩, ৭=১ X ৭,

অর্থাৎ, ২, ৩, ৭ এর গুননীয়ক ১ এবং ঐ সংখ্যাটি।

(খ) জাওয়াদের লেখা অঙ্কগুলো হলো; ২, ০, ৩, ৮, ৭ ও ৪।

এখানে, ৮>৭>৪>৩>২>০

অতএব, ২, ০, ৩, ৮, ৭ ও ৪ এর দ্বারা গঠিত বৃহত্তম সংখ্যাটি, ৮৭৪৩২০

এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা= ২০৩৪৭৮

এখন, গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার

বিয়োগফল = ৮৭৪৩২০-২০৩৪৭৮ = ৬৭০৮৪২

আবার, ৬৭০৮৪২ সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর যোগফল

= ৬+৭+০+৮+৪+২ = ২৭; যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য। (দেখানো হলো)

(গ) ৪৭৫ □ ২ এ ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর যোগফল = ৪+৭+৫+২ = ১৮; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

অতএব □ এর স্থানে ০ বসালে সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অঙ্কগুলো যোগফলের সাথে ৩ যোগ করলে হয়, ১৮+৩=২১; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

অতএব □ এর স্থলে ৩ বসালে গঠিত সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

একই ভাবে, ১৮+৬ = ২৪; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

১৮+৯= ২৭; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

সতুরাং □ এর স্থলে ৬ ও ৯ এর যে কোনটি বসালেও গঠিত সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব □ এর স্থানে ০, ৩, ৬, ৯ অঙ্কগুলোর যে কোনোটি বসালে প্রতিক্ষেত্রে গঠিত সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অনুশীলনী ১·২

১। ৩০ থেকে ৭০ এর মধ্যকার মৌলিক সংখ্যাগুলো লেখ।

২। সহমৌলিক জোড়া নির্ণয় কর:
(ক) ২৭, ৫৪ (খ) ৬৩, ৯১ (গ) ১৮৯, ২১০ (ঘ) ৫২, ৯৭

৩। নিচের কোন সংখ্যাগুলো নির্দেশিত সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য?
(ক) ৩ দিয়ে : ৫৪৫, ৬৭৭৪, ৮৫৩৫ (খ) ৪ দিয়ে : ৮৫৪২, ২১৮৪, ৫২৭৪
(গ) ৬ দিয়ে : ২১৮৪, ১০৭৪, ৭৮৩২ (ঘ) ৯ দিয়ে : ৫০৭৫, ১৭৩৭, ২১৯৩

৪। নিচের □ চিহ্নিত স্থানে কোন কোন অঙ্ক বসালে সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে?
(ক) ৫ □ ৪৭২৩ (খ) ৮১২ □ ৭৪ (গ) □ ৪১৫৭৮ (ঘ) ৫৭৪২ □

৫। পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় কর যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

৬। সাত অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা নির্ণয় কর যা ৬ দ্বারা বিভাজ্য।

৭। ৩, ০, ৫, ২, ৭ অঙ্কগুলো দ্বারা গঠিত বৃহত্তম সংখ্যা ৪ এবং ৫ দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা নির্ণয় কর।

১·৮ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)

আমরা জানি, ১২ এর গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩, ৪, ৬ এবং ১২
এবং ৩০ এর গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫ এবং ৩০
এখানে, ১২ এবং ৩০ এর সাধারণ গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩ এবং ৬
সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে গরিষ্ঠ গুণনীয়ক ৬
$\therefore$ ১২ এবং ৩০ এর গ.সা.গু. ৬

দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় গুণনীয়ককে ঐ সংখ্যাগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) বলে।

আবার, আমরা জানি, ১২ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ৩
এবং ৩০ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ৩, ৫
$\therefore$ ১২ এবং ৩০ এর সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ৩
$\therefore$ ১২ এবং ৩০ এর গ.সা.গু. = ২ × ৩ = ৬

দুই বা ততোধিক সংখ্যার গ.সা.গু. হচ্ছে এদের সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলোর গুণফল।

উদাহরণ ১। গুণনীয়ক এবং মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে ২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : গুণনীয়কের সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয় :
এখানে, ২৮ এর গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৪, ৭. ১৪, ২৮
৪৮ এর গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ১৬, ২৪, ৪৮
এবং ৭২ এর গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ৯, ১২, ১৮, ২৪, ৩৬, ৭২
২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে গরিষ্ঠ গুণনীয়কটি ৪।
$\therefore$ ২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর গ.সা.গু. ৪

মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয় :
এখানে, ২৮ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ৭
৪৮ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ২, ২, ৩
এবং ৭২ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ২, ৩, ৩
২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২
$\therefore$ ২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর গ.সা.গু. = ২ × ২ = ৪

২০২১

ভাগ প্রক্রিয়ায় গ.সা.গু. নির্ণয় :

উদাহরণ ২ । ১২ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় ।

সমাধান : এখানে,

```
১২) ৩০ (২
    ২৪
    --
     ৬) ১২ (২
        ১২
        --
         ০
```

শেষ ভাজক ৬

∴ ১২ ও ৩০ এর গ.সা.গু. ৬ ।

উদাহরণ ৩ । ২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর গ.সা.গু. নির্ণয় ।

সমাধান :

```
২৮)৪৮(১
   ২৮
   --
   ২০)২৮(১
      ২০
      --
       ৮)২০(২
         ১৬
         --
          ৪)৮(২
            ৮
            -
            ০
```

আবার

```
৪)৭২(১৮
  ৪
  --
  ৩২
  ৩২
  --
   ০
```

এখানে, শেষ ভাজক ৪, যা ২৮ ও ৪৮ এর গ.সা.গু. এবং ৪ দ্বারা ৭২ বিভাজ্য ।

∴ ২৮, ৪৮ ও ৭২ এর গ.সা.গু. ৪ ।

> **কাজ :**
> চার অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ও তিন অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা লেখ যাদের প্রত্যেকের একক ঘরের অঙ্ক ৮ হবে । সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. মৌলিক গুণনীয়ক ও ভাগ প্রক্রিয়ায় নির্ণয় কর ।

১·৯ লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

আমরা জানি, ৪ এর গুণিতকগুলো : ৪, ৮, ১২, ১৬,২০, $\boxed{২৪}$, ২৮,৩২, ৩৬,৪০,৪৪, $\boxed{৪৮}$ ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতকগুলো : ৬, ১২, ১৮, $\boxed{২৪}$, ৩০, ৩৬, ৪২, $\boxed{৪৮}$, ৫৪ ইত্যাদি ।

৮ এর গুণিতকগুলো : ৮, ১৬, $\boxed{২৪}$, ৩২, ৪০, $\boxed{৪৮}$, ৫৬, ৬৪ ইত্যাদি ।

দেখা যাচ্ছে, ৪, ৬ ও ৮ এর সাধারণ গুণিতক ২৪, ৪৮ ইত্যাদি, এর মধ্যে সবচেয়ে ছোট গুণিতক ২৪ ।

∴ ৪, ৬ ও ৮ এর ল.সা.গু ২৪

দুই বা ততোধিক সংখ্যার ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতককে তাদের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) বলে।

আবার ৪, ৬, ৮ সংখ্যাগুলোকে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায় :

৪ = ২ × ২, ৬ = ২ × ৩, ৮ = ২ × ২ × ২

এখানে, ৪, ৬, ৮ সংখ্যাগুলোর মৌলিক গুণনীয়কে ২ আছে সর্বোচ্চ ৩ বার, ৩ আছে সর্বোচ্চ ১ বার। কাজেই ২ তিনবার, ৩ একবার নিয়ে ধারাবাহিক গুণ করলে পাওয়া যায়, ২×২×২×৩ বা ২৪, যা প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.।

ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় ল.সা.গু. নির্ণয় :

উদাহরণ ৪। ১২, ১৮, ২০, ১০৫ এর ল.সা.গু. নির্ণয়।

সমাধান :

২	১২, ১৮, ২০, ১০৫
২	৬, ৯, ১০, ১০৫
৩	৩, ৯, ৫, ১০৫
৫	১, ৩, ৫, ৩৫
	১, ৩, ১, ৭

নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৩ × ৭ = ১২৬০

প্রদত্ত উদাহরণ থেকে নিয়মটি লক্ষ করি :

- সংখ্যাগুলোর মধ্যে (,) চিহ্ন দিয়ে তাদেরকে এক সারিতে লিখে নিচে একটি রেখা (|_) টানা হয়েছে।
- প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর কমপক্ষে দুইটিকে সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। গুণনীয়কটি দ্বারা যে সংখ্যাগুলো নিঃশেষে বিভাজ্য তাদের ভাগফলও এর সঙ্গে নিচে লেখা আছে। যেগুলো বিভাজ্য নয় সেগুলো অপরিবর্তিত রেখে লেখা হয়েছে।
- নিচের সারির সংখ্যাগুলো নিয়ে আগের নিয়মে কাজ করা হয়েছে।
- এরূপে ভাগ করতে করতে সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো যখন পরস্পর সহমৌলিক হয়েছে তখন আর ভাগ করা হয়নি।
- সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো ও ভাজকগুলোর ধারাবাহিক গুণফলই নির্ণেয় ল.সা.গু.।

১·১০ গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্ক

যেকোনো দুইটি সংখ্যা ১০ এবং ৩০ নিয়ে মৌলিক গুণনীয়কগুলো নির্ণয় করা হলো :

১০ = ২ × ৫, ৩০ = ২ × ৩ × ৫

১০ এবং ৩০ এর গ.সা.গু. = ২ × ৫ = ১০

এবং ল.সা.গু. = ২ × ৩ × ৫ = ৩০

আবার, ১০ এবং ৩০ সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল = ১০ × ৩০ = (২×৫) × (২×৩×৫)

= গ.সা.গু. × ল.সা.গু.

∴ দুইটি সংখ্যার গুণফল সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. এর গুণফলের সমান।

দুইটি সংখ্যার গুণফল = সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু. × সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু.

কাজ :
দুই অঙ্ক বিশিষ্ট দুইটি বা তিনটি সংখ্যার গ.সা.গু. অথবা ল.সা.গু. দ্রুত নির্ণয়ের কুইজ প্রতিযোগিতা কর ।

উদাহরণ ৫ । মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে ৩০, ৩৬, ৪০ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, ৩০ = ২ × ৩ × ৫

$\therefore$ ৩০ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ৩, ৫

৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩

$\therefore$ ৩৬ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ৩, ৩

এবং ৪০ = ২ × ২ × ২ × ৫

$\therefore$ ৪০ এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ২, ৫

$\therefore$ ৩০, ৩৬, ৪০ এর ল.সা.গু. = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ৫ = ৩৬০

নির্ণেয় ল.সা.গু. ৩৬০

উদাহরণ ৬ । ভাগ প্রক্রিয়ায় ৪২, ৪৮ ও ৫৬ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, ৪২) ৫৬ (১
৪২
১৪) ৪২ (৩
৪২
০

$\therefore$ শেষ ভাজক ২

আবার, ১৪) ৪৮ (৩
৪২
৬) ১৪ (২
১২
২) ৬ (৩
৬
০

নির্ণেয় গ.সা.গু. ২

উদাহরণ ৭ । কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৩৬৫ ও ৪৬৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ ও ৭ থাকে?

সমাধান : যেহেতু বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৩৬৫ ও ৪৬৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ ও ৭ থাকে ।

কাজেই নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে (৩৬৫ − ৫) বা ৩৬০ এবং (৪৬৩ − ৭) বা ৪৫৬ এর গ.সা.গু. ।

এখন, ৩৬০) ৪৫৬ (১
৩৬০
৯৬)৩৬০(৩
২৮৮
৭২) ৯৬ (১
৭২
২৪) ৭২ (৩
৭২
০

$\therefore$ ৩৬০ ও ৪৫৬ এর গ.সা.গু. ২৪ ।

নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি ২৪ ।

উদাহরণ ৮ । কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৫৭, ৯৩ এবং ১৮৩ কে ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ থাকবে না ?
সমাধান : নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে ৫৭, ৯৩ ও ১৮৩ এর গ.সা.গু. ।

এখানে, ৫৭ = ৩ × ১৯, ৯৩ = ৩ × ৩১ এবং ১৮৩ = ৩ × ৬১

$\therefore$ ৫৭, ৯৩ ও ১৮৩ এর গ.সা.গু. ৩ ।

নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি ৩ ।

উদাহরণ ৯ । কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৫ যোগ করলে যোগফল ১৬, ২৪ ও ৩২ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে ?
সমাধান : নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে ১৬, ২৪ ও ৩২ এর ল.সা.গু. থেকে ৫ কম ।

$$\begin{array}{r|l} \text{২} & \text{১৬, ২৪, ৩২} \\ \hline \text{২} & \text{৮, ১২, ১৬} \\ \hline \text{২} & \text{৪, ৬, ৮} \\ \hline \text{২} & \text{২, ৩, ৪} \\ \hline & \text{১, ৩, ২} \end{array}$$

$\therefore$ ১৬, ২৪ ও ৩২ এর ল.সা.গু. = ২ × ২ × ২ × ২ × ৩ × ২ = ৯৬

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি (৯৬ − ৫) বা ৯১ ।

উদাহরণ ।১০

১৫৯টি আম	২২৭টি জাম	৪০১টি লিচু
১ম ঝুড়ি	২য় ঝুড়ি	৩য় ঝুড়ি

(ক) ১৫৯ এর গুণনীয়ক গুলো নির্ণয় করে মৌলিক গুণনীয়কগুলো আলাদা কর ।

(খ) যদি ৯ টি আম, ৭ টি জাম, ১ টি লিচু পঁচে যায় তবে অবশিষ্ট ফলের সংখ্যার ল.সা.গু ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

(গ) সর্বাধিক কত জন বালকের মধ্যে ফলগুলো সমান ভাবে ভাগ করে দিলে ৩টি আম, ৬ টি জাম ও ১১ টি লিচু অবশিষ্ট থাকবে?

সমাধান

(ক) ১৫৯ = ১ X ১৫৯
= ৩ X ৫৩

১৫৯ এর গুণনীয়কগুলো হলো ১, ৩, ৫৩ ও ১৫৯

এদের মধ্যে মৌলিক গুণনীয়ক ৩ এবং ৫৩ ।

(খ) ১ম ঝুড়িতে ভালো আমের সংখ্যা = ১৫৯-৯ = ১৫০

২য় ঝুড়িতে ভালো জামের সংখ্যা = ২২৭-৭ = ২২০

৩য় ঝুড়িতে ভালো লিচুর সংখ্যা = ৪০১-১ = ৪০০

এখন

২ | ১৫০, ২২০, ৪০০
২ | ৭৫, ১১০, ২০০
৫ | ৭৫, ৫৫, ১০০
৫ | ১৫, ১১, ২০
৩, ১১, ৪

∴ ১৫০, ২২০ ও ৪০০ এর ল.সা.গু = ২ X ২ X ৫ X ৫ X ৩ X ৪ X ১১ = ১৩২০০।

(গ) এখানে,

১৫৯-৩ = ১৫৬

২২৭-৬ = ২২১

৪০১-১১ = ৩৯০

নির্ণেয় বালকের সংখ্যা হবে ১৫৬, ২২১ ও ৩৯০ এর গ.সা.গু।

এখন

১৫৬) ২২১ (১
১৫৬
৬৫) ১৫৬ (২
১৩০
২৬) ৬৫ (২
৫২
১৩) ২৬ (২
২৬
০

আবার

১৩) ৩৯০ (৩০
৩৯
০
০
০

অতএব ১৫৬, ২২১ ও ৩৯০ এর গ.সা.গু ১৩
সুতরাং নির্ণেয় বালকের সংখ্যা ১৩.

বিকল্প পদ্ধতি

২ | ১৫৬
২ | ৭৮
৩ | ৩৯
১৩

অতএব ১৫৬ = ২X২X৩X১৩

১৩ | ২২১
১৭

অতএব ২২১ = ১৩X১৭

২ | ৩৯০
৩ | ১৯৫
৫ | ৬৫
১৩

অতএব ৩৯০ = ২X৩X৫X১৩
অতএব ১৫৬, ২২১ ও ৩৯০ এর
সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক ১৩
অতএব নির্ণেয় বালকের সংখ্যা ১৩।

অনুশীলনী ১·৩

১। মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয় কর :
(ক) ১৪৪, ২৪০, ৬১২ (খ) ৫২৫, ৪৯৫, ৫৭০ (গ) ২৬৬৬, ৯৬৯৯

২। ভাগ প্রক্রিয়ায় গ.সা.গু. নির্ণয় কর :
(ক) ১০৫, ১৬৫ (খ) ৩৮৫, ২৮৬, ৪১৮

৩। মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে ল.সা.গু. নির্ণয় কর :
(ক) ১৫, ২৫, ৩০ (খ) ২২, ৮৮, ১৩২, ১৯৮ (গ) ২৪, ৩৬, ৫৪, ৭২, ৯৬

৪। ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে ল.সা.গু. নির্ণয় কর :
(ক) ৯৬, ১২০ (খ) ৩৫, ৪৯, ৯১ (গ) ৩৩, ৫৫, ৬০, ৮০, ৯০

৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০০ ও ১৮৪ কে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৪ থাকবে ?

৬। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৪, ৫ ভাগশেষ থাকবে ?

৭। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৮, ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৫ হবে ?

৮। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২০, ২৫, ৩০, ৩৬ এবং ৪৮ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ১৫, ২০, ২৫, ৩১ ও ৪৩ ভাগশেষ থাকবে ?

৯। একটি লোহার পাত ও একটি তামার পাতের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬৭২ সে.মি. ও ৯৬০ সে.মি.। পাত দুইটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য কত হবে ? প্রত্যেক পাতের টুকরার সংখ্যা নির্ণয় কর।

১০। চার অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১২, ১৫, ২০ ও ৩৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য ?

১১। পাঁচ অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাকে ১৬, ২৪, ৩০ ও ৩৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ১০ হবে?

১২। চারটি ঘণ্টা একই সময়ে বেজে যথাক্রমে ১০ সেকেন্ড, ২০ সেকেন্ড, ২৪ সেকেন্ড ও ৩২ সেকেন্ড অন্তর বাজতে লাগল। কমপক্ষে কত সময় পরে ঘণ্টাগুলো একত্রে বাজবে।

১৩। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু. ১৩। সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

ভগ্নাংশ

১·১১ সাধারণ ভগ্নাংশ

পূর্বের শ্রেণিতে আমরা ভগ্নাংশ সম্বন্ধে জেনেছি। এখানে আমরা সাধারণ ভগ্নাংশ নিয়ে আলোচনা করব। সাধারণ ভগ্নাংশ তিন প্রকার, যথা - প্রকৃত ভগ্নাংশ, অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ও মিশ্র ভগ্নাংশ।

প্রকৃত ভগ্নাংশ : $\frac{৩}{৫}$ একটি সাধারণ ভগ্নাংশ। এই ভগ্নাংশে লব ৩ ও হর ৫। এখানে লব, হর থেকে ছোট। এটি একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ : $\frac{৮}{৫}$ সাধারণ ভগ্নাংশে লব, হর থেকে বড়। এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মিশ্র ভগ্নাংশ : $১\frac{২}{৩}$ সংখ্যাটিতে একটি পূর্ণ অংশ এবং অপর অংশটি প্রকৃত ভগ্নাংশে আছে। $১\frac{২}{৩}$ একটি মিশ্র ভগ্নাংশ।

সমতুল ভগ্নাংশ : $\frac{৫}{৭}$ ও $\frac{১৫}{২১}$ দুইটি ভগ্নাংশ।

এখানে, প্রথম ভগ্নাংশের লব $\times$ দ্বিতীয় ভগ্নাংশের হর $= ৫ \times ২১ = ১০৫$

প্রথম ভগ্নাংশের হর $\times$ দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লব $= ৭ \times ১৫ = ১০৫$

$\therefore$ ভগ্নাংশ দুইটি সমতুল।

আবার, $\frac{১৫}{২১} = \frac{৫ \times ৩}{৭ \times ৩} = \frac{\text{প্রথম ভগ্নাংশের লব} \times ৩}{\text{প্রথম ভগ্নাংশের হর} \times ৩}$

এবং $\frac{৫}{৭} = \frac{১৫ \div ৩}{২১ \div ৩} = \frac{\text{দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লব} \div ৩}{\text{দ্বিতীয় ভগ্নাংশের হর} \div ৩}$

কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে প্রদত্ত ভগ্নাংশের সমতুল ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।

উদাহরণ ১। $২\frac{২}{৫}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $২\frac{২}{৫}$

অর্থাৎ, $২\frac{২}{৫} = \frac{২ \times ৫ + ২}{৫}$

$= \frac{১২}{৫}$

ব্যাখ্যা :

$২\frac{২}{৫} = ২ + \frac{২}{৫} = \frac{২}{১} + \frac{২}{৫} = \frac{২ \times ৫}{১ \times ৫} + \frac{২}{৫}$

$= \frac{২ \times ৫}{৫} + \frac{২}{৫}$

$= \frac{২ \times ৫ + ২}{৫} = \frac{১২}{৫}$

মিশ্র ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর

$$\boxed{\text{মিশ্র ভগ্নাংশ} = \frac{\text{পূর্ণসংখ্যা} \times \text{হর} + \text{লব}}{\text{হর}}}$$

১.১২ ভগ্নাংশের তুলনা

$\frac{৫}{৭}$ ও $\frac{৩}{৪}$ দুইটি সাধারণ ভগ্নাংশ।

এখানে, প্রথম ভগ্নাংশের লব ও দ্বিতীয় ভগ্নাংশের হর এর গুণফল $= ৫ \times ৪ = ২০$

দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লব ও প্রথম ভগ্নাংশের হর এর গুণফল $= ৩ \times ৭ = ২১$

যেহেতু ২০<২১, কাজেই $\frac{৫}{৭} < \frac{৩}{৪}$ বা $\frac{৩}{৪} > \frac{৫}{৭}$

আবার, ভগ্নাংশ দুইটির হর ৭ ও ৪ এর ল.সা.গু. $= ৭ \times ৪ = ২৮$

$\therefore$ প্রথম ভগ্নাংশ $\frac{৫}{৭} = \frac{৫ \times ৪}{৭ \times ৪} = \frac{২০}{২৮}$ [যেহেতু $২৮ \div ৭ = ৪$]

এবং দ্বিতীয় ভগ্নাংশ $\frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ৭}{৪ \times ৭} = \frac{২১}{২৮}$ [যেহেতু $২৮ \div ৪ = ৭$]

$\frac{২০}{২৮}$ ও $\frac{২১}{২৮}$ ভগ্নাংশ দুইটির হর একই অর্থাৎ সমহর বিশিষ্ট। কিন্তু প্রথম ভগ্নাংশের লব ২০ দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লব ২১ অপেক্ষা ছোট।

$\therefore \frac{২০}{২৮} < \frac{২১}{২৮}$ বা, $\frac{৫}{৭} < \frac{৩}{৪}$ বা $\frac{৩}{৪} > \frac{৫}{৭}$

দুইটি ভগ্নাংশের হর একই হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় সেই ভগ্নাংশটি বড়।

পুনরায়, $\frac{৫}{৭}$ ও $\frac{৩}{৪}$ ভগ্নাংশ দুইটির লব ৫ ও ৩ এর ল.সা.গু. $= ৫ \times ৩ = ১৫$

প্রথম ভগ্নাংশ $\frac{৫}{৭} = \frac{৫ \times ৩}{৭ \times ৩} = \frac{১৫}{২১}$ [যেহেতু $১৫ \div ৫ = ৩$]

দ্বিতীয় ভগ্নাংশ $\frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ৫}{৪ \times ৫} = \frac{১৫}{২০}$ [যেহেতু $১৫ \div ৩ = ৫$]

$\frac{১৫}{২১}$ ও $\frac{১৫}{২০}$ ভগ্নাংশ দুইটির লব একই অর্থাৎ সমলব বিশিষ্ট।

এখানে $\frac{১৫}{২১} < \frac{১৫}{২০}$, কেননা $১৫ \times ২০ < ১৫ \times ২১$

দুইটি ভগ্নাংশের লব একই হলে যে ভগ্নাংশের হর বড় সেই ভগ্নাংশটি ছোট।

উদাহরণ ২। $\frac{১}{৮}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৭}{২৪}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৮, ১৬ ও ২৪ এর ল.সা.গু. $= ৪৮$

প্রথম ভগ্নাংশ $= \frac{১}{৮} = \frac{১ \times ৬}{৮ \times ৬} = \frac{৬}{৪৮}$ [যেহেতু $৪৮ \div ৮ = ৬$]

দ্বিতীয় ভগ্নাংশ $= \frac{৩}{১৬} = \frac{৩ \times ৩}{১৬ \times ৩} = \frac{৯}{৪৮}$ [যেহেতু $৪৮ \div ১৬ = ৩$]

এবং তৃতীয় ভগ্নাংশ$=\frac{৭}{২৪}=\frac{৭\times২}{২৪\times২}=\frac{১৪}{৪৮}$ [যেহেতু ৪৮ ÷ ২৪ = ২]

সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{৬}{৪৮}, \frac{৯}{৪৮}, \frac{১৪}{৪৮}$ এর লবগুলোর মধ্যে তুলনা করে পাই,

$৬ < ৯ < ১৪ \therefore \frac{৬}{৪৮} < \frac{৯}{৪৮} < \frac{১৪}{৪৮}$ অর্থাৎ $\frac{১}{৮} < \frac{৩}{১৬} < \frac{৭}{২৪}$

$\therefore$ মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $\frac{১}{৮}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৭}{২৪}$

> **কাজ :**
> ১। $\frac{৫}{৮}, \frac{৭}{১২}, \frac{১১}{১৬}$ ও $\frac{১}{২৪}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে লেখ ।

১.১৩ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

$\frac{৭}{১৩}, \frac{২}{১৩}$ ভগ্নাংশ দুইটি যোগ করে পাই,

$\frac{৭}{১৩}+\frac{২}{১৩}=\frac{৭+২}{১৩}=\frac{৯}{১৩}$

সমহরবিশিষ্ট কয়েকটি ভগ্নাংশের যোগফল একটি ভগ্নাংশ যার হর প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর এবং যার লব প্রদত্ত ভগ্নাংশের লবগুলোর যোগফল ।

আবার, $\frac{৭}{১৩}$ থেকে $\frac{২}{১৩}$ বিয়োগ করে পাই,

$\frac{৭}{১৩}-\frac{২}{১৩}=\frac{৭-২}{১৩}=\frac{৫}{১৩}$

সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের বিয়োগফল একটি ভগ্নাংশ যার হর প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর এবং যার লব প্রদত্ত ভগ্নাংশের লবগুলোর বিয়োগফল ।

উদাহরণ ৩ । $\frac{১}{৮}+\frac{৩}{১৬}+\frac{৭}{২৪}=$ কত ?

সমাধান : ভগ্নাংশগুলোর হর ৮, ১৬ ও ২৪ এর ল.সা.গু. ৪৮

এখন, $\frac{১}{৮}=\frac{১\times৬}{৮\times৬}=\frac{৬}{৪৮}$

$\frac{৩}{১৬}=\frac{৩\times৩}{১৬\times৩}=\frac{৯}{৪৮}$

এবং $\frac{৭}{২৪}=\frac{৭\times২}{২৪\times২}=\frac{১৪}{৪৮}$

$\therefore \frac{১}{৮}+\frac{৩}{১৬}+\frac{৭}{২৪}=\frac{৬}{৪৮}+\frac{৯}{৪৮}+\frac{১৪}{৪৮}=\frac{৬+৯+১৪}{৪৮}=\frac{২৯}{৪৮}$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{২৯}{৪৮}$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ভগ্নাংশের যোগফল :

ভগ্নাংশগুলোর হর ৮, ১৬, ২৪ এর ল.সা.গু. ৪৮

$$\therefore \frac{১}{৮}+\frac{৩}{১৬}+\frac{৭}{২৪}=\frac{১\times৬+৩\times৩+৭\times২}{৪৮}=\frac{৬+৯+১৪}{৪৮}=\frac{২৯}{৪৮}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{২৯}{৪৮}$

উদাহরণ ৪ । $২\frac{৩}{১৩}+১\frac{৫}{২৬}=$ কত ?

সমাধান : $২\frac{৩}{১৩}+১\frac{৫}{২৬}=২+\frac{৩}{১৩}+১+\frac{৫}{২৬}=(২+১)+\left(\frac{৩}{১৩}+\frac{৫}{২৬}\right)$

$$=৩+\frac{৩\times২+৫\times১}{২৬}=৩+\frac{৬+৫}{২৬}=৩+\frac{১১}{২৬}=৩\frac{১১}{২৬}$$

নির্ণেয় যোগফল $৩\frac{১১}{২৬}$

বিকল্প পদ্ধতিতে ভগ্নাংশের যোগফল :

$২\frac{৩}{১৩}+১\frac{৫}{২৬}=\frac{২\times১৩+৩}{১৩}+\frac{১\times২৬+৫}{২৬}$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$$=\frac{২৯}{১৩}+\frac{৩১}{২৬}=\frac{২৯\times২+৩১\times১}{২৬}=\frac{৫৮+৩১}{২৬}$$

$$=\frac{৮৯}{২৬}=৩\frac{১১}{২৬}$$

নির্ণেয় যোগফল $৩\frac{১১}{২৬}$

উদাহরণ ৫ । সরল কর : $২+১\frac{২}{৩}-\frac{৩}{৪}$

সমাধান : $২+১\frac{২}{৩}-\frac{৩}{৪}=২+\frac{৫}{৩}-\frac{৩}{৪}$

$$=\frac{২৪+২০-৯}{১২}=\frac{৪৪-৯}{১২}=\frac{৩৫}{১২}=২\frac{১১}{১২}$$

নির্ণেয় মান : $২\frac{১১}{১২}$

কাজ :

১. সরল কর : $২\frac{১}{২}+৩\frac{১}{৩}-৪\frac{১}{৪}$

উদাহরণ ৬। যোগ কর : ২০ মি. $১\frac{৩}{৫}$ সে. মি. + ৭ মি. $২\frac{৩}{১০}$ সে. মি.

সমাধান : ২০ মি. $১\frac{৩}{৫}$ সে. মি. + ৭ মি. $২\frac{৩}{১০}$ সে. মি.

$= ২০$ মি. + ৭ মি. + $১\frac{৩}{৫}$ সে. মি. + $২\frac{৩}{১০}$ সে. মি.

$= (২০+৭)$ মি. + $\left(\frac{৮}{৫}+\frac{২৩}{১০}\right)$ সে. মি.

$= ২৭$ মি. + $\frac{১৬+২৩}{১০}$ সে. মি. $= ২৭$ মি. + $\frac{৩৯}{১০}$ সে. মি.

$= ২৭$ মি. $৩\frac{৯}{১০}$ সে. মি.

নির্ণেয় যোগফল ২৭ মি. $৩\frac{৯}{১০}$ সে. মি.

উদাহরণ ৭। কোনো ব্যক্তি $২\frac{১}{৪}$ কিলোমিটার পথ হেঁটে, $৩\frac{৫}{৮}$ কিলোমিটার পথ রিক্সায় এবং $৮\frac{৩}{২০}$ কিলোমিটার পথ বাসে গেলেন। তিনি মোট কত কিলোমিটার পথ অতিক্রম করলেন ?

সমাধান : ঐ ব্যক্তি মোট পথ অতিক্রম করলেন

$২\frac{১}{৪}$ কিলোমিটার + $৩\frac{৫}{৮}$ কিলোমিটার + $৮\frac{৩}{২০}$ কিলোমিটার

$=\left(\frac{৯}{৪}+\frac{২৯}{৮}+\frac{১৬৩}{২০}\right)$ কিলোমিটার $= \frac{৯০+১৪৫+৩২৬}{৪০}$ কিলোমিটার

$= \frac{৫৬১}{৪০}$ কিলোমিটার $= ১৪\frac{১}{৪০}$ কিলোমিটার।

নির্ণেয় অতিক্রান্ত পথ $১৪\frac{১}{৪০}$ কিলোমিটার।

অনুশীলনী ১·৪

১। নিচের ভগ্নাংশ যুগল সমতুল কিনা নির্ধারণ কর :

(ক) $\frac{৫}{৮}, \frac{১৫}{২৪}$ (খ) $\frac{৭}{১১}, \frac{১৪}{৩৩}$ (গ) $\frac{৩৮}{৫০}, \frac{১১৪}{১৫০}$

২। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{২}{৫}, \frac{৭}{১০}, \frac{৯}{৪০}$ (খ) $\frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৬৭}{১২০}$

৩। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও :

(ক) $\frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৯}, \frac{১৬}{২১}, \frac{৫০}{৬৩}$ (খ) $\frac{৬৫}{৭২}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{১৭}{২৪}$

৪। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজাও :

(খ) $\frac{৩}{৪}, \frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৮}, \frac{৫}{১২}$ (খ) $\frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৫১}{৬৫}, \frac{৬৭}{১৩০}$

৫। যোগ কর :

(ক) $\frac{৫}{৮}+\frac{৩}{১৬}$ (খ) $৬+১\frac{৬}{৭}$ (গ) $৮\frac{৫}{১৩}+১২\frac{৭}{২৬}$

(ঘ) ৭০ মিটার $৯\frac{৭}{১০}$ সেন্টিমিটার + ৮০ মিটার $১৭\frac{৩}{৫০}$ সেন্টিমিটার + ৪০ মিটার $২৭\frac{৯}{২৫}$ সেন্টিমিটার

৬। বিয়োগ কর :

(ক) $\frac{৩}{৮}-\frac{১}{৭}$ (খ) $৮\frac{৪}{১৫}-৭\frac{১৩}{৪৫}$ (গ) $২০-৯\frac{২০}{২১}$

(ঘ) ২৫ কেজি $১০\frac{১}{৫}$ গ্রাম − ১৭ কেজি $৭\frac{৭}{২৫}$ গ্রাম

৭। সরল কর :

(ক) $৭-\frac{৩}{৮}+৮-\frac{৪}{৭}$ (খ) $৯-৩\frac{১৫}{১৬}-২\frac{৭}{৮}+\frac{৯}{৩২}$ (গ) $২\frac{১}{২}-৪\frac{৩}{৫}-১১+১৭\frac{৭}{১৫}$

৮। আজমাইন সাহেব তাঁর জমি থেকে এক বছরে $২০\frac{১}{১০}$ কুইন্টাল আমন ধান, $৩০\frac{১}{২০}$ কুইন্টাল ইরি ধান এবং $১০\frac{১}{৫০}$ কুইন্টাল আউশ ধান পেলেন। তিনি তাঁর জমি থেকে এক বছরে মোট কত কুইন্টাল ধান পেয়েছেন ?

৯। ২৫ মিটার লম্বা একটি বাঁশের $৫\frac{৪}{২৫}$ মিটার কালো, $৭\frac{১}{৪}$ মিটার লাল এবং $৪\frac{৩}{১০}$ মিটার হলুদ রং করা হলো। বাঁশটির কত মিটার রং করা বাকি রইল ?

১০। আমিনা তাঁর মা ও ভাইয়ের নিকট থেকে যথাক্রমে $১০৫\frac{৭}{১০}$ গ্রাম ও $৯৮\frac{৩}{৫}$ গ্রাম স্বর্ণ পেল। তাঁর বাবার নিকট থেকে কত গ্রাম স্বর্ণ পেলে একত্রে ৪০০ গ্রাম স্বর্ণ হবে ?

১১। জাবিদ তার যাত্রাপথের $\frac{৩}{১০}$ অংশ রিক্সায়, $\frac{২}{৫}$ অংশ সাইকেলে, $\frac{১}{৫}$ অংশ হেঁটে এবং অবশিষ্ট ২ কিলোমিটার পথ ঘোড়ার গাড়িতে গেল। রিক্সায় এবং সাইকেলে প্রতি কিলোমিটার পথ যেতে গড়ে ৫ মিনিট সময় লাগে।

(ক) $\frac{৩}{১০}, \frac{২}{৫}$ ও $\frac{১}{৫}$ কে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজাও।

(খ) অতিক্রান্ত মোট পথের দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) জাবিদ রিক্সায় এবং সাইকেলে মোট কত সময় ব্যয় করে?

১·১৪ ভগ্নাংশের গুণ

ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ :

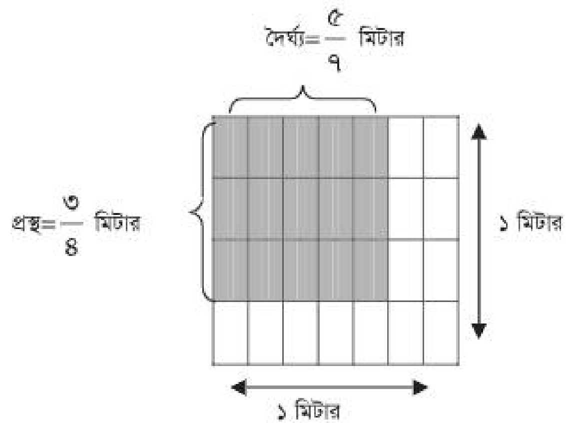
৭ কে ৩ দিয়ে গুণ অর্থ ৭ কে ৩ বার যোগ করা। তেমনি $\frac{৫}{১৩} \times ৩$ এর অর্থ $\frac{৫}{১৩}$ কে ৩ বার নিয়ে যোগ করা।

অর্থাৎ $\frac{৫}{১৩} \times ৩ = \frac{৫}{১৩} + \frac{৫}{১৩} + \frac{৫}{১৩} = \frac{৫+৫+৫}{১৩} = \frac{১৫}{১৩}$

লক্ষ করি : $\frac{৫}{১৩} \times ৩ = \frac{৫ \times ৩}{১৩} = \frac{১৫}{১৩}$

$\therefore$ ভগ্নাংশ $\times$ পূর্ণ সংখ্যা $= \frac{\text{ভগ্নাংশের লব} \times \text{পূর্ণ সংখ্যা}}{\text{ভগ্নাংশের হর}}$

ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ :



চিত্র থেকে লক্ষ করি :

- বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১মি $\times$ ১মি = ১ বর্গমিটার।
- বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে ৭ ভাগে এবং প্রস্থকে ৪ ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে। ফলে বর্গক্ষেত্রটি ২৮টি আয়তক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে এবং প্রত্যেকটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{১}{২৮}$ বর্গমিটার।
- গাঢ় অংশের দৈর্ঘ্য $\frac{৫}{৭}$ মিটার এবং প্রস্থ $\frac{৩}{৪}$ মিটার, যার ক্ষেত্রফল $\left(\frac{৫}{৭} \times \frac{৩}{৪}\right)$ বর্গমিটার।
- আবার গাঢ় অংশে ১৫টি আয়তক্ষেত্র থাকায় গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল $\left(\frac{১}{২৮} \times ১৫\right)$ বর্গমিটার

$= \frac{১৫}{২৮}$ বর্গমিটার।

$\therefore \ \frac{৫}{৭} \times \frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{২৮}$ অর্থাৎ $\frac{৫ \times ৩}{৭ \times ৪} = \frac{১৫}{২৮}$

$\therefore$ দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল $= \dfrac{\text{ভগ্নাংশদ্বয়ের লবের গুণফল}}{\text{ভগ্নাংশদ্বয়ের হরের গুণফল}}$

উদাহরণ ১ । $২\frac{৩}{৭} \times ৩\frac{২}{৫} =$ কত ?

সমাধান : $২\frac{৩}{৭} \times ৩\frac{২}{৫} = \frac{১৭}{৭} \times \frac{১৭}{৫}$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{১৭ \times ১৭}{৭ \times ৫} = \frac{২৮৯}{৩৫} = ৮\frac{৯}{৩৫}$

'এর' এর অর্থ :

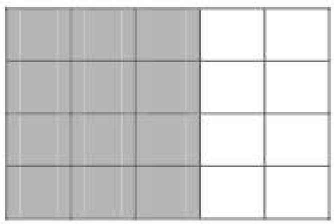
$\left(১২ \times \frac{৩}{৫}\right)$ এর অর্থ ১২ এর ৫ ভাগের ৩ অংশ বা (১২ এর $\frac{৩}{৫}$) ।

অর্থাৎ ১২ এর $\frac{৩}{৫} = ১২ \times \frac{৩}{৫}$

উদাহরণ ২ । $\frac{৯}{৩৫}$ এর $২\frac{১১}{১২} =$ কত ?

সমাধান : $\frac{৯}{৩৫}$ এর $২\frac{১১}{১২} = \frac{\cancel{৯}^{৩}}{\cancel{৩৫}_{১}} \times \frac{\cancel{৩৫}^{১}}{\cancel{১২}_{৪}} = \frac{৩}{৪}$

১·১৫ ভগ্নাংশের ভাগ



উপরের চিত্রে, ক্ষেত্রটিকে ২০টি সমান ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে যার মধ্যে ১২টি ক্ষেত্র গাঢ় ।

$\therefore$ গাঢ় ক্ষেত্রের অংশ $= \frac{১২}{২০} = \frac{৩}{৫}$ অংশ ।

প্রত্যেক সারিতে গাঢ় ক্ষেত্রের অংশ = ক্ষেত্রটির $\frac{৩}{২০}$ অংশ

প্রত্যেক সারিতে গাঢ় ক্ষেত্রের অংশ মোট গাঢ় অংশের $\frac{১}{৪}$ অংশ

$\therefore$ প্রত্যেক সারিতে গাঢ় অংশ = মোট গাঢ় অংশের $\frac{১}{৪}$ অংশ

= ক্ষেত্রটির $\frac{৩}{৫}$ অংশের $\frac{১}{৪}$ অংশ

= ক্ষেত্রটির $\left(\frac{৩}{৫} \text{ এর } \frac{১}{৪}\right)$ অংশ

লক্ষ্য করি: $\frac{৩}{৫}$ কে ৪ ভাগ করা এবং $\frac{৩}{৫}$ কে $\frac{১}{৪}$ দ্বারা গুণ করা একই অর্থ।

$\therefore \frac{৩}{৫} \div ৪ = \frac{৩}{৫} \times \frac{১}{৪}$; এখানে ৪ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{১}{৪}$

কোনো ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করতে হলে প্রথম ভগ্নাংশকে দ্বিতীয়টির বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করতে হয়।

উদাহরণ ৩। $৩\frac{৫}{১২} \div ২\frac{৩}{৮} =$ কত ?

সমাধান : $৩\frac{৫}{১২} \div ২\frac{৩}{৮} = \frac{৪১}{১২} \div \frac{১৯}{৮} = \frac{৪১}{১২} \times \frac{৮}{১৯} = \frac{৮২}{৫৭} = ১\frac{২৫}{৫৭}$

> **কাজ :** $৫\frac{২}{৭}$ এবং $১\frac{৩}{১৪}$ ভগ্নাংশ দুইটির মধ্যে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ এবং 'এর' চিহ্ন ব্যবহার করে মান নির্ণয় কর।

উদাহরণ ৪ : কোনো ব্যক্তি তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রীকে, $\frac{১}{২}$ অংশ পুত্রকে ও $\frac{১}{৪}$ অংশ মেয়েকে দান করলেন। তাঁর অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ৬০,০০০ টাকা। মোট সম্পত্তির মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান : ঐ ব্যক্তি স্ত্রী, পুত্র ও মেয়েকে মোট দান করেন সম্পত্তির $\left(\frac{১}{৮} + \frac{১}{২} + \frac{১}{৪}\right)$ অংশ

$= \frac{১ + ৪ + ২}{৮}$ অংশ $= \frac{৭}{৮}$ অংশ

$\therefore$ সম্পূর্ণ সম্পত্তি ১ ধরে অবশিষ্ট থাকে $\left(১ - \frac{৭}{৮}\right)$ অংশ বা $\frac{৮ - ৭}{৮}$ অংশ বা $\frac{১}{৮}$ অংশ

প্রশ্নানুসারে, সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশের মূল্য ৬০,০০০ টাকা

$\therefore$ সম্পূর্ণ অংশের মূল্য $৬০০০০ \div \frac{১}{৮}$ টাকা বা $৬০০০০ \times \frac{৮}{১}$ টাকা বা ৪,৮০,০০০ টাকা।

$\therefore$ মোট সম্পত্তির মূল্য ৪,৮০,০০০ টাকা।

১·১৬ ভগ্নাংশের গুণনীয়ক ও গুণিতক

নিচের দুইটি ভগ্নাংশ বিবেচনা করি যাদের ভাগফল একটি পূর্ণসংখ্যা।

$\frac{৪}{৩} \div \frac{২}{৯} = \frac{৪}{৩} \times \frac{৯}{২} = ৬$

আমরা বলি, $\frac{৪}{৩}$ ভগ্নাংশটি $\frac{২}{৯}$ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য। এক্ষেত্রে প্রথম ভগ্নাংশটিকে দ্বিতীয় ভগ্নাংশের গুণিতক এবং দ্বিতীয় ভগ্নাংশটিকে প্রথম ভগ্নাংশের গুণনীয়ক বলে। একটি ভগ্নাংশের অসংখ্য গুণনীয়ক রয়েছে।

$\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ১৫, ৩ এর ল.সা.গু ১৫। ল.সা.গু ১৫ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{১}{১৫}$ দিয়ে

$\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}$ ও $\frac{২}{৩}$ কে পৃথকভাবে ভাগ করি।

$\frac{৪}{৫} \div \frac{১}{১৫} = \frac{৪}{৫} \times \frac{১৫}{১} = ১২$, $\frac{৮}{১৫} \div \frac{১}{১৫} = \frac{৮}{১৫} \times \frac{১৫}{১} = ৮$ এবং $\frac{২}{৩} \div \frac{১}{১৫} = \frac{২}{৩} \times \frac{১৫}{১} = ১০$

দেখা যায়, $\frac{১}{১৫}$ ভগ্নাংশটি দ্বারা $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলো বিভাজ্য।

$\therefore$ $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকের গুণনীয়ক $\frac{১}{১৫}$

আবার, $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর লব ৪, ৮, ২ এর গ.সা.গু. ২ এবং হর ৫, ১৫, ৩ এর ল.সা.গু. ১৫।

এখন, $\frac{২}{১৫}$ ভগ্নাংশটি দিয়ে $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}$ ও $\frac{২}{৩}$ কে পৃথকভাবে ভাগ করে পাই,

$\frac{৪}{৫} \div \frac{২}{১৫} = \frac{৪}{৫} \times \frac{১৫}{২} = ৬$, $\frac{৮}{১৫} \div \frac{২}{১৫} = \frac{৮}{১৫} \times \frac{১৫}{২} = ৪$ এবং $\frac{২}{৩} \div \frac{২}{১৫} = \frac{২}{৩} \times \frac{১৫}{২} = ৫$

$\therefore$ $\frac{২}{১৫}$ ভগ্নাংশ দ্বারা প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো বিভাজ্য। ফলে $\frac{২}{১৫}$ ভগ্নাংশটিও $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}$ ও $\frac{২}{৩}$ এর গুণনীয়ক।

লক্ষ্য করি :

(১) প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লবের সাধারণ গুণনীয়ক হচ্ছে গুণনীয়ক ভগ্নাংশের লব

(২) প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরের সাধারণ গুণিতক হচ্ছে গুণনীয়ক ভগ্নাংশের হর

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একটি সাধারণ গুণনীয়ক $= \frac{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লবের একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরের একটি সাধারণ গুণিতক}}$

মন্তব্য : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একাধিক সাধারণ গুণনীয়ক থাকতে পারে।

১·১৭ ভগ্নাংশের গ.সা.গু.

উপরের সাধারণ গুণনীয়কের আলোচনায় আমরা পাই, $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর দুইটি সাধারণ গুণনীয়ক

$\frac{১}{১৫}$ এবং $\frac{২}{১৫}$।

এখানে, $\frac{২}{১৫} > \frac{১}{১৫}$। অর্থাৎ $\frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে $\frac{২}{১৫}$ ভগ্নাংশটি সবচেয়ে বড়।

$\therefore \frac{৪}{৫}, \frac{৮}{১৫}, \frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ ভগ্নাংশ $\frac{২}{১৫}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}}$

কাজ :

১। $\frac{৫}{৭}$ এবং $\frac{১৫}{২১}$ এর সকল সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় কর।

২। $২\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

উদাহরণ ৫ । কোন বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে $\frac{৫}{৩২}, \frac{৭}{৮০}$ এবং $৫\frac{৭}{১৬}$ কে ভাগ করলে, প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হবে ?

সমাধান : নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে $\frac{৫}{৩২}, \frac{৭}{৮০}$ এবং $৫\frac{৭}{১৬}$ এর গ.সা.গু. ।

এখানে, $৫\frac{৭}{১৬} = \frac{৮৭}{১৬}$

$\frac{৫}{৩২}, \frac{৭}{৮০}, \frac{৮৭}{১৬}$ ভগ্নাংশগুলোর লব ৫, ৭, ৮৭ এর গ.সা.গু. = ১

এবং হর ৩২, ৮০, ১৬ এর ল.সা.গু. = ১৬০

$\therefore$ ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. $= \frac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$

$= \frac{১}{১৬০}$

নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি $\frac{১}{১৬০}$

ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতক :

$\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ ভগ্নাংশগুলোর হর ৪, ১৬, ২০ এর গ.সা.গু. = ৪ এবং লব ১, ৩, ৯ এর ল.সা.গু. = ৯

এবার, ভগ্নাংশগুলোর হরের গ.সা.গু.কে হর এবং লবের ল.সা.গু.কে লব ধরে $\frac{৯}{৪}$ ভগ্নাংশটি বিবেচনা করি ।

$\frac{৯}{৪}$ ভগ্নাংশটিকে যথাক্রমে $\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ দিয়ে ভাগ করি ।

$\frac{৯}{৪} \div \frac{১}{৪} = \frac{৯}{৪} \times \frac{৪}{১} = ৯$; $\frac{৯}{৪} \div \frac{৩}{১৬} = \frac{৯}{৪} \times \frac{১৬}{৩} = ১২$ এবং $\frac{৯}{৪} \div \frac{৯}{২০} = \frac{৯}{৪} \times \frac{২০}{৯} = ৫$

$\therefore \frac{৯}{৪}$ হচ্ছে $\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ এর একটি সাধারণ গুণিতক ।

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ গুণিতক $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের একটি সাধারণ গুণিতক}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}$

১·১৮ ভগ্নাংশের ল.সা.গু.

উপরের ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতকে ব্যবহৃত $\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ গুণিতক $\frac{৯}{৪}$

আবার $\frac{৯}{৪}$ এর গুণিতকগুলো $\frac{১৮}{৪}, \frac{২৭}{৪}, \frac{৩৬}{৪}$ ইত্যাদি ।

কিন্তু $\frac{৯}{৪} < \frac{১৮}{৪} < \frac{২৭}{৪} < \frac{৩৬}{৪}$ ইত্যাদি ।

অর্থাৎ $\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ ভগ্নাংশগুলোর গুণিতকগুলোর মধ্যে $\frac{৯}{৪}$ সবচেয়ে ছোট ।

$\therefore$ **প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু.** $= \dfrac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর গ.সা.গু.}}$

> **কাজ :**
> ১। $\frac{২}{৩}, \frac{৬}{৭}, \frac{৪}{১৫}$ ভগ্নাংশগুলোর ৫টি সাধারণ গুণিতক বের কর।
> ২। $১\frac{১}{১৪}, ৩\frac{৩}{৭}, ১৭\frac{১}{৭}$ ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

উদাহরণ ৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা $৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}$ ও $৫\frac{১৯}{২৫}$ দ্বারা বিভাজ্য ?

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}, ৫\frac{১৯}{২৫}$ অর্থাৎ $\frac{৩৬}{৫}, \frac{৭২}{২৫}, \frac{১৪৪}{২৫}$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে $৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}$ এবং $৫\frac{১৯}{২৫}$ এর ল.সা.গু.।

ভগ্নাংশগুলোর লব ৩৬, ৭২, ১৪৪ এর ল.সা.গু. = ১৪৪

ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ২৫, ২৫ এর গ.সা.গু. = ৫

$\therefore \frac{৩৬}{৫}, \frac{৭২}{২৫}, \frac{১৪৪}{২৫}$ এর ল.সা.গু. $= \dfrac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর গ.সা.গু.}} = \frac{১৪৪}{৫} = ২৮\frac{৪}{৫}$

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি $২৮\frac{৪}{৫}$

১·১৯ ভগ্নাংশের সরলীকরণ

সরলীকরণে যে কাজগুলো ক্রম অনুসারে করা হয় তা হচ্ছে : বন্ধনী (Brackets), এর (Of), ভাগ (Division), গুণ (Multiplication), যোগ (Addition) এবং বিয়োগ (Subtraction)। আবার বন্ধনীগুলোর মধ্যে ক্রম অনুসারে প্রথম বন্ধনী ( ), দ্বিতীয় বন্ধনী { } এবং তৃতীয় বন্ধনী [ ] এর কাজ করতে হয়। বন্ধনীর আগে কোনো চিহ্ন না থাকলে সেখানে 'এর' আছে ধরে নিতে হবে। সরলীকরণের ধারাক্রম মনে রাখার জন্য এদের ইংরেজি নামের প্রথম অক্ষরগুলো দ্বারা গঠিত BODMAS শব্দটি স্মরণে রাখা সহজ হয়।

উদাহরণ ৭। সরল কর ঃ $১\frac{৩}{৪} - \frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{৩} \div \frac{৫}{৮} - ৩\frac{১}{২} + ২\frac{১}{৪}$

সমাধান : $১\frac{৩}{৪} - \frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{৩} \div \frac{৫}{৮} - ৩\frac{১}{২} + ২\frac{১}{৪} = \frac{৭}{৪} - \frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{৩} \div \frac{৫}{৮} - \frac{৭}{২} + \frac{৯}{৪}$

$$= \frac{৭}{৪} - \frac{১}{৪} \div \frac{৫}{৮} - \frac{৭}{২} + \frac{৯}{৪} = \frac{৭}{৪} - \frac{১}{৪} \times \frac{৮}{৫} - \frac{৭}{২} + \frac{৯}{৪} = \frac{৭}{৪} - \frac{২}{৫} - \frac{৭}{২} + \frac{৯}{৪}$$

$$= \frac{৩৫ - ৮ - ৭০ + ৪৫}{২০}$$

$$= \frac{৮০ - ৭৮}{২০} = \frac{২}{২০} = \frac{১}{১০}$$

উদাহরণ ৮ । সরল কর : $\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{১}{২}-\frac{১}{৬}\right)\right\}\right]$

সমাধান : $\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{১}{২}-\frac{১}{৬}\right)\right\}\right]$

$$=\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{৩+১}{৬}\right)\right\}\right] =\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{৪}{৬}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(\frac{২৪-৪}{৬}\right)\right\}\right] =\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\text{ এর }\frac{২০}{৬}\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{৪}{৩}\right\}\right]=\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{\frac{১২-৪}{৩}\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{১}{৪}\text{ এর }\frac{৮}{৩}\right] =\frac{৩}{৫}\left[৪-\frac{২}{৩}\right]=\frac{৩}{৫}\left[\frac{১২-২}{৩}\right]$$

$$=\frac{৩}{৫}\text{ এর }\frac{১০}{৩}=\frac{২}{১}=২$$

অনুশীলনী ১·৫

১ । গুণ কর : (ক) $২\frac{৩}{৫}\times১\frac{৭}{১৩}$ (খ) $৪\frac{১}{৩}\times\frac{২৭}{৩২}\times৪\frac{৭}{২৬}$ (গ) $৯৯\frac{৩}{৪}\times\frac{২}{১৭}\times\frac{৫}{১৯}$

২ । ভাগ কর : (ক) $৫\div\frac{১৫}{১৬}$ (খ) $\frac{২৭}{৩২}\div৪\frac{৭}{২৬}$ (গ) $২৭\frac{৩}{৪}\div১৪\frac{৪}{৫}$

৩ । সরল কর :

(ক) $১\frac{২}{৩}$ এর $\frac{১}{৫}\div\frac{১}{৯}$ (খ) $৩\frac{২}{৩}\times\frac{৪}{৫}$ এর $৪\frac{৭}{১২}$ (গ) $\frac{১}{২}\div\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{৮}{৯}\times১\frac{৪}{৫}$

৪ । গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) $২\frac{১}{২}, ৩\frac{১}{৩}$ (খ) $৮, ২\frac{২}{৫}, \frac{৮}{১০}$ (গ) $৯\frac{১}{৩}, ৫\frac{২}{৫}, ১৫\frac{৩}{৪}$

৫ । ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) $৫\frac{১}{৪}, ১\frac{১}{৮}$ (খ) $৩, \frac{২৪}{৩৮}, \frac{১৫}{৩৪}$ (গ) $২\frac{২}{৫}, ৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}$

৬ । জামাল সাহেব তাঁর বাবার সম্পত্তির $\frac{৭}{১৮}$ অংশের মালিক । তিনি তাঁর সম্পত্তির $\frac{৫}{৬}$ অংশ তিন সন্তানকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন । প্রত্যেক সন্তানের সম্পত্তির অংশ বের কর ।

৭ । দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল $৪৮\frac{১}{৮}$ । একটি ভগ্নাংশ $১\frac{১৩}{৩২}$ হলে, অপর ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর ।

৮। একটি পানি ভর্তি বালতির ওজন ১৬$\frac{১}{২}$ কেজি। বালতির $\frac{১}{৪}$ অংশ পানি ভর্তি থাকলে তার ওজন ৫$\frac{১}{৪}$ কেজি হয়। খালি বালতির ওজন নির্ণয় কর।

৯। দেখাও যে, ৫$\frac{১}{৪}$ ও ২$\frac{১}{৮}$ এর গুণফল এদের গ.সা.গু ও ল.সা.গু এর গুণফলের সমান।

সরল কর (১০ থেকে ১৫ পর্যন্ত) :

১০। $\frac{৭}{৮}\text{ এর }\frac{৪}{৫}\div\frac{৩}{৪}\text{ এর }\frac{৯}{১০}-\frac{১}{২}\times\frac{৫}{৯}$

১১। $\left(৩\frac{১}{২}\div২\frac{১}{২}\times১\frac{১}{২}\right)\div\left(৩\frac{১}{২}\div২\frac{১}{২}\text{ এর }১\frac{১}{২}\right)$

১২। $১\frac{২০}{২৩}\times\left[৪\frac{৫}{১৬}\div\left\{১\frac{৩}{৮}\text{ এর }৫\frac{১}{২}+\left(\frac{৫}{৭}-\frac{৩}{১৪}\right)\right\}\right]$

১৩। $\frac{২}{৫}\times\left[\frac{৫}{৩২}\times\left\{\left(৩\frac{১}{৩}+৮\frac{৪}{৯}\right)\div\left(৬\frac{১}{১২}-৩\frac{৭}{৮}\right)\right\}+৩\frac{১}{৭}\div৪\frac{২}{৫}\times৪\frac{২}{৩}\right]$

১৪। $৭\frac{১}{২}-\left[৩\frac{১}{৪}\div\left\{\frac{৩}{৪}-\frac{১}{৩}\left(\frac{২}{৩}-\frac{১}{৬}+\frac{১}{৮}\right)\right\}\right]$

১৫। $১\frac{৫}{৬}+৭\frac{১}{৩}-\left[১\frac{৩}{৪}+\left\{৩\frac{২}{৩}-\left(৬\frac{১}{২}-২\frac{১}{৩}\text{ এর }১\frac{১}{২}+\frac{৩}{৪}\right)\right\}\right]$

দশমিক ভগ্নাংশ

১·২০ দশমিক ভগ্নাংশের যোগ

১০·৫, ২·০৮ ও ১৬·৭৪৫ তিনটি দশমিক ভগ্নাংশের মধ্যে ১৬·৭৪৫ দশমিক ভগ্নাংশে সহস্রাংশের স্থানে ৫ আছে। ১০·৫ সংখ্যাটিতে সহস্রাংশ ও শতাংশের স্থানে কোনো অঙ্ক নেই। ঐ দুইটি স্থানে শূন্য ধরে পাই, ১০·৫০০। ২·০৮ সংখ্যাটিতে সহস্রাংশের স্থানে কোনো অঙ্ক নেই। ঐ স্থানে একটি শূন্য ধরে পাই, ২·০৮০।

এবার প্রাপ্ত সংখ্যা নিচে নিচে সাজিয়ে যোগ করি :

$$\begin{array}{r} ১০·৫০০ \\ ২·০৮০ \\ \underline{১৬·৭৪৫} \\ ২৯·৩২৫ \end{array}$$

∴ দশমিক ভগ্নাংশের যোগের ক্ষেত্রে প্রদত্ত সংখ্যাগুলো এমনভাবে সাজাতে হবে যেন দশমিক বিন্দুগুলো অবস্থান বরাবর নিচে নিচে পড়ে।

উদাহরণ ১। যোগ কর : ৩৩·০১ + ৩·৭ + ১৪·৮৫

সমাধান :

$$\begin{array}{r} ৩৩·০১ \\ ৩·৭০ \\ ১৪·৮৫ \\ \hline ৫১·৫৬ \end{array}$$

বিকল্প পদ্ধতি : ৩৩·০১ + ৩·৭ + ১৪·৮৫

$$= \frac{৩৩০১}{১০০} + \frac{৩৭}{১০} + \frac{১৪৮৫}{১০০} = \frac{৩৩০১ + ৩৭০ + ১৪৮৫}{১০০}$$

$$= \frac{৫১৫৬}{১০০} = ৫১.৫৬$$

১·২১ দশমিক ভগ্নাংশের বিয়োগ

দশমিক ভগ্নাংশের যোগের মতো প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর দশমিক বিন্দুগুলো অবস্থান বরাবর নিচে নিচে সাজিয়ে বিয়োগ করতে হয়।

উদাহরণ ২। ২৩·৬৫৭ থেকে ১·৭১ বিয়োগ কর।

সমাধান : প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর দশমিক বিন্দুগুলো অবস্থান বরাবর নিচে নিচে সাজিয়ে পাই,

$$\begin{array}{r} ২৩·৬৫৭ \\ ১·৭১০ \\ \hline ২১·৯৪৭ \end{array}$$

১·২২ দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

উদাহরণ ৩। ০·০৬৫৭ কে ·৭৫ দিয়ে গুণ কর।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} ৬৫৭ \\ ৭৫ \\ \hline ৩২৮৫ \\ ৪৫৯৯০ \\ \hline ৪৯২৭৫ \end{array}$$

$\therefore$ ০·০৬৫৭ × ·৭৫ = ·০৪৯২৭৫

লক্ষ্য করি :

- প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয় থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করে সাধারণ গুণের মতো গুণ করা হয়েছে। গুণ্য থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করার পর সর্ববামের শূন্য বাদ দেওয়া হয়েছে।
- গুণ্যে দশমিক বিন্দুর পর ৪টি অঙ্ক ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পর ২টি অঙ্ক আছে। অর্থাৎ গুণ্য ও গুণক মিলে মোট (৪+২)টি বা ৬টি অঙ্ক আছে। গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে গুণফল পাওয়া গেছে।
- গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসানোর জন্য একটি শূন্যের প্রয়োজন হয়েছে।

বিকল্প পদ্ধতি : ·০৬৫৭ × ·৭৫

$= \frac{৬৫৭}{১০০০০} \times \frac{৭৫}{১০০}$ [দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{৬৫৭}{১০০০০} \times \frac{৭৫}{১০০} = \frac{৪৯২৭৫}{১০০০০০০}$

= ·০৪৯২৭৫ [দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

১·২৩ দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ

উদাহরণ ৪। ৮০৮·৯ কে ২৫ দিয়ে ভাগ।

সমাধান :

```
২৫) ৮০৮·৯ ( ৩২·৩৫৬
    ৭৫
    ৫৮
    ৫০
     ৮৯
     ৭৫
     ১৪০
     ১২৫
      ১৫০
      ১৫০
        ০
```

নির্ণেয় ভাগফল ৩২·৩৫৬

বিকল্প পদ্ধতি :

সমাধান : $৮০৮.৯ \div ২৫ = \frac{৮০৮.৯}{২৫}$

$= \frac{৮০৮.৯ \times ৪}{২৫ \times ৪} = \frac{৩২৩৫.৬}{১০০} = ৩২.৩৫৬$

লক্ষ্য করি :

- পূর্ণ সংখ্যার মতো ভাগ করা হয়েছে।
- পূর্ণ সংখ্যার ভাগ শেষ হলেই ভাগফলে দশমিক বিন্দু বসানো হয়েছে, কারণ তখন দশমাংশকে ভাগ করা হয়েছে।
- প্রত্যেক ভাগশেষের ডানদিকে শূন্য (০) বসিয়ে ভাগের কাজ করা হয়েছে।

১·২৪ দশমিক ভগ্নাংশের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

২, ১·২ ও ·০৮ সংখ্যা তিনটির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় ।

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো যথাক্রমে ২·০০, ১·২০ ও ·০৮ এর সমান ।

২০০, ১২০ ও ৮ এর গ.সা.গু. ৮ এবং

২০০, ১২০ ও ৮ এর ল.সা.গু. ৬০০

নির্ণেয় গ.সা.গু. ·০৮ এবং ল.সা.গু. ৬·০০

লক্ষ্য করি : প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো কোনো কোনোটির ডানদিকে প্রয়োজনমতো শূন্য বসিয়ে দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্কের সংখ্যা সমান করতে হবে । এরপর এদেরকে পূর্ণসংখ্যা মনে করে গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে । পরিবর্তিত দশমিক ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিতে দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো অঙ্ক আছে প্রাপ্ত গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. এর ডানদিক থেকে তত অঙ্কের পরে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে । তাহলেই নির্ণেয় গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. পাওয়া যাবে ।

বিকল্প পদ্ধতি

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে লঘিষ্ঠ সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করে পাই,

$$২ = \frac{২}{১}, ১\cdot২ = \frac{১২}{১০} = \frac{৬}{৫} \text{ এবং } \cdot০৮ = \frac{৮}{১০০} = \frac{২}{২৫}$$

ভগ্নাংশগুলোর লব ২, ৬ ও ২ এর গ.সা.গু. ২ এবং ল.সা.গু. ৬

এবং হর ১, ৫ ও ২৫ এর ল.সা.গু. ২৫ এবং গ.সা.গু. ১

$$\therefore \text{ ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. } = \frac{২}{২৫} = \cdot০৮ \text{ এবং ল.সা.গু. } = \frac{৬}{১} = ৬$$

উদাহরণ ৫ । আজিম সাহেব প্রতি কেজি ৩০·৭৫ টাকা দরে ৫০ কুইন্টাল চাল, প্রতি কেজি ২০·২৫ টাকা দরে ৫ কুইন্টাল পেঁয়াজ ও প্রতি কেজি ১৭·৫০ টাকা দরে ১৭ কুইন্টাল গম বিক্রি করলেন । প্রাপ্ত টাকা থেকে ১,১০,০০০·০০ টাকা তিনি ব্যাংকে জমা দিলেন । তাঁর নিকট কত টাকা রইল ?

সমাধান : ১ কুইন্টাল= ১০০ কেজি

∴ ৫০ কুইন্টাল চালের দাম = (৩০·৭৫ × ১০০ × ৫০) টাকা = ১,৫৩,৭৫০·০০ টাকা ।

৫ কুইন্টাল পেঁয়াজের দাম = (২০·২৫ × ১০০ × ৫) টাকা = ১০,১২৫·০০ টাকা

১৭ কুইন্টাল গমের দাম = (১৭·৫০ × ১০০ × ১৭) টাকা = ২৯,৭৫০·০০ টাকা

∴ আজিম সাহেবের মোট প্রাপ্তি = (১,৫৩,৭৫০·০০ + ১০,১২৫·০০ + ২৯,৭৫০·০০) টাকা

= ১,৯৩,৬২৫·০০ টাকা

∴ আজিম সাহেবের নিকট রইলো (১,৯৩,৬২৫·০০ − ১,১০,০০০·০০) টাকা = ৮৩,৬২৫·০০ টাকা

অনুশলনী ১.৬

১। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) ০·৩২৫ + ২·৩৬৮ + ১·২ + ০·২৯

(খ) ১৩·০০১ + ২৩·০১ + ০·০০৫ + ৮০·৬

২। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

(ক) ৯৫·০২ – ২·৮৯৫ (খ) ৩·১৫ – ১·৬৭৫৮ (গ) ৮৯৯ – ২৩·৯৮৭

৩। গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) ·২১৮×৩ (খ) ·৩৩×·০২×·১৮ (গ) ·০৭৫৪×১০০০ (ঘ) ·০৫×·০০৭×·০০০৩

৪। ভাগফল নির্ণয় কর :

(ক) ৯·৭৫ ÷ ২৫ (খ) ৯৭·১৭ ÷ ·০১২৩ (গ) ·১৬৮ ÷ ·০১২৫

৫। সরল কর :

[৩·৫{৭·৮–২·৩–(১২·৭৫–৯·২৫)}] ÷ ·৫

৬। তমার নিকট ৫০ টাকা ছিল। সে তাঁর ছোট ভাইকে ১৫·৫০ টাকা এবং তার বন্ধুকে ১২·৭৫ টাকা দিল। তার নিকট আর কত টাকা রইল ?

৭। পারুল বেগমের ১০০ শতাংশ জমি আছে। তিনি ৪০·৫ শতাংশে ধান, ২০·২ শতাংশে মরিচ, ১০·৭৫ শতাংশে আলু এবং অবশিষ্ট জমিতে বেগুন চাষ করলেন। তিনি কত শতাংশ জমিতে বেগুন চাষ করলেন ?

৮। ১ ইঞ্চি সমান ২·৫৪ সেন্টিমিটার হলে, ৮·৫ ইঞ্চি সমান কত সেন্টিমিটার ?

৯। একটি গাড়ি ঘণ্টায় ৪৫·৬ কিলোমিটার যায়। ৩১৯·২ কিলোমিটার যেতে গাড়িটির কত ঘণ্টা লাগবে?

১০। একজন শিক্ষক ৬০·৬০ টাকা ডজন দরে ৭২২·১৫ টাকার কমলা কিনে ১৩ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেন। তাহলে প্রত্যেক শিক্ষার্থী কয়টি করে কমলা পাবে ?

১১। একটি বাঁশের ০·১৫ অংশ কাদায় ও ০.৬৫ অংশ পানিতে আছে। যদি পানির উপরে বাঁশটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার হয়, তাহলে সম্পূর্ণ বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত ?

১২। আব্দুর রহমান তাঁর সম্পত্তির ·১২৫ অংশ স্ত্রীকে দান করলেন। বাকি সম্পত্তির ·৫০ অংশ পুত্রকে ও ·২৫ অংশ কন্যাকে দেওয়ার পরও তিনি দেখলেন যে তাঁর অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ৩,১৫,০০০·০০ টাকা। আব্দুর রহমানের সম্পত্তির মোট মূল্য কত?

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। নিচের কোনটি পরস্পর সহমৌলিক ?

(ক) ১২, ১৮ (খ) ১৯, ৩৮ (গ) ২২, ২৭ (ঘ) ২৮, ৩৫

২। ১২, ১৮ এবং ৪৮ এর গ.সা.গু. কত ?

(ক) ৩ (খ) ৬ (গ) ৮ (ঘ) ১২

৩। এক অঙ্কের স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে-

(i) মৌলিক সংখ্যা ৪ টি

(ii) যৌগিক সংখ্যা ৪ টি

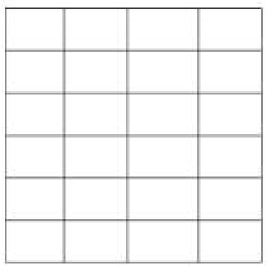
(iii) বিজোড় সংখ্যা ৫টি;

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



চিত্র: বর্গাকার চিত্রে প্রতিটি আয়তক্ষেত্র সমান।

৪। বর্গটি কয়টি আয়তক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে?

(ক) ১টি (খ) ৪টি (গ) ৬টি (ঘ) ২৪টি

৫। প্রত্যেক আয়তক্ষেত্র বর্গটির কত অংশ?

(ক) $\frac{১}{৪}$ অংশ (খ) $\frac{১}{৬}$ অংশ (গ) $\frac{১}{৮}$ অংশ (ঘ) $\frac{১}{২৪}$ অংশ

সৃজনশীল প্রশ্ন

একটি খুঁটির $\frac{৯}{২৫}$ অংশ কাদায় ও $\frac{৭}{২০}$ অংশ পানিতে আছে। পানির উপরে খুটিটির দৈর্ঘ্য ২৯ মিটার।

ক) ০.১৫ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।
খ) সম্পূর্ণ খুটিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
গ) উদ্দীপকের ভগ্নাংশদ্বয়কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করে পানি ও কাদায় খুঁটিটির কোন অংশের দৈর্ঘ্য বেশি তা নির্ণয় কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। সাত অঙ্কবিশিষ্ট কোন বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার প্রথমে ৭ এবং শেষে ৬ আছে ?

২। মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে ১২ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

৩। $১০\frac{৫}{১৪}$ এবং $৩৮\frac{১১}{২১}$ এর যোগফলের সঙ্গে কত যোগ করলে সংখ্যাটি ১০০ হবে?

৪। ৩ ইঞ্চি সমান ৭.৬২ সে.মি. হলে, ৯.৫ ইঞ্চি সমান কত সে.মি তা নির্ণয় কর।

দ্বিতীয় অধ্যায়

অনুপাত ও শতকরা

প্রতিদিনের কাজকর্মে আমরা অনেক জিনিসের মধ্যে কোন না কোনভাবে তুলনা করে থাকি। যেমন, দুইজন বন্ধুর মধ্যে কার উচ্চতা বেশি অথবা কোন কেককে ভাগ করার সময় পুরো কেকের কত অংশ কে পাবে বা একজন আরেকজনের থেকে কত গুণ বেশি পেল তা হিসাব করতে আমরা তুলনা করে থাকি। একাধিক বস্তুর মধ্যে তুলনাকে সহজে বুঝাতে অনুপাত ও শতকরা পদ্ধতি দুইটি ব্যবহার করা হয়। তাই অনুপাত ও শতকরা সম্পর্কে ভালোভাবে ধারণা রাখা খুব জরুরি।

এছাড়াও শতকরা ও ভগ্নাংশের মধ্যে একটা সম্পর্ক আছে। এই অধ্যায়ে এসব বিষয় নিয়ে আলোচনা করা হবে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

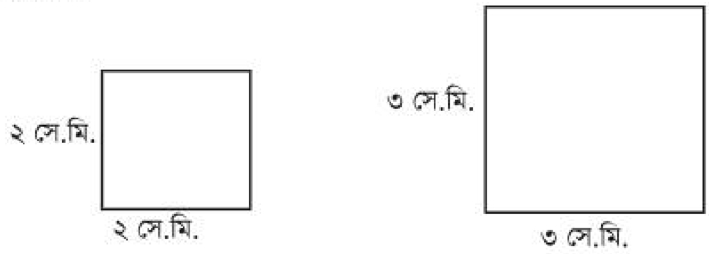
- অনুপাত কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সরল অনুপাত সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে, ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ করতে পারবে।
- অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করতে পারবে এবং শতকরাকে অনুপাতে প্রকাশ করতে পারবে।
- ঐকিক নিয়ম ও শতকরা হিসাবের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবে।
- ঐকিক নিয়ম ও শতকরা হিসাবের সাহায্যে সময় ও কাজ, সময় ও খাদ্য, সময় ও দূরত্ব বিষয়ক গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

২.১ অনুপাত

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়শই একই ধরনের দুইটি জিনিস তুলনা করে থাকি। যেমন, নাবিলের উচ্চতা ১৫০ সে.মি. ও তার বোনের উচ্চতা ১৪০ সে.মি. হলে, আমরা বলতে পারি, নাবিলের উচ্চতা তার বোনের চেয়ে (১৫০ – ১৪০) সে.মি. বা ১০ সে.মি. বেশি।

এভাবে পার্থক্য বের করেও তুলনা করা যায়।

আবার, আমরা যদি দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তুলনা করতে চাই তাহলে ক্ষেত্রফলের পার্থক্য দিয়ে তুলনা সঠিক হয় না। বরং একটি বর্গক্ষেত্র অপরটির তুলনায় কতগুণ বড় বা ছোট তা থেকে ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সঠিক তুলনা করা যায়। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে অপরটির ক্ষেত্রফল দিয়ে ভাগ করে এই তুলনা করা হয়। এই ভাগের মাধ্যমে তুলনাকে অনুপাত বলা হয়। ':' চিহ্নটি অনুপাতের গাণিতিক প্রতীক।



যেমন, বর্গক্ষেত্র দুইটির ক্ষেত্রফল ৪ বর্গ সে.মি. ও ৯ বর্গ সে.মি. হলে, তাদের অনুপাত হবে

$\frac{৪}{৯} = ৪ : ৯$ বা $\frac{৯}{৪} = ৯ : ৪$। অনুপাত একটি ভগ্নাংশ।

নিচের উদাহরণগুলো লক্ষ করি :

(ক) আয়তাকার চিত্রটির সমান ৭ ভাগের ২ ভাগ সাদা ও ৫ ভাগ কালো। সাদা ও কালো রঙ করা অংশের পরিমাণের অনুপাত ২ : ৫। ২ : ৫ অনুপাতের ২ হলো পূর্ব রাশি এবং ৫ হলো উত্তর রাশি।

(খ) শওকতের ওজন ৩০ কেজি এবং তার পিতার ওজন ৬০ কেজি। শওকতের চেয়ে তার পিতার ওজন কতগুণ বেশি ?

পিতা ও শওকতের ওজনের অনুপাত $= \frac{৬০}{৩০} = \frac{২}{১}$ [লব ও হরকে ৩০ দ্বারা ভাগ করে]

$= ২ : ১$

এখানে পিতার ওজন শওকতের ওজনের চেয়ে $\frac{২}{১}$ বা ২ গুণ বেশি।

(গ) একটি শ্রেণিতে ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যা যথাক্রমে ৫০ জন ও ৪০ জন।

এখানে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত $= \frac{৫০}{৪০} = \frac{৫}{৪}$ [লব ও হরকে ১০ দ্বারা ভাগ করে]

$= ৫ : ৪$

একটি শিশুর বয়সের সাথে অন্য একটি শিশুর ওজন কি তুলনা করা যাবে? তা কখনোই করা যাবে না। তুলনার বিষয় দুইটি সমজাতীয় হতে হবে। আবার মনে করি, একটি শিশুর বয়স ৬ বছর এবং অন্য একটি

শিশুর বয়স ৯ বছর ৬ মাস। সমজাতীয় হলেও এ ক্ষেত্রে দুইজনের বয়স সরাসরি তুলনা করা যাবে না। তুলনার বিষয় দুইটি একই একক বিশিষ্ট হতে হবে। এক্ষেত্রে দুইজনের বয়সকেই বছরে অথবা মাসে রূপান্তর করে নিতে হবে। এখানে, ৬ বছর $=$ ৬ $\times$ ১২ মাস $=$ ৭২ মাস ($\because$ ১ বছর $=$ ১২ মাস) এবং

৯ বছর ৬ মাস $=$ (৯ $\times$ ১২ $+$ ৬) মাস $=$ ১১৪ মাস।

শিশু দুইটির বয়সের অনুপাত ৭২ : ১১৪ বা ১২ : ১৯।

মনে করি, ভাইয়ের বয়স ৩ বছর ও বোনের বয়স ৬ মাস। তাদের বয়সের অনুপাত বের করতে হবে।

ভাইয়ের বয়স ৩ বছর $=$ ৩৬ মাস [$\because$ ১ বছর $=$ ১২ মাস]

বোনের বয়স ৬ মাস

$\therefore$ ভাই ও বোনের বয়সের অনুপাত $= \dfrac{\text{৩৬ মাস}}{\text{৬ মাস}}$ বা $\dfrac{\text{৩৬}}{\text{৬}}$ বা $\dfrac{\text{৬}}{\text{১}}$ [লব ও হরকে ৬ দ্বারা ভাগ করে]

$=$ ৬ : ১

➢ লক্ষ করি, ভিন্ন ভিন্ন এককে তুলনা করা যায় না। তুলনা করতে হলে এককগুলোকে এক জাতীয় করতে হবে। যেমন উপরের উদাহরণটিতে বছরকে মাসে রূপান্তর করা হয়েছে।

দুইটি সমজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে। রাশি দুইটি সমজাতীয় বলে অনুপাতের কোনো একক নেই।

কাজ :

১। তোমার খাতা ও বইয়ের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

২। তোমার শ্রেণির গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত নির্ণয় কর।

৩। তোমার শ্রেণির টেবিলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত নির্ণয় কর।

২·২ বিভিন্ন অনুপাত

সমতুল অনুপাত

কোনো অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে শূন্য (০) ব্যতীত কোনো সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অনুপাতের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। এরূপ অনুপাতকে **সমতুল অনুপাত** বলা হয়।

যেমন, ২ : ৫ $= \dfrac{\text{২}}{\text{৫}} = \dfrac{\text{২} \times \text{২}}{\text{৫} \times \text{২}} = \dfrac{\text{৪}}{\text{১০}} =$ ৪ : ১০

$\therefore$ ২ : ৫ ও ৪ : ১০ সমতুল অনুপাত।

কোনো অনুপাতের অসংখ্য সমতুল অনুপাত রয়েছে। যেমন, ২ : ৩, ৪ : ৬, ৬ : ৯ ও ৮ : ১২ সমতুল অনুপাত। আবার, ১ : ২ = ৫ : $\boxed{}$ হলে, এখানে শূন্যস্থানে ১০ বসালে অনুপাতটি সমতুল অনুপাত হবে।

লক্ষ্য করি :

- একটি অনুপাতের রাশি দুইটিকে তাদের গ.সা.গু. দ্বারা ভাগ করে অনুপাতটিকে সরলীকরণ করা যায়।
- অনুপাতের পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশির সমষ্টি দ্বারা তাদেরকে ভাগ করে প্রত্যেকের অংশ নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ ১। জেসমিন ও আবিদার বর্তমান বয়সের অনুপাত ৩:২ এবং আবিদা ও আনিকার বর্তমান বয়সের অনুপাত ৫:১। আনিকার বর্তমান বয়স ৩ বছর ৬ মাস।

(ক) উদ্দীপকের প্রথম অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ কর।

(খ) ৫ বছর পর আবিদার বয়স কত হবে?

(গ) আনিকার বর্তমান বয়স জেসমিনের বর্তমান বয়সের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান :

(ক) উদ্দীপকের প্রথম অনুপাত = ৩:২

$$= \frac{৩}{২}$$

$$= \frac{৩\times১০০}{২\times১০০}$$

$$= \left(\frac{৩\times১০০}{২}\right)\%$$

$$= ১৫০\%$$

(খ) আবিদার বর্তমান বয়স : আনিকার বর্তমান বয়স= ৫:১

অর্থাৎ, আবিদার বর্তমান বয়স, আনিকার বর্তমান বয়সের ৫ গুণ

আনিকার বর্তমান বয়স = ৩ বছর ৬ মাস

= (৩X১২+৬) মাস [∵ ১বছর = ১২ মাস]

= (৩৬+৬) মাস

= ৪২ মাস

সুতরাং আবিদার বর্তমান বয়স = (৪২X৫) মাস

= ২১০ মাস

$= \frac{২১০}{১২}$ বছর [∵ ১২ মাস=১বছর]

$= \frac{\cancel{২১০}^{৩৫}}{\cancel{১২}_{২}}$ বছর

$= \frac{৩৫}{২}$ বছর

$= ১৭\frac{১}{২}$ বছর

$\because$ ৫ বছর পর আবিদার বয়স হবে $= (১৭\frac{১}{২}+৫)$ বছর

$= ২২\frac{১}{২}$ বছর

(গ) জেসমিন ও আবিদার বর্তমান বয়সের অনুপাত = ৩:২

অর্থাৎ, জেসমিনের বর্তমান বয়স, আবিদার বর্তমান বয়সের $= \frac{৩}{২}$ গুণ

'খ' হতে আবিদার বর্তমান বয়স $= ১৭\frac{১}{২}$ বছর

$\therefore$ জেসমিনের বর্তমান বয়স $= ১৭\frac{১}{২} \times \frac{৩}{২}$ বছর

$= \left(\frac{৩৫}{২} \times \frac{৩}{২}\right)$ বছর

$= \frac{১০৫}{৪} = ২৬\frac{১}{৪}$ বছর

আনিকার বর্তমান বয়স = ৩ বছর ৬ মাস

$= ৩\frac{৬}{১২}$ বছর [$\because$ ১২ মাস=১বছর]

$= ৩\frac{১}{২}$ বছর

$= \frac{৭}{২}$ বছর

$\therefore$ আনিকার বর্তমান বয়স জেসমিনের বর্তমান বয়সের

$= (\frac{৭}{২} \div ২৬\frac{১}{৪})$ অংশ

$= (\frac{\cancel{৭}}{\cancel{২}} \times \frac{\cancel{৪}^{২}}{\cancel{১০৫}_{১৫}})$ অংশ

$= \frac{২}{১৫}$ অংশ

$= (\frac{২ \times \cancel{১০০}^{২০}}{\cancel{১৫}_{৩}})\%$

$= \frac{৪০}{৩}\%$

$= ১৩\frac{১}{৩}\%$

অতএব, আনিকার বর্তমান বয়স জেসমিনের বর্তমান বয়সের $১৩\frac{১}{৩}\%$

উদাহরণ ২। ৫০০ টাকা দুইজন শ্রমিকের মাঝে ২ : ৩ অনুপাতে ভাগ করে দিতে হবে।

সমাধান : অনুপাতের পূর্ব রাশি ২ এবং উত্তর রাশি ৩। রাশি দুইটির সমষ্টি = ২ + ৩ = ৫।

$\therefore$ ১ম শ্রমিক পাবে, ৫০০ টাকার $\frac{২}{৫}$ অংশ = ৫০০ টাকা $\times \frac{২}{৫}$ = ২০০ টাকা

এবং ২য় শ্রমিক পাবে, ৫০০ টাকার $\frac{৩}{৫}$ অংশ = ৫০০ টাকা $\times \frac{৩}{৫}$ = ৩০০ টাকা

কাজ :

১। মামুনের বয়স ৪ বছর ও তার বোনের বয়স ৬ মাস হলে, তাদের বয়সের অনুপাত নির্ণয় কর।

২। সজল ও সুজনের উচ্চতা যথাক্রমে ১ মি. ৭৫ সে.মি. ও ১ মি. ৫০ সে.মি. হলে, তাদের উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় কর।

সরল অনুপাত

অনুপাতে দুইটি রাশি থাকলে তাকে **সরল অনুপাত** বলে।

সরল অনুপাতের প্রথম রাশিকে পূর্ব রাশি এবং দ্বিতীয় রাশিকে উত্তর রাশি বলে। যেমন, ৩ : ৫ একটি সরল অনুপাত, এখানে ৩ হলো পূর্ব রাশি ও ৫ হলো উত্তর রাশি।

লঘু অনুপাত

সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি থেকে ছোট হলে, তাকে **লঘু অনুপাত** বলে। যেমন, ৩ : ৫, ৪ : ৭ ইত্যাদি।

একটি বিদ্যালয়ের ৩য় শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স ৮ বছর এবং ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স ১০ বছর। এখানে ৩য় ও ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়সের অনুপাত ৮ : ১০ বা ৪ : ৫। এই অনুপাতটির পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি অপেক্ষা ছোট হওয়ায় এটি একটি লঘু অনুপাত।

গুরু অনুপাত

কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি থেকে বড় হলে, তাকে **গুরু অনুপাত** বলে। যেমন, ৫ : ৩, ৭ : ৪, ৬ : ৫ ইত্যাদি।

সাদিয়া ৩২ টাকা দিয়ে একটি বিস্কুটের প্যাকেট ও ২৫ টাকা দিয়ে একটি কোণ আইসক্রিম কিনলো।

এখানে বিস্কুট ও আইসক্রিমের দামের অনুপাত হলো ৩২ : ২৫, এই অনুপাতটির পূর্ব রাশি ৩২ যা উত্তর রাশি ২৫ অপেক্ষা বড় হওয়ায় এটি একটি গুরু অনুপাত।

একক অনুপাত

যে সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশি সমান সে অনুপাতকে **একক অনুপাত** বলে।
যেমন, আরিফ ১৫ টাকা দিয়ে একটি বলপেন ও ১৫ টাকা দিয়ে একটি খাতা কিনলো। এখানে বলপেন ও খাতা উভয়টির মূল্য সমান এবং মূল্যের অনুপাত ১৫ : ১৫ বা ১ : ১। অতএব, ইহা একক অনুপাত।

ব্যস্ত অনুপাত

সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিকে উত্তর রাশি এবং উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি করে প্রাপ্ত অনুপাতকে পূর্বের অনুপাতের **ব্যস্ত অনুপাত** বলে।

যেমন, ১৩ : ৫ এর ব্যস্ত অনুপাত ৫ : ১৩।

মিশ্র অনুপাত

একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফলকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে **মিশ্র অনুপাত** বলে।

যেমন, ২ : ৩ এবং ৫ : ৭ সরল অনুপাতগুলোর মিশ্র অনুপাত হলো (২ × ৫) : (৩ × ৭) = ১০ : ২১।

উদাহরণ ৩। প্রদত্ত সরল অনুপাতগুলোর মিশ্র অনুপাত নির্ণয় কর: ৫ : ৭, ৪ : ৯, ৩ : ২।

সমাধান : অনুপাত তিনটির পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল ৫ × ৪ × ৩ = ৬০
এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল = ৭ × ৯ × ২ = ১২৬
নির্ণেয় মিশ্র অনুপাত = ৬০ : ১২৬ বা ১০ : ২১।

কাজ :
১। ৪ : ৯ অনুপাতটিকে ব্যস্ত অনুপাতে রূপান্তর কর।
২। নিম্নের অনুপাতগুলোর পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশি নির্ণয় কর।
(ক) ৪ : ১১ (খ) ৭ : ৫ (গ) ১৯ : ২১।
৩। নিম্নের অনুপাতগুলোর মধ্যে কোনটি একক অনুপাত ?
(ক) ২ : ৫ (খ) ৫ : ৭ (গ) ১১ : ১১।
৪। নিম্নের অনুপাতগুলোকে লঘু ও গুরু অনুপাতে ভাগ কর :
(ক) ১৩ : ১৯ (খ) ৭ : ১২ (গ) ২৫ : ১৩ (ঘ) ২৭ : ৭
৫। ২ : ৩ ও ৩ : ৪ অনুপাতদ্বয়ের মিশ্র অনুপাত নির্ণয় কর।

উদাহরণ ৪। দুইটি সংখ্যার যোগফল ৩৬০ । সংখ্যা দুইটির অনুপাত ৪ : ৫ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর ।

সমাধান : সংখ্যা দুইটির অনুপাত ৪ : ৫

অনুপাতটির পূর্ব ও উত্তর রাশির যোগফল = ৪ + ৫ = ৯ ।

প্রথম সংখ্যাটি $= \text{৩৬০ এর } \dfrac{\text{৪}}{\text{৯}} \text{ অংশ}$

$$= \overset{\text{৪০}}{\cancel{\text{৩৬০}}} \times \frac{\text{৪}}{\cancel{\text{৯}}_{\text{১}}} = \text{১৬০ ।}$$

দ্বিতীয় সংখ্যাটি $= \text{৩৬০ এর } \dfrac{\text{৫}}{\text{৯}} \text{ অংশ}$

$$= \overset{\text{৪০}}{\cancel{\text{৩৬০}}} \times \frac{\text{৫}}{\cancel{\text{৯}}_{\text{১}}} = \text{২০০ ।}$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি হলো ১৬০ ও ২০০ ।

উদাহরণ ৫ । ৪০ কেজি মিশ্রণে বালি ও সিমেন্টের পরিমাণের অনুপাত ৪ : ১ । মিশ্রণটির বালি ও সিমেন্টের পরিমাণ নির্ণয় কর ।

সমাধান : মিশ্রণের পরিমাণ ৪০ কেজি ।

বালি ও সিমেন্টের অনুপাত ৪ : ১

এখানে, অনুপাতটির পূর্ব ও উত্তর রাশির যোগফল = ৪ + ১ = ৫ ।

$\therefore$ বালির পরিমাণ $= \text{৪০ কেজির } \dfrac{\text{৪}}{\text{৫}} \text{ অংশ} = \overset{\text{৮}}{\cancel{\text{৪০}}} \times \dfrac{\text{৪}}{\cancel{\text{৫}}_{\text{১}}} \text{ কেজি ।}$

$= \text{৩২ কেজি}$

সিমেন্টের পরিমাণ $= \text{৪০ কেজির } \dfrac{\text{১}}{\text{৫}} \text{ অংশ} = \overset{\text{৮}}{\cancel{\text{৪০}}} \times \dfrac{\text{১}}{\cancel{\text{৫}}_{\text{১}}} \text{ কেজি ।}$

$= \text{৮ কেজি ।}$

উদাহরণ ৬ । একটি বিদ্যালয়ে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৭ । ঐ বিদ্যালয়ে ছাত্রীসংখ্যা ৩৫০ জন হলে, ছাত্রের সংখ্যা কত ?

সমাধান : ছাত্রসংখ্যা : ছাত্রীসংখ্যা = ৫ : ৭

অর্থাৎ, ছাত্রের সংখ্যা ছাত্রীর সংখ্যার $\dfrac{\text{৫}}{\text{৭}}$ গুণ ।

দেওয়া আছে, ছাত্রীসংখ্যা ৩৫০ জন ।

$\therefore$ ছাত্রের সংখ্যা $= \overset{\text{৫০}}{\cancel{\text{৩৫০}}} \times \dfrac{\text{৫}}{\cancel{\text{৭}}_{\text{১}}} \text{ জন}$

নির্ণেয় ছাত্রসংখ্যা ২৫০ জন ।

অনুশীলনী ২·১

১। নিচের সংখ্যাদ্বয়ের প্রথম রাশির সাথে দ্বিতীয় রাশিকে অনুপাতে প্রকাশ কর :

(ক) ২৫ ও ৩৫ (খ) $৭\frac{১}{৩}$ ও $৯\frac{২}{৫}$ (গ) ১ বছর ২ মাস ও ৭ মাস

(ঘ) ৭ কেজি ও ২ কেজি ৩০০ গ্রাম (ঙ) ২ টাকা ও ৪০ পয়সা।

২। নিচের অনুপাতগুলোকে সরলীকরণ কর :

(ক) ৯ : ১২ (খ) ১৫ : ২১ (গ) ৪৫ : ৩৬ (ঘ) ৬৫ : ২৬

৩। নিচের সমতুল অনুপাতগুলোর খালিঘর পূরণ কর :

(ক) ২ : ৩ = ৮ : $\boxed{}$ (খ) ৫ : ৬ = $\boxed{}$: ৩৬ (গ) ৭ : $\boxed{}$ = ৪২ : ৫৪

(ঘ) $\boxed{}$: ৯ = ৬৩ : ৮১

৪। একটি হলঘরের প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের অনুপাত ২ : ৫। প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের সম্ভাব্য মান বসিয়ে সারণিটি পূরণ কর:

হল ঘরের প্রস্থ (মি:)	১০		৪০		১৬০
ঘল ঘরের দৈর্ঘ্য (মি:)	২৫	৫০		২০০	

৫। নিচের সমতুল অনুপাতগুলোকে চিহ্নিত কর :

১২ : ১৮; ৬ : ১৮; ১৫ : ১০; ৩ : ২; ৬ : ৯; ২ : ৩ ; ১ : ৩; ২ : ৬ ; ১২ : ৮

৬। নিচের সরল অনুপাতগুলোকে মিশ্র অনুপাতে প্রকাশ কর :

(ক) ৩ : ৫, ৫ : ৭ ও ৭ : ৯ (খ) ৫ : ৩, ৭ : ৫ ও ৯ : ৭

৭। ৯ : ১৬ অনুপাতটিকে ব্যস্ত অনুপাতে প্রকাশ কর।

৮। নিম্নের অনুপাতগুলোর কোনটি একক অনুপাত

(ক) ১৬ : ১৩ (খ) ১৩ : ১৭ (গ) ২১ : ২১।

৯। ৫৫০ টাকাকে ৫ : ৬ ও ৪ : ৭ অনুপাতে ভাগ কর।

১০। পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ১৪ : ৩। পিতার বয়স ৫৬ বছর হলে, পুত্রের বয়স কত ?

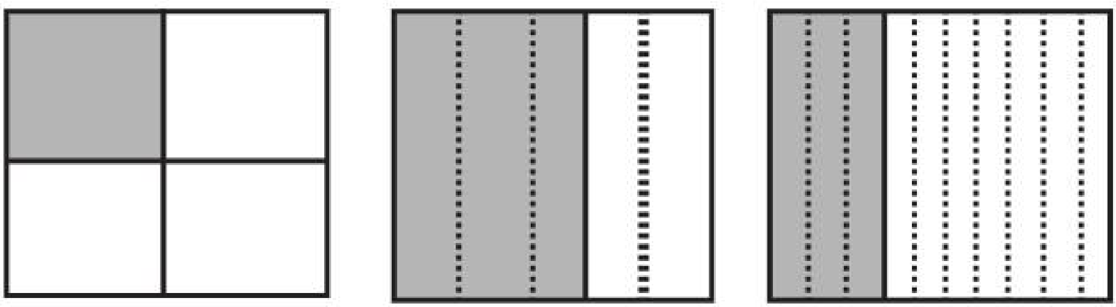
১১। দুইটি বইয়ের মূল্যের অনুপাত ৫ : ৭। দ্বিতীয়টির মূল্য ৮৪ টাকা হলে, প্রথমটির মূল্য কত ?

১২। ১৮ ক্যারেটের ২০ গ্রাম ওজনের সোনার গহনায় সোনা ও খাদের অনুপাত ৩ : ১ হলে, ঐ গহনায় সোনা ও খাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৩। দুই বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলে আসা যাওয়ার দূরত্বের অনুপাত ২ : ৩। ১ম বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলের দূরত্ব ৫ কি.মি. হলে, দ্বিতীয় বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলের দূরত্ব কত ?

১৪। দুইটি কম্পিউটারের দামের অনুপাত ৫ : ৬। প্রথমটির দাম ২৫০০০ টাকা হলে, দ্বিতীয়টির দাম কত ? মূল্য বৃদ্ধির ফলে যদি প্রথমটির দাম ৫০০০ টাকা বেড়ে যায়, তখন তাদের দামের অনুপাতটি কী ধরনের অনুপাত ?

২.৩ অনুপাত ও শতকরার সম্পর্ক



১ : ৪ ক | ৩ : ৫ খ | ৩ : ১০ গ

উপরের চিত্রগুলোর ক চিত্রে $\frac{১}{৪}$ অংশ, খ চিত্রে $\frac{৩}{৫}$ অংশ ও গ চিত্রে $\frac{৩}{১০}$ অংশ রং করা হয়েছে। এখানে আমরা দেখতে পাই,

ক চিত্রে রং করা অংশ ও সম্পূর্ণ অংশের অনুপাত ১ : ৪ = $\frac{১}{৪} = \frac{১ \times ২৫}{৪ \times ২৫} = \frac{২৫}{১০০}$ = ২৫%,

খ চিত্রে রং করা অংশ ও সম্পূর্ণ অংশের অনুপাত ৩ : ৫ = $\frac{৩}{৫} = \frac{৩ \times ২০}{৫ \times ২০} = \frac{৬০}{১০০}$ = ৬০%,

গ চিত্রে রং করা অংশ ও সম্পূর্ণ অংশের অনুপাত ৩ : ১০ = $\frac{৩}{১০}$ বা $\frac{৩ \times ১০}{১০ \times ১০} = \frac{৩০}{১০০}$ বা ৩০%,

অর্থাৎ, ক, খ, গ চিত্রের যথাক্রমে ২৫%, ৬০%, ৩০% অংশ রং করা ।

দেখা যাচ্ছে যে, শতকরা এবং অনুপাত দুইটিই ভগ্নাংশ । তবে শতকরার ক্ষেত্রে ভগ্নাংশের হর ১০০ । অনুপাতের ক্ষেত্রে লব ও হর যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা হতে পারে । প্রয়োজনে শতকরাকে অনুপাতে ও অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করা যায় ।

যেমন, ৭ টাকা ও ১০ টাকার অনুপাত $= \frac{\text{৭ টাকা}}{\text{১০ টাকা}} = \frac{৭}{১০} = \frac{৭০}{১০০}$ বা ৭০% । এখানে ৭ টাকা ১০ টাকার $\frac{৭}{১০}$ অংশ বা $\frac{৭}{১০}$ গুণ যা ৭০% এর সমান ।

অন্যদিকে, শতকরা ৩ বা ৩% হলো $\frac{৩}{১০০}$ বা ৩ : ১০০ । অর্থাৎ, একটি অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করা যায় ।

কাজ :	১ । ৩ : ৪ এবং ৫ : ৭ অনুপাত দুইটিকে শতকরায় প্রকাশ কর ।
	২ । ৫% এবং ১২% কে অনুপাতে প্রকাশ কর ।

উদাহরণ ৭ । অনুপাত ও দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) ১৫% (খ) ৩২% (গ) ২৫% (ঘ) ৫৫% (ঙ) $৮\frac{১}{১০}\%$

সমাধান : (ক) $১৫\% = \frac{১৫}{১০০} = \frac{৩}{২০} = ৩ : ২০$

$= \cdot১৫$

$\therefore ১৫\% = ৩ : ২০ = \cdot১৫$

(খ) $৩২\% = \frac{\overset{৮}{\cancel{৩২}}}{\underset{২৫}{\cancel{১০০}}} = \frac{৮}{২৫} = ৮ : ২৫$

$= \cdot৩২$

$\therefore ৩২\% = ৮ : ২৫ = .৩২$

(গ) $২৫\ \% = \frac{২৫}{১০০} = \frac{১}{৪} = ১ : ৪$

$= \cdot২৫$

$\therefore ২৫\% = ১ : ৪ = \cdot২৫$

(ঘ) $৫৫\% = \frac{৫৫}{১০০} = \frac{১১}{২০} = ১১ : ২০ = ·৫৫$ ।

$\therefore ৫৫\% = ১১ : ২০ = ·৫৫$

(ঙ) $৮\frac{১}{১০}\% = \frac{৮১}{১০}\% = \frac{৮১}{১০} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৮১}{১০০০} = ৮১ : ১০০০ = ০.০৮১$

$\therefore ৮\frac{১}{১০}\% = ৮১ : ১০০০ = ·০৮১$

উদাহরণ ৮ । নিম্নের ভগ্নাংশগুলোকে শতকরায় প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{১}{8}$ (খ) $\frac{৩}{২০}$ (গ) $\frac{৭}{১৫}$ (ঘ) $\frac{8}{২৫}$ (ঙ) $\frac{৬}{১৩}$

সমাধান : (ক) $\frac{১}{8} = \frac{১ \times ১০০}{8 \times ১০০} = \frac{২৫}{১০০} = ২৫\%$

(খ) $\frac{৩}{২০} = \frac{৩ \times ১০০}{২০ \times ১০০} = \frac{১৫}{১০০} = ১৫\%$

(গ) $\frac{৭}{১৫} = \frac{৭ \times ১০০}{১৫ \times ১০০} = \frac{১80}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১80}{৩}\% = 8৬\frac{২}{৩}\%$

(ঘ) $\frac{8}{২৫} = \frac{8 \times ১০০}{২৫ \times ১০০} = \frac{১৬}{১০০} = ১৬\%$

(ঙ) $\frac{৩}{১৩} = \frac{৩ \times ১০০}{১৩ \times ১০০} = \frac{৩০০}{১৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৩০০}{১৩}\% = ২৩\frac{১}{১৩}\%$

উদাহরণ ৯ । একটি রাশি অপর একটি রাশির ৫০% । রাশি দুইটির অনুপাত নির্ণয় কর ।

সমাধান : $৫০\% = \frac{৫০}{১০০}$ অর্থাৎ, একটি রাশি ৫০ হলে, অপর রাশিটি হবে ১০০

৫০ এবং ১০০ এর অনুপাত হলো ৫০ : ১০০

$= ১ : ২$

নির্ণেয় রাশি দুইটির অনুপাত = ১ : ২

উদাহরণ ১০। দুইটি রাশির যোগফল ২৪০। তাদের অনুপাত ১: ৩ হলে, রাশি দুইটি নির্ণয় কর। ১ম রাশি ২য় রাশির শতকরা কত অংশ?

সমাধান : রাশি দুইটির যোগফল = ২৪০

তাদের অনুপাত = ১ : ৩

অনুপাতের রাশি দুইটির যোগফল = ১ + ৩ = ৪

$\therefore$ ১ম রাশি = $\overset{৬০}{\cancel{২৪০}}$ এর $\dfrac{১}{\cancel{৪}_{১}}$ অংশ = ৬০

$\therefore$ ২য় রাশি = $\overset{৬০}{\cancel{২৪০}}$ এর $\dfrac{৩}{\cancel{৪}_{১}}$ অংশ = ১৮০

আবার, রাশি দুইটির অনুপাত = ১ : ৩

$\therefore$ ১ম রাশি, ২য় রাশির $\dfrac{১}{৩} = \dfrac{১\times১০০}{৩\times১০০} = \dfrac{১০০}{৩}\% = ৩৩\dfrac{১}{৩}\%$

উদাহরণ ১১। মনিরা বার্ষিক পরীক্ষায় ৮০% নম্বর পেয়েছে। পরীক্ষায় মোট নম্বর ৮০০ হলে, মনিরা পরীক্ষায় মোট কত নম্বর পেয়েছে ?

সমাধান : মনিরার প্রাপ্ত নম্বর = ৮০০ এর ৮০% = $\overset{৮}{\cancel{৮০০}}$ এর $\dfrac{৮০}{\cancel{১০০}_{১}}$ = ৬৪০

$\therefore$ মনিরার প্রাপ্ত নম্বর ৬৪০

উদাহরণ ১২। ফলের দোকান থেকে ১৮০টি ফজলি আম কিনে আনা হলো। দুই দিন পর ৯টি আম পঁচে গেল। শতকরা কতটি আম ভালো আছে?

সমাধান : মোট আম কেনা হলো ১৮০টি ।

এর মধ্যে পচে গেল ৯টি ।

ভালো আম রইলো (১৮০ − ৯)টি বা ১৭১টি।

ভালো আম ও মোট আমের অনুপাত $\dfrac{১৭১}{১৮০} = \dfrac{১৯}{২০}$

$\therefore$ শতকরা ভালো আম আছে $\dfrac{১৯\times১০০}{২০}$ টি বা ৯৫টি

অনুশীলনী ২.২

১। শতকরায় প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{৩}{৪}$ (খ) $\frac{৭}{১৫}$ (গ) $\frac{৪}{৫}$ (ঘ) $২\frac{৬}{২৫}$ (ঙ) ০.২৫

(চ) .৬৫ (ছ) ২.৫০ (জ) ৩ : ১০ (ঝ) ১২ : ২৫

২। সাধারণ ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) ৪৫% (খ) $১২\frac{১}{২}\%$ (গ) $৩৭\frac{১}{২}\%$ (ঘ) $১১\frac{১}{৪}\%$

৩। (ক) ১২৫ এর ৫% কত ? (খ) ২২৫ এর ৯% কত ?
(গ) ৬ কেজি চালের ৬% কত ? (ঘ) ২০০ সেন্টিমিটারের ৪০% কত ?

৪। (ক) ২০ টাকা ৮০ টাকার শতকরা কত ?
(খ) ৭৫ টাকা ১২০ টাকার শতকরা কত ?

৫। একটি স্কুলে শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৫০০ জন। এর মধ্যে ছাত্রীর সংখ্যা ৪০% হলে, ঐ স্কুলের ছাত্রসংখ্যা নির্ণয় কর।

৬। ডেভিড সাময়িক পরীক্ষায় ৯০০ নম্বরের মধ্যে ৬০০ নম্বর পেয়েছে। সে শতকরা কত নম্বর পেয়েছে ? মোট নম্বর এবং প্রাপ্ত নম্বরের অনুপাত নির্ণয় কর।

৭। মুসান্না বইয়ের দোকান থেকে একটি বাংলা রচনা বই ৮৪ টাকায় ক্রয় করল। কিন্তু বইটির কভারে মূল্য লেখা ছিল ১২০ টাকা। সে শতকরা কত টাকা কমিশন পেল ?

৮। শোয়েবের স্কুলের মাসিক বেতন ২০০ টাকা। তার মা তাকে প্রতিদিনের টিফিন বাবদ ২০ টাকা দেন। তার প্রতিদিনের টিফিন বাবদ খরচ, মাসিক বেতনের শতকরা কত ?

৯। একটি শ্রেণিতে ২০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৫% অনুপস্থিত ছিল। কতজন শিক্ষার্থী উপস্থিত ছিল ?

১০। যাহেদ ১০% কমিশনে একটি বই ক্রয় করে দোকানিকে ১৮০ টাকা দিল, বইটির প্রকৃত মূল্য কত ?

১১। কলার দাম $১৪\frac{২}{৭}\%$ কমে যাওয়ায় ৪২০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১০টি কলা বেশি পাওয়া যায়।

(ক) একটি সংখ্যার $১৪\frac{২}{৭}\% = ১০$ হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

(খ) প্রতি ডজন কলার বর্তমান দাম কত?

(গ) প্রতি ডজন কলা কত দামে বিক্রয় করলে, $৩৩\frac{১}{৩}\%$ লাভ হতো?

২·৪ ঐকিক নিয়ম

মনে করি, ১০টি বলপেনের দাম ৫০ টাকা। তাহলে, আমরা সহজেই বলতে পারি, ১টি বলপেনের দাম $\frac{৫০}{১০}$ টাকা বা ৫ টাকা।

এখন ১টি বলপেনের দাম থেকে যেকোনো সংখ্যক বলপেনের দাম নির্ণয় করা যায়।
যেমন, ৮টি বলপেনের দাম (৫ × ৮) টাকা বা ৪০ টাকা।

অতএব, ঐকিক নিয়মের সাহায্যে আমরা ১টি জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ নির্ণয় করে নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ নির্ণয় করতে পারি। নিচের কয়েকটি উদাহরণ লক্ষ্য করি।

উদাহরণ ১৩। ৭ ডজন পেন্সিলের দাম ১৪৪২ টাকা হলে, ১ ডজন পেন্সিলের দাম কত ?

সমাধান : ৭ ডজন পেন্সিলের দাম ১৪৪২ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{\cancel{১৪৪২}^{২০৬}}{\cancel{৭}_{১}}$ টাকা বা ২০৬ টাকা

∴ ১ ডজন পেন্সিলের দাম ২০৬ টাকা।

লক্ষ করি, ১ ডজন পেন্সিলের দাম বের করতে ৭ দ্বারা ১৪৪২ টাকাকে ভাগ করতে হয়েছে।

উদাহরণ ১৪। ১০ জন লোক একটি কাজ ৯ দিনে করতে পারে। ৫ জন লোক ঐ কাজ কত দিনে করতে পারবে?

সমাধান : ১০ জন লোকে কাজটি করতে পারে ৯ দিনে

∴ ১ ,, ,, ,, ,, ,, ৯ × ১০ দিনে বা ৯০ দিনে।

∴ ৫ ,, ,, ,, ,, ,, $\frac{৯ \times ১০}{৫}$ দিনে বা ১৮ দিনে।

এক্ষেত্রে, কাজটি এক জন লোককে করতে হলে ১০ গুণ সময় লাগবে। অর্থাৎ ১ জন লোক ঐ কাজটি ৯০ দিনে করতে পারে। এখন ঐ কাজ ৫ জন লোকে করলে তাদের সময় ১ জন লোকের সময়ের চেয়ে কম হবে। অর্থাৎ ৫ জন লোকের কাজটি করতে সময় লাগে $\frac{৯০}{৫}$ দিন বা ১৮ দিন। এখানে একজন লোকের কাজটি করতে যে সময় লাগে সেই সময়কে ৫ দ্বারা ভাগ করে ৫ জন লোকের সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

উদাহরণ ১৫। একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জন ছাত্রের জন্য ৪ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের কতদিন চলবে ?

সমাধান : ৫০ জন ছাত্রের খাদ্য আছে ৪ দিনের

∴ ১ ,, ,, ,, ,, ৫০ × ৪ দিনের বা ২০০ দিনের

∴ ২০ ,, ,, ,, ,, $\frac{৫০\times৪}{২০}$ দিনের বা ১০ দিনের

এখানে আমরা দেখতে পাই, যে পরিমাণ খাদ্যে ৫০ জনের ৪ দিন চলে, সেই পরিমাণ খাদ্যে ১ জনের ২০০ দিন চলে। আবার ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের ১০ দিন চলে। তা হলে দেখা যাচ্ছে যে, লোক সংখ্যা কমলে দিন বাড়ে আবার লোক সংখ্যা বাড়লে দিন কমে।

উদাহরণ ১৬। ২০ জন শ্রমিক একটি পুকুর ১৫ দিনে খনন করতে পারে। কত জন শ্রমিক ২০ দিনে পুকুরটি খনন করতে পারবে ?

সমাধান : ১৫ দিনে পুকুরটি খনন করতে শ্রমিক লাগে ২০ জন

∴ ১ ,, ,, ,, ,, ,, ,, ২০×১৫ ,,

∴ ২০ ,, ,, ,, ,, ,, ,, $\frac{১৫\times২০}{২০}$,, বা ১৫ জন।

নির্ণেয় লোক সংখ্যা ১৫ জন।

উদাহরণ ১৭। শফিক দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কি.মি. অতিক্রম করে। দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে সে কত দিনে ৩৬০ কি.মি. অতিক্রম করতে পারবে ?

সমাধান : শফিক দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে,

৪৮০ কি.মি. অতিক্রম করে ১২ দিনে

১ কি. মি. ,, ,, $\frac{১২}{৪৮০}$ দিনে

৩৬০ কি .মি. ,, ,, $\frac{১২\times৩৬০}{৪৮০}$ দিনে বা ৯ দিনে

নির্ণেয় সময় ৯ দিন।

উদাহরণ ১৮। একটি কাজ ক ১২ দিনে ও খ ২০ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে ?

সমাধান : ক ১২ দিনে করতে পারে কাজটি

∴ ক ১ ,, ,, ,, কাজটির $\frac{১}{১২}$ অংশ

আবার , খ ২০ দিনে করতে পারে কাজটি

$\therefore$ খ ১ ,, ,, ,, কাজটির $\frac{১}{২০}$ অংশ

$\therefore$ ক ও খ একত্রে ১ দিনে করতে পারে কাজটির $\left(\frac{১}{১২}+\frac{১}{২০}\right)$ অংশ

$= \frac{৫+৩}{৬০}$ অংশ

$= \frac{৮}{৬০}$ অংশ

$= \frac{২}{১৫}$ অংশ

ক ও খ একত্রে কাজটির $\frac{২}{১৫}$ অংশ করতে পারে ১ দিনে

$\therefore$,, ,, ,, সম্পূর্ণ অংশ ,, ,, $১ \div \frac{২}{১৫}$ বা $১ \times \frac{১৫}{২}$ দিনে

$= \frac{১৫}{২}$ দিনে বা $৭\frac{১}{২}$ দিনে

নির্ণেয় সময় $৭\frac{১}{২}$ দিন।

উদাহরণ ১৯। ৪০ কেজি চালে ৫ সদস্য বিশিষ্ট একটি পরিবারের ২০ দিন চললে, ৭০ কেজি চালে একই পরিবারের কত দিন চলবে ?

সমাধান : ৪০ কেজি চালে চলে ২০ দিন

১ " " " $\frac{২০}{৪০}$ "

৭০ " " " $\frac{{}^{১}\cancel{২০} \times \cancel{৭০}^{৩৫}}{\cancel{৪০}\cancel{২}_{১}}$ দিন বা ৩৫ দিন

নির্ণেয় সময় ৩৫ দিন।

উদাহরণ ২০। একজন ঠিকাদার ১০০ কিলোমিটার রাস্তা ২০ দিনে সম্পন্ন করে দেওয়ার জন্য চুক্তি করলেন। ২৫০ জন শ্রমিক নিয়োগ করে ১০ দিনে রাস্তার ৬২.৫০% সম্পন্ন করলেন।

(ক) প্রথম রাশি দ্বিতীয় রাশির ৬২.৫০% হলে, দ্বিতীয় রাশি : প্রথম রাশি = কত?

(খ) যদি ১০০ জন শ্রমিক নিয়োগ করা হতো তাহলে ১৫ দিনে কত কি:মি রাস্তা তৈরি করা যেত?

(গ) দেখাও যে, কাজটি নির্দিষ্ট সময়ের ৪ দিন আগেই সম্পন্ন হবে।

সমাধান :

(ক) এখানে, ৬২.৫০% $= \frac{৬২.৫০}{১০০}$

$$= \frac{\overset{\overset{\overset{৫}{\cancel{২৫}}}{\cancel{৬২৫}}}{\cancel{৬২৫০}}}{\underset{\underset{\underset{৮}{\cancel{৪০}}}{\cancel{১০০০}}}{\cancel{১০০০০}}} = \frac{৫}{৮}$$

অর্থাৎ, ১ম রাশি, ২য় রাশির $\frac{৫}{৮}$ অংশ

১ম রাশি ৫ হলে, ২য় রাশি ৮

২য় রাশি : ১ম রাশি = ৮:৫

(খ) এখানে, ১০০ কি.মি. এর ৬২.৫০%

$= \frac{১০০ \times ৬২.৫০}{১০০}$ কি.মি.

= ৬২.৫০ কি.মি.

$\therefore$ ২৫০ জন শ্রমিক ১০ দিনে সম্পন্ন করে ৬২.৫০ কি.মি. রাস্তা

$\therefore$ ১ জন শ্রমিক ১০ দিনে সম্পন্ন করে $\frac{৬২.৫০}{২৫০}$ কি.মি. রাস্তা

$\therefore$ ১ জন শ্রমিক ১ দিনে সম্পন্ন করে $\frac{৬২.৫০}{২৫০ \times ১০}$ কি.মি. রাস্তা

$\therefore$ ১০০ জন শ্রমিক ১৫ দিনে সম্পন্ন করে $\frac{৬২.৫০ \times ১০০ \times ১৫}{২৫০ \times ১০}$ কি.মি. রাস্তা

$= \frac{৯৩৭৫০}{২৫০০}$ কি.মি.

= ৩৭.৫০ কি.মি.

১০০ জন শ্রমিক নিয়োগ করলে ১৫ দিনে ৩৭.৫০ কি.মি রাস্তা তৈরি করা যেত।

(গ) 'খ' হতে পাই, ১০০ কি.মি. এর ৬২.৫০%= ৬২.৫০ কি.মি.।

২৫০ জন শ্রমিক ১০ দিনে তৈরি করে ৬২.৫০ কি.মি. রাস্তা

অবশিষ্ট থাকে (১০০-৬২.৫০) কি.মি. রাস্তা

= ৩৭.৫০ কি.মি. রাস্তা

অবশিষ্ট সময় থাকে (২০-১০) দিন বা ১০ দিন

$\therefore$ ২৫০ জন শ্রমিক ৬২.৫০ কি.মি. রাস্তা তৈরি করে ১০ দিনে

$\therefore$ ২৫০ জন শ্রমিক ১ কি.মি. রাস্তা তৈরি করে $\frac{১০}{৬২.৫০}$ দিনে

$\therefore$ ২৫০ জন শ্রমিক ৩৭.৫ কি.মি. রাস্তা তৈরি করে $\frac{১০ \times ৩৭.৫০}{৬২.৫০}$ দিনে

$$= \frac{\cancel{৩৭৫০}^{৬}}{\cancel{৬২৫}}$$

$$= ৬$$

$\therefore$ কাজটি নির্দিষ্ট সময়ের (১০-৬) দিন বা, ৪ দিন পূর্বে সম্পন্ন হবে।

(দেখানো হলো)

অনুশীলনী ২.৩

১। ৭ কেজি চালের দাম ২৮০ টাকা হলে, ১৫ কেজি চালের দাম কত ?

২। একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জনের ১৫ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২৫ জনের কত দিন চলবে ?

৩। একজন দোকানদার ৯০০০ টাকা মূলধন বিনিয়োগ করে প্রতিদিন ৪৫০ টাকা লাভ করে। তাঁকে প্রতিদিন ৬০০ টাকা লাভ করতে হলে, কত টাকা বিনিয়োগ করতে হবে ?

৪। ১২০ কেজি চালে ১০ জন লোকের ২৭ দিন চলে। ১০ জন লোকের ৪৫ দিন চলতে হলে, কত কেজি চাল প্রয়োজন হবে ?

৫। ২ কুইন্টাল চালে ১৫ জন ছাত্রের ৩০ দিন চলে। ঐ পরিমাণ চালে ২০ জন ছাত্রের কত দিন চলবে ?

৬। ২৫ জন ছাত্র বাস করে এমন ছাত্রাবাসে যেখানে সপ্তাহে পানির প্রয়োজন হয় ৬২৫ গ্যালন। সপ্তাহে ৯০০ গ্যালন পানিতে কতজন ছাত্র প্রয়োজন মিটাতে পারবে ?

৭। ৯ জন শ্রমিক একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। ঐ কাজ ১৮ জন শ্রমিক কত দিনে করতে পারবে ?

৮। একটি বাঁধ তৈরি করতে ৩৬০ শ্রমিকের ২৫ দিন সময় লাগে। ১৮ দিনে বাঁধটির কাজ শেষ করতে হলে, কতজন অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে ?

৯। ২৫ জন লোক দৈনিক ৬ ঘণ্টা পরিশ্রম করে একটি কাজ ৮ দিনে শেষ করে। ১০ জন লোক দৈনিক ৬ ঘণ্টা পরিশ্রম করে কত দিনে কাজটি করতে পারবে ?

১০। একজন স্কুলছাত্র প্রতিদিন সাইকেল চালিয়ে ২ ঘণ্টায় ১০ কি.মি. পথ অতিক্রম করে স্কুলে আসা-যাওয়া করে। সে ৬ দিনে কত কি.মি. পথ অতিক্রম করে এবং তার গতিবেগ কত ?

১১। রবিন দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কি.মি. অতিক্রম করে। দৈনিক ৯ ঘণ্টা হেঁটে সে কত দিনে ৩৬০ কি.মি. অতিক্রম করতে পারবে ?

১২। জালাল প্রতি ৩ ঘণ্টায় ৯ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে পারে। ৩৬ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে তার কত ঘণ্টা লাগবে ?

১৩। ৬ জন লোক ২৮ দিনে কোনো জমির ফসল কাটতে পারে। ২৪ জন লোক কত দিনে ঐ জমির ফসল কাটতে পারে ?

১৪। ২ জন পুরুষ ৩ জন বালকের সমান কাজ করে। ৪ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক একটি কাজ ২১ দিনে করতে পারে। ঐ কাজটি ৬ জন পুরুষ ও ১৫ জন বালক কত দিনে করতে পারবে ?

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। ৩ : ৪ এবং ৪ : ৫ এর মিশ্র অনুপাত কোনটি ?

ক. ১৫ : ১৬ খ. ১২ : ২০ গ. ৭ : ৯ ঘ. ১২ : ১৬

২। ১০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ছাত্রী ৬০% হলে-

(i) ছাত্রীর সংখ্যা = ৬০ (ii) ছাত্র সংখ্যা = ৪০ (iii) ছাত্র:ছাত্রী = ৩:২

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩ এবং ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি কাজ ২ জন পুরুষ অথবা ৩ জন বালক সম্পন্ন করতে পারে। ২ জন পুরুষ সম্পন্ন করে ৯০০ টাকা পেল।

৩। ৯ জন বালক কত জন পুরুষের সমান কাজ করতে পারবে?

(ক) ৪ জন (খ) ৬ জন (গ) ৮ জন (ঘ) ১২ জন

৪। যদি কাজটি ৩ জন বালক সম্পন্ন করত তাহলে প্রত্যেক বালক কত টাকা পেত?

(ক) ১৩৫০ টাকা (খ) ৯০০ টাকা (গ) ৪৫০ টাকা (ঘ) ৩০০ টাকা

৫। ইউসুফ পরীক্ষায় ৭০% নম্বর পায়। পরীক্ষায় মোট নম্বর ৭০০ হলে, ইউসুফের প্রাপ্ত নম্বর কত ?

ক. ৫০০ খ. ৪৯০ গ. ৯৪০ ঘ. ৯০৪

সৃজনশীল প্রশ্ন

কোনো কাজ আলিফ ২০ দিনে এবং খালিদ ৩০ দিনে করতে পারে। তাদের দৈনিক মজুরি যথাক্রমে ৫০০ টাকা এবং ৪০০ টাকা। তারা একত্রে ৩ দিন কাজ করার পর বাকি কাজ খালিদ একা সম্পন্ন করে।

(ক) খালিদের দৈনিক মজুরি, আলিফের দৈনিক মজুরির শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

(খ) কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

(গ) যদি প্রত্যেকে আলাদা ভাবে কাজটির $\frac{৫}{১৬}$ অংশ সম্পন্ন করে তাহলে, তাদের প্রাপ্ত মজুরির অনুপাত নির্ণয় কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। তন্নী বুশরার বয়সের অনুপাত ৩ : ১। তন্নীর বয়স ৯ বছর হলে বুশরার বয়স নির্ণয় কর।

২। দুইটি সংখ্যার যোগফল ৬৩০। এদের অনুপাত ১০ : ১১ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

৩। পায়েসে দুধ ও চিনির অনুপাত ৭ : ২। ঐ পায়েসে চিনির পরিমাণ ৪ কেজি হলে, দুধের পরিমাণ কত ?

৪। একজন চাকরিজীবীর মাসিক আয় ১৫০০০ টাকা। তাঁর মাসিক ব্যয় ৯০০০ টাকা। তাঁর ব্যয়, আয়ের শতকরা কত ?

৫। একটি স্কুলে শিক্ষার্থী ছিল ৮০০ জন। বছরের শুরুতে ৫% শিক্ষার্থী নতুন ভর্তি করা হলে, বর্তমানে ঐ স্কুলে শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত ?

তৃতীয় অধ্যায়

পূর্ণসংখ্যা

আদিম মানুষ পশুপালন এবং খাদ্য সামগ্রীর হিসাব রাখার জন্য পাথর, কাঠি ইত্যাদি ব্যবহার করত। এসব উপকরণ দিয়ে হিসাব রাখা কষ্টকর বিধায় গুনে পাওয়া সংখ্যাকে লিখে রাখার জন্য নানা রকম প্রতীকের প্রয়োজন দেখা দেয়। সেখান থেকেই প্রতীকের মাধ্যমে সংখ্যা গণনা করা শুরু হয় এবং বর্তমান সংখ্যা পদ্ধতি বিকাশ লাভ করে। ০ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কগুলোকে ব্যবহার করে সব সংখ্যাকেই লিখে ফেলা যায়। এই অধ্যায়ে আমরা ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার ধারণা পাব। একই সাথে সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা স্থাপন, তাদের মধ্যে তুলনা এবং যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া নিয়ে আলোচনা করব।

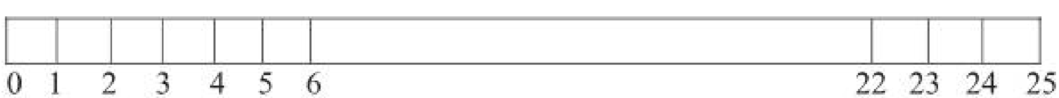
অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- পূর্ণ সংখ্যার বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পূর্ণ সংখ্যা শনাক্ত করতে পারবে।
- সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার অবস্থান দেখাতে পারবে এবং ছোট-বড় সংখ্যা তুলনা করতে পারবে।
- চিহ্নযুক্ত সংখ্যার যোগ, বিয়োগ করতে পারবে এবং সংখ্যারেখার সাহায্যে দেখাতে পারবে।

৩·১ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার ধারণা

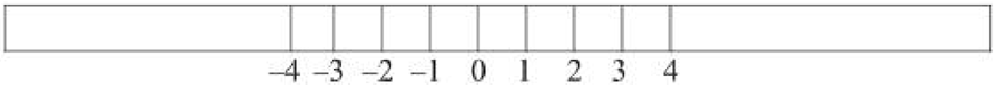
তমা ও সালমা খেলার জন্য সমদূরবর্তী 25টি বিন্দু 0 থেকে 25 পর্যন্ত সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত একটি স্কেল নিল। শুরুতে 0 (শূন্য) চিহ্নের উপর তারা তাদের গুটি দুইটি রাখলো। লাল ও নীল রঙের দুইটি ছক্কা একটি ব্যাগে রাখা হলো। খেলার নিয়মানুসারে, একজন একটি ছক্কা উঠিয়ে নিক্ষেপ করবে, তারপর নিক্ষেপ করা ছক্কাটি ব্যাগে রেখে দ্বিতীয় জন একটি ছক্কা উঠাবে। নিক্ষেপ করা ছক্কাটি লাল হলে যে সংখ্যাটি উঠবে তার গুটি তত ঘর ডানদিকে সরবে। আবার ছক্কাটি নীল হলে যে সংখ্যাটি উঠবে তার গুটি তত ঘর বামদিকে সরবে। কিন্তু প্রশ্ন হলো 0 চিহ্নের বামে কোনো ঘর নেই। এমতাবস্থায়, নীল রঙের ছক্কা নিক্ষেপ করার পর তারা গুটি সরাবে কোন দিকে ?

তমা ও সালমা তখন একই ধরনের নীল রঙের একটি স্কেল 0 এর বামপাশে স্থাপন করে খেলাটি শেষ করলো। উল্লেখ্য, খেলাটি শেষ করার শর্ত ছিল যে, যার গুটি ডানদিকে 25 পর্যন্ত আগে যাবে সে জয়ী হবে এবং যে বামদিকে 25 পর্যন্ত যাবে সে খেলা হতে বাদ পড়বে।



চিত্র - ১

অপর একদিন খেলার জন্য তারা কোনো নীল স্কেল না পেয়ে দুইটি একই ধরনের স্কেল বিপরীত দিকে স্থাপন করলো । তারা একমত হলো যে, শূন্যের বামে অর্থাৎ, বামদিকের স্কেলের সংখ্যাগুলোর সাথে একটি চিহ্ন বসিয়ে নিতে হবে এবং এই চিহ্নটি হবে বিয়োগ চিহ্ন '–' । এতে বিয়োগ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাগুলো শূন্যের চেয়ে ছোট বোঝাবে । এই সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক সংখ্যা ।



চিত্র - ২

৩·২ ঋণাত্মক সংখ্যা লিখন পদ্ধতি

মনে করি, শিপন ও রাজু কোনো স্থানের শূন্য বিন্দু থেকে পরস্পর বিপরীত দিকে হাঁটা শুরু করলো । শূন্য বিন্দুর ডানদিকের ধাপকে '+' চিহ্ন এবং বামদিকের ধাপকে '–' চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হলো । শিপন যদি ডান দিকে 5টি ধাপ অতিক্রম করে, তাহলে তার অবস্থানকে $+5$ দ্বারা এবং রাজু যদি বামদিকে 4 টি ধাপ অতিক্রম করে, তাহলে তার অবস্থানকে -4 দ্বারা চিহ্নিত করা হবে ।

কাজ :

নিচের প্রত্যেকটি ধাপকে অবস্থান অনুযায়ী '+' বা '–' চিহ্ন সহকারে লেখ :

(ক) শূন্য বিন্দুর বামদিকে 4 টি ধাপ
(খ) শূন্য বিন্দুর ডানদিকে 7 টি ধাপ
(গ) শূন্য বিন্দুর ডানদিকে 11 টি ধাপ
(ঘ) শূন্য বিন্দুর বামদিকে 6 টি ধাপ

৩·৩ সংখ্যারহ্রাস ও বৃদ্ধি

পূর্ববর্তী আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে, গতিপথের ডানদিকে যদি সংখ্যাটি ধনাত্মক হয় তবে বামদিকে সংখ্যাটি ঋণাত্মক হবে । যদি কোনো সংখ্যা থেকে 1 ধাপ ডানদিকে যাওয়া যায়, তবে ঐ সংখ্যার পরবর্তী সংখ্যাটি পাওয়া যাবে এবং যদি 1 ধাপ বাম দিকে যাওয়া যায়, তবে পূর্ববর্তী সংখ্যাটি পাওয়া যাবে ।

কাজ :

নিচের সংখ্যাগুলোর পরবর্তী সংখ্যাটি লেখ :

প্রদত্ত সংখ্যা	পরবর্তী সংখ্যাটি
10	
8	
-5	
-3	
0	
3	

নিচের সংখ্যাগুলোর পূর্ববর্তী সংখ্যাটি লেখ :

প্রদত্ত সংখ্যা	পূর্ববর্তী সংখ্যাটি
10	
8	
3	
0	
-3	
-6	

৩.৪ ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার

এ পর্যন্ত আমরা ঋণাত্মক সংখ্যার ধারণা পেয়েছি। বাস্তব জীবনে এগুলো কিভাবে ব্যবহার করা হয়, তা এখানে আলোচনা করা হলো :

আয়, ব্যয়	লাভ, ক্ষতি	বৃদ্ধি, হ্রাস

এগুলো আমাদের পরিচিত শব্দ। জোড়ার প্রথমটি দ্বিতীয়টির বিপরীত। আয়, লাভ ও বৃদ্ধি বলতে পরিমাণে বাড়ে। আবার ব্যয়, ক্ষতি ও হ্রাস বলতে পরিমাণে কমে।

5 টাকা আয়কে $+5$ টাকা দ্বারা চিহ্নিত করলে 7 টাকা ব্যয়কে -7 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করা যায়। ঠিক এমনিভাবে $+6$ টাকা দ্বারা 6 টাকা লাভ বোঝালে -4 টাকা দ্বারা 4 টাকা ক্ষতি বোঝানো যায়।

উপরের আলোচনা থেকে লক্ষ করি যে, একই জাতীয় কিন্তু বিপরীতমুখী দুইটি রাশির পার্থক্য বোঝাতে একটিকে $(+)$ চিহ্নযুক্ত ধরলে অপরটি $(-)$ চিহ্নযুক্ত হবে।

> $(+)$ চিহ্নযুক্ত রাশিকে ধনাত্মক রাশি বা ধন রাশি বলে এবং $(-)$ চিহ্নযুক্ত রাশিকে ঋণাত্মক রাশি বা ঋণ রাশি বলে। এ জন্য $(+)$ ও $(-)$ চিহ্নদ্বয়কে যথাক্রমে ধনাত্মক চিহ্ন ও ঋণাত্মক চিহ্ন বলে।

কাজ

১। নিচের শব্দযুগল সম্পর্কে ব্যাখ্যা দাও।

জমা, খরচ	ভরা, খালি	নগদ, বাকি

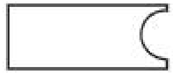
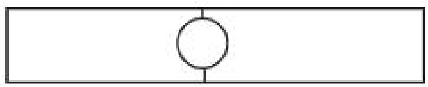
৩.৫ পূর্ণসংখ্যা

মানুষের প্রয়োজনে প্রথমে $1, 2, 3, \ldots\ldots$ এ সংখ্যাগুলো আবিষ্কৃত হয়। এগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বলে। স্বাভাবিক সংখ্যার সাথে 0 নিয়ে আমরা পাই, $0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$ এগুলোকে অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বলা হয়। আবার $\ldots\ldots, -4, -3, -2, -1$ সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা। অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা একত্র করলে আমরা পাই,

$$\ldots\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots.$$

এই সংখ্যাগুলো পূর্ণসংখ্যা।

নিচের চিত্রগুলোর সাহায্যে সংখ্যাগুলো প্রকাশ করা যেতে পারে :

	স্বাভাবিক সংখ্যা		শূন্য
	অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা		ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা
			পূর্ণসংখ্যা

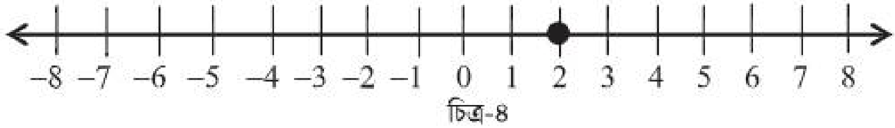
চিত্র - ৩

৩.৬ সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা স্থাপন (পূর্ণসংখ্যার অবস্থান নির্ণয়)

একটি সরলরেখা অঙ্কন করে তার উপরে একটি বিন্দু 0 নিই। তাহলে, 0 বিন্দুটি সরলরেখাটিকে দুইটি অংশে বিভক্ত করে। একটি অংশ ডানদিকে ও অপর অংশটি বামদিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত। এর ডানদিককে ধনাত্মক ও বামদিককে ঋণাত্মক ধরা হয়।

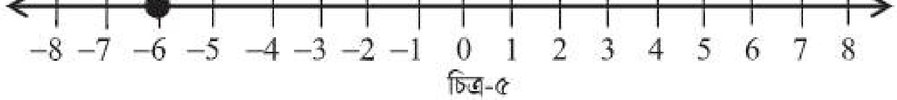
এখন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 0 বিন্দু থেকে শুরু করে ডান দিকে ও বাম দিকে পর পর সমান দূরত্বে দাগ দিই। এখন 0 বিন্দুর ডানদিকের দাগগুলোকে পর্যায়ক্রমে $+1, +2, +3, +4$......... বা শুধুমাত্র $1, 2, 3, 4$....... লিখে এবং বাম দিকের দাগগুলোকে $-1, -2, -3, -4$ .... লিখে চিহ্নিত করি।

এখন, সংখ্যারেখার উপর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা 2 স্থাপনের জন্য 0 বিন্দুর ডানদিকে 2 একক দূরের বিন্দুটিকে গাঢ় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করি (চিত্র-৪)। তাহলে গোল চিহ্নিত বিন্দুটিই হবে 2 এর অবস্থান।



চিত্র-৪

আবার, সংখ্যারেখার উপর ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা -6 স্থাপনের জন্য 0 বিন্দুর বামদিকে 6 একক দূরের বিন্দুটিকে গাঢ় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করি (চিত্র-৫)। তাহলে এই বিন্দুটিই হবে -6 এর অবস্থান।



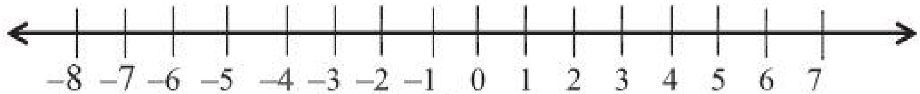
চিত্র-৫

৩.৭ পূর্ণসংখ্যার ক্রম

রমা ও রাণী যে গ্রামে বাস করে সেখানে সিঁড়ি বাঁধানো একটি পুকুর আছে। পুকুরের পাড় হতে নিচ তলা পর্যন্ত 10টি ধাপ আছে। একদিন তারা পুকুরপাড়ে গিয়ে দেখে যে পাড় হতে 5 ধাপ নিচে পানি আছে। বর্ষাকালে পানি কোথায় ওঠে তা দেখার জন্য তারা পানির বর্তমান স্তরকে 0 দ্বারা চিহ্নিত করলো। তারপর উপরের দিকে ধাপগুলোকে $1, 2, 3, 4, 5$ দ্বারা চিহ্নিত করলো। বর্ষাকালে বৃষ্টির পর তারা দেখলো যে পানির স্তর 3 ধাপ পর্যন্ত উপরে উঠেছে। বর্ষা চলে যাওয়ার কয়েক মাস পর দেখা গেল যে পানির স্তর 0 চিহ্নের 3 ধাপ নিচে নেমেছে। তাহলে নিচের ধাপগুলোকে কীভাবে চিহ্নিত করা যেতে পারে ?

যেহেতু পানি কমেছে, সেজন্য তারা নিচের দিকে '–' বিয়োগ চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বসানোর সিদ্ধান্ত নিল। সে অনুযায়ী 0 এর নিচের ধাপগুলোকে পরপর $-1, -2, -3$ দ্বারা চিহ্নিত করলো। এর কিছুদিন পর পানি আরো 1 ধাপ নিচে নেমে গেল। তখন তারা ঐ ধাপকে -4 দ্বারা চিহ্নিত করলো। তাহলে দেখা যাচ্ছে যে, $-4 < -3$ । অনুরূপভাবে বলা যায় যে, $-5 < -4$.

পুনরায় আমরা সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা স্থাপন করি :



চিত্র-৬

আমরা জানি, $7 > 4$ এবং সংখ্যারেখায় আমরা দেখি যে, 4 এর ডানে 7 । অনুরূপভাবে, $4 > 0$ অর্থাৎ 0 এর ডানে 4 । আবার যেহেতু -3 এর ডানে 0, সুতরাং $0 > -3$ । অনুরূপভাবে, -8 এর ডানে -3 হওয়ায় $-3 > -8$ । এভাবে আমরা দেখতে পাই, সংখ্যারেখায় আমরা ডানদিকে গেলে সংখ্যার মান বৃদ্ধি পায় এবং বামদিকে গেলে হ্রাস পায়।

অতএব, ... $-3 < -2, -2 < -1, -1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3,$ .... অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যাগুলোকে পর্যায়ক্রমে আমরা ......, $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,$ .... আকারে লিখতে পারি।

কাজ : ১। $-5, 7, 8, -3, -1, 2, 1, 9$ সংখ্যাগুলোকে ক্রম অনুসারে লেখ।

অনুশীলনী ৩·১

১। নিচের বাক্যাংশগুলো বিপরীত অর্থে লিখ :

(ক) ওজন বৃদ্ধি ; (খ) 30 কি.মি. উত্তর দিক ; (গ) বাড়ি হতে বাজার ৪ কি.মি. পূর্বে ;

(ঘ) 700 টাকা ক্ষতি ; (ঙ) সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে 100 মিটার উপরে।

২। নিচের বাক্যগুলোতে উল্লেখিত সংখ্যাগুলো উপযুক্ত চিহ্ন সহকারে লেখ :

(ক) একটি উড়োজাহাজ সমতল ভূমি থেকে দুই হাজার মিটার উপর দিয়ে উড়ছে।

(খ) একটি ডুবোজাহাজ সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে আটশত মিটার গভীরে চলছে।

(গ) দুইশত টাকা ব্যাংকে জমা রাখা।

(ঘ) সাতশত টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নেওয়া।

৩। নিচের সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখায় স্থাপন কর :

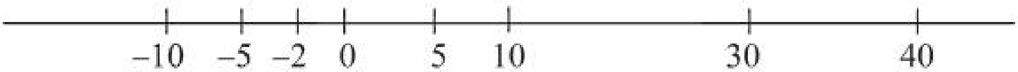
(ক) $+5$ (খ) -10 (গ) $+8$ (ঘ) -1 (ঙ) -6

৪। কোনো একটি নির্দিষ্ট দিনে বিভিন্ন দেশের চারটি স্থানের তাপমাত্রার তালিকা নিম্নে উল্লেখ করা হলো :

স্থানের নাম	তাপমাত্রা	ফাঁকা কলাম
ঢাকা	$0^\circ C$ এর উপরে $15^\circ C$	... ...
কাঠমান্ডু	$0^\circ C$ এর নচে $5^\circ C$	... ...
মস্কো	$0^\circ C$ এর নিচে $10^\circ C$	... ...
রিয়াদ	$0^\circ C$ এর উপরে $20^\circ C$	... ...

(ক) বিভিন্ন স্থানের তাপমাত্রা উপযুক্ত চিহ্ন সহকারে পূর্ণসংখ্যায় উপরের ফাঁকা কলামে লেখ।

(খ) নিচের সংখ্যারেখায় উল্লেখিত সংখ্যাগুলো দ্বারা তাপমাত্রা দেখানো হয়েছে।



চিত্র-৭

(i) তাপমাত্রা অনুযায়ী উপরোক্ত স্থানগুলোর নাম সংখ্যারেখায় লেখ।

(ii) কোন স্থানটি সবচেয়ে শীতল ?

(iii) যে সকল স্থানের তাপমাত্রা $10^\circ C$ এর বেশি সে সকল স্থানের নাম লেখ।

৫. নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে কোনটি অন্যটির ডানে অবস্থিত তা সংখ্যারেখায় দেখাও :

(ক) $2, 9$ (খ) $-3, -8$ (গ) $0, -1$

(ঘ) $-11, 10$ (ঙ) $-6, 6$ (চ) $1, -10$

৬. নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যবর্তী পূর্ণ সংখ্যাগুলো মানের উর্ধ্বক্রম অনুযায়ী লেখ :

(ক) 0 এবং -7 (খ) -4 এবং 4

(গ) -4 এবং -15 (ঘ) -30 এবং -23

৭. (ক) -20 হতে বড় চারটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লেখ।

(খ) -10 হতে ছোট চারটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লেখ।

(গ) -10 ও -5 এর মধ্যবর্তী চারটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লেখ।

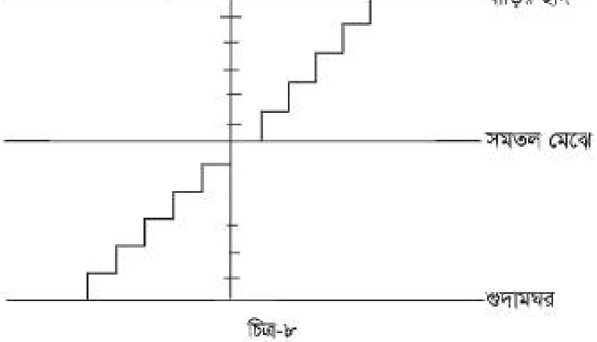
৮. নিচের বাক্যগুলোর পাশে সত্য হলে (স) এবং মিথ্যা হলে (মি) লেখ। মিথ্যা হলে বাক্যটি শুদ্ধ কর।

(ক) সংখ্যারেখায় -10 এর ডানে -8. (খ) সংখ্যারেখায় -60 এর ডানে -70.

(গ) সবচেয়ে ছোট ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা -1. (ঘ) -20 এর চেয়ে -26 বড়।

৩·৮ পূর্ণসংখ্যার যোগ

শ্যামাদের একতলা বাড়ির ছাদে এবং নিচের গুদামঘরে যাওয়ার জন্য একটি সিঁড়ি আছে। ধরা যাক, বাড়ির মেঝে থেকে উপরে ওঠার প্রত্যেকটি সিঁড়ি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, নিচে গুদামঘরে যাওয়ার প্রত্যেকটি সিঁড়ি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং মেঝেকে শূন্য (0) দ্বারা নির্দেশ করা হলো।



চিত্র-৮

নিচের বাক্যগুলো পড় এবং খালি ঘর পূরণ কর (দুইটি করে দেখানো হলো) :

(ক) সমতল মেঝে থেকে 6 টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে $\boxed{+6}$।

(খ) সমতল মেঝে থেকে 5 টি সিঁড়ি নিচে নেমে এবং সেখান থেকে 7 টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে $\boxed{(-5)+(+7) = +2}$।

(গ) সমতল মেঝে থেকে 4 টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে $\boxed{}$।

(ঘ) সমতল মেঝে থেকে 2 টি সিঁড়ি উপরে উঠে এবং সেখান থেকে আরো 3 টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে $\boxed{}$।

(ঙ) সমতল মেঝে থেকে 4 টি সিঁড়ি নিচে নেমে এবং সেখান থেকে আরো 2 টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে $\boxed{}$।

(চ) সমতল মেঝে থেকে 5 টি সিঁড়ি নিচে নেমে এবং সেখান থেকে 3 টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে $\boxed{}$।

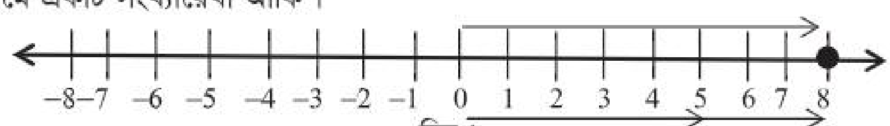
(ছ) সমতল মেঝে থেকে 4 টি সিঁড়ি উপরে উঠে এবং সেখান থেকে 8 টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে $\boxed{}$।

কাজ :
দলগতভাবে সংখ্যারেখা অঙ্কন করে উপরে বর্ণিত প্রশ্নের অনুরূপ কিছু প্রশ্ন ও উত্তর তৈরি কর এবং শিক্ষকদের নির্দেশে এক দলের কাজ অন্য দলের সাথে বিনিময় ও মূল্যায়ন কর ।

৩·৯ সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার যোগ

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 5 ও 3 এর যোগ অর্থাৎ, $5+3$ নির্ণয় :

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি ।

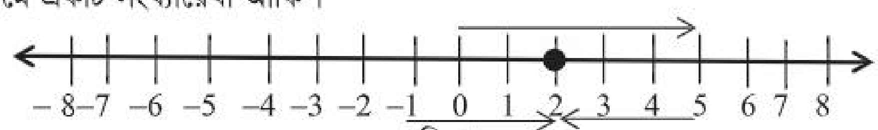


চিত্র-৯

সংখ্যারেখার 0 বিন্দু থেকে ডানদিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে 5 বিন্দুতে পৌছাই । তারপর 5 বিন্দুর ডানদিকে আরও 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং 8 বিন্দুতে পৌছাই । তাহলে, 5 ও 3 এর যোগফল হবে $5+3=8$ (চিত্র-৯) ।

(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ, $5+(-3)$ নির্ণয় :

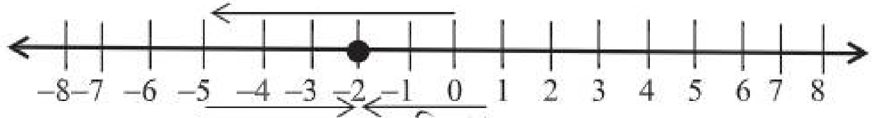
প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি ।



চিত্র-১০

সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডানদিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে 5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর 5 বিন্দুর বামদিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং 2 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে, 5 ও -3 এর যোগফল হবে $(+5)+(-3)=2$ (চিত্র-১০)।

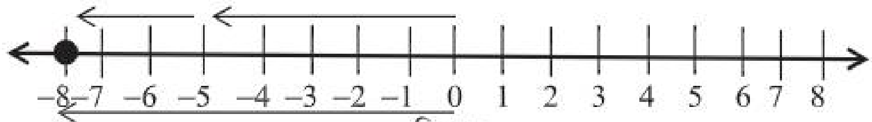
(গ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও 3 এর যোগ অর্থাৎ, $(-5)+3$ নির্ণয় :
প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।



চিত্র-১১

সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বামদিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর -5 বিন্দুর ডানদিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -2 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে, -5 ও 3 এর যোগফল হবে $(-5)+(+3)=-2$ (চিত্র-১১)।

(ঘ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ, $(-5)+(-3)$ নির্ণয় :
প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।



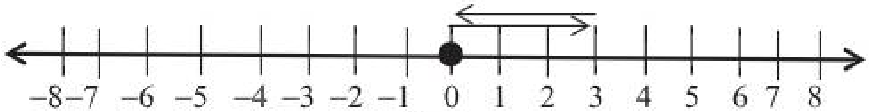
চিত্র-১২

সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বামদিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর -5 বিন্দুর বামদিকে আরও 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -8 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে -5 ও -3 এর যোগফল হবে $(-5)+(-3)=-8$ (চিত্র-১২)।

উপরের আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে, যদি কোনো পূর্ণসংখ্যার সাথে একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে বড় হয়। আবার, যদি কোনো পূর্ণসংখ্যার সাথে একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে ছোট হয়।

এখন দুইটি পূর্ণ সংখ্যা 3 ও -3 এর যোগফল নির্ণয় করি। প্রথমে সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডানদিকে 3 ধাপ অতিক্রম করে $+3$ বিন্দুতে পৌঁছাই এবং তারপর $+3$ বিন্দু থেকে বামদিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি। তাহলে আমরা কোন বিন্দুতে পৌঁছলাম ?

চিত্র-১৩ থেকে দেখতে পাই যে, $3+(-3)=0$ অর্থাৎ, 0 বিন্দুতে পৌঁছলাম।



চিত্র-১৩

সুতরাং দুইটি পূর্ণসংখ্যা 3 ও -3 যোগ করলে আমরা পাই শূন্য। অর্থাৎ, একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সাথে তার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করলে যোগফল শূন্য হয়।

এ ক্ষেত্রে, -3 কে $+3$ এর যোগাত্মক বিপরীত এবং $+3$ কে -3 এর যোগাত্মক বিপরীত বলা হয়।

কাজ :

১। কয়েকটি ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখে তাদের যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা লেখ এবং এগুলোকে সংখ্যারেখায় দেখাও।

২। সংখ্যারেখা ব্যবহার করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় কর : (ক) $(-2)+6$ (খ) $(-6)+2$ এ ধরনের আরও দুইটি প্রশ্ন তৈরি কর এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার করে সমাধান কর।

উদাহরণ ১। যোগফল নির্ণয় কর : $(-9)+(+4)+(-6)$.

সমাধান : প্রদত্ত রাশিমালার ঋণাত্মক সংখ্যাগুলোকে একত্রে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখে পাই,

$$(-9)+(+4)+(-6)$$
$$=(-9)+(-6)+(+4)$$
$$=(-15)+(+4)=-15+4$$
$$=-11$$

উদাহরণ ২। $(+30)+(-23)+(-63)+(+55)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশিমালার ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যাগুলোকে একত্রে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখে পাই,

$$(+30)+(-23)+(-63)+(+55)$$
$$=(+30)+(+55)+(-23)+(-63)$$
$$=(+85)+(-86)=85-86$$
$$=-1$$

উদাহরণ ৩। $(-10), (92), (84)$ এবং (-15) সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় কর।

সমাধান : $(-10)+(92)+(84)+(-15)$

$$=(-10)+(-15)+(92)+(84)$$
$$=(-25)+(176)=176-25=151$$

কাজ

১। সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় কর : (ক) $(+7)+(-11)$
(খ) $(-13)+(+10)$ (গ) $(-7)+(+9)$ (ঘ) $(+10)+(-5)$

এ ধরনের আরও পাঁচটি প্রশ্ন তৈরি কর এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে সমাধান কর।

অনুশীলনী ৩.২

১। সংখ্যারেখা ব্যবহার করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় কর :
(ক) $9+(-6)$ (খ) $5+(-11)$ (গ) $(-1)+(-7)$ (ঘ) $(-5)+10$

২। সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় কর :
(ক) $11+(-7)$ (খ) $(-13)+(+18)$ (গ) $(-10)+(+19)$
(ঘ) $(-1)+(-2)+(-3)$ (ঙ) $(-2)+8+(-4)$

৩। যোগফল নির্ণয় কর :
(ক) 137 এবং -35 (খ) -52 এবং 52
(গ) $-31, 39$ এবং 19 (ঘ) $-50, -200$ এবং 300

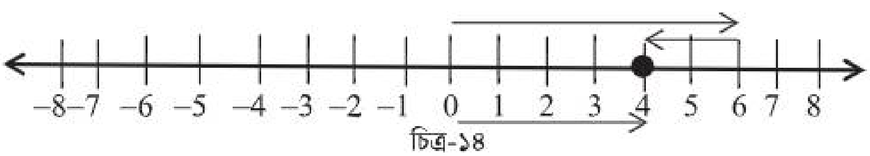
৪। যোগফল নির্ণয় কর :
(ক) $(-7)+(-9)+4+16$ (খ) $37+(-2)+(-65)+(-8)$

৩.১০ সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ

আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার যোগ শিখেছি। সে ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাই যে, কোনো সংখ্যার সাথে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ বিন্দু থেকে ডানদিকে যাই আবার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ বিন্দু থেকে বামদিকে যাই। এখন আমরা পূর্ণসংখ্যা থেকে পূর্ণসংখ্যা কিভাবে বিয়োগ করা হয় তা শিখবো।

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে 2 বিয়োগ অর্থাৎ, $6-(+2)$ নির্ণয় :

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে পূর্ণসংখ্যা 6 থেকে 2 বিয়োগ করার জন্য 6 বিন্দু থেকে বামদিকে 2 ধাপ অতিক্রম করি এবং 4 বিন্দুতে পৌছাই। সুতরাং আমরা পাই, $6-(+2)=6-2=4$ (চিত্র-১৪)।



চিত্র-১৪

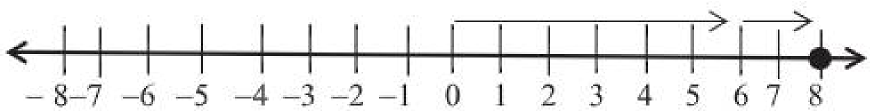
(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে (-2) বিয়োগ অর্থাৎ $6-(-2)$ নির্ণয় :

$6-(-2)$ নির্ণয়ের জন্য আমরা কি 6 বিন্দু থেকে 2 ধাপ বামদিকে যাব নাকি ডানদিকে যাব? যদি, আমরা 2 ধাপ বামদিকে যাই তবে 4 বিন্দুতে পৌছাই। তাহলে আমাদের বলতে হবে $6-(-2)=4$। কিন্তু এটা সঠিক নয় কারণ আমরা জানি $6-2=4$; অতএব, $6-2 \neq 6-(-2)$.

যদি 0 থেকে 2 ঘর বামে যাওয়া -2 হয় তবে 0 থেকে -2 ঘর বামে যাওয়া অর্থ হবে 0 থেকে 2 ঘর ডানে যাওয়া। তাই $6-(-2)=6+2=8$.

যেহেতু, সংখ্যারেখার উপর আমরা শুধু ডান বা বাম দিকে যেতে পারি, সেহেতু আমাদেরকে 6 বিন্দুর ডানদিকে 2 ধাপ যেতে হবে এবং $6-(-2)=8$ হবে (চিত্র-১৫)।

লক্ষ করি : $-(-2)=+2=2$.



চিত্র-১৫

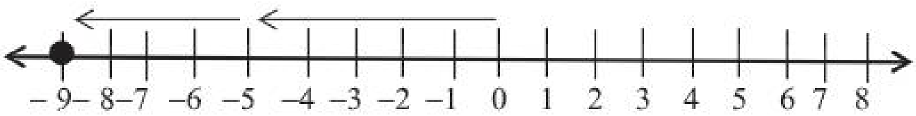
সমস্যাটির সমাধান অন্যভাবে বিবেচনা করা যাক। আমরা জানি যে, (-2) এর যোগাত্মক বিপরীত 2. সে জন্য 6 এর সাথে (-2) এর যোগাত্মক বিপরীতের যোগফল যা পাওয়া যায় তা 6 থেকে (-2) এর বিয়োগফলের সমান।

একটি সংখ্যা থেকে অপর একটি সংখ্যা বিয়োগ করার অর্থ হলো, প্রথম সংখ্যার সাথে দ্বিতীয় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করা।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি, $6-(-2)=6+2=8$.

উপরের উদাহরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে, যখন কোনো সংখ্যা থেকে একটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা বিয়োগ করা হয়, তখন ঐ সংখ্যা থেকে বড় কোনো সংখ্যা পাওয়া যায়।

(গ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5-(+4)$ এর মান নির্ণয় :

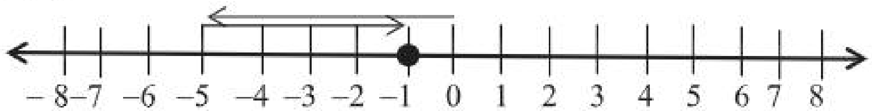


চিত্র-১৬

আমরা জানি, $-5-(+4)=-5+(-4)$, যেহেতু $+4$ এর যোগাত্মক বিপরীত -4. আমরা এখন $-5+(-4)$ এর মান নির্ণয় করার জন্য -5 বিন্দু থেকে বামদিকে 4 ধাপ অতিক্রম করি এবং -9 বিন্দুতে পৌছাই। তাহলে আমরা পাই $-5+(-4)=-9$. সুতরাং $-5-(+4)=-9$ (চিত্র-১৬)।

(ঘ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5-(-4)$ এর মান নির্ণয় :

আমরা জানি, $-5-(-4)=-5+4$, যেহেতু -4 এর যোগাত্মক বিপরীত 4. এখন $-5+(4)$ এর মান নির্ণয় করার জন্য আমরা -5 বিন্দুটি থেকে ডানদিকে 4 ধাপ অতিক্রম করি এবং -1 বিন্দুতে পৌছাই
(চিত্র-১৭)



চিত্র-১৭

তাহলে আমরা পাই $-5+4=-1$, সুতরাং $-5-(-4)=-1$.

উদাহরণ ১। $-8-(-10)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, -10 এর যোগাত্মক বিপরীত 10.

অতএব, $(-8)-(-10)=-8+(-10$ এর যোগাত্মক বিপরীত$)=-8+10=2$

সুতরাং $-8-(-10)=2$

এখন, সংখ্যারেখার উপর -8 বিন্দুটি থেকে ডানদিকে 10 ধাপ অতিক্রম করি এবং 2 বিন্দুতে পৌছাই।

সুতরাং $-8-(-10)=2$

উদাহরণ ২। (-10) থেকে (-4) বিয়োগ কর।

সমাধান : আমরা জানি, (-4) এর যোগাত্মক বিপরীতক 4

সুতরাং, $(-10)-(-4)=(-10)+(-4$ এর যোগাত্মক বিপরীত$)=-10+4=-6$

উদাহরণ ৩। (-3) থেকে $(+3)$ বিয়োগ কর।

সমাধান : এখানে, $(-3)-(+3)=(-3)+(+3$ এর যোগাত্মক বিপরীত$)$

$$=-3+(-3)$$

$$=-6.$$

উদাহরণ ৪ । ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রী রাইসা ও ফারিহা তাদের বিদ্যালয় মাঠের কেন্দ্র বিন্দু (শূন্যবিন্দু) থেকে ডানদিকে 6 ধাপ এবং বামদিকে 5 ধাপ অতিক্রম করে যথাক্রমে A ও B অবস্থানে পৌছে। ডান দিক ধনাত্মক বিবেচ্য।

(ক) A ও B এর অবস্থান সূচক সংখ্যা চিহ্নসহ লেখো।

(খ) রাইসা ও ফারিহার অবস্থান সংখ্যারেখায় দেখাও।

(গ) রাইসা ও ফারিহার আরও এক ধাপ করে অগ্রসর হলে তাদের অবস্থান সূচক সংখ্যারেখা ব্যবহার করে যোগ কর।

সমাধান :

(ক) রাইসা শূন্য বিন্দুর অবস্থান থেকে 6 ধাপ ডানে যায় আর

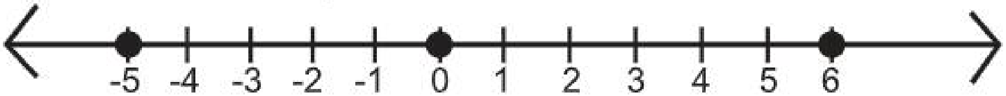
ফারিহা শূন্য বিন্দুর অবস্থান থেকে 5 ধাপ বামে যায়

যেহেতু ডান দিক ধনাত্মক। অতএব, বামদিক ঋণাত্মক।

অতএব A এর অবস্থান সূচক সংখ্যা = +6

B এর অবস্থান সূচক সংখ্যা = -5

(খ)



রাইসার অবস্থান সূচক সংখ্যা = +6

ফারিহার অবস্থান সূচক সংখ্যা = -5

সংখ্যা রেখায় 0 বিন্দুর অবস্থান থেকে ডান দিকে

6 ধাপ গেলে যে বিন্দু পাওয়া যায় তা, +6 যা, রাইসার অবস্থান

আবার, 0 বিন্দুর অবস্থান থেকে বাম দিকে 5 ধাপ অতিক্রম করে প্রাপ্ত বিন্দু = -5, যা ফারিহার অবস্থান।

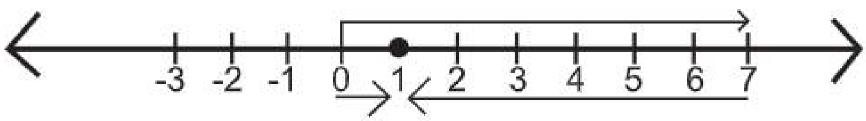
সংখ্যা রেখায় 0 এর ডানের গোল চিহ্নিত বিন্দুটি = +6

এবং 0 এর বামের গোল চিহ্নিত বিন্দুটি = -5

(গ) রাইসা আরও একধাপ অগ্রসর হলে প্রাপ্ত বিন্দু = +6+1 = +7

ফারিহা আরও একধাপ অগ্রসর হলে প্রাপ্ত বিন্দু = -5-1= -6

এখন সংখ্যা রেখা ব্যবহার করে +7+(-6) এর মান নির্ণয় করতে হবে।



সংখ্যারেখার 0 বিন্দু থেকে ডানদিকে 7 ধাপ অতিক্রম করে +7 বিন্দুতে পৌছাই। তারপর (+7) বিন্দুর বাম দিকে 6 ধাপ অতিক্রম করে (+1) বিন্দুতে পৌছাই। তাহলে +7 ও -6 এর যোগফল হবে।

(+7) + (-6) = +1 (চিত্র)

উদাহরণ ৫। $A = (-9)+4+(-6)$
$B = 7+(-4)$

(ক) B এর মান নির্ণয় কর।
(খ) দেখাও যে, $A<B$
(গ) A ও B এর মান সংখ্যারেখায় বসিয়ে $(A + B)$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) $B = 7+(-4)$
$= 7-4$
$= 3$

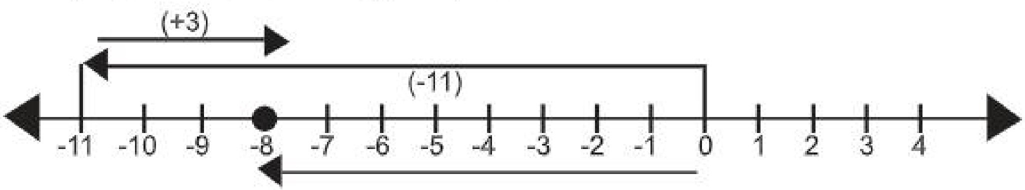
(খ) 'ক' হতে পাই, $B = 3$
$A = (-9)+4+(-6)$
$= -9+4-6$
$= -9-6+4$
$= -15+4$
$= -11$
$A = -11$ এবং $B= 3$

A এর মান, B এর মানের চেয়ে ছোট

অর্থাৎ $A<B$

(গ) 'খ' হতে পাই, $A = -11$
এবং $B = 3$
$A+B = -11+(+3)$

এখন, সংখ্যারেখা ব্যবহার করে, $(A+B)$ নির্ণয় করি।



সংখ্যা রেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বাম দিকে প্রথমে 11 ধাপ অতিক্রম করে (-11) বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর, (-11) বিন্দুর ডানদিকে 3 ধাপ অতিক্রম করে, (-8) বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে, (-11) এবং 3 এর যোগফল হবে, $(-11)+(+3) = -8$

অতএব $A + B = -8$

অনুশীলনী ৩.৩

১। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

(ক) $35-20$ (খ) $72-90$ (গ) $(-15)-(-18)$

(ঘ) $(-20)-13$ (ঙ) $23-(-12)$ (চ) $(-32)-(-40)$

২। নিচের ফাঁকা ঘরগুলোতে $>, <$ বা $=$ চিহ্ন বসাও :

(ক) $(-3)+(-6) \square (-3)-(-6)$ (খ) $(-21)-(-10) \square (-31)+(-11)$

(গ) $45-(-11) \square 57+(-4)$ (ঘ) $(-25)-(-42) \square (-42)-(-25)$

৩। নিচের ফাঁকাগুলো পূরণ কর :

(ক) $(-8)+ \square = 0$ (খ) $13+ \square = 10$

(গ) $12+(-12) = \square$ (ঘ) $(-4)+ \square = -12$

(ঙ) $\square -15 = -10$

৪। মান নির্ণয় কর :

(ক) $(-7)-8-(-25)$ (খ) $(-13)+32-8-1$

(গ) $(-7)+(-8)+(-90)$ (ঘ) $50-(-40)-(-2)$

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। $\square -15 = -10$; $\square$ চিহ্নিত স্থানের সংখ্যাটি কত?

(ক) -25 (খ) -5 (গ) 5 (ঘ) 25

নিচের তথ্যের আলোকে (২ ও ৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$-7, -8, -9$ তিনটি পূর্ণসংখ্যা।

২। প্রথম সংখ্যার সাথে ২য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে হয়-

(ক) -15 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) 15

৩। ১ম ও ৩য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যার যোগফলের সাথে ২য় সংখ্যা যোগ করলে যোগফল A হলে-

(ক) $A<-15$ (খ) $A>-90$ (গ) $A>97$ (ঘ) $A<-97$

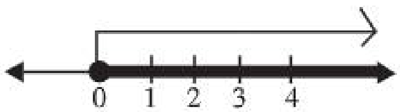
৪। $A = 45-(-11)$ এবং $B = 57+(-4)$ হলে-

(i) $A=56$ (ii) $B=-53$ (iii) $A-B=3$;

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

৫।



চিত্রের চিহ্নিত অংশে আছে-

(i) অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা (ii) সকল মৌলিক সংখ্যা (iii) সকল জোড় সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

$9, -4, -2, \ 0, \ 6, -5,$

(ক) ধনাত্মক সংখ্যাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাও।

(খ) অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যাগুলোর সমষ্টি হতে ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যাগুলোর সমষ্টি বিয়োগ কর।

(গ) প্রথম সংখ্যাদ্বয়ের অন্তর এবং শেষ সংখ্যাদ্বয়ের অন্তর নির্ণয় করে, সংখ্যারেখার সাহায্যে অন্তরদ্বয়ের যোগফল নির্ণয় কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। সংখ্যারেখার সাহায্যে -8 ও 5 যোগফল নির্ণয় কর।

২। সংখ্যারেখার সাহায্যে 7 ও 3 বিয়োগফল নির্ণয় কর।

৩। মান নির্ণয় কর: $47-(-7)-(-65)+(-25)$

চতুর্থ অধ্যায়

বীজগণিতীয় রাশি

পাটিগণিতে আমরা সংখ্যা ও সংখ্যার বৈশিষ্ট্য জেনে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা সমাধান করেছি। জ্যামিতিতে বস্তুর আকৃতি সম্পর্কে জেনেছি। এবার আমরা গণিতের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ শাখা বীজগণিত সম্পর্কে জানবো। গণিতের এই শাখার বৈশিষ্ট্য হলো অক্ষর প্রতীকের প্রয়োগ। অক্ষর প্রতীক ব্যবহার করে আমরা নির্দিষ্ট কোনো সংখ্যার বদলে যেকোনো সংখ্যা বিবেচনা করতে পারি। দ্বিতীয়ত, অক্ষর অজানা পরিমাণের প্রতীক হিসেবে এবং সংখ্যার পরিবর্তে ব্যবহৃত হয় বিধায় সকল গাণিতিক প্রক্রিয়া মেনে বীজগণিতীয় রাশি গঠন করা হয়।

এ অধ্যায়ে বীজগণিতীয় প্রতীক, চলক, সহগ, সূচক, বীজগণিতীয় রাশি, বীজগণিতীয় রাশির যোগ ও বিয়োগ উপস্থাপন করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –
- বীজগণিতীয় প্রতীক, চলক, সহগ, সূচক ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- বীজগণিতীয় রাশির সদৃশ ও বিসদৃশ পদ শনাক্ত করতে পারবে।
- এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট বীজগণিতীয় রাশি বর্ণনা করতে পারবে।
- বীজগণিতীয় রাশির যোগ ও বিয়োগ করতে পারবে।

৪·১ বীজগণিতীয় প্রতীক, চলক, সহগ ও সূচক

বীজগণিতীয় প্রতীক

পাটিগণিতে সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। বীজগণিতে ব্যবহৃত সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$। এ সব সংখ্যা প্রতীক দ্বারা যেকোনো সংখ্যা লেখা যায়। তবে, বীজগণিতে সংখ্যা প্রতীকের সাথে অক্ষর প্রতীকও ব্যবহার করা হয়। এটি বীজগণিতের মৌলিক বৈশিষ্ট্য। বীজগণিতে $a, b, c, ...p, q, r, ...x, y, z, ...$ ইত্যাদি অক্ষর দ্বারা জানা বা অজানা সংখ্যা বা রাশিকে প্রকাশ করা হয়।

মনে করি, মলির কাছে কয়েকটি আম আছে। এখানে মলির কাছে কয়টি আম আছে তা নির্দিষ্ট করে বলা হয়নি। তার কাছে যেকোনো সংখ্যক আম থাকতে পারে। তবে বীজগণিতীয় প্রতীকের সাহায্যে বলা যায়, তার কাছে x সংখ্যক আম আছে। x এর মান 5 হলে, মলির কাছে 5টি আম আছে ; x এর মান 10 হলে, মলির কাছে 10টি আম আছে, ইত্যাদি।

চলক : অক্ষর প্রতীক x এর মান 5 বা 10 বা অন্য কোনো সংখ্যা হতে পারে। বীজগণিতে এ ধরনের অজ্ঞাত রাশি বা অক্ষর প্রতীককে চলক বলে। অতএব, x চলকের একটি উদাহরণ।

এখানে চলক হিসেবে x প্রতীক ব্যবহার করা হয়েছে। x প্রতীকের পরিবর্তে y প্রতীক নয় কেন ? চলক হিসেবে x এর পরিবর্তে y বা অন্য কোনো প্রতীকও ব্যবহার করা যায়।

লক্ষ্য করি : * চলক এমন একটি প্রতীক যার মানের পরিবর্তন হয়।
* চলকের মান নির্দিষ্ট নয়।
* চলক বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে।

প্রক্রিয়া চিহ্ন : পূর্বে আমরা পাটিগণিতে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ সম্পর্কে জেনেছি। এগুলো যেসব চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়, তাদেরকে প্রক্রিয়া চিহ্ন বলা হয়।

পাটিগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন :	$+$	$-$	$\times$	$\div$
	যোগ	বিয়োগ	গুণ	ভাগ
বীজগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন :	$+$	$-$	$\times, \cdot$	$\div$
	প্লাস	মাইনাস	মাল্টিপ্লিকেশন বা ইন্টু বা ডট	ডিভিশন

ধরি, x ও y দুইটি চলক। তাহলে,

x প্লাস y কে লেখা হয়, $x+y$

x মাইনাস y কে লেখা হয়, $x-y$

x ইন্টু y কে লেখা হয়, $x \times y$, বা $x.y$, বা xy

x ডিভিশন y কে লেখা হয়, $x \div y$, বা $\dfrac{x}{y}$

x ইন্টু 3 কে লেখা হয়, $x \times 3$, বা $x.3$, বা $3x$; কিন্তু $x3$ লেখা হয় না।

সাধারণভাবে, গুণ (ইন্টু) এর ক্ষেত্রে প্রথমে সংখ্যা প্রতীক ও পরে অক্ষর প্রতীক লেখা হয়। যেমন, $3x, 5y, 10a$ ইত্যাদি।

বীজগণিতে দুইটি প্রতীক পাশাপাশি লিখলে এদের মধ্যে '×' চিহ্ন আছে ধরে নিতে হয়। যেমন, $a \times b = ab, a.b = ab$ ।

উদাহরণ ১। নিচের বীজগণিতীয় রাশি দ্বারা কী বোঝায় ?

(i) $8x$ (ii) $a+5b$ (iii) $3x-2$ (iv) $\frac{ax+by}{4}$.

সমাধান : (i) $8x$ হচ্ছে $8 \times x$ বা, $x \times 8$ অর্থাৎ, x এর 8 গুণ

(ii) $a+5b$ হচ্ছে a এর সাথে b এর 5 গুণের যোগ

(iii) $3x-2$ হচ্ছে x এর 3 গুণ থেকে 2 বিয়োগ

(iv) $\frac{ax+by}{4}$ হচ্ছে a ও x এর গুণফলের সাথে b ও y এর গুণফলের সমষ্টিকে 4 দিয়ে ভাগ।

উদাহরণ ২। $+, -, \times, \div$ চিহ্নের সাহায্যে লেখ :

(i) x এর পাঁচগুণ থেকে y এর তিনগুণ বিয়োগ

(ii) a ও b এর গুণফল এর সাথে c এর দ্বিগুণ যোগ

(iii) x ও y এর যোগফলকে x থেকে y এর বিয়োগফল দ্বারা ভাগ

(iv) একটি সংখ্যার পাঁচগুণ থেকে অপর একটি সংখ্যার চারগুণ বিয়োগ।

সমাধান : (i) x এর 5 গুণ $5x$ এবং y এর 3 গুণ $3y$
নির্ণেয় বিয়োগ $= 5x - 3y$.

(ii) a ও b এর গুণফল ab এবং c এর দ্বিগুণ $2c$
নির্ণেয় যোগ $= ab + 2c$.

(iii) x ও y এর যোগফল $x+y$
এবং x থেকে y এর বিয়োগফল $x-y$
নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x+y}{x-y}$.

(iv) মনে করি, একটি সংখ্যা x, যার 5 গুণ $5x$
এবং অপর একটি সংখ্যা y, যার 4 গুণ $4y$
নির্ণেয় বিয়োগ $= 5x - 4y$.

কাজ : ১। নিচের বীজগণিতীয় রাশি দ্বারা কী বোঝায় ?

(i) $7x$ (ii) $5-4x$ (iii) $8x+9$ (iv) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}$

২। $+, -, \times, \div$ চিহ্নের সাহায্যে লেখ :

(i) x এর দ্বিগুণ থেকে y এর পাঁচগুণ বিয়োগ

(ii) x এর সাথে y এর আটগুণ যোগ

(iii) x এর দ্বিগুণ থেকে y এর তিনগুণ বিয়োগ

(iv) x কে 9 দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফল থেকে 4 বিয়োগ

(v) একটি সংখ্যার দ্বিগুণ এর সাথে অপর একটি সংখ্যার তিনগুণ যোগ।

৪.২ বীজগণিতীয় রাশি ও পদ

$5x$, $2x+3y$, $5x+3y-z$, $3b\times c-y$, $5x\div 2y+9x-y$ ইত্যাদি এক একটি বীজগণিতীয় রাশি। প্রক্রিয়া চিহ্ন ও সংখ্যাসূচক প্রতীক এর অর্থবোধক সংযোগ বা বিন্যাসকে বীজগণিতীয় রাশি বলা হয়। বীজগণিতীয় রাশির যে অংশ যোগ $(+)$ ও বিয়োগ $(-)$ চিহ্ন দ্বারা সংযুক্ত থাকে, এদের প্রত্যেকটিকে ঐ রাশির পদ বলা হয়। যেমন, $4x+3y$ একটি রাশি। রাশিটিতে $4x$ ও $3y$ দুইটি পদ রয়েছে। এরা যোগ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত। আবার, $5x+3y\div c+4b\times 2y$ রাশিতে $5x$, $3y\div c$, $4b\times 2y$ তিনটি পদ আছে। $4x$ একটি একপদী, $2x+3y$ একটি দ্বিপদী, $a-2b+4c$ একটি ত্রিপদী রাশি।

কাজ : নিচের রাশিতে কয়টি পদ আছে এবং পদগুলো কী কী লেখ :
$3a\times b+8y-2x\div 3c+5z.$

সহগ : কোনো একপদী রাশিতে চলকের সাথে যখন কোনো সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে, তখন ঐ গুণককে রাশিটির সাংখ্যিক সহগ বা সহগ বলে। যেমন, $3x, 5y, 8xy, 9a$ ইত্যাদি একপদী রাশি এবং $3, 5, 8, 9$ যথাক্রমে এদের সহগ।

একপদী রাশির সাথে যখন কোনো সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে না, তখন ঐ রাশির সহগ 1 ধরা হয়। যেমন, a, b, x, y ইত্যাদি একপদী রাশি এবং প্রত্যেকটির সহগ 1; কারণ,
$a=1a$ বা $1\times a$; $x=1x$ বা $1\times x$.

যখন কোনো চলকের সাথে কোনো অক্ষর প্রতীক গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে, তখন ঐ গুণককে রাশিটির আক্ষরিক সহগ বলে। যেমন, ax, by, mz ইত্যাদি রাশিতে $ax = a \times x$, $by = b \times y$, $mz = m \times z$ যেখানে, a, b ও m কে যথাক্রমে x, y ও z এর আক্ষরিক সহগ বলা হয়। আবার, $3x + by$ রাশিতে x এর সহগ 3 এবং y এর সহগ b.

উদাহরণ ৩। সহগ নির্ণয় কর :

(i) $8x$ (ii) $7xy$ (iii) $\frac{3}{2}ab$ (iv) axy (v) $-xyz$

সমাধান :

(i) $8x = 8 \times x$ $\therefore$ x এর সহগ 8.

(ii) $7xy = 7 \times xy$ $\therefore$ xy এর সহগ 7.

(iii) $\frac{3}{2}ab = \frac{3}{2} \times ab$ $\therefore$ ab এর সহগ $\frac{3}{2}$.

(iv) $axy = 1 \times axy$ $\therefore$ axy এর সহগ 1.

(v) $-xyz = -1 \times xyz$ $\therefore$ xyz এর সহগ -1.

উদাহরণ ৪। x এর আক্ষরিক সহগ নির্ণয় কর :

(i) bx (ii) pqx (iii) $mx + c$ (iv) $ax - bz$.

সমাধান : (i) $bx = b \times x$ $\therefore$ x এর সহগ b

(ii) $pqx = pq \times x$ $\therefore$ x এর সহগ pq

(iii) $mx + c = m \times x + c$ $\therefore$ x এর সহগ m

(iv) $ax - bz = a \times x - bz$ $\therefore$ x এর সহগ a

উদাহরণ ৫। একটি কলমের দাম x টাকা, একটি খাতার দাম y টাকা এবং একটি ঘড়ির দাম z টাকা হলে, নিচের প্রতীকগুলো দ্বারা কী বোঝায় ?

(i) $5x$ (ii) $7y$ (iii) $2x + 5y$ (iv) $x + y + z$ (v) $4x + 3z$

সমাধান : (i) $5x$ দ্বারা 5টি কলমের দাম বোঝায়।

(ii) $7y$ দ্বারা 7টি খাতার দাম বোঝায়।

(iii) $2x+5y$ দ্বারা 2টি কলমের দাম ও 5টি খাতার দামের সমষ্টি বোঝায়।

(iv) $x+y+z$ দ্বারা একটি কলমের দাম, একটি খাতার দাম ও একটি ঘড়ির দামের সমষ্টি বোঝায়।

(v) $4x+3z$ দ্বারা 4টি কলমের দাম ও 3টি ঘড়ির দামের সমষ্টি বোঝায়।

উদাহরণ ৬। একটি গরুর দাম x টাকা, একটি খাসির দাম y টাকা হলে,

(i) চারটি গরু ও ছয়টি খাসির মোট দাম কত ?

(ii) সাতটি গরু ও পাঁচটি খাসির মোট দাম কত ?

সমাধান : (i) চারটি গরু ও ছয়টি খাসির মোট দাম $(4x+6y)$ টাকা।

(ii) সাতটি গরু ও পাঁচটি খাসির মোট দাম $(7x+5y)$ টাকা।

উদাহরণ ৭ :। প্লাবন ছয়টি কলম ও তিনটি খাতা এবং শ্রাবণ চারটি কলম ও পাঁচটি খাতা ক্রয় করে। একটি কলমের মূল্য x টাকা এবং একটি খাতার মূল্য y টাকা।

(ক) প্লাবনের মোট খরচ বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ কর?

(খ) দুই জনের মোট খরচের পরিমান নির্ণয় কর।

(গ) যদি $x=15$ হয় এবং $y=25$ হয় তবে প্লাবন ও শ্রাবণের খরচের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান:

(ক) 1টি কলমের দাম x টাকা

অতএব 6টি কলমের দাম $6x$ টাকা

আবার 1টি খাতার দাম y টাকা

অতএব 3টি খাতার দাম $3y$ টাকা

অতএব প্লাবনের মোট খরচের বীজগণিতীয় রাশি $6x+3y$

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, প্লাবনের মোট খরচের বীজগনিতীয় রাশি $6x+3y$

1টি কলমের দাম x টাকা

অতএব, 4টি কলমের দাম $4x$ টাকা

আবার, 1টি খাতার দাম y টাকা

অতএব, 5টি খাতার দাম $5y$ টাকা

অতএব, শ্রাবণের মোট খরচের বীজগণিতীয় রাশি $4x+5y$

সদৃশ পদগুলো নিচে নিচে সাজিয়ে পাই

$$\begin{array}{r} 6x+3y \\ (+)\ 4x+5y \\ \hline 10x+8y \end{array}$$

দুইজনের মোট খরচের পরিমাণ $(10x+8y)$ টাকা।

(গ) $x=15$ টাকা এবং $y=25$ টাকা

প্লাবণের মোট খরচের পরিমাণ $= 6x+3y$

$= (6.15+3.25)$ টাকা।

$= (90+75)$ টাকা

$= 165$ টাকা

শ্রাবণের মোট খরচের পরিমাণ $4x+5y$

$= (4.15+5.25)$ টাকা।

$= (60+125)$ টাকা

$= 185$ টাকা

প্লাবন ও শ্রাবণের খরচের অনুপাত $= 165:185$

$= 33:37$

কাজ : ১। সহগ নির্ণয় কর : (ক) $6x$ (খ) $5xy$ (গ) xyz (ঘ) $-\frac{1}{2}y$.

২। একটি খাতার দাম x টাকা, একটি পেন্সিলের দাম y টাকা ও একটি রাবারের দাম z টাকা হলে,

(ক) তিনটি খাতা ও পাঁচটি রাবারের মোট দাম কত ?

(খ) চারটি খাতা, দুইটি পেন্সিল ও তিনটি রাবারের মোট দাম কত ?

(গ) ছয়টি খাতা ও নয়টি পেন্সিলের মোট দাম কত ?

৩। সাংখ্যিক সহগবিশিষ্ট কয়েকটি বীজগণিতীয় রাশি লেখ।

অনুশীলনী – ৪.১

১। নিচের বীজগণিতীয় রাশি দ্বারা কী বোঝায় ?

(i) $9x$ (ii) $5x+3$ (iii) $3a+4b$ (iv) $3a\times b\times 4c$

(v) $\frac{4x+5y}{2}$ (vi) $\frac{7x-3y}{4}$ (vii) $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{z}{5}$ (viii) $2x-5y+7z$

(ix) $\frac{2}{3}(x+y+z)$ (x) $\frac{ac-bx}{7}$

২। $+, -, \times, \div$ চিহ্নের সাহায্যে লেখ :

(i) x এর চারগুণের সাথে y এর পাঁচগুণ যোগ

(ii) a এর দ্বিগুণ থেকে b বিয়োগ

(iii) একটি সংখ্যার তিনগুণের সাথে অপর একটি সংখ্যার দ্বিগুণ যোগ

(iv) একটি সংখ্যার চারগুণ থেকে অপর একটি সংখ্যার তিনগুণ বিয়োগ

(v) a থেকে b এর বিয়োগফলকে a ও b এর যোগফল দ্বারা ভাগ

(vi) x কে y দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে 5 যোগ

(vii) 2 কে x দ্বারা, 5 কে y দ্বারা, 3 কে z দ্বারা ভাগ করে প্রাপ্ত ভাগফলগুলোর যোগ

(viii) a কে b দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে 3 যোগ

(ix) p কে q দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফলের সাথে r যোগ

(x) x কে y দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফল থেকে 7 বিয়োগ।

৩। $2x+3y\div 4x-5x\times 8y$ রাশিটিতে কয়টি পদ আছে এবং পদগুলো কী কী ?

৪। রাশির পদ সংখ্যা নির্ণয় কর :

(i) $7xy$ (ii) $2a+b$ (iii) $x-3y+5z$

(iv) $5a+7b\times x-3c\div y$ (v) $x+5x\times b-3y\div c$

৫। (ক) প্রত্যেক পদের সহগ নির্ণয় কর :

(i) $6b$ (ii) xy (iii) $7ab$ (iv) $2x+5ab$

(v) $2x+8y$ (vi) $14y-4z$ (vii) $-\frac{1}{2}xyz$

(খ) x এর আক্ষরিক সহগ নির্ণয় কর :

(i) ax (ii) $ax+3$ (iii) $ax+bz$ (iv) pxy

৬। একটি কলমের দাম x টাকা ও একটি বইয়ের দাম y টাকা হলে, নিচের রাশিগুলো দ্বারা কী বোঝানো হয়েছে তা লেখ :

(i) $3y$ (ii) $7x$ (iii) $x+9y$ (iv) $5x+8y$ (v) $6y+3x$

৭। (ক) একটি খাতার দাম x টাকা, একটি পেন্সিলের দাম y টাকা এবং একটি রাবারের দাম z টাকা হলে,

(i) পাঁচটি খাতা ও ছয়টি পেন্সিলের মোট দাম কত ?

(ii) আটটি পেন্সিল ও তিনটি রাবারের মোট দাম কত ?

(iii) দশটি খাতা, পাঁচটি পেন্সিল ও দুইটি রাবারের মোট দাম কত ?

(খ) এক হালি কলার দাম x টাকা হলে,

(i) 5 হালি কলার দাম কত ?

(ii) 12টি কলার দাম কত ?

৮। সঠিক উত্তরটি খাতায় লেখ :

(i) x এর দ্বিগুণ থেকে 5 বিয়োগ করলে নিচের কোনটি হবে ?

(ক) $2x+5$ (খ) $2x-5$ (গ) $\frac{x}{2}+5$ (ঘ) $5-2x$

(ii) a এর 3 গুণের সাথে x এর y গুণ যোগ করলে নিচের কোনটি হবে ?

(ক) $3a+xy$ (খ) $3x+ay$ (গ) $ax+3y$ (ঘ) $ay+3x$

(iii) a এবং c এর গুণফল থেকে b এবং x এর গুণফল বিয়োগ করলে নিচের কোনটি হবে ?

(ক) $ac+bx$ (খ) $bc+ax$ (গ) $ac-bx$ (ঘ) $bx-ac$

৪.৩ সূচক

$2, 4, 8, 16$ ইত্যাদি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক বের করে পাই,

$2 = 2$, 2 আছে 1 বার $= 2^1$

$4 = 2 \times 2$, 2 গুণ আকারে আছে 2 বার $= 2^2$

$8 = 2 \times 2 \times 2$, 2 গুণ আকারে আছে 3 বার $= 2^3$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$, 2 গুণ আকারে আছে 4 বার $= 2^4$

কোনো রাশিতে একই উৎপাদক যতবার গুণ আকারে থাকে, সেই সংখ্যাকে উৎপাদকটির সূচক এবং উৎপাদকটিকে ভিত্তি বলা হয়।

লক্ষণীয় যে, 2 এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি একবার আছে, এখানে সূচক 1 এবং ভিত্তি 2। 4 এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি 2 বার আছে। কাজেই সূচক 2 এবং ভিত্তি 2। আবার, 8 এবং 16 এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি যথাক্রমে 3 বার এবং 4 বার আছে। সেজন্য 8 এর সূচক 3 ও ভিত্তি 2 এবং 16 এর সূচক 4 ও ভিত্তি 2

$$\boxed{8 = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{ভিত্তি}}}{2}^{3 \rightarrow \text{সূচক}}}$$

ঘাত বা শক্তি: a একটি বীজগণিতীয় রাশি। a কে a দ্বারা এক বার, দুই বার, তিন বার গুণ করলে হবে :

$a \times a = a^2$, যেখানে a^2 কে a এর দ্বিতীয় ঘাত বলে এবং a^2 কে পড়া হয় a এর বর্গ

$a \times a \times a = a^3$, যেখানে a^3 কে a এর তৃতীয় ঘাত বলে এবং a^3 কে পড়া হয় a এর ঘন

$a \times a \times a \times a = a^4$, যেখানে a^4 কে a এর চতুর্থ ঘাত বলে, ইত্যাদি।

অনুরূপভাবে, a কে যদি n বার গুণ করা হয় তবে আমরা পাই, $a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a$ (n বার) $= a^n$। এখানে a^n কে a এর n তম ঘাত বা শক্তি বলে এবং n হবে ঘাতের সূচক ও a হবে ভিত্তি। সুতরাং a^2 এর ক্ষেত্রে a এর ঘাত বা সূচক 2 ও ভিত্তি a; a^3 এর ক্ষেত্রে a এর ঘাত বা সূচক 3 ও ভিত্তি a, ইত্যাদি।

সংখ্যার ক্ষেত্রে সূচক থেকে আমরা একটি সূচকমুক্ত ফলাফল পাই, কিন্তু অক্ষরের ক্ষেত্রে সূচক থেকে ফলাফল সূচক আকারেই থাকে ।

উদাহরণস্বরূপ, $2^3 + 3^2 = 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 = 8 + 9 = 17$

$$a^4 + 2^4 = a \times a \times a \times a + 2 \times 2 \times 2 \times 2 = a^4 + 16.$$

উদাহরণ ৮। সরল কর :

(i) $a \times a^2$ (ii) $a^3 \times a^2$ (iii) $a^4 \times a^3$

সমাধান : (i) $a \times a^2 = a \times a \times a = a^3$

(ii) $a^3 \times a^2 = (a \times a \times a) \times (a \times a) = a \times a \times a \times a \times a = a^5$

(iii) $a^4 \times a^3 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a) = a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$

লক্ষ করি : $a \times a^2 = a^1 \times a^2 = a^3 = a^{1+2}$

$a^3 \times a^2 = a^5 = a^{3+2}$

$a^4 \times a^3 = a^7 = a^{4+3}$

সুতরাং, আমরা লিখতে পারি, $\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$, m ও n পূর্ণসংখ্যা। গুণনের এই প্রক্রিয়াকে বলা হয় সূচকের গুণনবিধি ।

কোনো সংখ্যার ঘাত বা শক্তি 1 হলে, সংখ্যাটির সূচক 1 লেখা হয় না । যেমন, $a = a^1$, $x = x^1$ ইত্যাদি ।

উদাহরণ ৯ । গুণ কর : (i) $a^4 \times a^5$

(ii) $x^3 \times x^8$

(iii) $x^5 \times x^9$

সমাধান : (i) $a^4 \times a^5 = a^{4+5} = a^9$

(ii) $x^3 \times x^8 = x^{3+8} = x^{11}$

(iii) $x^5 \times x^9 = x^{5+9} = x^{14}$

উদাহরণ ১০। সরল কর : (i) $2a \times 3b^2 \times 4c \times 6a^2 \times 5b^3$

(ii) $a \times a \times a \times b \times c \times b \times c \times a \times c \times b.$

সমাধান : (i) $2a \times 3b^2 \times 4c \times 6a^2 \times 5b^3$

$$= (2a \times 6a^2) \times (3b^2 \times 5b^3) \times 4c$$

$$= (2\times6\times a^{1+2})\times(3\times5\times b^{2+3})\times4c$$
$$= 12a^3\times15b^5\times4c$$
$$= (12\times15\times4)\ a^3b^5c$$
$$= 720\ a^3b^5c.$$

(ii) $a\times a\times a\times b\times c\times b\times c\times a\times c\times b$
$$=(a\times a\times a\times a)\times(b\times b\times b)\times(c\times c\times c)$$
$$= a^4b^3c^3.$$

উদাহরণ ১১ । $a=1,\ b=2,\ c=3$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(i) $a^2+b^2+c^2$ (ii) $a^2+2ab-c.$

সমাধান : (i) $a^2+b^2+c^2$
$$=1^2+2^2+3^2=1+2\times2+3\times3$$
$$=1+4+9=14.$$

(ii) $a^2+2ab-c.$
$$=1^2+2.1.2-3=1+4-3$$
$$=5-3=2.$$

> **কাজ :** ১ । সরল কর : (i) $a\times a^3$ (ii) $a^3\times a^5$ (ii) $a^9\times a^6$
> ২ । $a=2$ হলে, $2a^3\times3a^2$ এর মান নির্ণয় কর ।
> ৩ । x কে m বার গুণ করে ঘাত, সূচক ও ভিত্তি লেখ (m স্বাভাবিক সংখ্যা) ।

অনুশীলনী ৪.২

১ । সরল কর :

(i) $x^3\times x^7$ (ii) $a^3\times a\times a^5$ (iii) $x^4\times x^2\times x^9$

(iv) $m\times m^2\times n^3\times m^3\times n^7$ (v) $3a\times4b\times2a\times5c\times3b$

(vi) $2x^2\times y^2\times2z^2\times3y^2\times4x^2$

২ । $a=2, b=3, c=1$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(i) a^3+b^2 (ii) b^3+c^3 (iii) $a^2-b^2+c^2$

(iv) $b^2-2ab+a^2$ (v) $a^2-2ac+c^2$

৩। $x = 3, y = 5, z = 2$ হলে, দেখাও যে,

(i) $y^2 - x^2 = (x+y)(y-x)$ (ii) $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

(iii) $(y+z)^2 = y^2 + 2yz + z^2$ (iv) $(x+z)^2 = x^2 + 2xz + z^2$

৪। সঠিক উত্তরটি লেখ :

(i) $a^7 \times a^8$ এর মান কোনটি ?

(ক) a^{56} (খ) a^{15} (গ) 15 (ঘ) 56

(ii) $a^3 \times a^{-3}$ এর মান কোনটি ?

(ক) a^6 (খ) a^9 (গ) a^0 (ঘ) a^3

(iii) $5x^2 \times 4x^4$ এর মান কোনটি ?

(ক) x^6 (খ) $20x^6$ (গ) $20x^8$ (ঘ) $9x^6$

(iv) $x^5 \times x^4$ এ x এর সূচক কোনটি ?

(ক) x^{20} (খ) x^9 (গ) 9 (ঘ) 20

(v) $5a^3 \times a^5$ এ a এর সূচক কোনটি ?

(ক) 5 (খ) a^8 (গ) 15 (ঘ) 8

৪·৪ সদৃশ ও বিসদৃশ পদ

$7a^2bx$, $8a^2bx$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। রাশি দুইটির পদগুলোর মধ্যে পার্থক্য হচ্ছে শুধুমাত্র সাংখ্যিক সহগে। এই পদ দুইটি সদৃশ পদ।

এক বা একাধিক বীজগণিতীয় রাশির অন্তর্ভুক্ত যেসব পদের একমাত্র পার্থক্য রয়েছে সাংখ্যিক সহগে, তাদের সদৃশ পদ বলা হয়। অন্যথায় পদগুলো বিসদৃশ। যেমন, $9ax, 9ay$ রাশি দুইটির সাংখ্যিক সহগ একই, কিন্তু পদ দুইটি পৃথক ; তাই তারা বিসদৃশ।

সদৃশ ও বিসদৃশ পদসমূহের উদাহরণ নিচে লক্ষ করা যায় :

সদৃশ পদ : (i) $5a$, $6a$ (ii) $3a^2$, $5a^2$ (iii) $5abx$, $8xab$
(iv) $2x^2ab$, $-x^2ab$ (v) $3x^2yz$, $5yx^2z$, $7yzx^2$

বিসদৃশ পদ : (i) $3xy^2$, $3x^2y$ (ii) $5abx$, $5aby$
(iii) ax^2y^2, bx^2y^2z, cxy^2 (iv) ax^3yz, bxy^2z, $cxyz$

লক্ষ করি : একাধিক পদের বীজগণিতীয় প্রতীকগুলো একই হলে এবং তাদের সাংখ্যিক সহগ সমান হলেও সেগুলো বিসদৃশ পদ। যেমন, $3ax^2$ ও $3x^2a$ সদৃশ পদ, কিন্তু $5ab^2$ ও $5a^2b$ বিসদৃশ পদ।

৪·৫ বীজগণিতীয় রাশির যোগ

দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় রাশি যোগ করতে হলে সদৃশ পদের সহগগুলো চিহ্নযুক্ত সংখ্যার নিয়মে যোগ করতে হবে। এরপর প্রাপ্ত সহগের ডানপাশে প্রতীকগুলো বসাতে হবে। বিসদৃশ পদগুলো তাদের চিহ্নসহ যোগফলে বসাতে হবে।

উদাহরণ ১২ (ক)। যোগ কর :
$2a+4b+5c, 3a+2b-6c.$

সমাধান :
$(2a+4b+5c)+(3a+2b-6c)$
$=(2a+3a)+(4b+2b)+(5c-6c)$
$=5a+6b-c.$
নির্ণেয় যোগফল $5a+6b-c.$

বিকল্প পদ্ধতি : সদৃশ পদগুলো তাদের স্ব-স্ব চিহ্নসহ নিচে নিচে লিখে পাই,

$$\begin{array}{r} 2a+4b+5c \\ +\ 3a+2b-6c \\ \hline 5a+6b-c \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $5a+6b-c.$

উদাহরণ ১২ (খ)। যোগ কর :
$3a+6b+c, 5a+2b+d.$

সমাধান :
$(3a+6b+c)+(5a+2b+d)$
$=(3a+5a)+(6b+2b)+c+d$
$=8a+8b+c+d.$
[এখানে সদৃশ পদগুলো যোগ করে বিসদৃশ পদ দুইটির যোগফলের সাথে যোগ করা হয়েছে।]
নির্ণেয় যোগফল $8a+8b+c+d.$

লক্ষ করি : সদৃশ পদের সাংখ্যিক সহগগুলোর বীজগণিতীয় যোগফল নির্ণয় করা হয়েছে। প্রাপ্ত যোগফলের পাশে সংশ্লিষ্ট পদের প্রতীকগুলো বসানো হয়েছে। এভাবে প্রাপ্ত সব পদের যোগফলই নির্ণেয় যোগফল।

উদাহরণ ১৩। যোগ কর : $5a+3b-c^2,\ -3a+4b+4c^2,\ a-8b+2c^2.$

সমাধান : সদৃশ পদগুলোকে নিচে নিচে সাজিয়ে পাই,

$$\begin{array}{r} 5a+3b-\ \ c^2 \\ -3a+4b+4c^2 \\ a-8b+2c^2 \\ \hline 3a-b+5c^2. \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $3a-b+5c^2.$

উদাহরণ ১৪। যোগ কর :

(i) $7x-5y+7z,\ 2x-3z+7y,\ 8x+2y-3z$

(ii) $4x^2-3y+7z,\ 8x^2+5y-3z,\ y+2z$

সমাধান :

(i)
$$\begin{array}{r} 7x-5y+7z \\ 2x+7y-3z \\ 8x+2y-3z \\ \hline 17x+4y+z \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $17x+4y+z$

(ii)
$$\begin{array}{r} 4x^2-3y+7z \\ 8x^2+5y-3z \\ +\ y+2z \\ \hline 12x^2+3y+6z \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $12x^2+3y+6z$

লক্ষ করি : কোনো রাশির আগে কোনো চিহ্ন না থাকলে, সেখানে যোগ (+) চিহ্ন ধরা হয়।

কাজ :

১। সদৃশ ও বিসদৃশ পদের কয়েকটি বীজগণিতীয় রাশি তৈরি কর।

২। যোগ কর :

(i) $a+4b-c,\ 7a-5b+4c.$

(ii) $3x+7y+4z,\ y+4z,\ 9x+3y+6z.$

(iii) $2x^2+y^2-8z^2, -x^2+y^2+z^2,\ 4x^2-y^2+4z^2.$

৩। যোগ-বিয়োগ চিহ্ন সংবলিত তিনটি সদৃশ ও বিসদৃশ বীজগণিতীয় রাশি তৈরি কর ও তাদের যোগফল নির্ণয় কর।

৪.৬ বীজগণিতীয় রাশির বিয়োগ

$a-b = a+(-b)$

একটি বীজগণিতীয় রাশি থেকে অপর একটি বীজগণিতীয় রাশি বিয়োগ করার ক্ষেত্রে, প্রথম রাশির সাথে দ্বিতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশি যোগ করা হয়। অর্থাৎ, বিয়োজ্য বা দ্বিতীয় রাশির প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে প্রাপ্ত রাশিকে প্রথম রাশির সাথে যোগ করা।

উদাহরণ ১৫। $5a+4b-5c$ থেকে $3a-4b-6c$ বিয়োগ কর।

সমাধান : বিয়োজ্যের প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে পাই,

$-3a+4b+6c$

এখন প্রথম রাশির সাথে রূপান্তরিত বিয়োজ্য রাশি যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 5a+4b-5c \\ -3a+4b+6c \\ \hline 2a+8b+\ c \end{array}$$

নির্ণেয় বিয়োগফল $2a+8b+c$

বিকল্প পদ্ধতি :

$$\begin{array}{r} 5a+4b-5c \\ 3a-4b-6c \\ (-)\quad (+)\quad (+) \\ \hline 2a+8b+c \end{array}$$

এখানেও বিয়োজ্যের প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে যোগ করা হয়েছে।

উদাহরণ ১৬। $5x^2-4x^2y+5xy^2$ থেকে $-3xy^2-4x^2y+5x^2$ বিয়োগ কর।

সমাধান : বিয়োজ্যের প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে পাই,

$$3xy^2+4x^2y-5x^2$$

এখন প্রথম রাশির সাথে রূপান্তরিত বিয়োজ্য রাশি যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 5x^2-4x^2y+5xy^2 \\ -5x^2+4x^2y+3xy^2 \\ \hline o+\quad o+8xy^2 \end{array}$$

নির্ণেয় বিয়োগফল $8xy^2$

উদাহরণ ১৭। বিয়োগ কর :

(i) $4xy+2yz+5zx$ থেকে $3xy-yz+2zx.$

(ii) $3ab+bc-4ca-5$ থেকে $2ab-2bc-5ca-6.$

সমাধান : (i)

$$\begin{array}{rrrr} & 4xy & +2yz & +5zx \\ & 3xy & -\;yz & +2zx \\ & (-) & (+) & (-) \\ \hline & xy & +3yz & +3zx \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{rrrrr} & 3ab & +\;bc & -4ca & -5 \\ & 2ab & -2bc & -5ca & -6 \\ & (-) & (+) & (+) & (+) \\ \hline & ab & +3bc & +\;ca & +1 \end{array}$$

নির্ণেয় বিয়োগফল $xy+3yz+3zx.$

নির্ণেয় বিয়োগফল $ab+3bc+ca+1.$

লক্ষ করি : প্রথম রাশি লেখার পর দ্বিতীয় রাশির প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে সদৃশ পদগুলো নিচে নিচে লিখে যোগ করা হয়েছে।

উদাহরণ ১৮। p,q,r তিনটি বীজগনিতীয় রাশি যেখানে,

$p=7a+5b+6c$, $q=3a-b+9c$, এবং $r=-3c+6b+4a$

(ক) $a=1$, $b=2$, এবং $c=3$, হলে q এর মান নির্ণয় কর?

(খ) $2p-3q+5r$ মান নির্ণয় কর?

(গ) প্রমান কর যে, প্রদত্ত রাশি গুলোর যোগফল প্রথম রাশির দ্বিগুণের সমান।

সমাধান :

(ক) $q=3a-b+9c$

$=3.1-2+9.3$ [মান বসিয়ে]

$=3-2+27$

$=30-2$

$=28$

(খ) $2p-3q+5r$

$=2(7a+5b+6c)-3\ (3a-b+9c)+5\ (-3c+6b+4a)$ [মান বসিয়ে]

$=14a+10b+12c-9a+3b-27c-15c+30b+20a$
$=14a+20a-9a+10b+3b+30b+12c-27c-15c$
$=25a+43b-30c$

(গ) সদৃশ পদগুলোকে নিচে নিচে সাজিয়ে পাই

$$\begin{array}{r} 7a+5b+6c \\ 3a-b+9c \\ (+)\ 4a+6b-3c \\ \hline 14a+10b+12c \end{array}$$

রাশিগুলোর যোগফল $= 14a+10b+12c$
$= 2(7a+5b+6c) = 2p$

রাশিগুলোর যোগফল প্রথম রাশির দ্বিগুণের সমান। (প্রমাণিত)

কাজ : বিয়োগ কর :
(i) $8a-4b+6c$ থেকে $-4b+3a-4c$.
(ii) $2x^3-4x^2+3x+1$ থেকে x^3-4x^2+3x-2.
(iii) $x^2+3xy^2+3x^2y+y^2$ থেকে $-2x^2+4x^2y-3xy^2+2y^2$.
২। যোগ, বিয়োগ প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করে তিনটি সদৃশ ও বিসদৃশ পদবিশিষ্ট বীজগণিতীয় রাশি তৈরি কর এবং তাদের একটি থেকে আর একটি বিয়োগ কর।

অনুশীলনী ৪.৩

যোগ কর (১–১২) :

১। $3a+4b, a+3b$.
২। $2a+3b, 3a+5b, 5a+6b$.
৩। $4a-3b, -3a+b, 2a+3b$.
৪। $7x+5y+2z, 3x-6y+7z, -9x+4y+z$.
৫। $x^2+xy+z, 3x^2-2xy+3z, 2x^2+7xy-2z$.

৬। $4p^2+7q^2+4r^2,\ p^2+3r^2, 8q^2-7p^2-r^2.$

৭। $3a+2b-6c, -5b+4a+3c, 8b-6a+4c.$

৮। $2x^3-9x^2+11x+5, -x^3+7x^2-8x-3, -x^3+2x^2-4x+1.$

৯। $5ax+3by-14cz, -11by-7ax-9cz, 3ax+6by-8cz.$

১০। $x^2-5x+6, x^2+3x-2, -x^2+x+1, -x^2+6x-5.$

১১। যদি $a^2=x^2+y^2-z^2, b^2=y^2+z^2-x^2, c^2=x^2+z^2-y^2.$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^2+b^2+c^2=x^2+y^2+z^2.$

১২। যদি $x=5a+7b+9c, y=b-3a-4c, z=c-2b+a$ হয়, তবে দেখাও যে, $x+y+z=3(a+2b+2c).$

বিয়োগ কর (১৩ –২৩) :

১৩। $3a+2b+c$ থেকে $5a+4b-2c.$

১৪। $3ab+6bc-2ca$ থেকে $2ab-4bc+8ca.$

১৫। $a^2+b^2+c^2$ থেকে $-a^2+b^2-c^2.$

১৬। $4ax+5by+6cz$ থেকে $6by+3ax+9cz.$

১৭। $7x^2+9x+18$ থেকে $5x+9+8x^2.$

১৮। $3x^3y^2-5x^2y^2+7xy+2$ থেকে $-x^3y^2+x^2y^2+5xy+2.$

১৯। $4x^2+3y^2+z$ থেকে $-2y^2+3x^2-z.$

২০। $x^4+2x^3+x^2+4$ থেকে $x^3-2x^2+2x+3.$

২১। যদি $a=x^2+z^2, b=y^2+z^2,\ c=x^2+y^2$ হয়, তবে দেখাও যে, $a+b-c=2z^2.$

২২। যদি $x=a+b, y=b+c,\ z=c+a$ হয়, তবে দেখাও যে, $x-y+z=2a.$

২৩। যদি $x=a+b+c, y=a-b-c,\ z=b-c+a$ হয়, তবে দেখাও যে, $x-y+z=a+3b+c.$

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। নিচের কোন জোড়া সদৃশ পদ নির্দেশ করে ?

(ক) $2x, -7xy$ (খ) $-3xy, 7x^2y$ (গ) $3x^2, -7x^2$ (ঘ) $-7x^2y, 8xy^2$

২। $a-b$ থেকে $b-a$ বিয়োগ করলে, বিয়োগফল কত হবে ?

(ক) $a+b$ (খ) 0 (গ) $2a-2b$ (ঘ) a

৩। (i) $5ax^2$ এবং $-7x^2a$ পদ দুইটি সদৃশ ।

(ii) $3x^2+2x \div y-5x$ বীজগণিতীয় রাশিটিতে 4 টি পদ আছে ।

(iii) $a=2$ এবং $b=3$ হলে, $4a-b$ এর মান হবে 5.

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। $9x^2, 8x^2, 5y^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি । তাহলে –

(১) রাশি তিনটির সাংখ্যিক সহগের যোগফল কত ?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 17 (ঘ) 22

(২) প্রথম দুইটি রাশির গুণফলের ঘাতের সূচক কত ?

(ক) 72 (খ) 17 (গ) 4 (ঘ) 0

সৃজনশীল প্রশ্ন

$A = 5x^2 + xy + 3y^2$, $B = x^2 - 8xy$, $C = y^2 - x^2 + 10xy$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক) রাশিতে পদসংখ্যা কয়টি তা লেখো।

খ) A, B, C রাশি তিনটির যোগফল নির্ণয় কর।

গ) $x = 2, y = 1$ নিয়ে 2A-B-C নির্ণয় কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। $A = 3a^2 + a \times a^2 + b \times b^3$, $B = a^2 + 2b^4$ হলে, $A - B$ নির্ণয় কর।

২। $5x^2 + 3xy - 7y^2$, $3x^2 - 5xy + y^2$ রাশি দুইটি যোগ করে যোগফলের এর xy সহগ নির্ণয় কর।

৩। একটি খাতার দাম x টাকা, একটি কলমের দাম y টাকা এবং একটি পেন্সিলের দাম z টাকা হলে, 3 টি খাতা ও 5 টি কলমের মোট দাম থেকে 2 টি পেন্সিলের দাম বাদ দিলে কত হবে তা বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ কর।

পঞ্চম অধ্যায়

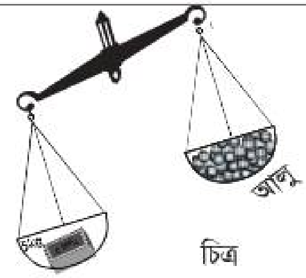
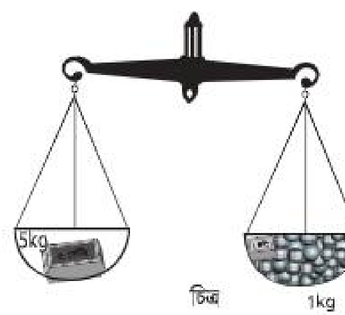
সরল সমীকরণ

আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে বীজগণিতীয় প্রতীক ও চলক সম্পর্কে ধারণা পেয়েছি এবং এগুলোর সাহায্যে কীভাবে বীজগণিতীয় রাশি গঠন করা হয় তা জেনেছি। এখন আমরা বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে সমীকরণ গঠন করা শিখব। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে সমীকরণের ভূমিকা গুরুত্বপূর্ণ। শিক্ষার্থীদের জন্য বাস্তবভিত্তিক সমস্যা সমাধানে সমীকরণ গঠন ও সমাধান সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন অবশ্য প্রয়োজন। এ অধ্যায়ে সমীকরণভিত্তিক বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- ➢ সমীকরণ কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ➢ সরল সমীকরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং তা সমাধান করতে পারবে।
- ➢ বাস্তব সমস্যার ভিত্তিতে সমীকরণ গঠন করতে পারবে এবং তা সমাধান করতে পারবে।

৫·১ সমীকরণ

একজন দোকানদার দাঁড়িপাল্লার বাম পাল্লায় 5 কেজি ওজনের একটি বাটখারা ও ডান পাল্লায় কিছু আলু দিলেন। পাল্লা দুইটির জিনিসের ওজন কি সমান হয়েছে ? এখানে আলুর ওজন কত তা নির্দিষ্টভাবে বলা সম্ভব নয়; এটি অজানা বা অজ্ঞাত।	 চিত্র
এবার দোকানদার ডান পাল্লায় আলুর সাথে 1 কেজি ওজনের একটি বাটখারা দেওয়ায় দুই পাল্লার জিনিসের ওজন সমান হয়েছে। আলুর অজানা ওজন x কেজি ধরা হলে, ডান পাল্লায় বাটখারাসহ জিনিসের মোট ওজন হবে $(x+1)$ কেজি। অতএব, আমরা লিখতে পারি, $x+1=5$; এটি একটি সমীকরণ।	 চিত্র

$x+1=5$ একটি গাণিতিক খোলা বাক্য ও একটি সমতা। সমান চিহ্ন সংবলিত গাণিতিক খোলা বাক্যকে সমীকরণ বলা হয়। এখানে অজানা বা অজ্ঞাত রাশি x কে চল বা চলক বলা হয়। প্রধানত ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের অক্ষর x, y, z চলক হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

সুতরাং, আমরা বলতে পারি, অজানা বা অজ্ঞাত রাশি বা চলক, প্রক্রিয়া চিহ্ন এবং সমান চিহ্ন সংবলিত গাণিতিক বাক্য হলো সমীকরণ।

একটি সমীকরণের দুইটি পক্ষ থাকে। সমান (=) চিহ্নের বাম পাশের রাশিকে বামপক্ষ এবং ডান পাশের রাশিকে ডানপক্ষ বলা হয়।

কাজ :
তোমরা প্রত্যেকে y সংবলিত পাঁচটি এবং z সংবলিত পাঁচটি সমীকরণ লেখ।

৫·২ সরল সমীকরণ

অজ্ঞাত রাশির বা চলকের একঘাতবিশিষ্ট সমীকরণকে সরল সমীকরণ বলে। $x+1=5,\ 2x-1=3,\ 2y+3=y-5,\ 2z-1=0$ এগুলো এক চলকবিশিষ্ট একঘাত সমীকরণ বা সরল সমীকরণ।

$x+y=3,\ \ 2x=y-5$ এগুলো দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ। এ অধ্যায়ে আমরা শুধু এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ নিয়ে আলোচনা করব।

৫·৩ সরল সমীকরণের সমাধান

একটি সমীকরণ থেকে এর চলকটির মান নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে বলা হয় সমীকরণের সমাধান। চলকের মানকে বলা হয় সমীকরণটির মূল। এই মূল দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়। অর্থাৎ, সমীকরণটির দুই পক্ষ সমান হয়। সমাধানে চলকটিকে সাধারণত বামপক্ষে রাখা হয়।

সমীকরণ সমাধানের জন্য নিম্নলিখিত স্বতঃসিদ্ধগুলো ব্যবহৃত হয় :

স্বতঃসিদ্ধগুলোর উদাহরণে ব্যবহৃত a, b, c যেকোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বা ভগ্নাংশ হতে পারে।

(১) পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটির সাথে একই রাশি যোগ করলে যোগফলগুলো পরস্পর সমান হয়। যেমন, $a=b$ হলে, $a+c=b+c$। এখানে উভয়পক্ষে c যোগ করা হয়েছে।

(২) পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটি থেকে একই রাশি বিয়োগ করলে বিয়োগফলগুলো পরস্পর সমান হয়। যেমন, $a=b$ হলে, $a-c=b-c$। এখানে উভয়পক্ষ থেকে c বিয়োগ করা হয়েছে।

(৩) পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটিকে একই রাশি দ্বারা গুণ করলে গুণফলগুলো পরস্পর সমান হয়।

যেমন, $a=b$ হলে, $ac=bc$ বা $ca=cb$। এখানে উভয়পক্ষকে c দ্বারা গুণ করা হয়েছে।

(৪) পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটিকে অশূন্য একই রাশি দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলগুলো পরস্পর সমান হয়।
যেমন, $a=b$ হলে, $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$। এখানে উভয়পক্ষকে c দ্বারা ভাগ করা হয়েছে, $c\neq 0$।

উল্লিখিত স্বতঃসিদ্ধগুলো প্রধানত সমীকরণের সমাধানে সরলীকরণের জন্য ব্যবহৃত হয়।

উদাহরণস্বরূপ, $2x-1=5$ সমীকরণটি সমাধান করে x এর মান নির্ণয় করি। এখানে বামপক্ষের রাশিতে শুধু x রাখা প্রয়োজন। এ জন্য প্রথমে বামপক্ষ থেকে -1 সরাতে হবে। তারপর x এর সহগ 1 করতে হবে, অর্থাৎ x এর সহগ 2 সরাতে হবে। এখন, বামপক্ষ থেকে -1 সরাতে হলে, এর সাথে 1 যোগ করতে হবে। কিন্তু শুধু একপক্ষে যোগ করা যায় না, উভয়পক্ষে যোগ করতে হয়। তা না হলে, উভয়পক্ষ সমান থাকে না।

$\therefore$ $2x-1=5$ সমীকরণের উভয়পক্ষে 1 যোগ করি

$2x-1+1=5+1$

বা, $2x=6.$

এখন, যেহেতু বামপক্ষে x এর গুণক বা সহগ 2 সরাতে হবে, সুতরাং উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করতে হবে।

$\therefore$ আমরা লিখি $\dfrac{2x}{2}=\dfrac{6}{2}$

বা, $x=3.$

$\therefore$ $2x-1=5$ সমীকরণটি সমাধান করে x এর মান 3 পেলাম। কিন্তু সমাধানটি শুদ্ধ হয়েছে কি না তা যাচাই করা দরকার। এটাকে বলে সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা।

এ জন্য আমাদের x এর প্রাপ্ত মান সমীকরণে বসিয়ে দেখতে হবে।

বামপক্ষ $=2x-1=2\times3-1=6-1=5=$ ডানপক্ষ।

$\therefore$ সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

দুইপক্ষে চলক থাকলে, চলকের প্রাপ্ত মান দুইপক্ষেই পৃথকভাবে বসাতে হবে।

কাজ : তোমরা প্রত্যেকে স্বতঃসিদ্ধ চারটির প্রত্যেকটির একটি করে উদাহরণ লিখে সরল কর।

উদাহরণ ১। সমাধান কর ও সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর : $x+1=5$

সমাধান : $x+1=5$

বা, $x+1-1=5-1$ [উভয়পক্ষ থেকে 1 বিয়োগ করে]

বা, $x=4$

$\therefore$ সমাধান : $x=4$

শুদ্ধি পরীক্ষা : $x+1=5$ সমীকরণে x এর পরিবর্তে 4 বসিয়ে,

বামপক্ষ $=x+1=4+1=5=$ ডানপক্ষ।

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

উদাহরণ ২। সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর : $x-3=7$.

সমাধান : $x-3=7$

বা, $x-3+3=7+3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $x=10$

$\therefore$ সমীকরণটির মূল 10

উদাহরণ ৩। সমাধান কর : $2z+5=15$.

সমাধান : $2z+5=15$

বা, $2z+5-5=15-5$ [উভয়পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করে]

বা, $2z=10$

বা, $\dfrac{2z}{2}=\dfrac{10}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $z=5$

$\therefore$ সমাধান : $z=5$.

উদাহরণ ৪। সমাধান কর : $5-x=7$.

সমাধান : $5-x=7$

বা, $5-x-5=7-5$ [উভয়পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করে]

বা, $-x=2$

বা, $(-x)\times(-1)=2\times(-1)$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $x=-2$

$\therefore$ সমাধান : $x=-2$

উদাহরণ ৫। সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর এবং সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর : $5y-2=3y+8$.

সমাধান : $5y-2=3y+8$

বা, $5y-2+2=3y+8+2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $5y=3y+10$

বা, $5y-3y=3y+10-3y$ [উভয়পক্ষ থেকে $3y$ বিয়োগ করে]

বা, $2y=10$

বা, $\dfrac{2y}{2}=\dfrac{10}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y=5$.

$\therefore$ সমীকরণটির মূল 5

শুদ্ধি পরীক্ষা : প্রদত্ত সমীকরণে y এর পরিবর্তে 5 বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = 5y - 2 = 5 \times 5 - 2 = 25 - 2 = 23$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 3y + 8 = 3 \times 5 + 8 = 15 + 8 = 23$$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

> **কাজ**
> ১। $2x + 5 = 9$ সমীকরণের সমাধান $x = 2$। সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর।
> ২। $3x - 8 = x + 2$ সমীকরণটির সমাধান কর ও সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর।

৫.৪ বাস্তব সমস্যার ভিত্তিতে সমীকরণ গঠন ও সমাধান

তোমার কাছে কিছু চকলেট আছে। তা থেকে তোমার বোন রিতাকে 3টি চকলেট দিলে, তোমার কাছে আর 7টি চকলেট থাকল। বলতে পারো, প্রথমে তোমার কাছে কয়টি চকলেট ছিল ?

তোমার কাছে মোট কয়টি চকলেট ছিল তা অজানা। ধরি, তোমার কাছে xটি চকলেট ছিল। তাহলে, তোমার বোন রিতাকে 3টি চকলেট দিলে তোমার মোট চকলেট থেকে 3টি চকলেট কমে যাবে। কাজেই, তোমার কাছে এখন থাকবে $(x-3)$টি চকলেট। কিন্তু প্রশ্নমতে, তোমার কাছে থাকবে 7টি চকলেট।

অতএব, আমরা লিখতে পারি,

$x - 3 = 7$

বা, $x - 3 + 3 = 7 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $x = 10$

$\therefore$ তোমার কাছে মোট 10টি চকলেট ছিল।

এখানে গঠিত সমীকরণ $x - 3 = 7$
এবং সমীকরণটির সমাধান $x = 10$.

> **কাজ :**
> ১। একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ 3 মিটার কম। প্রত্যেকে বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x এর মাধ্যমে লেখ।

উদাহরণ ৬। কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল 17 হবে ?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

সংখ্যাটির দ্বিগুণ করলে $2x$ হবে এবং এর সাথে 5 যোগ করলে হবে $2x + 5$

প্রশ্নমতে, $2x+5=17$

বা, $2x+5-5=17-5$ [উভয়পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করে]

বা, $2x=12$

বা, $\frac{2x}{2}=\frac{12}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x=6$

$\therefore$ সংখ্যাটি 6

উদাহরণ ৭। দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল 16 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ১ম বিজোড় সংখ্যা x

$\therefore$ ২য় বিজোড় সংখ্যাটি হবে $x+2$

প্রশ্ন অনুসারে, $x+x+2=16$

বা, $2x+2=16$

বা, $2x+2-2=16-2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $2x=14$

বা, $\frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x=7$

$\therefore$ ১ম সংখ্যাটি 7 এবং ২য় সংখ্যাটি $x+2=7+2=9$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি 7, 9

কাজ :
১। উদাহরণ ৭ এর আলোকে একটি সমস্যা তৈরি কর এবং সমাধান কর।

উদাহরণ ৮। 2 : 3 অনুপাতের পূর্বরাশির সাথে কত যোগ করলে অনুপাতটি 5 : 1 হবে ?

সমাধান : ধরি, অনুপাতটির পূর্ব রাশির সাথে x যোগ করতে হবে। তখন অনুপাতটি হবে $(2+x):3$

প্রশ্নমতে, $\frac{2+x}{3}=\frac{5}{1}$

বা, $\frac{2+x}{3}\times 3=\frac{5}{1}\times 3$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2+x=15$

বা, $2+x-2=15-2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $x=13$

$\therefore$ পূর্ব রাশির সাথে 13 যোগ করতে হবে।

উদাহরণ ৯ । মীনার কাছে 12টি মার্বেল ছিল । তা থেকে সে তার বন্ধু কনক চাকমাকে কিছু মার্বেল দেওয়ার পর তার কাছে 7টি মার্বেল থাকল । সে কনককে কয়টি মার্বেল দিল ?

সমাধান : ধরি, মীনা তার বন্ধু কনককে x টি মার্বেল দিল । কাজেই, তার কাছে আর মার্বেল থাকে $(12-x)$ টি । কিন্তু মীনার কাছে মার্বেল থাকে 7টি ।

$\therefore\ 12-x=7$

বা, $12-x-12=7-12$ [উভয়পক্ষ থেকে 12 বিয়োগ করে]

বা, $-x=-5$

বা, $(-1)\times(-x)=(-1)\times(-5)$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $x=5$

$\therefore$ মীনা কনক চাকমাকে 5টি মার্বেল দিল ।

কাজ :
১ । উদাহরণ ৯ এর আলোকে একটি সমস্যা তৈরি কর এবং সমাধান কর ।

উদাহরণ ১০ । সিহাব একটি দোকান থেকে 6টি কলম কিনে দোকানদারকে 50 টাকার একটি নোট দিল । দোকানদার তাকে 20 টাকা ফেরত দিলেন । সিহাব অন্য একটি দোকান থেকে প্রতিটি y টাকা দামের 3 টি খাতা কিনল । তাহলে –

ক. প্রতিটি কলমের দাম x টাকা ধরে একটি সমীকরণ গঠন কর ।
খ. প্রতিটি কলমের দাম নির্ণয় কর ।
গ. 3 টি খাতার দাম 6টি কলমের দামের সমান হলে, প্রতিটি খাতার দাম কত ?

সমাধান : ক. প্রতিটি কলমের দাম x টাকা হলে, 6টি কলমের দাম $6x$ টাকা । আবার, 6টি কলমের মোট দাম = (50 – 20) টাকা = 30 টাকা ।

$\therefore\ 6\times x=30$
বা, $6x=30$

খ. $6x=30$

বা, $\dfrac{6x}{6}=\dfrac{30}{6}$ [উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x=5$

$\therefore$ প্রতিটি কলমের দাম 5 টাকা ।

গ. 3 টি খাতার দাম $= 3 \times y$ টাকা $= 3y$ টাকা। আবার, 6টি কলমের দাম $= 6 \times 5$ টাকা $= 30$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $3y = 30$

বা, $\frac{3y}{3} = \frac{30}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y = 10$

$\therefore$ প্রতিটি খাতার দাম 10 টাকা।

কাজ
১। উদাহরণ ১০ এর অনুরূপ একটি সমস্যা তৈরি করে সমাধান কর।

উদাহরণ ১১। কোন সংখ্যার চারগুণ থেকে 5 বিয়োগ করলে প্রাপ্ত বিয়োগফল সংখ্যাটির দ্বিগুণ অপেক্ষা 19 বেশি হয়।

(ক) সংখ্যাটি x হলে তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর।

(খ) সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

(গ) সংখ্যাটি তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি হলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) মনেকরি, সংখ্যাটি x

সংখ্যাটির চারগুণ থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফল$= 4x-5$

এবং সংখ্যাটির দ্বিগুণের সাথে 19 যোগ করলে যোগফল $= 2x+19$

প্রশ্নমতে, $4x-5= 2x+19$

(খ) 'ক' হতে পাই, $4x-5= 2x+19$

বা, $4x-5+5=2x+ 19+5$ [উভয় পক্ষে 5 যোগ করে]

বা, $4x=2x+24$

বা, $4x-2x=2x+24-2x$ [উভয় পক্ষ হতে $2x$ বিয়োগ করে]

বা, $2x=24$

বা $\frac{2x}{2}=\frac{24}{2}$ [উভয় পক্ষেকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x=12$

অতএব, সংখ্যাটি 12

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত সংখ্যাটি 12

মনে করি, ১ম ক্রমিক সংখ্যাটি y

২য় ক্রমিক সংখ্যাটি $y+1$

৩য় ক্রমিক সংখ্যাটি $y+2$

শর্তমতে, $y+(y+1)+(y+2)=12$

বা, $y+y+1+y+2=12$

বা, $3y+3=12$

বা, $3y+3-3=12-3$ [উভয় পক্ষ হতে 3 বিয়োগ করে]

বা, $\frac{3y}{3}=\frac{9}{3}$ [উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y=3$

অতএব, ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি 3

অনুশীলনী ৫

নিচের সমীকরণগুলো সমাধান কর (১ – ১২) :

১। $x+4=13$	২। $x+5=9$	৩। $y+1=10$
৪। $y-5=11$	৫। $z+3=15$	৬। $3x=12$
৭। $2x+1=9$	৮। $4x-5=11$	৯। $3x-5=17$
১০। $7x-2=x+16$	১১। $3-x=14$	১২। $2x+9=3$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর : (১৩ – ১৮) :

১৩। কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 6 যোগ করলে যোগফল 14 হবে ?

১৪। কোন সংখ্যা থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফল 11 হবে ?

১৫। কোন সংখ্যার 7 গুণ সমান 21 হবে ?

১৬। কোন সংখ্যার 4 গুণের সাথে 3 যোগ করলে যোগফল 23 হবে ?

১৭। একটি কলমের দাম যত টাকা তা থেকে 2 টাকা কম হলে দাম হতো 10 টাকা। কলমটির দাম কত?

১৮। কনিকার কাছে যতগুলো চকলেট আছে, তার চারগুণ চকলেট আছে মনিকার কাছে। দুইজনের একত্রে 25টি চকলেট আছে। কনিকার কতগুলো চকলেট আছে ?

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে পরীসীমা কত মিটার?

(ক) $x-y$ (খ) $2(x-y)$ (গ) $x+y$ (ঘ) $2(x+y)$

২। যদি x এর দ্বিগুণের সাথে 3 যোগ করলে যোগফল 9 হয় তবে x এর মান কোনটি?

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

৩। a, b, c যে কোনো সংখ্যা এবং $a=b$ হলে

(i) $ac=bc$ (ii) $a+c=b+c$ (iii) $a-c=b-c$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (৪ ও ৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল 30 এবং বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যার চারগুণ।

৪। বড় সংখ্যা ও ছোট সংখ্যার অনুপাত কত?

(ক) 1:2 (খ) 1:4 (গ) 2:1 (ঘ) 4:1

৫। ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) 6 (খ) 10 (গ) 27 (ঘ) 40

সৃজনশীল প্রশ্ন

দৃশ্যকল্প-১: তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল 33 ।

দৃশ্যকল্প-২: রনি বাজারে গিয়ে 5 টি আপেল ও এক ডজন কলা মোট 216 টাকায় ক্রয় করে, যেখানে একটি আপেলের দাম তিনটি কলার দামের সমান ।

ক) কোন সংখ্যার 7 গুণ 35 হলে সংখ্যাটির 3 গুণ সমান কত হবে তা নির্ণয় কর।

খ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে বৃহত্তম স্বাভাবিক সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ) দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে একটি আপেলের দাম নির্ণয় কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। সমাধান কর: $8x - 3 = 3x + 17$

২। কোন সংখ্যার তিনগুণের সাথে 7 যোগ করলে যোগফল 34 হয় সেই সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

৩। কোনো সংখ্যার 5 গুণের সাথে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করলে যোগফল 32 হয়। সংখ্যাটি কত ?

৪। কোন সংখ্যার চারগুণ থেকে ঐ সংখ্যার দ্বিগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগফল 24 হবে ?

৫। দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার যোগফল 30 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

৬। তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল 27 হলে, সংখ্যা তিনটি নির্ণয় কর।

ষষ্ঠ অধ্যায়

জ্যামিতির মৌলিক ধারণা

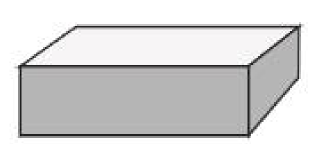
'জ্যা' অর্থ ভূমি, 'মিতি' অর্থ পরিমাপ। ভূমির পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা থেকেই জ্যামিতির উদ্ভব। খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ অব্দে গ্রিক পণ্ডিত ইউক্লিড ধারাবাহিকভাবে তার Elements পুস্তকের ১৩টি খণ্ডে জ্যামিতিক পরিমাপ পদ্ধতির সংজ্ঞা ও প্রক্রিয়াসমূহ লিপিবদ্ধ করেন। কিছু মৌলিক ধারণা বা স্বতঃসিদ্ধের ওপর নির্ভর করে জ্যামিতিক অঙ্কন ও যুক্তি দ্বারা অঙ্কনের নির্ভুলতা প্রমাণ ইউক্লিডীয় জ্যামিতির মূল প্রতিপাদ্য বিষয়। বর্তমানে জ্যামিতির বহুমাত্রিক বিস্তৃতি ঘটেছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- জ্যামিতির কিছু মৌলিক ধারণা যেমন : স্থান, তল, রেখা ও বিন্দু ইত্যাদি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সরলরেখা, রেখাংশ ও রশ্মির মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবে।
- বিভিন্ন ধরনের কোণগুলোর মধ্যকার সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সমান্তরাল সরলরেখা বর্ণনা করতে পারবে।
- দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা ও একটি ছেদক দ্বারা উৎপন্ন কোণগুলো বর্ণনা করতে পারবে।
- বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজ (বাহুভেদে ও কোণভেদে) ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বিভিন্ন ধরনের চতুর্ভুজ চিহ্নিত করতে পারবে।

৬·১ স্থান, তল, রেখা ও বিন্দু

পাশের ছবিটি একটি ইটের ছবি। ইটটি কিছু জায়গা দখল করে আছে। এভাবেই প্রত্যেক বস্তুই কিছু জায়গা দখল করে থাকে। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ বা উচ্চতা আছে, তাকে ঘনবস্তু বলে। যেমন, ইট, বই, ম্যাচবক্স, কাঠের টুকরা ইত্যাদি। স্থান বলতে আমরা কোনো নির্দিষ্ট আকারের বস্তু যতটুকু জায়গা দখল করে তা বুঝি।



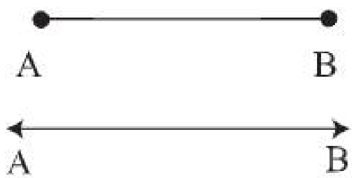
ইট

আবার বিভিন্ন বস্তুর উপরিভাগ থেকে আমরা তলের ধারণা পাই। যেমন ইট, টেবিলের উপরিভাগ, কাগজের পৃষ্ঠা। ইটটির ছয়টি পৃষ্ঠ আছে। প্রত্যেক পৃষ্ঠই এক-একটি তল নির্দেশ করে। এর একটি তল যেখানে অপর একটি তলের সাথে মিশেছে, সেখানে একটি ধার বা কিনারা উৎপন্ন হয়েছে। এই ধার বা কিনারা হচ্ছে রেখার একটি অংশের প্রতিরূপ। এরূপ তিনটি রেখা ইটের এক কোনায় এসে মিশেছে। এই কোনাগুলোতে এমন ক্ষুদ্রস্থানের সৃষ্টি হয়েছে, যার শুধু অবস্থান আছে।

এ ধরনের ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র স্থানই আমাদেরকে বিন্দুর ধারণা দেয়। পেন্সিলের সরু মাথা দিয়ে কাগজে ফোঁটা দিলে একে বিন্দুর প্রতিকৃতি বলে ধরা হয়। বিন্দু কেবল অবস্থান নির্দেশ করে। বিন্দুকে A, B, P, Q এর ন্যায় একটি অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

৬·২ রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি

কাগজের উপর A ও B দ্বারা নির্দেশিত দুইটি বিন্দু বিবেচনা করি। বিন্দু দুইটির উপর একটি স্কেল রেখে A থেকে B পর্যন্ত দাগ টানি। AB একটি সরলরেখার অংশের প্রতিরূপ অর্থাৎ AB একটি রেখাংশ। রেখাংশটিকে উভয় দিকে একই বরাবর যতদূর খুশি বাড়ালেই একটি সরলরেখার প্রতিরূপ পাওয়া যায়। রেখার নির্দিষ্ট প্রান্তবিন্দু বা দৈর্ঘ্য নেই। কিন্তু রেখাংশের নির্দিষ্ট প্রান্তবিন্দু ও দৈর্ঘ্য আছে।



AB সরলরেখা। সরলরেখার কোনো প্রস্থ নেই।

চিত্রে A থেকে B এর দিকে রেখাটির সীমাহীন অংশ একটি রশ্মি। একে AB রশ্মি বলা হয়।

রেখা	রেখাংশ	রশ্মি
একটি রেখার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।	রেখাংশের নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য আছে।	একটি রশ্মির নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।
একটি রেখার প্রান্তবিন্দু নেই।	রেখাংশের দুইটি প্রান্ত বিন্দু আছে।	একটি রশ্মির মাত্র একটি প্রান্ত বিন্দু আছে।
A B AB সরলরেখা	A B AB রেখাংশ	A B AB রশ্মি

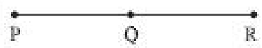
বিন্দু, রেখা, তল সম্পর্কিত কয়েকটি প্রয়োজনীয় ধারণা বা স্বতঃসিদ্ধ

(১) দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাত্র একটি সরলরেখা আঁকা যায়।

(২) যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়।

(৩) একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্যই তার প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব।

(৪) প্রান্তবিন্দুদ্বয় ছাড়া রেখাংশের অন্য যেকোনো বিন্দুকে ঐ রেখাংশের অন্তঃস্থ বিন্দু বলা হয়। PR রেখাংশের অন্তঃস্থ কোনো বিন্দু Q হলে, $PQ+QR=PR$ হবে।

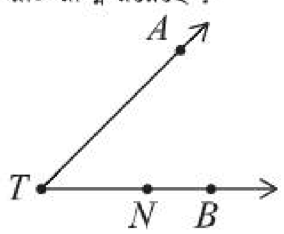


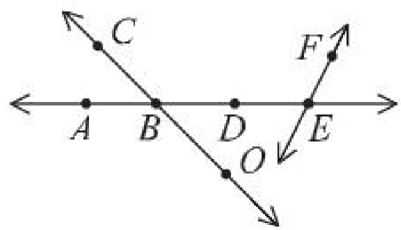
(৫) একই সমতলে দুইটি রেখা একটি এবং কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।

(৬) যদি দুইটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থান করে, তবে তাদের সংযোগরেখা সম্পূর্ণভাবে ঐ তলেই অবস্থান করে।

কাজ :

১। চিত্রে কয়টি রশ্মি রয়েছে ?





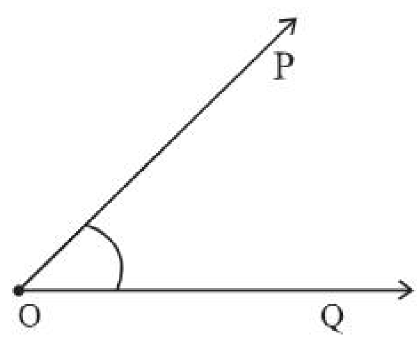
২। রেখা, রেখাংশ ও রশ্মির মধ্যে পার্থক্য কী ? ছবি এঁকে রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি দেখাও।

৩। একটি বাক্স এঁকে এর তল, রেখা, বিন্দুর প্রতিরূপ নির্দেশ কর।

৪। তোমার খাতায় দুইটি বিন্দু নিয়ে একটি সরলরেখা আঁক।

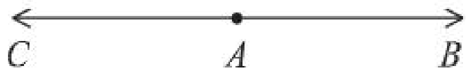
৬.৩ কোণ

একই সমতলে দুইটি রশ্মি একটি বিন্দুতে মিলিত হলে কোণ তৈরি হয়। রশ্মি দুইটিকে কোণের বাহু এবং তাদের সাধারণ বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বলে। পাশের চিত্রে, OP ও OQ রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু O তে $\angle POQ$ উৎপন্ন করেছে। O বিন্দুটি $\angle POQ$ এর শীর্ষবিন্দু।



সরল কোণ

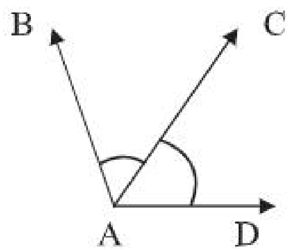
চিত্রে, AB একটি রশ্মি। AB রশ্মির প্রান্তবিন্দু A থেকে AB এর বিপরীত দিকে AC রশ্মি আঁকা হয়েছে। AC কে AB রশ্মির বিপরীত রশ্মি বলা হয়। AC ও AB রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে $\angle BAC$ উৎপন্ন করেছে। $\angle BAC$ কে সরল কোণ বলে। সরল কোণের পরিমাপ ১৮০°।



দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে সরল কোণ বলে।

সন্নিহিত কোণ

পাশের চিত্রে, A বিন্দুতে $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ দুইটি কোণ উৎপন্ন হয়েছে। A বিন্দু কোণ দুইটির শীর্ষবিন্দু। $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ উৎপন্নকারী বাহুগুলোর মধ্যে AC সাধারণ বাহু। কোণ দুইটি সাধারণ বাহু AC এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ কে পরস্পর সন্নিহিত কোণ বলে।

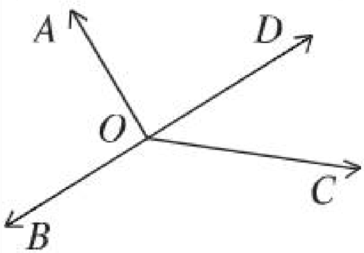


যদি কোনো তলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় এবং কোণদ্বয় সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।

কাজ

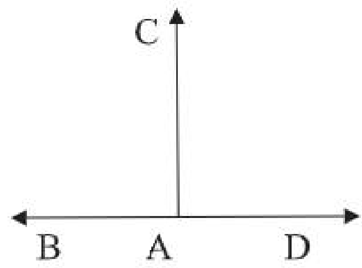
১। কয়েকটি কোণের পরিমাপ দেওয়া হলো; চাঁদার সাহায্যে কোণগুলো আঁক :
(ক) ৩০° (খ) ৪৫° (গ) ৬০° (ঘ) ৯০° (ঙ) ১২০° (চ) ১৮০°।

২। কোণের পরিমাপ করে শ্রেণিবিভাগ কর:



লম্ব, সমকোণ

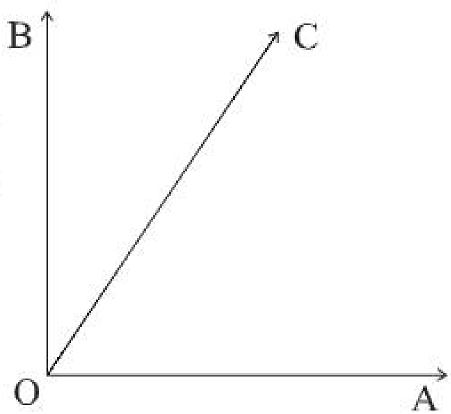
চিত্রে, BD রেখার A বিন্দুতে $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ দুইটি কোণ উৎপন্ন হয়েছে। A বিন্দু কোণ দুইটির শীর্ষবিন্দু। $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ কোণগুলোর মধ্যে AC সাধারণ বাহু। কোণ দুইটি সাধারণ বাহু AC এর দুই পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ পরস্পর সমান হলে, এদের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে। আবার AD ও AC বাহুদ্বয় বা AB ও AC বাহুদ্বয়কে পরস্পরের উপর লম্ব বলে।



যদি একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সমান হয়, তবে কোণ দুইটির প্রত্যেকটি সমকোণ। সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব।

পূরক কোণ

পাশের চিত্রে, $\angle AOB$ একটি সমকোণ। OC রশ্মি কোণটির বাহুদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির যোগফল $\angle AOB$ এর সমান, অর্থাৎ ৯০°। $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ কোণ দুইটির একটি অপরটির পূরক কোণ।

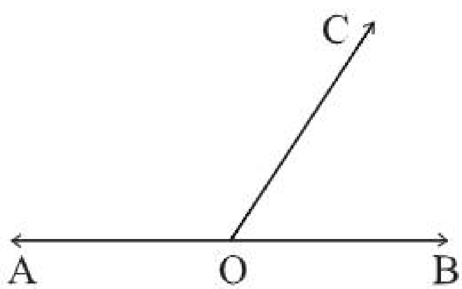


দুইটি কোণের যোগফল ৯০° হলে, কোণ দুইটির একটি অপরটির পূরক কোণ।

সম্পূরক কোণ

AB একটি সরলরেখার O অন্তঃস্থ একটি বিন্দু। OC একটি রশ্মি যা OA রশ্মি ও OB রশ্মি থেকে ভিন্ন। এর ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির যোগফল $\angle AOB$ কোণের সমান, অর্থাৎ ১৮০°, কেননা $\angle AOB$ একটি সরলকোণ।

আমরা বলি, $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ কোণ দুইটির একটি অপরটির সম্পূরক কোণ, অথবা এরা পরস্পর সম্পূরক কোণ।

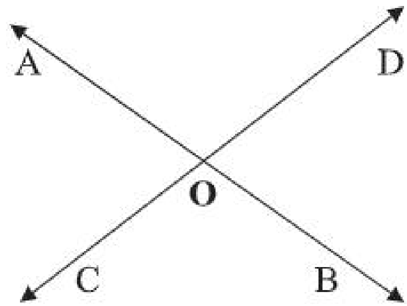


দুইটি কোণের যোগফল ১৮০° হলে, কোণ দুইটির একটি অপরটির সম্পূরক কোণ।

- দুইটি কোণের যোগফল ৯০° হলে, একটি অপরটির পূরক কোণ।
- দুইটি কোণের যোগফল ১৮০° হলে, কোণ দুইটির প্রত্যেকটি অপরটির সম্পূরক কোণ।
- দুইটি পরস্পর সম্পূরক কোণকে সন্নিহিত কোণ হিসেবে আঁকলে একটি সরলকোণ তৈরি হয়।

বিপ্রতীপ কোণ

AB এবং CD দুইটি সরলরেখা। এরা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে O বিন্দুতে $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle BOD$ এবং $\angle DOA$ চারটি কোণ উৎপন্ন হয়েছে। এদের প্রত্যেকের শীর্ষবিন্দু O । এদের মধ্যে $\angle BOD$ ও $\angle AOC$ কোণ দুইটির একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ অথবা এরা পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। আবার, $\angle BOC$ ও $\angle DOA$ কোণ দুইটির একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ অথবা এরা পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ।



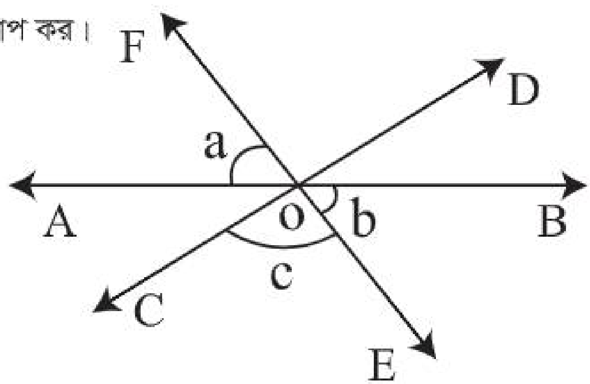
রশ্মি হিসেবে দেখলে, OA ও OB পরস্পর বিপরীত রশ্মি, কেননা A,O,B বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। আবার OC ও OD পরস্পর বিপরীত রশ্মি। O বিন্দুতে তৈরি চারটি কোণের যে কোনোটির বিপ্রতীপ কোণের বাহুদ্বয় মূল কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয়।

- কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।
- দুইটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুতে দুই জোড়া পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয়।
- একজোড়া পরস্পর বিপ্রতীপ কোণের বাহুগুলো দুইটি পরস্পরছেদী সরলরেখা তৈরি করে, যাদের ছেদবিন্দু প্রদত্ত কোণ যুগলের সাধারণ শীর্ষবিন্দু।

লক্ষ্য করি : যেকোনো কোণ ও তার বিপ্রতীপ কোণের পরিমাপ সমান।

কাজ

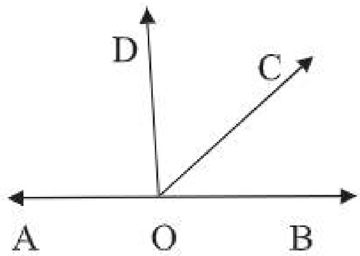
১। পাশের চিত্রে নির্দেশিত কোণগুলো পরিমাপ কর।



উপপাদ্য ১

একটি সরলরেখার একটি বিন্দুতে অপর একটি রশ্মি মিলিত হলে, যে দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ ।

মনে করি, AB সরলরেখাটির O বিন্দুতে OC রশ্মির প্রান্তবিন্দু মিলিত হয়েছে। ফলে $\angle AOC$ ও $\angle COB$ দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle COB =$ দুই সমকোণ।



AB রেখার উপর DO লম্ব আঁকি।

$\angle AOC + \angle COB = \angle AOD + \angle DOC + \angle COB$

$= \angle AOD + \angle DOB$

[যেহেতু $\angle DOC + \angle COB = \angle DOB$]

$=$ ২ সমকোণ

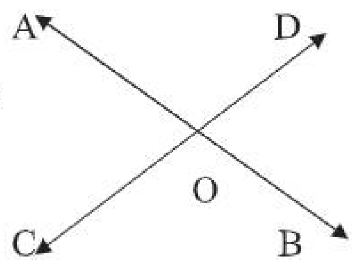
[যেহেতু $\angle AOD$ ও $\angle DOB$ এর প্রত্যেকে এক সমকোণ ।]

[প্রমাণিত]

উপপাদ্য ২

দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে, উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান ।

মনে করি, AB ও CD রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে O বিন্দুতে $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle BOD$, $\angle AOD$ কোণ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC =$ বিপ্রতীপ $\angle BOD$ এবং $\angle COB =$ বিপ্রতীপ $\angle AOD$ ।



OA রশ্মির O বিন্দুতে CD রেখা মিলিত হয়েছে।
$\angle AOC + \angle AOD =$ ১ সরলকোণ $=$ ২ সমকোণ। [উপপাদ্য ১]

আবার, OD রশ্মির O বিন্দুতে AB রেখা মিলিত হয়েছে।
$\therefore \angle AOD + \angle BOD =$ ১ সরলকোণ $=$ ২ সমকোণ।

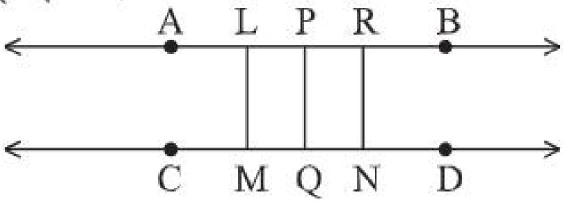
[উপপাদ্য ১]

সুতরাং $\angle AOC + \angle AOD = \angle AOD + \angle BOD$
$\therefore \angle AOC = \angle BOD$ [উভয় পক্ষ থেকে $\angle AOD$ বাদ দিয়ে]
অনুরূপে দেখানো যায়, $\angle COB = \angle AOD$ [প্রমাণিত]

৬·৪ সমান্তরাল রেখা

একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সরলরেখা একে অপরকে ছেদ না করলে তাদেরকে সমান্তরাল সরলরেখা বলে। দুইটি সরলরেখার একটির যেকোনো দুইটি বিন্দু থেকে অপরটির লম্ব-দূরত্ব পরস্পর সমান হলে, এরা সমান্তরাল। দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা কখনও পরস্পরকে ছেদ করে না।

লম্ব-দূরত্বের সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখার ব্যাখ্যা

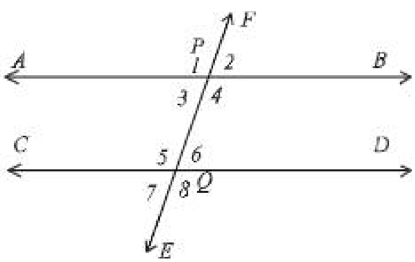


উপরের চিত্রে, AB এবং CD দুইটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা। AB সরলরেখার L, P, R বিন্দুগুলো থেকে CD সরলরেখার উপর চাঁদার সাহায্যে যথাক্রমে LM, PQ, RN লম্ব আঁকা হয়েছে।

রুলারের সাহায্যে মাপলে দেখা যাবে, LM, PQ, RN এর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য সমান। অন্য কোনো লম্বের দৈর্ঘ্যও একই হবে। এটি সমান্তরাল সরলরেখার একটি বৈশিষ্ট্য।

দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার লম্ব-দূরত্ব বলতে তাদের একটির যেকোনো বিন্দু হতে অপরটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকেই বোঝায়।
লক্ষ্য করি, কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অবস্থিত নয় এরূপ বিন্দুর মধ্য দিয়ে ঐ সরলরেখার সমান্তরাল করে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।

একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ, ছেদকের একই পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোণ



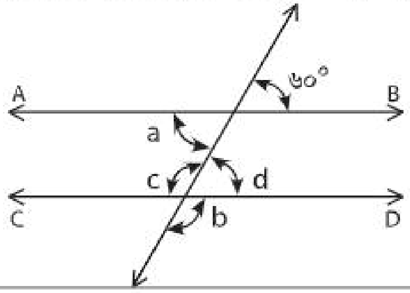
উপরের চিত্রে, AB ও CD দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা এবং EF সরলরেখা সেগুলোকে দুইটি বিন্দু P ও Q তে ছেদ করেছে। EF সরলরেখা AB ও CD সরলরেখাদ্বয়ের ছেদক। ছেদকটি AB ও CD সরলরেখা দুইটির সাথে $\angle1, \angle2, \angle3, \angle4, \angle5, \angle6, \angle7, \angle8$ মোট আটটি কোণ তৈরি করেছে। এ কোণগুলোর মধ্যে

(ক) $\angle1$ এবং $\angle5$, $\angle2$ এবং $\angle6$, $\angle3$ এবং $\angle7$, $\angle4$ এবং $\angle8$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।
(খ) $\angle3$ এবং $\angle6$, $\angle4$ এবং $\angle5$ হলো পরস্পর একান্তর কোণ।
(গ) $\angle4, \angle6$ ডানপাশের অন্তঃস্থ কোণ।
(ঘ) $\angle3, \angle5$ বামপাশের অন্তঃস্থ কোণ।

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি যে, অনুরূপ কোণগুলো পরস্পর সমান। আরও মেপে দেখি যে, একান্তর কোণগুলোও পরস্পর সমান। এগুলো সমান্তরাল রেখার বিশেষ ধর্ম।

কাজ :

১। নিচের চিত্রে AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল। চিত্রে a, b, c, d এর মান কত ?



অনুশীলনী ৬.১

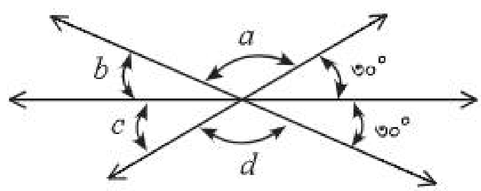
১। নিচের ছবিটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

(ক) চিত্রের বিন্দু তিনটি দিয়ে কয়টি ভিন্ন রেখাংশের নাম করা যায় ? নামগুলো উল্লেখ কর।

(খ) চিত্রের বিন্দু তিনটি দিয়ে কয়টি ভিন্ন রেখার নাম করা যায় ? নামগুলো লেখ।

(গ) চিত্রের বিন্দু তিনটি দিয়ে কয়টি রশ্মির নাম করা যায় ? নামগুলো লেখ।

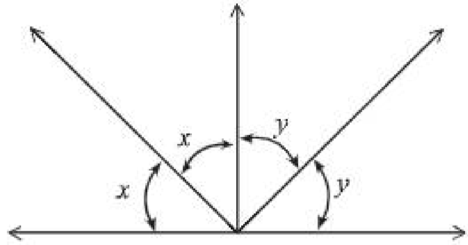
(ঘ) AB, BC, AC রেখাংশগুলোর মধ্যে একটি সম্পর্ক উল্লেখ কর।

২। পাশের চিত্রে	$a = ?$ $b = ?$ $c = ?$ $d = ?$	

৩। প্রমাণ কর যে, বিপ্রতীপ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।

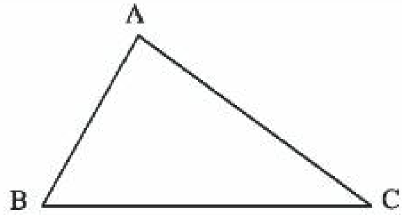
৪। পাশের চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে

$\angle x + \angle y = 90°$.



৬·৫ ত্রিভুজ

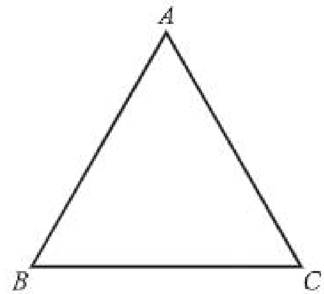
তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ জ্যামিতিক চিত্র একটি ত্রিভুজ। রেখাংশগুলোকে ত্রিভুজের বাহু বলে। যেকোনো দুইটি বাহুর সাধারণ বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বলা হয়। ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহু শীর্ষবিন্দুতে কোণ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ রয়েছে। ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে পরিসীমা বলে। ত্রিভুজের বাহুগুলো দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রকে ত্রিভুজক্ষেত্র বলে।



পাশের চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ। A, B, C এর তিনটি শীর্ষবিন্দু। AB, BC, CA এর তিনটি বাহু এবং $\angle BAC, \angle ABC$, $\angle BCA$ এর তিনটি কোণ। AB, BC, CA বাহুর যোগফল ত্রিভুজটির পরিসীমা। বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার: সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ।

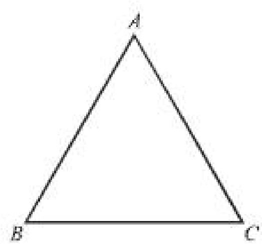
সমবাহু ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ। রুলারের সাহায্যে পাশের চিত্রের ABC ত্রিভুজের বাহুগুলো মেপে দেখি যে, পরিমাপ $AB =$ পরিমাপ $BC =$ পরিমাপ CA অর্থাৎ বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য সমান। ABC ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

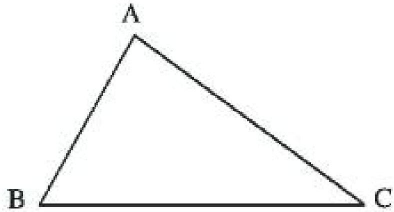


সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান তা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। রুলারের সাহায্যে পাশের চিত্রের ABC ত্রিভুজের বাহুগুলো মেপে দেখি যে, পরিমাপ $AB =$ পরিমাপ $AC \neq$ পরিমাপ BC। অর্থাৎ দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। ABC ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।



বিষমবাহু ত্রিভুজ



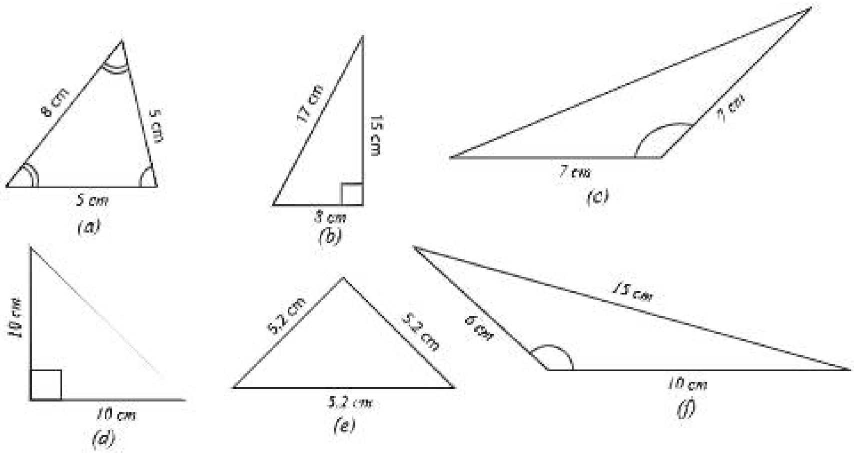
যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ। রুলারের সাহায্যে পাশের চিত্রের ABC ত্রিভুজের বাহুগুলো মেপে দেখি যে, AB, BC, CA পরিমাপগুলো পরস্পর অসমান। ABC ত্রিভুজটি একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

কাজ

১। অনুমান করে একটি সমবাহু, একটি সমদ্বিবাহু ও একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ আঁক।

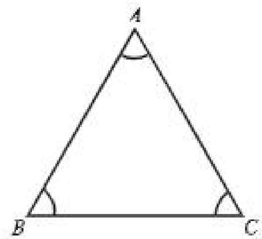
(ক) প্রতিক্ষেত্রে বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ।

২। নিচের ত্রিভুজগুলো বাহুভেদে শনাক্ত কর:



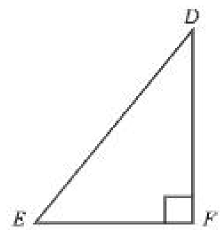
কোণভেদে ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা যায়: সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ, স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ



যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। চাঁদার সাহায্যে কোণগুলো মেপে দেখি যে, ABC ত্রিভুজে $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ কোণ তিনটি প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ ৯০$^\circ$ অপেক্ষা কম। ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

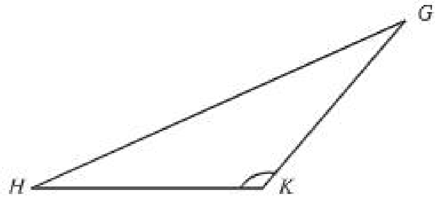
সমকোণী ত্রিভুজ



DEF ত্রিভুজে $\angle DFE$ একটি সমকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle DEF$ ও $\angle EDF$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। আমরা বলি, ΔDEF একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ, তা সমকোণী ত্রিভুজ।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ



GHK ত্রিভুজে $\angle GKH$ একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle GHK$ ও $\angle HGK$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। আমরা বলি, ΔGHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।
যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা হচ্ছে স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

> সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ।
> সমকোণী ত্রিভুজের শুধু একটি কোণ সমকোণ; অপর দুইটি কোণ সূক্ষ্মকোণ।
> স্থূলকোণী ত্রিভুজের শুধু একটি কোণ স্থূলকোণ; অপর দুইটি কোণ সূক্ষ্মকোণ।

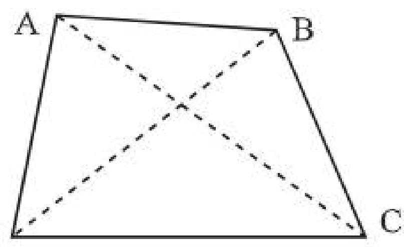
কাজ :

১। একটি সূক্ষ্মকোণী, একটি স্থূলকোণী ও একটি সমকোণী ত্রিভুজ এঁকে নামকরণ কর।
(ক) প্রতিক্ষেত্রে বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ।
(খ) প্রতিক্ষেত্রে কোণ তিনটি পরিমাপ কর এবং খাতায় লেখ। কোণ তিনটির যোগফল নির্ণয় কর এবং সবক্ষেত্রে একই বলে মনে হয় কিনা বল।

২। মিল কর :

ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য	ত্রিভুজের প্রকার
(i) তিন বাহু সমান	(ক) বিষমবাহু ত্রিভুজ
(ii) দুই বাহু সমান	(খ) সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ
(iii) তিন বাহু অসমান	(গ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ
(iv) তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ	(ঘ) সমকোণী ত্রিভুজ
(v) একটি কোণ সমকোণ	(ঙ) সমবাহু ত্রিভুজ
(vi) একটি কোণ স্থূলকোণ	(চ) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
(vii) একটি কোণ সমকোণ ও দুই বাহু সমান	(ছ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

৬·৬ চতুর্ভুজ



চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ জ্যামিতিক চিত্র একটি চতুর্ভুজ। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা চিত্রটি অঙ্কিত, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের চারটি বাহু। পাশের চিত্রে, $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ। AB, BC, CD, DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। A, B, C ও D চতুর্ভুজের চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু। $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ ও $\angle DAB$ চতুর্ভুজের চারটি কোণ। AC ও BD রেখাংশ দুইটি $ABCD$ চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। $ABCD$ চতুর্ভুজকে অনেক সময় $\square ABCD$ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

কাজ

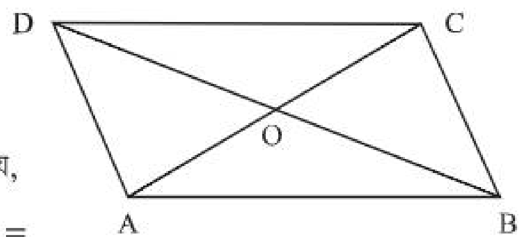
১। চাঁদার সাহায্যে একটি চতুর্ভুজ আঁক ।

(ক) চতুর্ভুজটির বাহু চারটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ ।

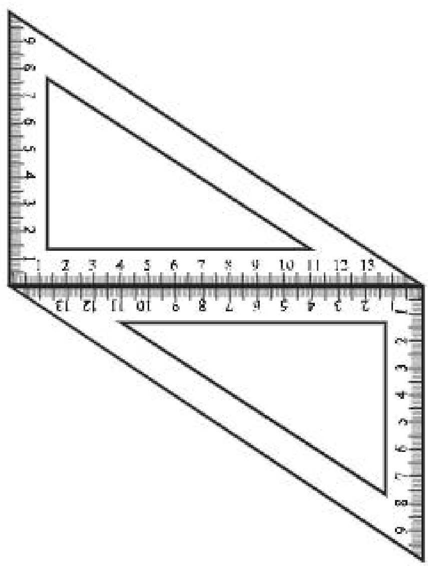
(খ) চতুর্ভুজের চারটি কোণ পরিমাপ কর এবং খাতায় লেখ । কোণ চারটির পরিমাপের যোগফল বের কর।

বিভিন্ন প্রকার বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী চতুর্ভুজকে শ্রেণিবিভাগ করা যায় ।

সামান্তরিক



যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল, তাই সামান্তরিক। পাশের চিত্রে, $ABCD$ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক । এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মেপে দেখি যে, যে কোনো দুইটি বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান: AB বাহু $=$ CD বাহু এবং BC বাহু $=$ AD বাহু।



চাঁদার সাহায্যে চতুর্ভুজটির কোণ চারটি পরিমাপ করে দেখি যে,

$\angle DAB = \angle BCD$ এবং $\angle ABC = \angle CDA$.

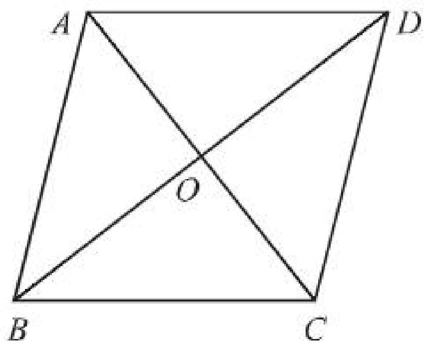
$\angle DAB$ ও $\angle BCD$ এবং $\angle ABC$ ও $\angle CDA$ সামান্তরিকটির দুই জোড়া বিপরীত কোণ । দেখা গেল, প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণ সমান । সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো ও কোণগুলো সমান । চিত্রে প্রদর্শিত উপায়ে দুইটি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে সহজেই একটি সামান্তরিক আঁকা যায় ।

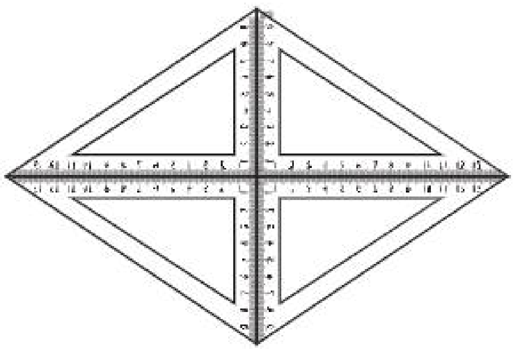
এখন সামান্তরিকটির কর্ণ দুইটি আঁকি; এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে । মেপে দেখি, AO ও OC রেখাংশ দুইটির দৈর্ঘ্য সমান; আবার BO ও OD রেখাংশ দুইটির দৈর্ঘ্যও সমান ।

অর্থাৎ, কর্ণ দুইটি তাদের ছেদবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয় ।

রম্বস

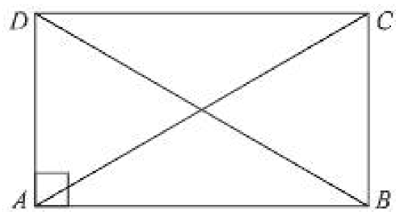
রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। অর্থাৎ রম্বসের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল এবং চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। চিত্রে, $ABCD$ একটি রম্বস। প্রত্যেক রম্বস একটি সামান্তরিক। রম্বসের বাহুগুলো সব সমান এবং বিপরীত কোণগুলো সমান। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে, কেননা প্রত্যেক রম্বস একটি সামান্তরিক। এখন $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOA$ কোণ চারটি চাঁদা দিয়ে মেপে দেখি, প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ১ সমকোণ। অর্থাৎ, কর্ণদ্বয় তাদের ছেদ বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। একই রকম চারটি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে সহজেই একটি রম্বস আঁকা যায়।

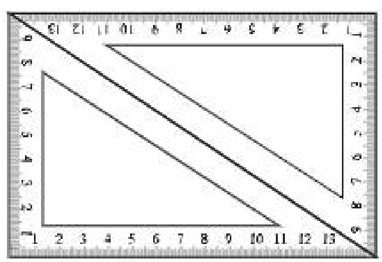




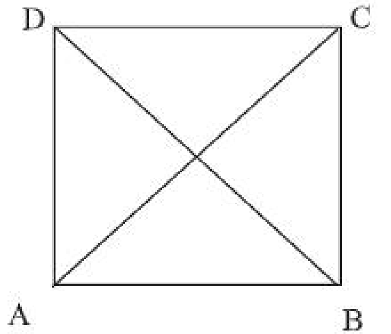
আয়ত

যে সামান্তরিকের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। অর্থাৎ আয়ত এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। পাশের চিত্রে, $ABCD$ একটি আয়ত। উল্লেখ্য, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে, অন্য তিনটি কোণও সমকোণ হয়। আয়তের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বিপরীত বাহুগুলো সমান। আয়তের কর্ণদ্বয় সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। একই রকম দুইটি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে সহজেই একটি আয়ত আঁকা যায়।

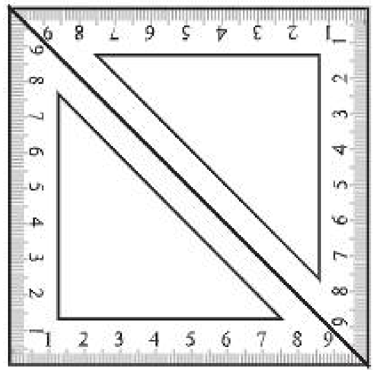




বর্গ



বর্গ এমন একটি আয়ত যার বাহুগুলো সব সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। পাশের চিত্রে, $ABCD$ একটি বর্গ। আয়তের বিপরীত বাহুগুলো সমান বলে, আয়তের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে সেটি একটি বর্গ হবে। যে আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান, তাই বর্গ। অন্যভাবে বলা যায়, যে সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ, তাই বর্গ। বর্গের বাহুগুলো সব সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। আবার বর্গ একটি রম্বস। বর্গের কর্ণদ্বয় সমান এবং এরা পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। একই রকম দুইটি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে সহজেই একটি বর্গ আঁকা যায়।



কাজ

১। একটি সামান্তরিক, একটি রম্বস ও একটি আয়ত আঁক।

(ক) প্রতিক্ষেত্রে মেপে দেখ, প্রত্যেক জোড়া বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়েছে কিনা।

(খ) প্রতিক্ষেত্রে পরিমাপ করে দেখ প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণ সমান হয়েছে কিনা।

(গ) প্রতিক্ষেত্রে কর্ণদ্বয় তাদের ছেদবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে কিনা মেপে দেখ।

(ঘ) রম্বসের বেলায় কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন কোণগুলো পরিমাপ করে দেখ, তারা লম্বভাবে ছেদ করেছে কিনা।

অনুশীলনী ৬·২

১। নিচে কয়েকটি কোণের পরিমাপ দেওয়া হলো; কোণগুলো আঁক :

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 75° (ঙ) 85° (চ) 120° (ছ) 135° (জ) 160°।

২। একটি সূক্ষ্মকোণী, একটি স্থূলকোণী ও একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক।

(ক) প্রতিক্ষেত্রে বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ।

(খ) প্রতিক্ষেত্রে কোণ তিনটি পরিমাপ কর এবং খাতায় লেখা দেখে কোণ তিনটির পরিমাপের যোগফল সবক্ষেত্রে একই বলে মনে হয় কিনা বল।

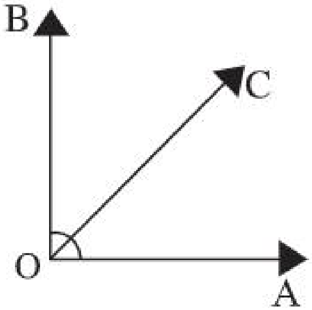
৩। নিচে কয়েকটি কোণের পরিমাপ দেওয়া হলো। প্রত্যেক ক্ষেত্রে পূরক কোণের পরিমাপ উল্লেখ কর এবং পূরক কোণটি আঁক।

(ক) 60° (খ) 45° (গ) 72° (ঘ) 25° (ঙ) 50°

৪। নিচে কয়েকটি কোণের পরিমাপ দেওয়া হলো। প্রত্যেক ক্ষেত্রে একই চিত্রে প্রদত্ত কোণ, এর সম্পূরক কোণ ও বিপ্রতীপ কোণ আঁক এবং এদের পরিমাপ উল্লেখ কর। চিত্রে সম্পূরক কোণের বিপ্রতীপ কোণটিও চিহ্নিত কর।

(ক) 45° (খ) 120° (গ) 72° (ঘ) 110° (ঙ) 85°

৫।



চিত্রে $\angle AOB = 90^\circ$

(i) $\angle AOC + \angle BOC = 90^\circ$

(ii) $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$

(iii) $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ পরস্পর সম্পূরক কোণ।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii, ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

৬। কয়েকটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক। প্রতি ক্ষেত্রে সমকোণ ছাড়া অন্য দুইটি কোণ মাপ এবং এদের পরিমাপের যোগফল নির্ণয় কর। প্রতিক্ষেত্রে ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি কত?

৭। একটি চতুর্ভুজ আঁক। এর বাহু চারটির এবং কর্ণ দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ। চতুর্ভুজটির কোণ চারটি মেপে তাদের পরিমাপের যোগফল নির্ণয় কর।

৮। দুইটি চতুর্ভুজ আঁক যাদের কোনো দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান নয়।

(ক) প্রতিক্ষেত্রে বাহু চারটির এবং কর্ণ দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ ও খাতায় লেখ।

(খ) কোণ চারটি পরিমাপ কর এবং খাতায় লেখা কোণ চারটি পরিমাপের যোগফল উভয় ক্ষেত্রে একই হয় কিনা বল।

৯। একটি বর্গ আঁক যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি।

(ক) প্রত্যেক কর্ণের দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ।

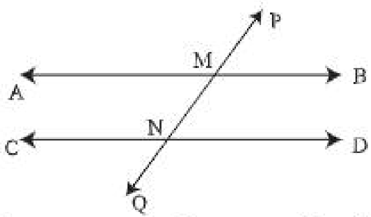
(খ) বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ চিহ্নিত কর। মধ্যবিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত কর। উৎপন্ন চতুর্ভুজটি কী ধরনের চতুর্ভুজ বলে মনে হয়। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মাপ এবং কোণগুলো পরিমাপ কর।

১০। একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং পাশের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.। এদের বিপরীত বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণের পরিমাপ নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির কর্ণ দুইটি আঁক। এদের ছেদবিন্দুতে কর্ণদ্বয়ের চারটি খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য মাপ।

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:

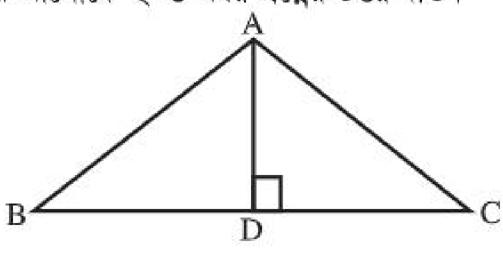


চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক একান্তর কোণ নির্দেশ করে ?

ক. $\angle AMP, \angle CNP$ খ. $\angle CNP, \angle BMQ$

গ. $\angle BMP, \angle BMQ$ ঘ. $\angle BMP, \angle DNQ$

চিত্রের আলোকে ২-৩ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও।



চিত্রে: $\triangle ABC$ এর $\angle BAC = 120^\circ$ এবং $AD \perp BC$

২। $\angle ADC =$ কত?

(ক) ৩০° (খ) ৪৫° (গ) ৬০° (ঘ) ৯০°

৩। $\angle ABD$ এর পূরক কোন কোনটি?

(ক) $\angle ADB$ (খ) $\angle CAD$ (গ) $\angle BAD$ (ঘ) $\angle ACD$

৪। সরলরেখার-

(i) নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই। (ii) নির্দিষ্ট প্রান্ত বিন্দু নেই। (iii) নির্দিষ্ট প্রস্থ নেই।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

AB ও CD রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

(ক) সমকোণী ত্রিভুজের একটি সূক্ষ্মকোণ অপর সূক্ষ্মকোণের দ্বিগুণ হলে ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটি নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান

(গ) $\angle AOC = (4x\text{-}16)$ এবং $\angle BOC = 2(x+20)$ হলে x এর মান কত?

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। রেখা ও রেখাংশের দুইটি করে বৈশিষ্ট্য লিখ।

২। একটি ত্রিভুজ আঁক এবং চাঁদার সাহায্যে কোণ তিনটি পরিমাপ করে দেখাও যে ত্রিভুজটির কোন তিনটির সমষ্টি 180^0।

৩। 40^0 এর পূরক কোণের মান এবং 60^0 এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান নির্ণয় কর।

সপ্তম অধ্যায়

ব্যবহারিক জ্যামিতি

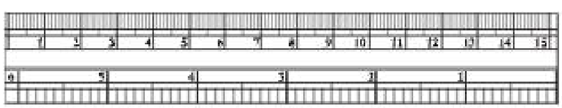
আমরা আমাদের চারদিকে নানা আকৃতি ও আকারের জিনিস দেখি। এগুলোর কোনোটি বর্গাকার, কোনোটি আয়তাকার, আবার কোনোটি বৃত্তাকার। এই অধ্যায়ে আমরা এ সকল জিনিসের চিত্র আঁকতে শিখব।

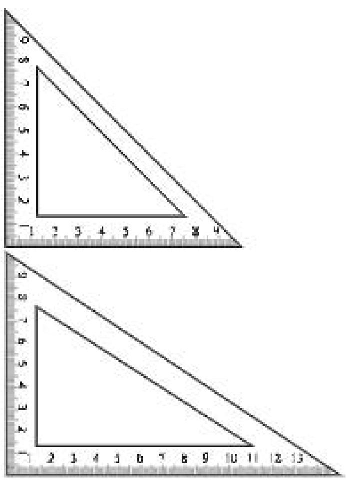
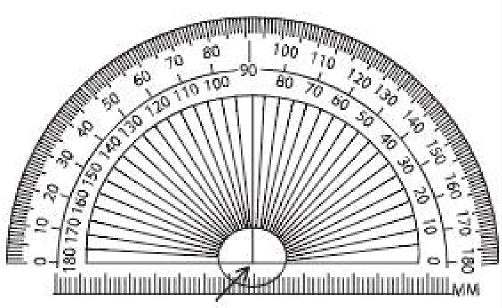
এই অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- ➢ একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে পরিমাপ করতে পারবে।
- ➢ প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে রেখাংশ অঙ্কন করতে পারবে।
- ➢ বিভিন্ন মাপের কোণের চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

৭.১ রেখা

আমরা জ্যামিতিক অঙ্কনের জন্য কিছু যন্ত্র ব্যবহার করব। অঙ্কন কাজে সাধারণত নিচের যন্ত্রগুলো থাকে :

	নাম, চিত্র ও ব্যবহার	বর্ণনা
১.	রুলার  রেখাংশ আঁকা, রেখাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা	রুলারের দুই দিকে ইঞ্চি ও সেন্টিমিটার স্কেল অনুযায়ী দাগ কাটা থাকে। প্রত্যেক ইঞ্চিকে ১০ ভাগ বা ১৬ ভাগ করে ও সেন্টিমিটারকে ১০ ভাগে অর্থাৎ ১ মিলিমিটার করে ছোট ছোট দাগাঙ্কিত থাকে।
২.	পেন্সিল কম্পাস  সমান দৈর্ঘ্য চিহ্নিত করা, বৃত্ত আঁকা	পেন্সিল কম্পাসের দুইটি বাহুর একটির একপ্রান্তে একটি কাঁটা এবং অন্য বাহুর এক প্রান্তে পেন্সিল আটকানোর ব্যবস্থা রয়েছে। বাহু দুইটির অপর প্রান্তদ্বয় স্ক্রু দিয়ে এমনভাবে আটকানো থাকে যেন সহজে বাহু দুইটির মধ্যে দূরত্ব বাড়ানো বা কমানো যায়।

৩.	কাঁটা কম্পাস  দৈর্ঘ্যের তুলনা করা	কাঁটা কম্পাসের দুইটি বাহুর প্রতিটির একপ্রান্তে একটি করে কাঁটা রয়েছে। বাহু দুইটির অপর প্রান্তদ্বয় একত্রে স্ক্রু দিয়ে এমনভাবে আটকানো থাকে যেন সহজে বাহু দুইটির মধ্যে দূরত্ব ইচ্ছেমতো বাড়ানো বা কমানো যায়।
৪.	ত্রিকোণী  লম্ব ও সমান্তরাল রেখা আঁকা	ত্রিকোণী দুইটির প্রতিটির একটি কোণ সমকোণ। প্রথম ত্রিকোণীর অপর কোণ দুইটির প্রত্যেকটি কোণ ৪৫° । দ্বিতীয় ত্রিকোণীর অপর কোণ দুইটির একটি কোণ ৬০°। ত্রিকোণীদ্বয়ের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুইটি সেন্টিমিটার স্কেলে দাগাঙ্কিত।
৫.	চাঁদা  কোণ আঁকা ও পরিমাপ করা	চাঁদা অর্ধবৃত্তাকার। অর্ধবৃত্তের বক্ররেখাটি সমান ১৮০ টি ভাগে ভাগ করা আছে। প্রতি দশ ভাগ অন্তর ০ থেকে শুরু করে ১০, ২০, ৩০,... , ১৮০ সংখ্যাগুলো ডান থেকে বামে ও বাম থেকে ডানে লেখা রয়েছে।

জ্যামিতিক চিত্র আঁকার সময় লক্ষ্য রাখবে :
সরলরেখা সূক্ষ্মভাবে আঁকবে এবং বিন্দুসমূহ চিহ্নিত করবে।
যন্ত্রের অগ্রভাগ যেন তীক্ষ্ণ এবং ধারগুলো মসৃণ থাকে।
বাক্সে দুইটি সুচালো ধারযুক্ত পেন্সিল থাকবে, একটি পেন্সিল কম্পাসে এবং অন্যটি সাধারণ অঙ্কনের জন্য।

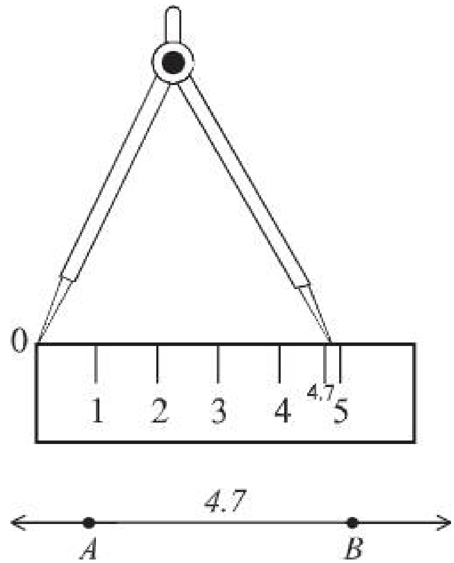
সম্পাদ্য ১। নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকতে হবে।
মনে করি, আমাদের 4.7 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকতে হবে। রুলারের সাহায্যে 4.7 সে.মি. দূরে দুইটি বিন্দু A ও B চিহ্নিত করি এবং সংযোগ রেখা আঁকি।
নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে রুলারের ও কম্পাসের সাহায্যে নিখুঁতভাবে রেখাংশ আঁকা যায়।

১. একটি রেখাংশ আঁকি। এর উপর একটি বিন্দু A নিই।

২. কাঁটা কম্পাসের একটি অগ্রভাগ রুলারের 0 দাগে স্থাপন করি এবং প্রয়োজন মতো ফাঁক করে অপর কাঁটার অগ্রভাগ 4.7 সে.মি. দাগে বসাই।

৩. কাঁটা কম্পাসটি সাবধানে তুলে নিয়ে A বিন্দুতে বসিয়ে রেখাংশ বরাবর অপর কাঁটা দ্বারা B বিন্দুকে চিহ্নিত করি।

৪. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য 4.7 সে.মি.।



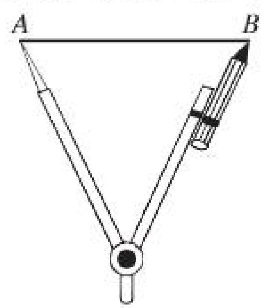
সম্পাদ্য ২। প্রদত্ত রেখাংশের সমান করে রেখাংশ আঁকতে হবে।

রুলারের সাহায্যে :

মনে করি AB একটি রেখাংশ। AB রেখাংশের সমান একটি রেখাংশ আঁকতে হবে। একটি সহজ পন্থা হলো রুলারের সাহায্যে AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য মাপা এবং পূর্বের ন্যায় নতুন রেখাংশ CD আঁকা। এ পদ্ধতিতে সর্বদা সঠিক ফল পাওয়া যায় না।
রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে –
নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করি :

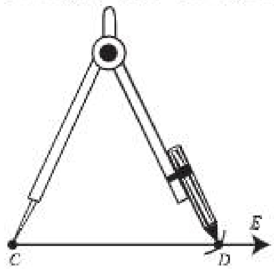
১. AB রেখাংশ আঁকি (সুবিধামতো দৈর্ঘ্য নিয়ে)।

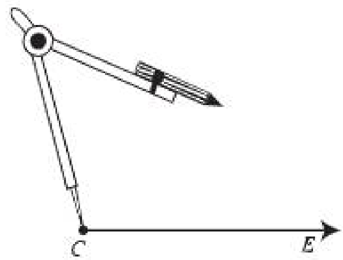
২. পেন্সিল কম্পাসের কাঁটার দিক A বিন্দুতে এবং পেন্সিলের দিক B বিন্দুতে বসাই।



ফর্মা-১৭

৩. যেকোনো রশ্মি CE নিই। C কে কেন্দ্র করে কম্পাসের সাহায্যে AB রেখাংশের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি CE কে D বিন্দুতে ছেদ করে। CD রেখাংশই AB রেখাংশের সমান।





কাজ :

১। রুলারের সাহায্যে 7 সে.মি. একটি রেখাংশ আঁক। এবার রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশের সমান একটি রেখাংশ আঁক। অঙ্কিত রেখাংশ 7 সে.মি. হয়েছে কিনা যাচাই কর।

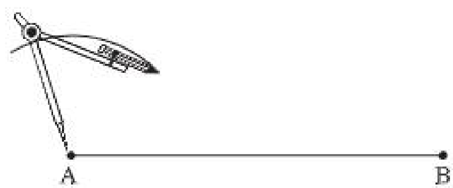
সম্পাদ্য ৩। একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

মনে করি, AB একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। একে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করি :

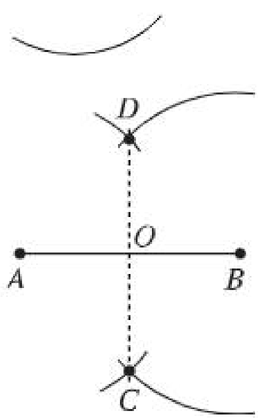
১. AB রেখাংশ আঁকি।

২. A কে কেন্দ্র করে AB এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর দুই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।



৩. B কে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপগুলো পরস্পরকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

৪. C ও D যোগ করি। CD রেখাংশ AB রেখাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে। AB রেখাংশ O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।



কাজ

১। রুলারের সাহায্যে 7 সে.মি. একটি রেখাংশ আঁক। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত কর। দ্বিখণ্ডিত রেখাংশ দুইটি মেপে দেখ তারা সমান হয়েছে কিনা।

২। রুলারের সাহায্যে 8 সে.মি. একটি রেখাংশ আঁক। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশকে সমান চার ভাগে ভাগ কর।

৭.২ লম্ব

আমরা জেনেছি যে, দুইটি পরস্পরছেদী সরলরেখা (বা রশ্মি বা রেখাংশ) পরস্পর লম্ব হবে যদি তাদের অন্তর্গত কোণগুলো সমকোণ হয়। তোমার বইয়ের ধার নির্দেশিত রেখাগুলো কোনাতে সমকোণে মিলিত হয়েছে।

নিজে করি : এক টুকরো কাগজ মাঝ বরাবর ভাঁজ করি। ভাঁজ করা কাগজটি পুনরায় মাঝ বরাবর ভাঁজ করি। এবার কাগজের টুকরা খুলে দেখি ভাঁজ বরাবর দাগগুলো পরস্পর লম্ব।

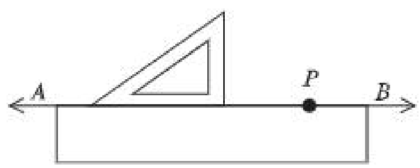
সম্পাদ্য ৪। একটি সরলরখার নির্দিষ্ট কোনো বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকতে হবে।

পদ্ধতি ১। (ত্রিকোণী বা সেটস্কোয়ার ও রুলারের সাহায্যে)

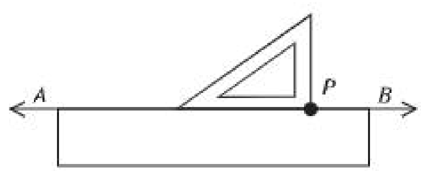
নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করি–

১। মনে করি, AB সরলরেখা রেখাটির ওপর একটি বিন্দু P নিই।

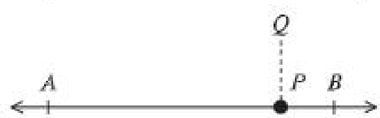
২। AB রেখা বরাবর রুলারের একটি ধার স্থাপন করি এবং খাড়াভাবে ধরে রাখি।



৩। রুলার বরাবর ত্রিকোণীর একটি ধার এমনভাবে বসাই যেন এর সমকোণ সংলগ্ন কৌণিক বিন্দুটি P বিন্দুর সাথে মিলে যায়।



৪। ত্রিকোণীটি খাড়াভাবে ধরে রেখে PQ রেখাংশ আঁকি। PQ রেখাংশ AB রেখার ওপর লম্ব। $PQ \perp AB$.



লক্ষ করি : লম্ব বুঝাতে $\perp$ চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়।

কাজ :

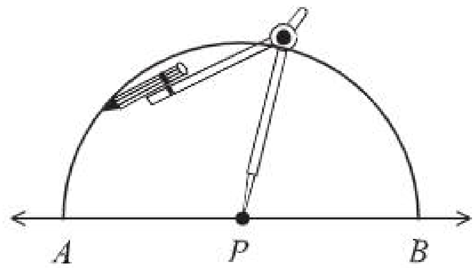
১। ত্রিকোণী ও রুলারের সাহায্যে রেখাংশের একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে লম্ব আঁক। এবার চাঁদার সাহায্যে যাচাই কর যে লম্ব রেখাটি ৯০ নির্দেশক দাগ বরাবর গিয়েছে।

পদ্ধতি ২। (রুলার-কম্পাস পদ্ধতি)

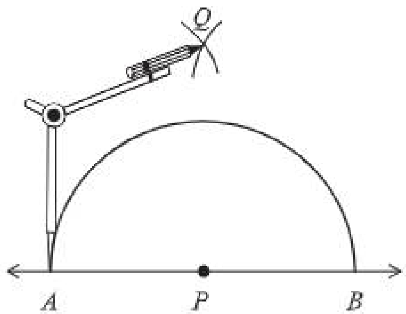
রুলার-কম্পাস পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে লম্ব আঁকা যায়।

১। মনে করি, P একটি সরলরেখার উপর একটি বিন্দু।

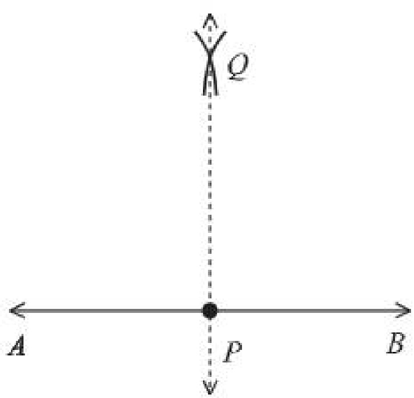
২। P কে কেন্দ্র করে সুবিধামতো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা সরলরেখাকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।



৩। A ও B কে কেন্দ্র করে AB এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।



৪। P, Q যোগ করি। PQ রেখাংশ AB রেখার উপর P বিন্দুতে লম্ব। $PQ \perp AB$.



কাজ :

১। 6.8 সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে রুলার-কম্পাসের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট লম্ব আঁক।

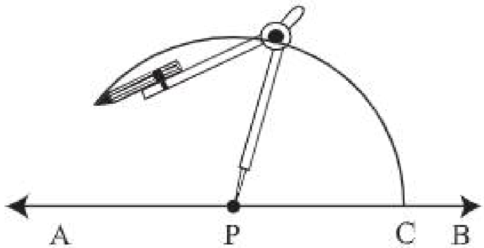
২। AB সরলরেখার C বিন্দুতে CD লম্ব আঁক। আবার AB রেখার উপর অন্য একটি বিন্দু E লও। এবার E বিন্দুতে AB রেখার উপর লম্ব আঁক। লম্ব দুইটি দেখতে কেমন?

পদ্ধতি ৩। রুলার-কম্পাসের দ্বিতীয় পদ্ধতি :

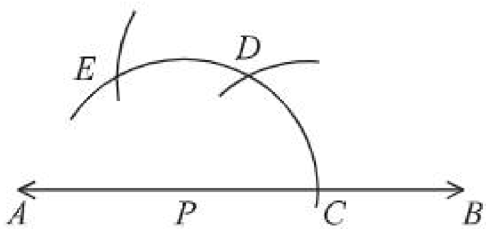
রুলার-কম্পাসের সাহায্যে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করেও লম্ব আঁকা যায়।

১। মনে করি, AB একটি সরলরেখা এবং এর উপর P একটি বিন্দু।

২। P কে কেন্দ্র করে সুবিধামতো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

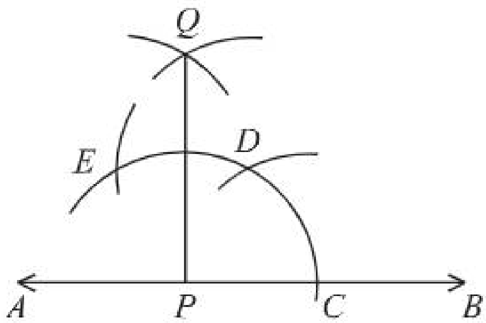


৩। C কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করে। আবার D কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা প্রথমে আঁকা বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে।



৪। E ও D কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একই দিকে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি Q বিন্দুতে ছেদ করে।

৫। Q, P যোগ করি। QP রেখাংশ AB রেখার উপর P বিন্দুতে লম্ব। $QP \perp AB$।



কাজ :

১। ৪ সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে লম্ব আঁক।

২। AB সরলরেখার C বিন্দুতে CD লম্ব আঁক। আবার CD রেখার উপর একটি বিন্দু E লও। এবার E বিন্দুতে CD রেখার উপর লম্ব আঁক।

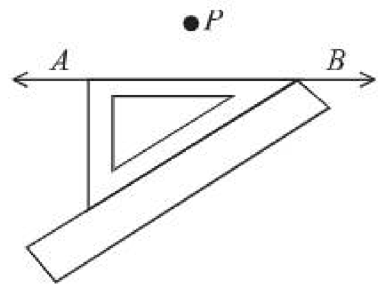
সম্পাদ্য ৫। একটি সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ রেখার উপর একটি লম্ব আঁকতে হবে।

পদ্ধতি ১। রুলার ও ত্রিকোণীর সাহায্যে

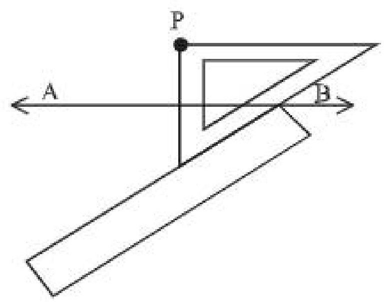
রুলার ও ত্রিকোণীর সাহায্যে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে লম্ব আঁকা যায়।

১। মনে করি, AB একটি সরলরেখা এবং P তার বহিঃস্থ একটি বিন্দু।

২। AB এর যে পাশে P বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে একটি ত্রিকোণী বসাই যেন তার সমকোণ সংলগ্ন একটি ধার AB সরলরেখা বরাবর বসে।

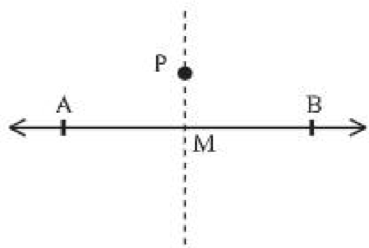


৩। ত্রিকোণীর সমকোণের বিপরীত ধার বরাবর একটি রুলার বসাই।



৪। রুলারটি শক্ত করে ধরে ত্রিকোণীটি রুলার বরাবর এমনভাবে সরাই যেন P বিন্দুটি ত্রিকোণীর অন্য ধারকে স্পর্শ করে।

৫। P বিন্দু থেকে বাহুটি বরাবর রেখাংশ আঁকি যা AB রেখাকে M বিন্দুতে ছেদ করে। এখন $PM \perp AB$।

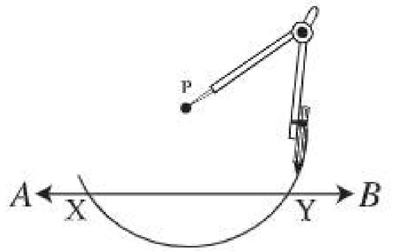


কাজ :

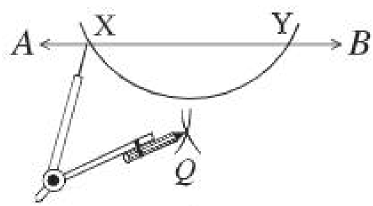
১। কাগজ ভাঁজ পদ্ধতিতে একটি রেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ রেখার উপর একটি লম্ব আঁক।

পদ্ধতি ২। রুলার-কম্পাস পদ্ধতিতে নিচের ধাপসমূহ অনুসরণ করে বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে লম্ব আঁকা যায়।

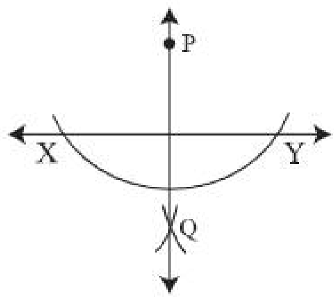
১। মনে করি, AB একটি সরলরেখা এবং P তার বহিঃস্থ একটি বিন্দু।



২। P কে কেন্দ্র করে সুবিধামতো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AB রেখাকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে।



৩। X ও Y কে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর যে পাশে P আছে তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর Q বিন্দুতে ছেদ করে।



৪। P, Q যোগ করি। PQ রেখাংশ AB এর উপর লম্ব।

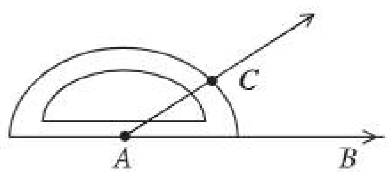
৭.৩ কোণ অঙ্কন

সম্পাদ্য ৬। চাঁদার সাহায্যে 40° কোণ আঁকতে হবে।

নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে চাঁদার সাহায্যে 40° কোণ আঁকা যায়।

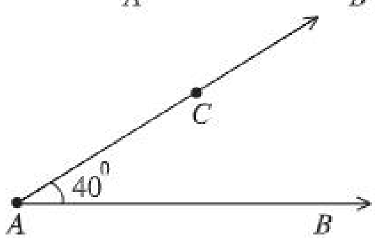
১। যেকোনো রশ্মি AB আঁকি।

২। চাঁদার কেন্দ্র A বিন্দুতে বসাই এবং এর সরল ধার AB বরাবর বসাই।



৩। ডানদিক থেকে চাঁদার স্কেলে 40° নির্দেশক দাগের উপরে একটি বিন্দু C চিহ্নিত করি।

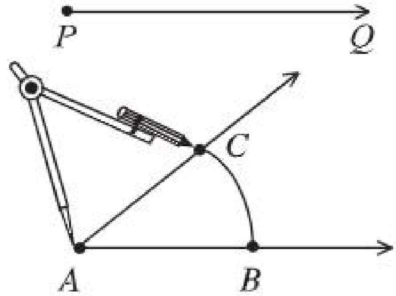
৪। চাঁদাটি সরিয়ে AC রশ্মি আঁকি। $\angle BAC$ কোণের পরিমাণ 40°।



সম্পাদ্য ৭ । প্রদত্ত কোণের সমান একটি কোণ আঁকতে হবে ।

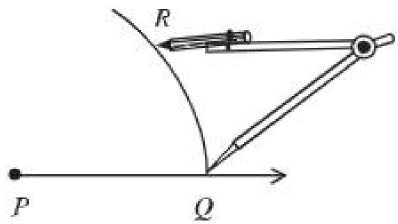
মনে করি, $\angle A$ দেওয়া আছে । এর সমান একটি কোণ আঁকতে হবে ।

নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করি :



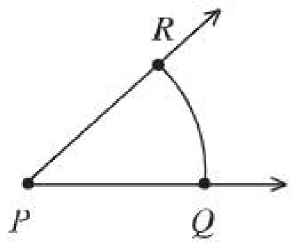
১ । যেকোনো একটি রশ্মি PQ নিই ।

২ । প্রদত্ত $\angle A$ এর A বিন্দুতে পেন্সিল কম্পাসের কাঁটা স্থাপন করি এবং যেকোনো ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ আঁকি যা $\angle A$ এর রশ্মিগুলোকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে ।



৩ । একই ব্যাসার্ধ নিয়ে P কে কেন্দ্র করে বৃত্তচাপ আঁকি যা রশ্মিটিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

৪ । Q কে কেন্দ্র করে BC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরেকটি বৃত্তচাপ আঁকি । এ বৃত্তচাপটি আগের বৃত্তচাপকে R বিন্দুতে ছেদ করে ।



৫ । P, R যোগ করে বর্ধিত করি । ফলে, $\angle RPQ$ তৈরি হলো । $\angle RPQ$ এর মান $\angle A$ এর সমান ।

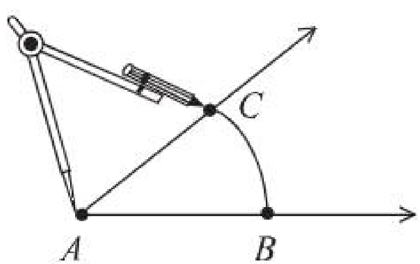
কাজ :

১ । এক টুকরা কাগজের O বিন্দুতে দুইটি রশ্মি দিয়ে $\angle AOB$ আঁকি । O বিন্দুর মাঝ দিয়ে কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ করি যেন OA রশ্মি OB রশ্মির উপর আপতিত হয় । ভাঁজের দাগ বরাবর OC রেখা আঁকি । চাঁদার সাহায্যে $\angle AOC$ ও $\angle COB$ মেপে দেখি যে তারা সমান । OC রেখাকে $\angle AOB$ কোণের সমদ্বিখণ্ডক বলা হয় ।

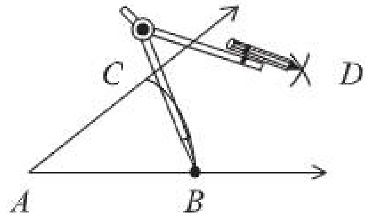
সম্পাদ্য ৮ : একটি নির্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে ।

মনে করি, $\angle BAC$ একটি নির্দিষ্ট কোণ । রুলার-কম্পাসের সাহায্যে কোণটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে ।

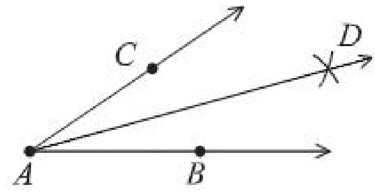
১ । A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি । বৃত্তচাপটি কোণের রশ্মিগুলোকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে ।



২। B কে কেন্দ্র করে BC এর অর্ধেকের চেয়ে বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।



৩। C বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপটি আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D যোগ করি। AD রেখাংশ $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক।



কাজ : ১। উপরের ধাপ ২-এ BC এর অর্ধেকের চেয়ে কম ব্যাসার্ধ নিলে কী হবে ?

বিশেষ মাপের কোণ অঙ্কন

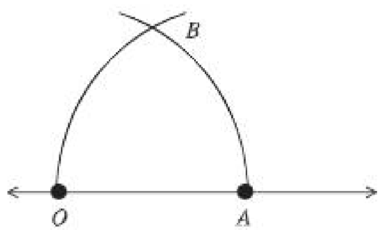
চাঁদা ব্যবহার না করেও কিছু বিশেষ মাপের কোণ আঁকা যায়। যেমন, $60^\circ, 120^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ইত্যাদি।

সম্পাদ্য ৯। 60° কোণ আঁকতে হবে।

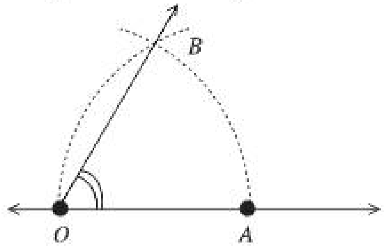
নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করি :

১। একটি সরলরেখার উপর O বিন্দু চিহ্নিত করি।

২। পেন্সিল কম্পাসের কাঁটাটি O বিন্দুতে রেখে সুবিধাজনক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি সরলরেখাটিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।



৩। A কে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি B বিন্দুতে ছেদ করে।



৪। O, B যোগ করি। $\angle BOA$ এর মান 60°।

কাজ : ১। চাঁদা ব্যবহার না করে নিচের কোণগুলো আঁক: $45^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.

অনুশীলনী ৭

১। রুলারের সাহায্যে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশ আঁক। এবার রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশের সমান একটি রেখাংশ আঁক।

২। রুলারের সাহায্যে 6 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশ আঁক। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত কর। দ্বিখণ্ডিত রেখাংশ দুইটি মেপে দেখ তারা সমান হয়েছে কিনা।

৩। রুলারের সাহায্যে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশ আঁক। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশকে সমান চার ভাগে ভাগ কর।

৪। 7 সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে রুলার-কম্পাসের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট লম্ব আঁক।

৫। 8 সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে লম্ব আঁক।

৬। AB সরলরেখার C বিন্দুতে CD লম্ব আঁক। আবার CD রেখার উপর একটি বিন্দু E নাও। এবার E বিন্দুতে CD রেখার উপর লম্ব আঁক।

৭। চাঁদা ব্যবহার না করে 45° কোণটি আঁক।

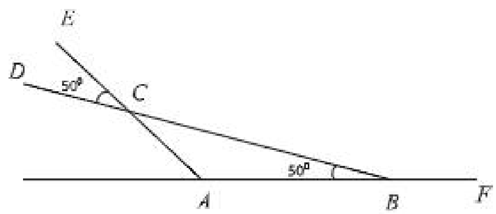
৮। ABC ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমদ্বিখণ্ডকগুলো আঁক। যে রেখাগুলো দ্বারা কোণগুলো সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে ঐ রেখাগুলোর সাধারণ বিন্দু চিহ্নিত কর।

৯। পাশের চিত্রে,

ক. $\angle ABC$ এর সম্পূরক কোণ কোনটি ?

খ. $\angle ACB$ এর মান কত এবং কেন ?

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle DCE + \angle ECB = 180^\circ$.



নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। 28° কোণের সম্পূরক কোণ কত ?

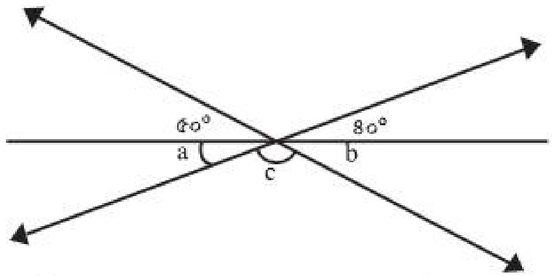
(ক) 62° (খ) 118° (গ) 152° (গ) 332°

২। দুইটি কোণ পরস্পর পূরক হলে এদের সমষ্টি কত?

(ক) ৩৬০° (খ) ১৮০° (গ) ৯০° (ঘ) ৮০°

৩। ত্রিকোণীয় একটি কোণ ৪৫° হলে অপর বৃহত্তর কোণটি কত?

(ক) ৩৬০° (খ) ১৮০° (গ) ৯০° (ঘ) ৮০°



উপরের চিত্রের আলোকে (৪-৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৪। $\angle a + \angle b$ = কত?

(ক) ৪০° (খ) ৫০° (গ) ৬০° (ঘ) ৯০°

৫। $\angle c$ = কত?

(ক) ৯০° (খ) ১৩০° (গ) ১৬০° (ঘ) ১৮০°

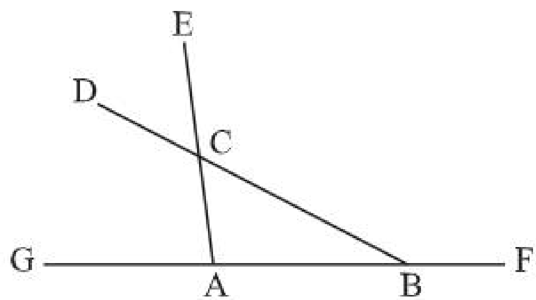
৬। চাঁদার সাহায্যে আঁকা যায়–

(i) ৪৫° ডিগ্রি কোণ (ii) ১৫৫° কোণ (iii) বৃত্ত

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন



চিত্রে $\angle ECD = 60^\circ$, $\angle ABC = 25^\circ$

ক. রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে 90^0 অঙ্কন কর।

খ. $\angle EAG$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. চিহ্ন ও বিবরণসহ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান কোণ রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে অঙ্কন কর।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। রুলারের সাহায্যে 12 সে.মি. একটি রেখাংশ আঁক। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে রেখাংশটিকে সমান চার ভাগে ভাগ কর।

২। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে 6 সে.মি. রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে লম্ব আঁক।

৩। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে 45^0 কোণ আঁক।

অষ্টম অধ্যায়

তথ্য ও উপাত্ত

আমরা যে পৃথিবীতে বসবাস করছি, তা অসংখ্য তথ্য উপাত্তে ভরপুর। তাই বর্তমান সময়কে তথ্যপ্রযুক্তির যুগ বলা হয়। তথ্যপ্রযুক্তির যুগে বাস করে কীভাবে তথ্যকে ব্যবহার করতে হয় এবং তথ্য ও উপাত্ত থেকে কীভাবে সিদ্ধান্ত নিতে হয় তা জানা প্রত্যেক মানুষের জন্য গুরুত্বপূর্ণ এবং অপরিহার্য। এ সকল দিক বিবেচনা করে এই অধ্যায়ে তথ্য উপাত্তকে সাজিয়ে তা থেকে গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত নেয়ার জন্য ব্যবহৃত বিভিন্ন পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। একই সাথে কিভাবে তথ্য ও উপাত্তকে ব্যবহার করতে হয় সেই দিক নিয়েও আলোচনা করা হয়েছে। এই অধ্যায়ের আলোচিত বিষয়গুলো সম্পর্কে সঠিকভাবে আয়ত্ত করতে পারলে অনেক বাস্তব সমস্যার সমাধান করা সহজ হয়ে যাবে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- তথ্য ও উপাত্ত কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- শ্রেণি ব্যবধান না করে অবিন্যস্ত উপাত্তের গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবে।
- রেখাচিত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- অঙ্কিত রেখাচিত্র বর্ণনা করতে পারবে।

৮·১ তথ্য

তথ্যনির্ভর বিশ্বে প্রতিনিয়ত আমরা বিভিন্ন তথ্যের সম্মুখীন হই এবং এর বহুল ব্যবহার দেখতে পাই। প্রতিদিন শিক্ষক অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের হাজিরা রাখেন। প্রতি পরীক্ষার শেষে শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বর সংরক্ষণ করেন এবং এর উপর ভিত্তি করে শিক্ষার্থীদের দুর্বলতা চিহ্নিত করেন। একই সাথে তা দূরীকরণের জন্য প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা নেন। এছাড়া আমরা দৈনিক পত্রিকা, রেডিও, টেলিভিশন ইত্যাদি গণমাধ্যম থেকে আবহাওয়া, খেলাধুলা, বাজারদর ইত্যাদি সম্পর্কে বিভিন্ন তথ্য পেয়ে থাকি।

কোনো বিদ্যালয়ের ৬ষ্ঠ শ্রেণির গণিতে ৬০ এর অধিক নম্বর প্রাপ্ত ১০ জন এবং ৬০ এর কম নম্বর প্রাপ্ত ১০ জন শিক্ষার্থীর তথ্য নিচে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
৯০	১
৮০	২
৭৫	৪
৭০	৩

৬০ এর অধিক নম্বর প্রাপ্তদের তালিকা

প্রাপ্ত নম্বর	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
৫০	২
৪৫	৩
৪০	৩
৩৫	২

৬০ এর কম নম্বর প্রাপ্তদের তালিকা

এই তুলনামূলক তালিকা থেকে শিক্ষার্থীদের কম নম্বর প্রাপ্তির কারণ বিশ্লেষণ করে প্রয়োজন অনুযায়ী পদক্ষেপ গ্রহণ করা যায়। সুতরাং বিভিন্ন বিষয় বা ঘটনার সংখ্যাসূচক তথ্য কীভাবে পাওয়া যায় এবং কীভাবে প্রয়োগ করতে হয় সে সম্বন্ধে পরিষ্কার ধারণা থাকা প্রয়োজন।

তালিকায় যে বেশি নম্বর ও কম নম্বর দেখানো হয়েছে তা হলো সংখ্যাভিত্তিক তথ্য।

তালিকায় যে দুইটি সংখ্যাসূচক তথ্য দেওয়া হয়েছে তার প্রত্যেকটি এক একটি পরিসংখ্যান অর্থাৎ, ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বর ৯০, ৮০, ৭৫, ৭০ একটি পরিসংখ্যান। অনুরূপভাবে, প্রাপ্ত নম্বর ৫০, ৪৫, ৪০, ৩৫ আর একটি পরিসংখ্যান।

উপাত্ত : পরিসংখ্যানে বর্ণিত সংখ্যাসূচক একটি তথ্য প্রাপ্ত বেশি নম্বরসমূহ। এগুলো হলো পরিসংখ্যানের উপাত্ত। অনুরূপভাবে, কম নম্বর প্রাপ্ত তথ্যও পরিসংখ্যানের উপাত্ত। পরিসংখ্যানে বর্ণিত তথ্যসমূহ যেসকল সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ ও উপস্থাপন করা হয়, তা হচ্ছে পরিসংখ্যানের উপাত্ত। তবে একটি মাত্র সংখ্যা দ্বারা প্রকাশিত উপাত্ত পরিসংখ্যান নয়। যেমন, রনির বয়স ৪৫ বছর, পরিসংখ্যান নয়।

৮·২ বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত

ধরা যাক, কোনো বিদ্যালয়ের ৬ষ্ঠ শ্রেণিতে অধ্যয়নরত ২০ জন শিক্ষার্থীর ওজন (কেজিতে) নিম্নরূপঃ ৫০, ৪০, ৪৫, ৪৭, ৫০, ৪২, ৪৪, ৪০, ৫০, ৫৫, ৪৪, ৫৫, ৫০, ৪৫, ৪০, ৪৫, ৪৭, ৫২, ৫৫, ৫৬। এখানে, উপস্থাপিত উপাত্তসমূহ অবিন্যস্তভাবে আছে। এই ধরনের উপাত্তসমূহকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে। এ রকম অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে চাহিদামাফিক সিদ্ধান্ত নেওয়া খুবই কষ্টসাধ্য। কিন্তু উপাত্তসমূহ যদি মানের অধঃক্রমে বা ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো যায় তাহলে প্রায়োজনীয় সিদ্ধান্ত সহজে নেওয়া যায়। সংগৃহীত উপাত্তসমূহ মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজালে হবে ৪০, ৪০, ৪০, ৪২, ৪৪, ৪৪, ৪৫, ৪৫, ৪৫, ৪৭, ৪৭, ৫০, ৫০, ৫০, ৫০, ৫২, ৫৫, ৫৫, ৫৫, ৫৬। এভাবে সাজানো উপাত্তসমূহকে বিন্যস্ত উপাত্ত বলে।

উদাহরণ ১। ৬ষ্ঠ শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের মধ্যে সবচেয়ে লম্বা ১০ জনের উচ্চতার (সে.মি.তে) পরিসংখ্যান হলো : ১২৫, ১৩৫, ১৩০, ১৩৮, ১৩৭, ১৪২, ১৪৫, ১৫২, ১৫০, ১৪০।

(ক) উপরে বর্ণিত উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত কর।

(খ) বর্ণিত উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত কর।

সমাধান : (ক) প্রদত্ত উপাত্তসমূহ মানের ঊর্ধ্বক্রমে বিন্যস্ত করা হলে হবে ১২৫, ১৩০, ১৩৫, ১৩৭, ১৩৮, ১৪০, ১৪২, ১৪৫, ১৫০, ১৫২।

(খ) **সারণি**

শিক্ষার্থীর ক্রমিক নং	উচ্চতা (সে.মি.)	শিক্ষার্থীর ক্রমিক নং	উচ্চতা (সে.মি.)
১	১২৫	৬	১৪০
২	১৩০	৭	১৪২
৩	১৩৫	৮	১৪৫
৪	১৩৭	৯	১৫০
৫	১৩৮	১০	১৫২

কাজ :

১। তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের ২০ জন করে নিয়ে ২/৩টি দল গঠন করে গণিতে প্রাপ্ত নম্বর সংগ্রহ ও বিন্যস্ত কর।

২। বিন্যস্ত উপাত্ত সারণিভুক্ত কর।

উদাহরণ ২। কোনো একটি ক্রিকেট দলের ৫ জন বোলারের বল করার পরিসংখ্যান সারণিভুক্ত করে নিচে দেখানো হলো :

ক্রমিক নং	নাম	ওভার	মেইডেন ওভার	প্রদত্ত রান	উইকেট প্রাপ্তি
১	শাহাদাত হোসেন	৫	১	৩৫	২
২	মুস্তাফিজুর রহমান	৫	২	৩২	৩
৩	তাসকিন আহমেদ	৪	১	৪০	১
৪	তৌহিদ হৃদয়	৩	০	৩৫	০
৫	নাহিদ রানা	৫	৩	৩০	১

কাজ : ১। ক্রিকেট খেলার দুইটি স্কোর বোর্ডের নিচের তথ্য সারণিভুক্ত কর :

(ক) ৫ জন বোলারের নাম, ওভার, মেইডেন ওভার, প্রদত্ত রান, উইকেট প্রাপ্তি।

(খ) ৫ জন ব্যাটসম্যানের নাম, রান, বল মোকাবেলা করা, সময়কাল।

২। তোমাদের শ্রেণির যেকোনো ১০ জনের উচ্চতা, ওজন ও গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সংখ্যাভিত্তিক উপাত্ত সংগ্রহ করে বিন্যস্ত কর এবং বিন্যস্ত উপাত্তের সারণিভুক্ত করে দেখাও।

৮·৩ গড় (Mean)

কোনো পরিবারে বছরে ৪২০ কেজি চাল লাগে। প্রতিমাসে যে একই পরিমাণ চাল লাগে তা নয়। কোনো মাসে বেশি, আবার কোনো মাসে কম লাগে। কোন মাসে কতটুকু চাল খরচ হয়েছে তার সঠিক হিসাব জানতে হলে লিখিত হিসাব রাখতে হবে। এটা বেশ বিরক্তিকর। তাই আমরা প্রতিমাসে গড়ে কতটুকু চাল লাগে তার হিসাব জানতে চাই এবং জিজ্ঞেস করি গড়ে কী পরিমাণ চাল প্রয়োজন হয়? এ প্রশ্নের উত্তরে আমরা খুব সহজেই বলতে পারি, (৪২০ ÷ ১২ = ৩৫ কেজি) মাসে গড়ে ৩৫ কেজি চাল লাগে। এখানে আমরা মোট চালের পরিমাণকে বৎসরের মাসের সংখ্যা ১২ দিয়ে ভাগ করে চালের গড় পরিমাণ নির্ণয় করে থাকি। এভাবে আমাদের দৈনন্দিন জীবনে গড়ের ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে। যেমন, তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত সকল শিক্ষার্থী প্রতিদিন স্কুলে আসতে পারে না। উপস্থিতি সংখ্যা কোনো দিন বাড়ে আবার কোনো দিন উপস্থিতির সংখ্যা কমে। তাই আমরা জানতে চাই প্রতিদিন গড়ে কতজন শিক্ষার্থী উপস্থিত হয়? উত্তরে আমরা বলে থাকি, গড়ে ৮০ জন শিক্ষার্থী উপস্থিত হয়।

গড় : সংগৃহীত উপাত্তসমূহের সমষ্টিকে উপাত্তসমূহের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে গড় পাওয়া যায়।

$$\text{অর্থাৎ, গড়} = \frac{\text{উপাত্তসমূহের সমষ্টি}}{\text{উপাত্তসমূহের সংখ্যা}}।$$

উদাহরণ ৩ । ২৫ নম্বরের একটি প্রতিযোগিতামূলক গণিত পরীক্ষায় ১০ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর ২০, ১৬, ২৪, ১৬, ১৬, ২০, ১৫, ১২, ১৬, ১৫ । প্রতিযোগীদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর ।

সমাধান : প্রাপ্ত নম্বরের গড় $= \dfrac{২০+১৬+২৪+১৬+১৬+২০+১৫+১২+১৬+১৫}{১০}$

$= \dfrac{১৭০}{১০}$ বা ১৭

নির্ণেয় গড় নম্বর ১৭

এভাবে আমরা বিভিন্নভাবে বিভিন্ন পরিসংখ্যানের গড় ব্যবহার করে থাকি । যেমন, রিশা পরপর ৫ দিন যথাক্রমে ৩ ঘণ্টা, ৪ ঘণ্টা, ৫ ঘণ্টা, ২ ঘণ্টা ও ৬ ঘণ্টা করে পড়ে। সেতু রিশাকে জিজ্ঞেস করে তুমি দিনে কত ঘণ্টা করে পড়? উত্তরে সে তার কোনদিনের পড়ার সময় বলবে? এক্ষেত্রে গড়ে সে প্রতিদিন কত ঘণ্টা করে পড়ে সেটা বলা হবে যুক্তিযুক্ত । তাই সে বলবে প্রতিদিন গড়ে $\dfrac{৩+৪+৫+২+৬}{৫}$ ঘণ্টা বা ৪ ঘণ্টা করে পড়ে ।

এখানে যে গড় আমরা ব্যবহার করি তা গাণিতিক গড় ।

তাই রিশার প্রতিদিন পড়ার গড় $= \dfrac{৩+৪+৫+২+৬}{৫}$ ঘণ্টা $= \dfrac{২০}{৫}$ ঘণ্টা $=$ ৪ ঘণ্টা

অর্থাৎ, পড়ার সময়ের গাণিতিক গড় ৪ ঘণ্টা ।

কাজ

১ । তোমাদের শ্রেণির জন্য ১৫টি বই ১৫০০ টাকায় কেনা হয়েছে । প্রতিটি বইয়ের গড় মূল্য কত ?

২ । তোমাদের শ্রেণির ১০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার মাপ (সেন্টিমিটারে) নাও ও উচ্চতার গড় নির্ণয় কর ।

৮·৪ মধ্যক (Median)

গাণিতিক গড় দেখে সংগৃহীত উপাত্তের বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে নেওয়া সিদ্ধান্ত অনেক সময় বাস্তবতার সাথে মিলে না। যেমন, ৫ জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বর ৪০, ৪০, ৫০, ৯০, ১০০। এদের গড় নম্বর ৬৪। কিন্তু এ নম্বরের সাথে বাস্তবতার মিল নেই । এসব ক্ষেত্রে মধ্যক ব্যবহার করা হয় । মধ্যক হলো সংগৃহীত উপাত্তের মধ্যম মান। যেমন, প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক হলো ৫০। প্রদত্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে (ঊর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রম) সাজালে যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুইভাগে ভাগ করে তাকে মধ্যক বলে। যেমন, ১০, ৯, ১২, ৬, ১৫, ৭, ৮, ১৪, ১৩ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত? এখানে সংখ্যাগুলোকে মানের

ক্রমানুসারে সাজালে আমরা পাই,

৬, ৭, ৮, ৯	১০	১২, ১৩, ১৪, ১৫

লক্ষ করলে দেখা যায়, এখানে মোট ৯টি সংখ্যা আছে। এদের মধ্যক ১০ যা ক্রমানুসারে সাজানোর ৫ম পদ।

অর্থাৎ, মধ্যক $= \frac{৯ + ১}{২}$ তম পদ বা ৫ম পদ।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\text{সংখ্যাগুলোর সংখ্যা} + ১}{২}$, যদি উপাত্তের সংখ্যা বিজোড় হয়।

সুতরাং উপাত্তের সংখ্যা যদি বিজোড় হয়, তবে মধ্যক হবে ক্রমানুসারে সাজানোর মধ্যম পদ।

এখন, প্রশ্ন হচ্ছে উপাত্তের সংখ্যা যদি জোড় হয় তবে মধ্যক কী হবে ? নিচের উদাহরণ লক্ষ করি : ৬,৪,৭,৮,৫,১২,১০,১১,১৪,১৫ সংখ্যাগুলোর মধ্যক নির্ণয়ের জন্য মানের ক্রমানুসারে সাজালে আমরা পাই ৪,৫,৬,৭,৮,১০,১১,১২,১৪,১৫। এক্ষেত্রে সংখ্যাগুলোকে সমান দুইভাগ করলে আমরা পাই,

৪,৫,৬,৭,৮	১০,১১,১২,১৪,১৫

প্রত্যেক ভাগে ৫টি করে সংখ্যা আছে। সুতরাং মধ্যক কত ? মধ্যক নির্ণয় করতে হলে আমরা নিচের নিয়মে দুইভাগ করে থাকি :

৪,৫,৬,৭	৮,১০	১১,১২,১৪,১৫

এখানে মধ্যক হবে ৮ ও ১০ এর গড়।

এখানে, সংখ্যাগুলোর সংখ্যা ১০ যা জোড় সংখ্যা এবং ৫ম ও ৬ষ্ঠ পদের বামে ও ডানে পদগুলোর সংখ্যা সমান।

সুতরাং, মধ্যক $= \frac{\text{৫ম ও ৬ষ্ঠ পদের যোগফল}}{২}$

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{৮ + ১০}{২} = \frac{১৮}{২} = ৯$।

কাজ :

১। তোমাদের শ্রেণির ১১ জন করে নিয়ে দল গঠন কর। নিজ নিজ দলের সদস্যদের বাংলা বিষয়ে শ্রেণি পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যক নির্ণয় কর।

২। ১২ জন করে নিয়ে দল কর এবং দলের সদস্যদের উচ্চতা মেপে প্রাপ্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর।

৮·৫ প্রচুরক (Mode)

কোনো বিদ্যালয়ের ৬ষ্ঠ শ্রেণির ১০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর :

৮৫, ৮০, ৯৫, ৯০, ৯৫, ৮৭, ৯৫, ৯০, ৯৫, ১০০

সংখ্যাগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজালে আমরা পাই, ৮০,৮৫,৮৭,৯০,৯০,৯৫,৯৫,৯৫,৯৫,১০০ ।

এখানে, ৯০ আছে ২ বার, ৯৫ আছে ৪ বার এবং বাকি নম্বরগুলো আছে ১ বার করে । ৯৫ আছে সর্বাধিক বার । ৯৫ কে প্রদত্ত উপাত্তগুলোর প্রচুরক বলে । সুতরাং প্রচুরক হলো প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যে যে সংখ্যা বা সংখ্যাগুলো সর্বাধিক বার থাকে ।

আবার ৩,৬,৮,১,৯ সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোনো সংখ্যা এক বারের বেশি না থাকায় এখানে প্রচুরক নেই ।

উদাহরণ ৪ । কোনো বিদ্যালয়ের ৬ষ্ঠ শ্রেণির ২০ জন ছাত্রের ইংরেজি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো । এদের প্রচুরক নির্ণয় কর ।

৭৫, ৬০, ৭১, ৬০, ৮০, ৭৮, ৯০, ৭৫, ৮০, ৯২, ৮০, ৯০, ৯৫, ৯০, ৮৫, ৯০, ৭৮, ৭৫, ৯০, ৮৫ ।

সমাধান : উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো :

৬০,৬০,৭১,৭৫,৭৫,৭৫,৭৮,৭৮,৮০,৮০,৮০, ৮৫, ৮৫,৯০,৯০,৯০,৯০, ৯০, ৯২,৯৫ ।

এখানে, ৬০ আছে ২ বার, ৭৫ আছে ৩ বার, ৭৮ আছে ২ বার, ৮০ আছে ৩ বার, ৮৫ আছে ২ বার, ৯০ আছে ৫ বার এবং বাকি নম্বরগুলো আছে ১ বার করে । ৯০ সর্বাধিকবার আছে । সুতরাং নির্ণেয় প্রচুরক ৯০ ।

কাজ :

১ । তোমাদের শ্রেণির সকলের উচ্চতা সেন্টিমিটারে মেপে ক্রমানুসারে সাজাও এবং উপাত্তগুলোর প্রচুরক নির্ণয় কর ।

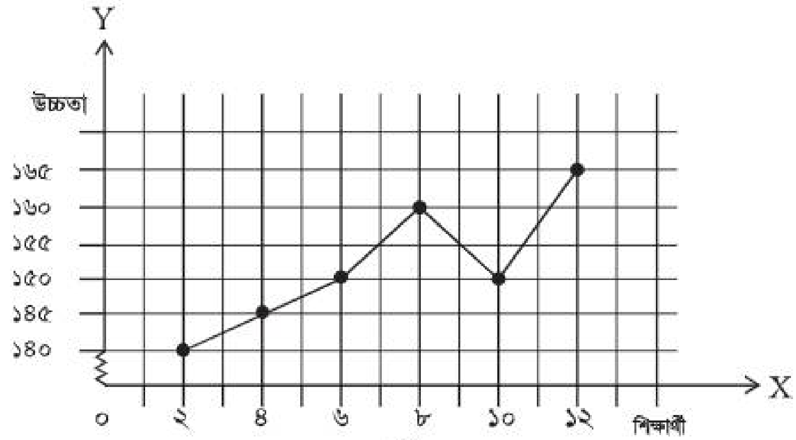
৮·৬ রেখাচিত্র

তথ্য ও উপাত্ত সংক্রান্ত বিষয়াদি এবং তাদের গুরুত্ব ও দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। উপাত্তসমূহের সারণিবদ্ধ করাও আলোচিত হয়েছে । এখন, উপাত্তসমূহের লেখচিত্র নিয়ে আলোচনা করা হবে । লেখচিত্রের মাধ্যমে উপাত্তসমূহের বহুল ব্যবহার আমরা দেখতে পাই । লেখচিত্রের মাধ্যমে যদি উপাত্তসমূহ উপস্থাপন করা হয়, তবে তা হয় চিত্তাকর্ষক ও বোঝার জন্য খুব সহজ । যেমন, ক্রিকেট খেলার প্রতি ওভারের রান সহজ উপায়ে দেখানোর জন্য স্তম্ভলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করতে দেখা যায় । এভাবে উপাত্তসমূহ বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় । এখানে শুধুমাত্র রেখাচিত্র নিয়ে আলোচনা করা হবে ।

উদাহরণ ৫। কোনো স্কুলে ষষ্ঠ শ্রেণিতে অধ্যয়নরত ৬ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.তে) হলো :
১৪০, ১৪৫, ১৫০, ১৬০, ১৫০, ১৬৫।

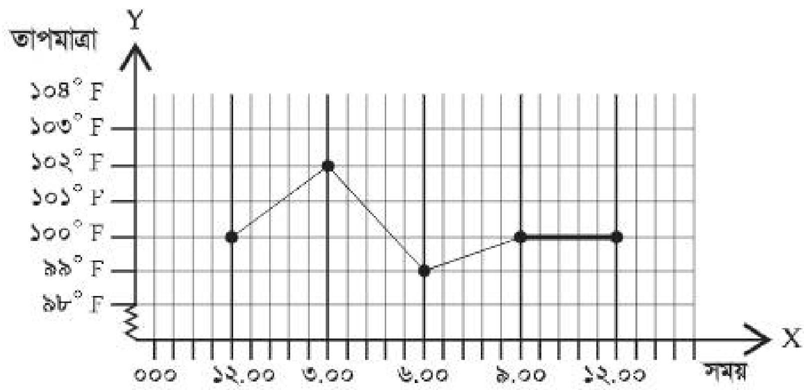
এই উপাত্তের রেখাচিত্র আঁক।

সমাধান : ছক কাগজে পরস্পর লম্ব দুইটি সরলরেখা আঁকা হলো। আমরা জানি, অনুভূমিক রেখা x-অক্ষ এবং x-অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখা y-অক্ষ যারা 0 বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখন x-অক্ষের দুই ঘর পরপর একটি বিন্দুকে শিক্ষার্থী ধরে এবং y-অক্ষের প্রতি ঘরকে উচ্চতার একক ধরে রেখাচিত্রটি আঁকা হয়েছে। যেহেতু y-অক্ষ বরাবর ১৪০ থেকে আরম্ভ করা হয়েছে সেহেতু y-অক্ষের মূল বিন্দুর উপরে একটি ভাঙা চিহ্ন নিয়ে বোঝানো হয়েছে যে ০ থেকে ১৪০ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে।



লেখ চিত্র

উদাহরণ ৬। তন্দ্রা চাকমা হাসপাতালে ভর্তি হয়েছে। ৩ ঘণ্টা অন্তর ১ দিনের তাপমাত্রা নিচের রেখাচিত্রের সাহায্যে দেখানো হয়েছে। এই রেখাচিত্র থেকে আমরা কী বুঝি ?



লেখ চিত্র

সমাধান : ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর সময় এবং y-অক্ষ বরাবর তাপমাত্রা ধরা হয়েছে। ছক কাগজের ৫ ঘর পরপর দুপুর ১২টা থেকে রাত ১২টা পর্যন্ত ৩ ঘণ্টা অন্তর সময় এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে একক ধরে তাপমাত্রা দেখানো হলো। সময় অনুযায়ী ছক কাগজে তাপমাত্রা বিন্দু দিয়ে চিহ্নিত করা হয়েছে। বিন্দুগুলোকে রেখাংশ দিয়ে সংযোগ করে তাপমাত্রার রেখাচিত্র আঁকা হলো।

প্রায় ৯৮°F পর্যন্ত মানুষের তাপমাত্রা স্বাভাবিক ধরা হয় বিধায় y-অক্ষ বরাবর নিচের তাপমাত্রাসমূহ উহ্য রাখা হয়েছে। তাপমাত্রার এই রেখাচিত্র থেকে প্রতীয়মান হয় যে, বেলা ৩.০০টার তাপমাত্রা সর্বাধিক ১০২° হয়। রাত ৯.০০টা ও রাত ১২.০০টায় তাপমাত্রা ১০০° তে স্থির থাকে।

উদাহরণ ৭। বাংলাদেশের ক্রিকেট টিমের কোনো এক খেলায় ওভারপ্রতি রান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো:

ওভার	১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ষ্ঠ	৭ম	৮ম	৯ম	১০ম
রান	৮	১০	৬	৫	০	৮	৬	৪	৭	১২

ক. ওভারপ্রতি সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন রানের পার্থক্য নির্ণয় কর।

খ. ওভার প্রতি রানকে ক্রম অনুসারে সাজিয়ে রানের গড় নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত তথ্যের রেখাচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান :

(ক) সর্বোচ্চ রান ১২

এবং সর্বনিম্ন রান ০

সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন রানের পার্থক্য (১২-০) = ১২

(খ) ওভারপ্রতি রানকে ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই

০, ৪, ৫, ৬, ৬, ৭, ৮, ৮, ১০, ১২

রানের যোগফল = ০+৪+৫+৬+৬+৭+৮+৮+১০+১২

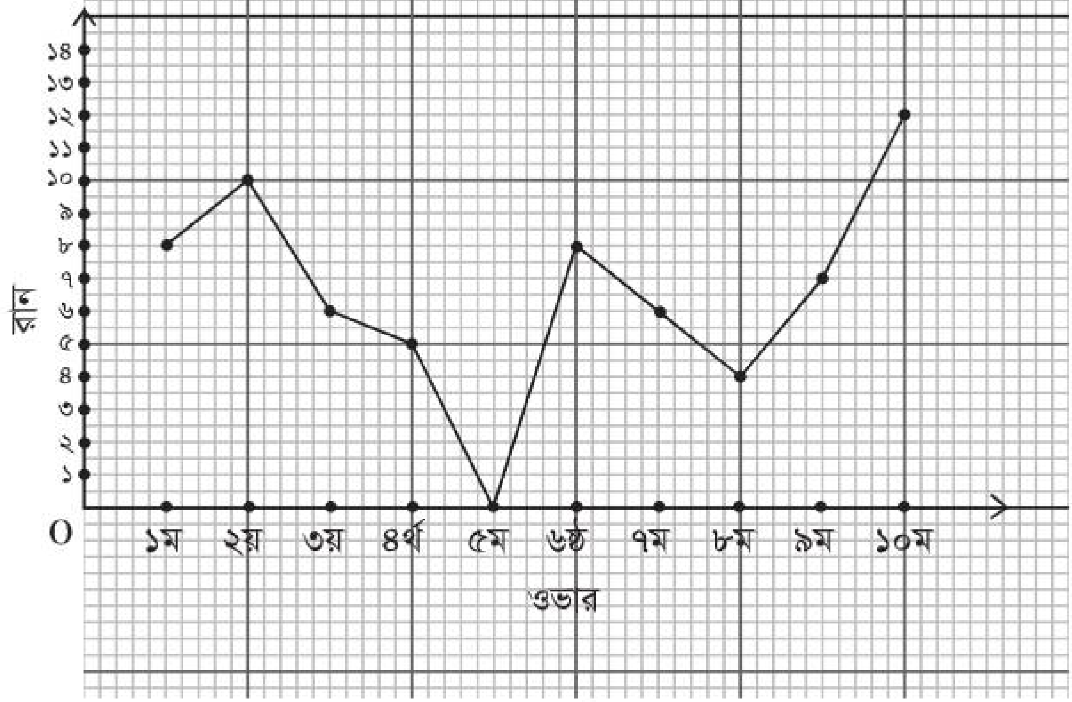
= ৬৬ রান

$\therefore$ ওভারপ্রতি রানের গড় $= \dfrac{\text{মোট রান}}{\text{মোট ওভার}}$

$= \dfrac{৬৬}{১০}$

$=$ ৬.৬

(গ) ছক কাগজে পরস্পর লম্ব দুইটি সরলরেখা আঁকা হলো। অনুভূমিক রেখা X অক্ষ বরাবর এবং X অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখা Y অক্ষ O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখন X অক্ষের প্রতি পাঁচ ঘর পরপর একটি বিন্দুকে ওভার এবং Y অক্ষের প্রতি দুই ঘর পরপর একটি বিন্দুকে রান ধরে রেখাচিত্রটি আঁকা হয়েছে।



রেখাচিত্র

কাজ : উদাহরণ ৭ এর আলোকে একটি সমস্যা তৈরি কর এবং সমাধান কর।

অনুশীলনী ৮

১। তথ্য ও উপাত্ত কী ? উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

২। কালামের ওজন ৫০ কেজি। আবার ৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় ওজন ৫০ কেজি। এই দুই তথ্যের কোনটি দ্বারা পরিসংখ্যান বোঝায়? ব্যাখ্যা কর।

৩। তোমাদের শ্রেণির ২০ জন ছাত্র-ছাত্রীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর : ৩০,৪০,৩৫,৫০,৬০,৭০, ৬৫,৭৫,৬০,৭০,৬০,৩০,৪০,৮০,৭৫,৯০,১০০,৯৫,৯০,৮৫ ।

(ক) এই উপাত্তগুলো কি বিন্যস্ত উপাত্ত ?

(খ) উপাত্তগুলো অবিন্যস্ত হলে বিন্যস্ত কর ।

(গ) উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রম ও অধঃক্রম অনুসারে সাজাও ।

৪। তোমার শ্রেণির ১৫ জন শিক্ষার্থীর ওজন উপস্থাপন কর এবং গড় নির্ণয় কর ।

৫। নিম্নলিখিত উপাত্তগুলোর মানের মধ্যক নির্ণয় কর।

৯, ১২, ১০, ৬, ১৫, ৮, ৭, ১৪, ১৩ ।

৬। নিম্নলিখিত উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর :

১৪০০, ২৫০০, ১৫০০, ৭০০, ৬০০, ৯০০, ১০৫০, ১১০০, ৮০০, ১২০০ ।

৭।৯, ১৬, ১৪, ২২, ১৭, ২০, ১১, ৭, ১৯, ১২, ২১ উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর ।

৮। ৫, ৭, ১২, ১০, ৯, ১৯, ১৩, ১৫, ১৬, ২৪, ২১, ২৩, ২৫, ১১, ১৪, ২০ উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর ।

৯। কোনো উপাত্তের সাংখ্যিক মান ৪,৫,৬,৭,৮,৮,৯,১১,১২ । এদের প্রচুরক নির্ণয় কর ।

১০। ৩, ৪, ৬, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১ সাংখিক মানের উপাত্তসমূহের প্রচুরক নির্ণয় কর ।

১১। নিচে ৩৮ জন শ্রমিকের সাপ্তাহিক সঞ্চয় (টাকায়) দেওয়া হলো,

১৫৫,১৬৫,১৭৩,১৪৩,১৬৮,১৪৬,১৫৬,১৬২,১৫৮,১৪৮,১৫৯,১৪৭,১৫০,১৩৬,১৩২,১৫৬,১৪০, ১৫৫,১৪৫,১৩৫,১৫১,১৪১,১৬৯,১৪০,১২৫,১২২,১৪০,১৩৭,১৪৫,১৫০,১৬৪,১৪২,১৫৬,১৫২, ১৪৬,১৪৮,১৫৭ ও ১৬৭ ।

(ক) মানের ক্রমানুসারে উপাত্তসমূহ সাজাও, সারণিবদ্ধ কর ও গড় নির্ণয় কর ।

(খ) উপাত্তসমূহের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর ।

নমুনা প্রশ্ন

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। ১২, ১০, ১৪, ৮, ১৬, ৯ সংখ্যাগুলোর কোনটি মধ্যক ?

(ক) ৯ (খ) ১১ (গ) ১৬ (ঘ) ১৪

২। ৮, ১২, ১১, ১২, ১৪, ১৮ সংখ্যাগুলোর কোনটি প্রচুরক ?

(ক) ৮ (খ) ১১ (গ) ১২ (ঘ) ১৮

নিচের তথ্যের আলোকে ৩-৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৬ জন শিক্ষার্থীর ২০ নম্বরের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর:
৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০

৩। প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ১৪ (খ) ১৫ (গ) ১৬ (ঘ) ৩০

৪। প্রদত্ত উপাত্তগুলোর গড় কত?

(ক) ১৩.৬ (খ) ১৪ (গ) ১৬ (ঘ) ১৬.৮

৫। ৫ জন শিক্ষার্থীর শ্রেণি পরীক্ষায় ২০ নম্বরের মধ্যে গণিতে প্রাপ্ত নম্বর : ১০, ৮, ১৬, ১৪, ১২

উপাত্তগুলোর সঠিক তথ্য হলো-

(i) সর্বোচ্চ নম্বর ১৬

(ii) সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন নম্বরের পার্থক্য ১২

(iii) পরীক্ষায় প্রাপ্ত সর্বনিম্ন নম্বর ৪০%

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii, ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

একজন শিক্ষার্থীকে ২০ থেকে ৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে ১০ টি সংখ্যা লিখতে বলায় সে নিম্নোক্ত সংখ্যাগুলো লিখলো।

৩৫, ২৮, ৩৬, ২৫, ২০, ৩৮, ৩১, ৩৬, ২৬, ৩৪

ক) উপাত্তগুলোর গড় নির্ণয় কর।

খ) উপাত্তগুলোর মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ) উপাত্তগুলোর রেখাচিত্র অঙ্কন করে অঙ্কিত রেখাচিত্রের বর্ণনা লিখ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। কোনো বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় ১০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর ৭৬, ৮২, ৬৫, ৮৮, ৫৬, ৪৯, ৮০, ৭৫, ৬৮, ৮২। শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।

২। নিম্নলিখিত উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর:

১২, ১০, ৯, ১৪, ৭, ১১, ৮, ১৩, ৬, ৮

৩। নিম্নলিখিত উপাত্তসমূহের প্রচুরক নির্ণয় কর:

১০, ৭, ১৩, ৮, ৯, ১১, ৮, ১৪, ১২, ৮, ১০

৪। কোনো বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণির ৬ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি. এ) হলো:

১৪৫, ১৪০, ১৫৫, ১৫০, ১৬৫, ১৬০।

উপাত্তসমূহের রেখাচিত্র আঁক।

উত্তরমালা

অনুশীলনী ১.১

১ - ৩ নিজে কর।

৪। ৯৯৯৯৯৯৯৯৯ ; ১০০০০০০০০

৫। (ক) ৯৮৫৪৩২১ ; ১২৩৪৫৮৯ (খ) ৯৮৭৫৪৩০ ; ৩০৪৫৭৮৯

৬। পঞ্চান্ন হাজার চারশত সাঁইত্রিশ

অনুশীলনী ১·২

১। ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯, ৬১, ৬৭।

২। (ঘ), ৩। (ক) ৬৭৭৪, ৮৫৩৫ (খ) ২১৮৪ (গ) ২১৮৪, ১০৭৪ (ঘ) ১৭৩৭

৪। (ক) ৬ (খ) ৫ (গ) ২ (ঘ) ০, ৯ ৫। ১০০০২ ৬। ৯৯৯৯৯৯৬ ৭। ৪ এবং ৫ দ্বারা বিভাজ্য।

অনুশীলনী ১·৩

১। (ক) ১২ (খ) ১৫ (গ) ১ ২। (ক) ১৫ (খ) ১১ ৩। (ক) ১৫০ (খ) ৭৯২ (গ) ৮৬৪

৪। (ক) ৪৮০ (খ) ৩১৮৫ (গ) ৭৯২০ ৫। ১২ ৬। ১২ ৭। ৭৭ ৮। ৩৫৯৫

৯। ৯৬ সে.মি.; লোহার পাত ৭ টুকরা; তামার পাত ১০ টুকরা

১০। ১২৬০ ১১। ৯৯৩৭০ ১২। ৮ মিনিট ১৩। ২৬০।

অনুশীলনী ১·৪

১। (ক) সমতুল (খ) সমতুল নয় (গ) সমতুল

২। (ক) $\frac{১৬}{৪০}, \frac{২৮}{৪০}, \frac{৯}{৪০}$ (খ) $\frac{৪০৮}{৬০০}, \frac{৩৪৫}{৬০০}, \frac{৩৩৫}{৬০০}$

৩। (ক) $\frac{১৬}{২১}, \frac{৭}{৯}, \frac{৫০}{৬৩}, \frac{৬}{৭}$ (খ) $\frac{১৭}{২৪}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{৬৫}{৭২}$

৪। (ক) $\frac{৭}{৮}, \frac{৬}{৭}, \frac{৩}{৪}, \frac{৫}{১২}$ (খ) $\frac{৫১}{৬৫}, \frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৬৭}{১৩০}$

৫। (ক) $\frac{১৩}{১৬}$ (খ) ৭$\frac{৬}{৭}$ (গ) ২০$\frac{১৭}{২৬}$ (ঘ) ১৯০ মিটার ৫৪$\frac{৩}{২৫}$ সেন্টিমিটার।

৬। (ক) $\frac{১৩}{৫৬}$ (খ) $\frac{৪৪}{৮৫}$ (গ) ১০$\frac{১}{২১}$ (ঘ) ৮ কেজি ২$\frac{২৩}{২৫}$ গ্রাম।

৭। (ক) ১৪$\frac{৩}{৫৬}$ (খ) ২$\frac{১৫}{৩২}$ (গ) ৪$\frac{১১}{৩০}$

৮। ৬০$\frac{১৭}{১০০}$ কুইন্টাল ৯। ৮$\frac{২৯}{১০০}$ মিটার ১০। ১৯৫$\frac{৭}{১০}$ গ্রাম

অনুশীলনী ১·৫

১। (ক) ৪ (খ) ১৫$\frac{৩৯}{৬৪}$ (গ) ৩$\frac{৩}{৩৪}$ ২। (ক) ৫$\frac{১}{৩}$ (খ) $\frac{১১৭}{৫৯২}$ (গ) ১$\frac{৭}{৮}$ ৩। (ক) ৩ (খ) ১৩$\frac{৪}{৯}$ (গ) ১$\frac{৭}{২০}$; ৪। (ক) $\frac{৫}{৬}$ (খ) $\frac{২}{৫}$ (গ) $\frac{১}{৬০}$; ৫। (ক) ১৫$\frac{৩}{৪}$ (খ) ৬০ (গ) ১৪$\frac{২}{৫}$; ৬। $\frac{৩৫}{৩২৪}$ অংশ ৭। ৩৪$\frac{২}{৯}$; ৮। ১$\frac{১}{২}$ কেজি ১০। $\frac{৪১}{৫৪}$ ১১। ২$\frac{১}{৪}$ ১২। ১ ১৩। ১$\frac{২}{৩}$ ১৪। ১$\frac{১}{২}$ ১৫। ৭$\frac{১}{২}$

অনুশীলনী ১·৬

১। (ক) ৪·১৮৩ (খ) ১১৬·৬১৬ ২। (ক) ৯২·১২৫ (খ) ১·৪৭৪২ (গ) ৮৭৫·০১৩

৩। (ক) ০·৬৫৪ (খ) ০·০০১১৮৮ (গ) ৭৫·৪ (ঘ) ০·০০০০০০১০৫ ৪। (ক) ০·৩৯ (খ) ৭৯০০ (গ) ১৩·৪৪ ৫। ১৪ ৬। ২১·৭৫ টাকা ৭। ২৮·৫৫ শতাংশ

৮। ২১·৫৯ সেন্টিমিটার ৯। ৭ ঘণ্টা ১০। ১১টি ১১। ২০ মিটার ১২। ১৪,৪০,০০০·০০ টাকা

অনুশীলনী ২·১

১। (ক) ৫ : ৭, (খ) ১১০ : ১৪১, (গ) ২ : ১, (ঘ) ৭০ : ২৩, (ঙ) ৫ : ১

২। (ক) ৩ : ৪, (খ) ৫ : ৭, (গ) ৫ : ৪, (ঘ) ৫ : ২ ৩। (ক) ১২, (খ) ৩০, (গ) ৯, (ঘ) ৭

৪।

হল ঘরের প্রস্থ (মিঃ)	১০	২০	৪০	৮০	১৬০
হল ঘরের দৈর্ঘ্য (মিঃ)	২৫	৫০	১০০	২০০	৪০০

৫। ১২ : ১৮ ; ৬ : ৯ ; ২ : ৩ সমতুল অনুপাত

৬ : ১৮ ; ২ : ৬ ; ১ : ৩ সমতুল অনুপাত

১৫ : ১০ ; ৩ : ২ ; ১২ : ৮ সমতুল অনুপাত

৬। (ক) ১ : ৩, (খ) ৩ : ১, ৭। ১৬ : ৯, ৮। (গ), ৯। ২৫০ টাকা ও ৩০০ টাকা আবার ২০০ টাকা ও ৩৫০ টাকা

১০। ১২ বছর, ১১। ৬০ টাকা, ১২। সোনার পরিমাণ ১৫ গ্রাম, খাদের পরিমাণ ৫ গ্রাম

১৩। $৭\frac{১}{২}$ কি.মি.,

১৪। ৩০০০০ টাকা ও ১ : ১ একক অনুপাত

অনুশীলনী ২·২

১। (ক) ৭৫%, (খ) $৪৬\frac{২}{৩}$%, (গ) ৮০%, (ঘ) ২২৪%, (ঙ) ২৫%, (চ) ৬৫%, (ছ) ২৫০%, (জ) ৩০%, (ঝ) ৪৮%

২। (ক) $\frac{৯}{২০}$ ও ·৪৫, (খ) $\frac{১}{৮}$ ও ০·১২৫, (গ) $\frac{৩}{৮}$ ও ০·৩৭৫ (ঘ) $\frac{৯}{৮০}$ ও ০·১১২৫

৩। (ক) $৬\frac{১}{৪}$, (খ) $২০\frac{১}{৪}$, (গ) $\frac{৯}{২৫}$ কেজি., (ঘ) ৮০ সেন্টিমিটার

৪। (ক) ২৫%, (খ) $৬২\frac{১}{২}$%,

৫। ৩০০ জন, ৬। $৬৬\frac{২}{৩}$% এবং ৩ : ২, ৭। ৩০%, ৮। ১০%, ৯। ১৯০ জন, ১০। ২০০ টাকা,

১১। (ক) ৭০ (খ) ৮৪ টাকা (গ) ১১২ টাকা

অনুশীলনী ২·৩

১। ৬০০ টাকা, ২। ৩০ দিন, ৩। ১২০০০ টাকা, ৪। ২০০ কেজি,

৫। $২২\frac{১}{২}$ দিন, ৬। ৩৬ জন, ৭। ৯ দিন

৮। ১৪০ জন, ৯। ২০ দিন, ১০। ৬০ কি.মি. এবং ৫ কি.মি./ঘণ্টা, ১১। ১০ দিন, ১২। ১২ ঘণ্টা

১৩। ৭ দিন, ১৪। ১৪ দিন

অনুশীলনী ৩·১

নিজে কর

অনুশীলনী ৩·২

১। (ক) 3, (খ) –6, (গ) –8, (ঘ) 5 ২। (ক) 4, (খ) 5, (গ) 9, (ঘ) –6, (ঙ) 2

৩। (ক) 102, (খ) 0, (গ) 27, (ঘ) 50 ৪। (ক) 4, (খ) –38

অনুশীলনী ৩·৩

১। (ক) 15, (খ) –18, (গ) 3, (ঘ) –33, (ঙ) 35, (চ) 8
২। (ক) $<$, (খ) $>$, (গ) $>$, (ঘ) $>$
৩। (ক) 8, (খ) –3, (গ) 0, (ঘ) –8, (ঙ) 5
৪। (ক) 10, (খ) 10, (গ) –105, (ঘ) 92

অনুশীলনী ৪·১

১। (i) x এর 9 গুণ (ii) x এর 5 গুণ এর সাথে 3 যোগ

(iii) a এর 3 গুণ এর সাথে b এর 4 গুণ যোগ

(iv) a এর 3 গুণ, b এবং c এর 4 গুণ এর গুণফল

(v) x এর 4 গুণ এবং y এর 5 গুণ এর সমষ্টির অর্ধেক

(vi) x এর 7 গুণ থেকে y এর 3 গুণ বিয়োগফলের এক চতুর্থাংশ

(vii) x কে 3 দ্বারা এবং y কে 2 দ্বারা ভাগ করে প্রাপ্ত ভাগফলের সমষ্টি থেকে z কে 5 দ্বারা ভাগ করে বিয়োগ

(viii) x এর দ্বিগুণ থেকে y এর 5 গুণ বিয়োগ করে উক্ত বিয়োগফলের সাথে z এর 7 গুণ যোগ

(ix) x, y এবং z এর সমষ্টির দুই তৃতীয়াংশ

(x) a ও c এর গুণফল থেকে b ও x এর গুণফল বিয়োগের এক-সপ্তমাংশ

২। (i) $4x+5y$ (ii) $2a-b$

(iii) $3x+2y$ যেখানে প্রথম সংখ্যাটি x এবং অপর সংখ্যাটি y

(iv) $4x-3y$ (v) $\frac{a-b}{a+b}$ (vi) $\frac{x}{y}+5$ (vii) $\frac{2}{x}+\frac{5}{y}+\frac{3}{z}$ (viii) $\frac{a}{b}+3$

(ix) $pq+r$ (x) $xy-7$

৩। তিনটি পদ ; $2x$, $3y \div 4x$ এবং $5x \times 8y$

৪। *(i)* ১টি *(ii)* ২টি *(iii)* ৩টি *(iv)* ৩টি *(v)* ৩টি

৫। (ক) *(i)* 6 *(ii)* 1 *(iii)* 7 *(iv)* 2 ও 5 *(v)* 2 ও 8 *(vi)* 14 ও -4 *(vii)* $-\frac{1}{2}$

(খ) *(i)* a *(ii)* a *(iii)* a *(iv)* py

৬। *(i)* 3টি বইয়ের দাম *(ii)* 7টি কলমের দাম *(iii)* একটি কলম ও 9টি বইয়ের একত্রে দাম

(iv) 5টি কলম ও 8টি বইয়ের একত্রে দাম *(v)* 6টি বই ও 3টি কলমের একত্রে দাম

৭। (ক) *(i)* $(5x+6y)$ টাকা *(ii)* $(8y+3z)$ টাকা *(iii)* $(10x+5y+2z)$ টাকা

(খ) *(i)* $5x$ টাকা *(ii)* $3x$ টাকা ৮। *(i)* (খ) *(ii)* (ক) *(iii)* (গ)

অনুশীলনী ৪·২

১। *(i)* x^{10} *(ii)* a^9 *(iii)* x^{15} *(iv)* m^6n^{10} *(v)* $360a^2b^2c$ *(vi)* $48x^4y^4z^2$

২। *(i)* 17 *(ii)* 28 *(iii)* -4 *(iv)* 1 *(v)* 1

৪। *(i)* (খ) *(ii)* (গ) *(iii)* (খ) *(iv)* (গ) *(v)* (ঘ)

অনুশীলনী ৪·৩

১। $4a+7b$ ২। $10a+14b$ ৩। $3a+b$ ৪। $x+3y+10z$ ৫। $6x^2+6xy+2z$

৬। $-2p^2+15q^2+6r^2$ ৭। $a+5b+c$ ৮। $-x+3$ ৯। $ax-2by-31cz$

১০। $5x$ ১৩। $-2a-2b+3c$ ১৪। $ab+10bc-10ca$ ১৫। $2a^2+2c^2$

১৬। $ax-by-3cz$ ১৭। $-x^2+4x+9$ ১৮। $4x^3y^2-6x^2y^2+2xy$

১৯। x^2+5y^2+2z ২০। $x^4+x^3+3x^2-2x+1$.

অনুশীলনী ৫

১। 9 ২। 4 ৩। 9 ৪। 16 ৫। 12 ৬। 4 ৭। 4 ৮। 4 ৯। $\frac{22}{3}$

১০। 3 ১১। -11 ১২। -3 ১৩। 4 ১৪। 16 ১৫। 3 ১৬। 5 ১৭। 12

১৮। 5

অনুশীলনী ৮

৫। ১০ ৬। ১০৭৫ ৭। ১৬ ৮। ১৪·৫ ৯। ৮ ১০। নাই

১১। (ক) ১৪৯·৫ টাকা (খ) মধ্যক ১৪৯ টাকা ও প্রচুরক ১৫৬ টাকা

সমাপ্ত

২০২৬ শিক্ষাবর্ষ

ষষ্ঠ শ্রেণি : গণিত

জীবে দয়া করো।

তথ্য, সেবা ও সামাজিক সমস্যা প্রতিকারের জন্য '৩৩৩' কলসেন্টারে ফোন করুন।

নারী ও শিশু নির্যাতনের ঘটনা ঘটলে প্রতিকার ও প্রতিরোধের জন্য ন্যাশনাল হেল্পলাইন সেন্টারের ১০৯ নম্বর-এ (টোল ফ্রি, ২৪ ঘণ্টা সার্ভিস) ফোন করুন।

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য।