

Lógica

Para todos los ejercicios donde sea oportuno se debe considerar el siguiente marco conceptual:

**MC = { ae: Ana estudia; at: Ana trabaja; fe: Ana es feliz }**

**Ejercicio 1** (3 ptos.) La proposición **P1: “Es necesario que Ana trabaje o estudie para que sea feliz”**.

a) Se **formaliza**, según MC, como:

**Fbf-P1:  $fe \rightarrow ae \vee at$**

b) Se **interpreta** como:

a)	Falsa, si Ana trabaja y estudia pero no es feliz
b)	<b>Verdadera, si Ana trabaja y estudia pero no es feliz</b>
c)	Tautología si Ana trabaja, estudia y es feliz

c) Es **equivalente** a la proposición:

a)	<b>Si Ana es feliz entonces estudia o trabaja</b>
b)	Es suficiente que Ana estudie o trabaje para que sea feliz
c)	Ana estudia o trabaja a menos que sea feliz

d) Cuando **P2: “Ana es feliz”** de las proposiciones P1 y P2 se deduce (si es el caso, marca con círculo la(s) Pi):

a)	Nada
b)	P3: “Ana estudia”, P4: “Ana trabaja”, <b>P5: “Ana trabaja o estudia”</b>

e) Cuando **P2: “Ana no es feliz”** de las proposiciones P1 y P2 se deduce (si es el caso, marca con círculo la(s) Pi):

a)	<b>Nada</b>
b)	P3: “Ana no estudia”, P4: “Ana no trabaja”, P5: “Ana ni trabaja ni estudia”

f) Escribe una interpretación **contraejemplo I** de la fbf-P1:

**$I = \{ fe = V, ae = F, at = F \}$**

Lógica

**Ejercicio 2** (2 ptos.) **Clasifica semánticamente** como tautología, contradicción o indeterminación, la siguiente fórmula lógica utilizando tablas de verdad. Justifica tu respuesta y define los tres términos semánticos.

$$(p \rightarrow \neg q) \vee (q \rightarrow \neg p)$$

**Solución**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	A: $p \rightarrow \neg q$	B: $q \rightarrow \neg p$	$A \vee B$
V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

La fórmula lógica dada se clasifica como indeterminación ya que tiene interpretaciones que la hacen verdadera y otras que la hacen falsa.

Tautología: todas las posibles interpretaciones hacen que la fórmula sea verdadera

Contradicción: todas las posibles interpretaciones hacen que la fórmula sea falsa.

**Ejercicio 3** (3 ptos.) Se debe estudiar la **validez** del siguiente razonamiento:

$$R1: \neg A \rightarrow B, B \rightarrow C \wedge D \wedge \neg E, \neg D \vee S \Rightarrow \neg S \rightarrow A$$

- Demuestra si la interpretación  $I_1 = \{A=F, B=F, C=V, D=V, S=F\}$  es un **contraejemplo** de R1. Justifica tu respuesta.
- Define interpretación contraejemplo.
- En caso de que  $I_1$  no sea contraejemplo busca una interpretación  $I_2$  que lo sea o bien explica su no existencia.
- Según los resultados anteriores ¿R1 es **válido**? ¿Por qué?

**Solución**

a) Con la interpretación  $I_1$  las fbfs de R1 se interpretan de la siguiente forma:

$$\neg A \rightarrow B = F, B \rightarrow C \wedge D \wedge \neg E = V, \neg D \vee S = F, \neg S \rightarrow A = F.$$

$I_1$  no es contraejemplo de R1.

- Una interpretación contraejemplo de un razonamiento hace que éste interprete sus premisas como verdaderas y la conclusión como falsa.
- Interpretación contraejemplo no existe
- R1 es válido porque no existe una interpretación contraejemplo.

Lógica

**Ejercicio 4** (2 ptos.) Usando **deducción natural**

Demuestra si la proposición **Q:  $\neg G$**  se puede obtener de las proposiciones:

P1:  $C \vee \neg D$ , P2:  $A \rightarrow C \rightarrow \neg D$ , P3:  $G \rightarrow D \wedge A$

**Deducción**

-1  $C \vee \neg D$

-2  $A \rightarrow (C \rightarrow \neg D)$

-3  $G \rightarrow D \wedge A$

4  $G$

5  $D \wedge A$  MP, 3, 4

6  $A$  EC, 5

7  $C \rightarrow \neg D$  MP, 2, 6

8  $D$  EC, 5

9  $\neg C$  MT, 7, 8

10  $\neg D$  SD, 1, 9

11  $D \wedge \neg D$  IC, 8, 10

11  $\neg G$  IN, 4-11