

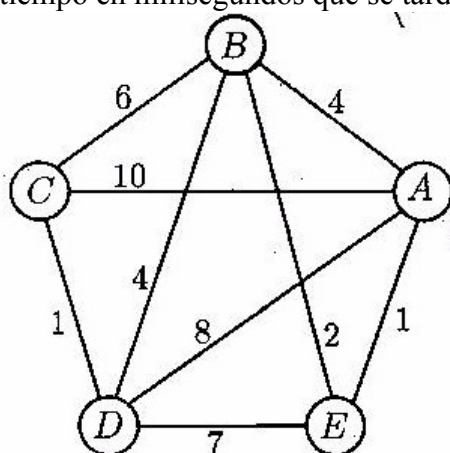
- 1.- (a) Consideremos un grafo no dirigido $G=(V,A)$ con un conjunto de vértices $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, \}$ y cuya matriz de adyacencia tiene como tercera fila (2 1 2 1 2) y como segunda fila (2 0 1 0 0). Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones: (0.75 puntos)
- Indica, razonadamente, cuál es el grado del vértice v_2 .
 - Calcula, razonadamente el conjunto de $\Gamma(v_3)$.
 - Calcula, razonadamente, el número de cadenas de longitud 2 del vértice v_2 al vértice v_3 .
- (b)Calcula razonadamente y enunciando los teoremas utilizados, el número de vértices de grado 1 que tiene un árbol con tres vértices de grado cuatro, dos vértices de grado tres y cinco vértices de grado dos. Se supone que el árbol sólo tiene vértices de grado 1,2,3 y 4. (1.25 puntos)

- 2.- Consideremos un grafo con 5 vértices. Sea la matriz R_3 resultante de la iteración 3 del algoritmo de Warshall:

$$R_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcula la matriz de accesibilidad siguiendo el algoritmo mencionado y las componentes conexas asociadas al grafo detallando el algoritmo que utilices para esta última pregunta. (2 puntos)

- 3.- Una red informática conecta 5 puntos A,B,C,D y E tal como indica el siguiente grafo, en donde los pesos asignados a las aristas representan el tiempo en milisegundos que se tarda en transmitir una palabra de un punto a otro.



Se supone que puede establecerse una comunicación entre todos los pares de puntos. Se sabe que los enlaces en los puntos B y E fallan en ocasiones, es decir, cuando este fallo se produce un mensaje no puede pasar por los puntos B y E; deseamos conocer una ruta alternativa de manera que el tiempo de transmisión sea mínimo, para utilizarla en caso de que este fallo se produzca. Además de expresar la solución general en forma matricial para cualquier par de puntos da la ruta alternativa para la conexión de A a C y el tiempo necesario para dicha conexión. El algoritmo que utilices debe aplicarse sobre el grafo original, es decir, no se permite modificar el grafo.

A la vista de los cálculos realizados, y teniendo en cuenta, ahora que no se produce ningún fallo en los puntos de conexión, indica, sin calcularlo, qué procedimiento utilizarías para obtener las rutas que deberían seguir los mensajes de manera que el tiempo de transmisión sea mínimo, y de forma que el procedimiento que utilices sea el de menor coste (en términos de operaciones a realizar). (2 puntos)

- 4.- Un cajero automático dispone solamente de billetes de 20 y 50 euros. Dos usuarios A y B, desean disponer en dicho cajero de $c=425$ y $c=430$ euros; indica si será posible efectuar la operación y, en caso afirmativo calcula cuántas y cuáles son las operaciones del cajero para proporcionar el dinero. (2 puntos)

- 5.- (a) Utilizando el Teorema de Euler, contesta a la siguiente cuestión. Un reloj digital se pone en hora a las 20 horas en punto de un día determinado. ¿Qué hora sería después de transcurridas $5^{25} \cdot 7^{73}$ horas exactas, si no se para nunca y es totalmente preciso? (1 punto)

(b) Se ha cifrado un mensaje mediante el criptosistema de clave privada dado en clase e identificando las letras mayúsculas del alfabeto con los enteros módulo 28 (incluyendo el espacio en blanco). El mensaje cifrado ha resultado ser LRZO. Si la función de codificación es: $C_{5,6}([m]) = [5][m] + [6]$, calcula el mensaje original. La asignación de letras con los enteros congruentes módulo 28 es: (1 punto)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Nota.: No olvidéis detallar y justificar correctamente cada pregunta utilizando conceptos vistos en la asignatura.