MATEMÁTICAS 1

2016-17

1ª PARTE : LÓGICA

TEMA 1 : RAZONAR CON LÓGICA

PROPÓSITO

Desarrollar destrezas de razonamiento a través del aprendizaje sistemático de procesos deductivos del sistema formal de la lógica de primer orden

Tema1-Lóg.- RAZONAR CON "LÓGICA", CON LÓGICA DE PRIMER ORDEN

OBJETIVO: entender ...

- *Qué problemas se resuelven razonando.*
- *Qué es un razonamiento **deductivo.***
- *Cuándo es correcto y cuándo no.*
- *El sistema formal de la **lógica de primer orden**.*

PROBLEMA DE RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

Conjunto de proposiciones

+

Proceso deductivo

obtiene

Proposición objetivo

PROPOSICIÓN

Enunciado que declara información
Puede ser verdadero o falso

- **Atómica:** **hecho simple.**
- **Molecular:** **proposiciones atómicas conectadas.**

NO son Proposiciones…

Enunciados ambiguos, dudosos, saludos, interrogantes…

Los que no se pueden declarar como verdaderos o falsos

CONJUNTO DE PROPOSICIONES

P1: Si la bola roja golpea a la bola blanca, la bola blanca se mueve.

P2: Si la bola blanca se mueve, ganas la partida.

P3: La bola roja golpea a la bola blanca

P4: Ganas la partida

Proceso deductivo: demuestra si la proposición P4 es consecuencia de P1, P2, P3

<u>Conjunto</u> de proposiciones **iniciales** que definen el problema:

premisas del problema

Constituyen

Base de conocimiento (BC).

Proposición objetivo : **conclusión**

CONJUNTO DE PROPOSICIONES

P1: Si la bola roja golpea a la bola blanca, la bola blanca se mueve.

P2: Si la bola blanca se mueve, ganas la partida.

P3: La bola roja golpea a la bola blanca

PREMISAS

P4: Ganas la partida

CONCLUSIÓN

Se debe decidir si la

conclusión es

necesariamente cierta

suponiendo que todos los

enunciados de la BC lo son.

REPRESENTACIÓN

P1, P2,· · · ,Pn ⇒ Q, n: entero positivo

Pi (i=1,..n)**: premisas**

Q: conclusión,

"⇒" es el deductor

* **RAZONAMIENTO CORRECTO**

si <u>nunca</u> se da el caso de que las premisas son verdaderas y la conclusión falsa.

Es suficiente que esto suceda en un solo caso ,

para asegurar que el razonamiento no es correcto

MT
A → B
¬B

¬A

EJEMPLO de razonamiento correcto

Si estudias, apruebas (P1).

No has aprobado (P2), se deduce que no has estudiado (Q).

¿ Puede darse el caso de que P1 y P2 sean ciertas y Q falsa?

NO

EJEMPLO de razonamiento NO correcto

Si estudias, apruebas (P1).

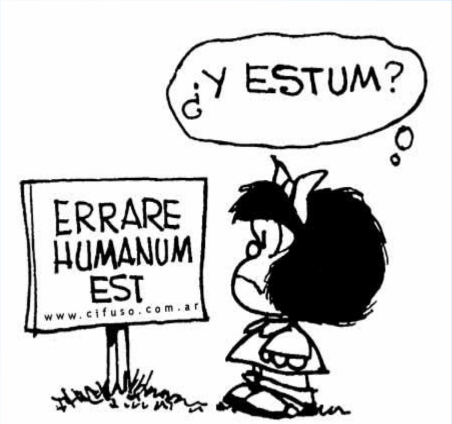
No has estudiado (P2), se deduce que no has aprobado (Q).

¿ Puede darse el caso de que P1 y P2 sean ciertas y Q falsa?

SI

* Falacias: razonamientos que parecen correctos

→ ERROR: de aplicar principio lógico válido,



→ Aplicación de principio inexistente (error común).

Veamos ejemplos de 2 falacias habituales:

- Falacia de afirmar el consecuente

- Falacia de negar el antecedente.

→ Falacia de afirmar el consecuente

Ejemplo ¿Qué se deduce de P1 y P2?

P1: Si el mayordomo es el asesino, tendrá el cadáver en su cuarto
A implica B

P2: El mayordomo tiene el cadáver en su cuarto
(se afirma consecuente B).

Luego:

~~Q1~~	~~El mayordomo **es el asesino** (se afirma antecedente A).~~
~~Q2~~	~~El mayordomo **NO es el asesino** (no A).~~

→ Falacia de negar el antecedente.

Ejemplo ¿Qué se deduce de P1 y P2?

Si el mayordomo es el asesino, tendrá el cadáver en su cuarto

A implica B

El mayordomo no es el asesino (no antecedente A).

Q: Luego...

Q1	El mayordomo **no tendrá** el cadáver en su cuarto (no B).
Q2	El mayordomo **tendrá** el cadáver en su cuarto (B).

Se trata de demostrar formalmente la validez de un razonamiento

Usaremos

Sistema formal de la lógica de primer orden (lpo):

Sistema formal lógico:

- ***Lenguaje formal***
- ***Semántica***
- ***Proceso deductivo***

Formalizar el problema mediante fórmulas lógicas,

Se valoran si son ciertas

Se obtienen nuevas fórmulas

Lenguaje para construir fórmulas lógicas.

Ningún profesor de mates es un “hueso”.

Fórmula : ① $\forall x\ [\ \mathrm{Profe\_mates}(x) \rightarrow \neg \mathrm{Hueso}(x)\ ]$

➢ **Semántica:** valorar si la fórmula es cierta en un conjunto concreto

Ningún profesor de mates es un “hueso”.

Fórmula : ① $\forall x$ [Profe_mates(x) $\rightarrow$ ¬Hueso(x)]

¿A quién te refieres?

A los profes de M1

C = {profes M1}

!Ah, Bueno!, entonces es cierto

- **Proceso deductivo** para obtener nuevas fórmulas.

Ningún profesor de mates es un “hueso”.

① $\forall x\ [\ Profe\_mates(x) \rightarrow \neg Hueso(x)\ ]$

Fran es profesor de mates.

② $Profe\_mates(fran)$

Se aplican reglas de inferencia

Fran no es un “hueso”

$\neg\ Hueso(fran)$

Nueva fórmula obtenida de 1 y 2

Esto lo veremos en dos niveles:

Lógica proposicional: considera la **estructura** de las proposiciones teniendo en cuenta sólo las **conexiones** que aparecen en ella.

Lógica de predicados de primer orden (LPO):

Se centra en estudiar fórmulas lógicas que referencian **objetos, sus propiedades (acciones, cualidades) y relaciones con otros objetos**.

Introduce cuantificadores (universal: $\forall$; existencial: $\exists$).

Importante: Sólo interesa la estructura de las proposiciones
(se puede razonar sobre cualquier "cosa")

"Todos los profesores son simpáticos" (premisa).

"Todos los simpáticos son músicos " (premisa).

Por tanto, "todos los profesores son músicos" (conclusión).

Todo A es B.

Todo B es C.

Por lo tanto, todo A es C.

Lo que pongamos en A,B C dependerá del enunciado del problema

Que los profesores sean músicos, o no,

no le interesa a la lógica…

Los sistemas lógicos aparecen con…

Aristóteles, Sócrates, Platón (IV a.C.)

“Si todos los humanos son mortales y todos los griegos son humanos, entonces todos los griegos son mortales”

Silogismo

Razonamiento deductivo con 2 premisas

Matemático Leibniz (XVII) propone método donde las verdades de la razón se redujeran a cálculos … lenguaje universal

Matematización de la lógica

Esto no sucedió hasta Boole…

Boole (1815-1864): 1º cálculo lógico (“The Laws of Thought”);
Frege (1848-1925): lógica cálculo de razones (“Begritfschrift”);
Russell (1872-1970): usó la lógica en matemáticas;
Herbrand (1908-1931): principios de computación, ……
Gentzen (1909-1945): sistema de deducción natural;

Otros Sistemas formales: los de lógicas no clásicas

Difusa ("fuzzy")	Zadeh	Lógica polivalente que trata el tema de la ambigüedad, imprecisión y el carácter borroso de ciertos términos.
Probabilística	Bacchus	Aplicación de las probabilidades y el conocimiento estadístico a sistemas formales de razonamiento.
Modal	Lewis, Carnap, Kripke	Incorpora matices a la valoración de verdad de los enunciados, admitiendo modalidades: necesario, posible, …
Temporal	Gardies, Allen, McDermott	Una misma sentencia puede tener diferente valor de verdad en diferentes momentos.

MATERIAL SIGUIENTE CLASE:

Ejercicios (Tema2) en páginas 2 a 9 de :

EjerciciosLogicaconSolucion.pdf

Apuntes teoría temas 1, páginas 1 a 6

y tema 2 en páginas 7 a 10 de:

Trasparencias-TeoriaLogica-Chus.pdf