Problemas de subespacios – en exámenes de MATEMATICAS-1

2 (2'5 puntos) Una forma escalonada de una matriz A es la siguiente:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Consideremos los vectores fila de B distintos de $\boldsymbol{o}$; marca V(verdadero) o F(falso)

(1) Forman una base del subespacio $\operatorname{Fil} A$ $\boxed{}$

(2) Forman una base del subespacio $\operatorname{Fil} B$ $\boxed{}$

(b) Encontrar una base para los subespacios $\operatorname{Fil} A$ y $\operatorname{Fil} B$.

(c) Sea C la forma reducida de la matriz A; marca V ó F

(1) Las filas de C forman una base para el subespacio $\operatorname{Nul} A$ $\boxed{}$

(2) $\operatorname{Nul} A = \operatorname{Nul} C$ $\boxed{}$

(d) Encontrar una base para el subespacio $\operatorname{Nul} A$

(e) ¿Qué vectores conforman una base del subespacio $\operatorname{Col} A$?

2 Consideremos el subconjunto de $\mathbb{R}^4$

$$F = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + x_2 = x_3 + x_4\}$$

(a) (1 punto) Probar que F es subespacio vectorial.

(b) (1 punto) Obtener una base de F.

3 (2 puntos) Obtener una base de $\operatorname{Nul} A$ siendo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & -3 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3

(a) (1'25 puntos) Probar que el conjunto $E = \{(a, b, a+b, a-b), a, b \in \mathbb{R}\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$

(b) (1'25 puntos) Hallar una base de E.