

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA INFORMÁTICA Y COMPUTACIÓN

Examen

MATEMÁTICA DISCRETA

6-6-2007

1.- (a) Sea G un grafo dirigido cuya matriz de incidencia es de orden 4×7 y de sus filas son: $F1: (1,0,0,-1,0,0,-1)$, $F2: (0,1,0,0,1,1,1)$, y $F4: (0,0,2,0,0,-1,0)$. Si identificamos sus vértices y arcos por su posición en dicha matriz, contesta razonadamente a las siguientes cuestiones (0.75 puntos)

- ¿El grafo G puede tener bucles? ¿Por qué? En caso afirmativo, explica cuantos bucles tiene.
- Indica cuál es la fila 3 (es decir $F3$) de la matriz de incidencia de G .
- Si consideramos el subgrafo de G resultante de quitar el arco 3, cuanto suma cada columna de la matriz de incidencia de dicho subgrafo.

(b) Calcula razonadamente y enunciando los teoremas utilizados, el número de vértices de grado 3 que tiene un árbol con dos vértices de grado cuatro, seis vértices de grado dos y nueve vértices de grado uno. Se supone que el árbol solo tiene vértices de grado 1,2,3 y 4. (1.25 puntos)

2.- La tabla siguiente es una lista de las actividades a_1, a_2, \dots, a_{11} de un proyecto y para cada una de ellas, el tiempo en días necesario y las actividades que deben completarse antes de poder iniciarse.

| Actividad | a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 | a_8 | a_9 | a_{10} | a_{11} |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|----------|----------|
| Tiempo Necesario | 5 | 3 | 12 | 3 | 3 | 2 | 6 | 8 | 10 | 1 | 4 |
| Prerrequisitos | - | - | a_1 | a_1 | a_1 | a_5 | a_2 | a_3 | a_2 | a_7 | a_8 |
| | | | | | | a_{10} | a_4 | a_6 | a_4 | | a_{10} |

Calcular el mínimo número de días en que puede completarse el proyecto. Identifica el camino crítico, explicando su significado. Explica razonadamente cuantos días se puede retrasar la actividad a_{10} sin afectar la duración total del proyecto. (2 puntos)

3.- Consideramos un grafo ponderado con conjunto de vértices $V=\{A,B,C,D,E,F\}$, y cuya matriz de pesos es:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \infty, \infty, \infty, \infty, 1, 3 \\ 1, \infty, 8, 2, \infty, 3 \\ 7, 1, \infty, \infty, \infty, \infty \\ 1, \infty, 6, \infty, \infty, 2 \\ \infty, 3, 4, \infty, \infty, \infty \\ \infty, \infty, 3, \infty, \infty, \infty \end{bmatrix}$$

Calculamos el camino más corto de B a C y su peso, con la condición de que no contenga los vértices A y E como internos. El algoritmo que utilizéis debe aplicarse sobre la totalidad del grafo, es decir, no se permite eliminar vértices.

4.- Una empresa de ordenadores piensa en fabricar entre 500 y 600 ordenadores. Determina el número exacto de ellos sabiendo que el empaquetado de cajas con una capacidad de 32 unidades sólo sobra una unidad, pero cuando usamos cajas con una capacidad de 20 unidades, nos sobraron 17. (2 puntos)

5.- (a) Un reloj digital se pone en hora a las 20:00 horas en punto de un día terminado. Determina que hora sería después de transcurridos $(5^{28}) \cdot (7^{84})$ horas exactas, si se supone que el reloj es totalmente preciso (1.25 puntos)

(b) Resuelve en Z_{27} el sistema: $\begin{cases} z + [8]y = [19] \\ [24]z + [10]y = [18] \end{cases}$ (0.75 puntos)

Nota: Todos los problemas puntúan por igual. No olvidéis detallar y justificar correctamente cada pregunta. Una respuesta no justificada se considerará incorrecta.