Def. Dos matrices A y B cuadradas nxn son semejantes ($A \sim B$) cuando existe una matriz cuadrada P de orden n tal que: $A=PBP^{-1}$ (P matriz de paso)

Las matrices semejantes:

→ Tienen el mismo polinomio característico.

→ Los mismo valores propios con igual multiplicidades.

→ El mismo determinante, traza y rango.

Si una matriz A es semejante a una matriz diagonal se dice que A es **diagonalizable**

Def. Una matriz A nxn es diagonalizable si existe una matriz P nxn, invertible tal que $P^{-1}AP$ es una matriz diagonal que llamaremos D

$$D = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} \mathbf{d_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{d_2} & 0 & 0 \\ .. & .. & ... & .. \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{d_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D = P^{-1}AP \Leftrightarrow AP = PD}$$

Cálculo de las matrices P y D nxn

1º Calcular los valores propios de A.

2º Calcular los vectores asociados: deben ser n y formar una base.

3º Construir matriz P: cada columna de P es un vector propio.

4º Construir matriz diagonal D: cada elemento de la diagonal de D es un autovalor.

Tener en cuenta el orden en que aparecen los vectores propios en P.

CONDICIONES EN DIAGONALIZAR MATRICES

Sea A nxn, entonces:

a) A es diagonalizable sii tiene n autovectores LI.

b) Si A tiene todos sus autovalores distintos → A es diagonalizable.

c) A es diagonalizable sii para cada λ se verifica que ma(λ) = mg(λ)

d) A es diagonalizable sii R^n admite una base formada por vectores propios de A

Teorema 7.6: Sea A una matriz de tamaño $n \times n$. Si λ_0 es un valor propio con multiplicidad algebráica m_0, entonces

$$1 \leq \dim E_A(\lambda_0) \leq m_o.$$

Teorema 7.7: Sea A una matriz de tamaño $n \times n$ y sean $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ los valores propios distintos con multiplicidades algebráicas respectivas $m_1, m_2, \ldots, m_p$. Las siguientes condiciones son equivalentes

(a) A es diagonalizable.

(b) $n = \dim E_A(\lambda_1) + \dim E_A(\lambda_2) + \cdots + \dim E_A(\lambda_p)$.

(c) $n = m_1 + m_2 + \cdots + m_p$ y $\dim E_A(\lambda_i) = m_i$ para $i = 1, 2, \ldots p$.