



Ingeniería de Sonido

Acústica y Psicoacústica I

# Diseño y caracterización de un sistema antivibratorio

Estudiantes:

Almaraz Juan – [almaraz43493@estudiantes.untref.edu.ar](mailto:almaraz43493@estudiantes.untref.edu.ar)

Trabajo realizado en:

1er Cuatrimestre de 2021

Docente:

Arouxet Mariano – [marouxet@untref.edu.ar](mailto:marouxet@untref.edu.ar)

Garcia Joaquin – [jgarcia@untref.edu.ar](mailto:jgarcia@untref.edu.ar)

## **Resumen**

Los sistemas antivibratorios son necesarios cuando se quiere aislar del suelo las vibraciones de una máquina. En este informe se documenta el diseño e implementación de uno, junto con las mediciones realizadas para caracterizarlo y compararlo con la teoría. Para su realización se utilizaron resortes y placas de madera, y la máquina a estudiar fue una batidora de uso doméstico. A partir de las mediciones se pudo encontrar la rigidez de los resortes, el índice de amortiguación del sistema y otros valores que serán detallados en el desarrollo del informe.

## **Abstract**

Anti-vibration systems are used when its necessary to isolate the vibrations of a machine from the ground. This paper documents the design and implementation of one of them, along with the measurements needed to characterize the system and compare it to the theory. Springs and wooden tables were used for its manufacturing, and the machine used is a kitchen blender. From the results it was possible to identify the springs stiffness, damping index of the system and other values detailed in the next pages.

# Índice General

<b>1. Introducción.....</b>	<b>5</b>
1.1. Contexto.....	5
1.2. Marco teórico.....	5
<b>2. Primera Parte: Elección y construcción del sistema.....</b>	<b>9</b>
2.1. Elementos utilizados.....	9
2.2. Equipo de medición.....	10
<b>3. Segunda Parte: Obtención de datos y cálculos.....</b>	<b>11</b>
3.1. Movimiento subamortiguado libre.....	11
3.2. Respuesta del sistema a una excitación armónica.....	12
<b>4. Conclusión.....</b>	<b>15</b>

## Índice de Figuras

<i>Figura 1: Esquema de un sistema masa-resorte.....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 2: Movimiento subamortiguado de la masa.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 3: Movimiento forzado de un sistema subamortiguado.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 4: Relación entre la frecuencia reducida y la amplificación de la oscilación [1].....</i>	<i>7</i>
<i>Figura 5: Relación entre la frecuencia reducida y la transmisibilidad.....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 6: Representación de la transformada de fourier de una señal compuesta por tres sinusoidales.....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 7: Batidora montada sobre la base antivibratoria.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 8: Deflexión estática de los resortes.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 9: Medición de las vibraciones de la batidora.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 10: Acelerómetro MPU 6050.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 11: Esquema del equipo de medición.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 12: Movimiento subamortiguado libre obtenido de la medición.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 13: Gráfico de la transmisibilidad teórica del sistema.....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 14: Amplitud de las vibraciones con la máquina encendida.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 15: Medición de las vibraciones en domino frecuencial.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 16: Espectro frecuencial de las distintas mediciones realizadas.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 17: Espectro de frecuencias de dos acelerómetros junto con el gráfico de transferencia.....</i>	<i>15</i>

## Índice de Tablas

<i>Tabla 1. Mediciones del sistema libre subamortiguado.....</i>	<i>11</i>
--	-----------

## 1. Introducción

### 1.1. Contexto

En cualquier industria es común la implementación de maquinas para realizar cualquier tipo de tareas. Si no se controlan, estas pueden funcionar como una fuente de vibraciones y generar problemas a la hora de su uso, desde molestias a los usuarios, propagacion de ruido estructural, hasta el propio desgaste de la maquina. Para evitar estos inconvenientes, es necesaria la implementación de un sistema antivibratorio que aísle la máquina del suelo.

Con el objetivo de demostrar el funcionamiento e identificar las características de un sistema antivibratorio, en este informe se detalla la construcción de uno para aislar una batidora de uso domestico.

### 1.2. Marco teórico

En este apartado se desarrollan los conocimientos previos a tener en cuenta para la comprensión de los resultados obtenidos al final del informe.

Primero, es necesario identificar la naturaleza del sistema para llevarlo a un modelo conocido. En esencia, una base antivibratoria construida unicamente con resortes se la puede modelar como un sistema masa-resorte.

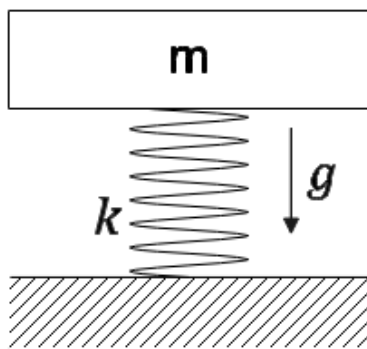


Figura 1: Esquema de un sistema masa-resorte

En la figura 1 se ve el sistema, donde  $k$  es la constante de rigidez del resorte,  $m$  es la masa del sistema y  $g$  es la fuerza de gravedad ejercida sobre la masa. Al estar dispuesto verticalmente, en estado de reposo se cancela la fuerza de gravedad con la del resorte

$$m \cdot g - k \cdot x_0 = 0 \quad (1)$$

siendo  $x_0$  la deflexión estática del resorte generada por el peso de la masa.

Si se excita el sistema con un desplazamiento o velocidad inicial, la masa oscila a una frecuencia  $\omega_0$ , siendo.

$$\omega_0 = \sqrt{k \div m} \quad (2)$$

La posición de la masa en cualquier instante de tiempo está determinada por la siguiente ecuación:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (3)$$

Donde  $A$  y  $\phi$  están determinados por el desplazamiento y la velocidad inicial.

En un caso real, el sistema se ve afectado por la amortiguación causada por el rozamiento con el aire y su propia viscosidad. En este informe se estudia un sistema subamortiguado (índice de amortiguación  $\xi < 1$ ), por lo que el movimiento de la masa se describe de la siguiente manera:

$$x(t) = A \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (4)$$

donde  $\omega_d$  es la pulsación natural amortiguada,

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \quad (5)$$

$\xi$  es el índice de amortiguación

$$\xi = \frac{R_a}{2m\omega_0} \quad (6)$$

y  $R_a$  el coeficiente de amortiguación del sistema.

En la figura 2 se puede ver una representación de la respuesta a un desplazamiento inicial del sistema subamortiguado.

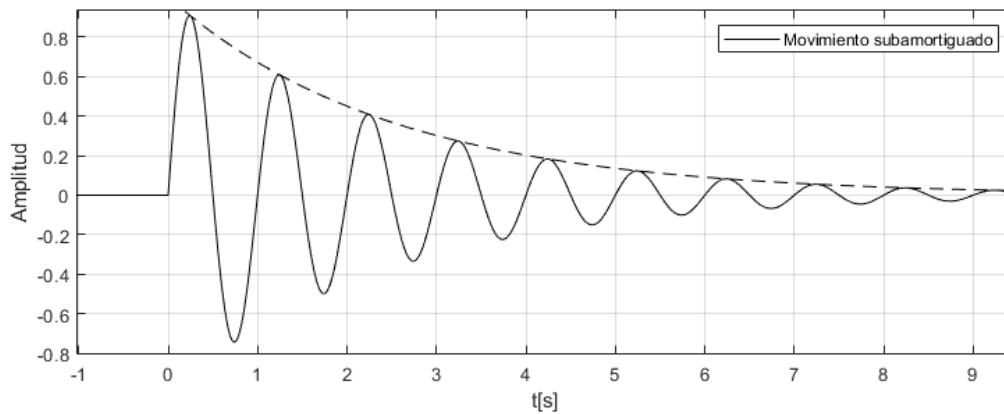


Figura 2: Movimiento subamortiguado de la masa

Cuando se aplica una fuerza de excitación armónica al sistema del tipo  $F = |F| \cos(\omega t)$ , la posición de la masa en cualquier instante de tiempo es la siguiente:

$$x(t) = A \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi) + A_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (7)$$

donde  $A_0$  es una constante de integración que depende de la excitación armónica externa.

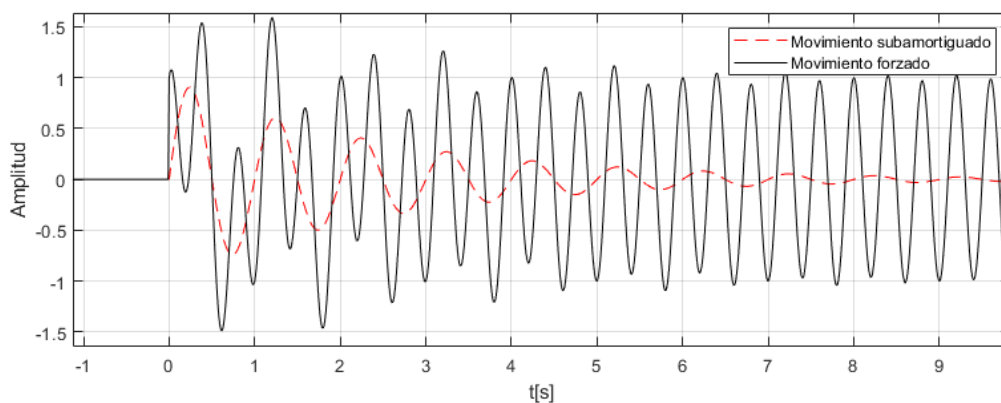


Figura 3: Movimiento forzado de un sistema subamortiguado

Como se ve en la figura 3, en régimen permanente el movimiento del sistema va a estar dictado por la fuerza de excitación.

El cociente entre la pulsación de la excitación armónica y la pulsación natural del sistema se conoce como *frecuencia reducida* y se representa con la letra  $r$ .

$$r = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (8)$$

Cuando ambas pulsaciones son iguales, el sistema oscila en resonancia, lo que aumenta la amplitud de la oscilación del sistema. La Amplitud de las oscilaciones del sistema forzado dependen de también del índice de amortiguación  $\zeta$ , como se ve en la figura 4. También es importante notar que cuando  $r$  es mayor a  $\sqrt{2}$ , la amplitud de la oscilación se ve atenuada.

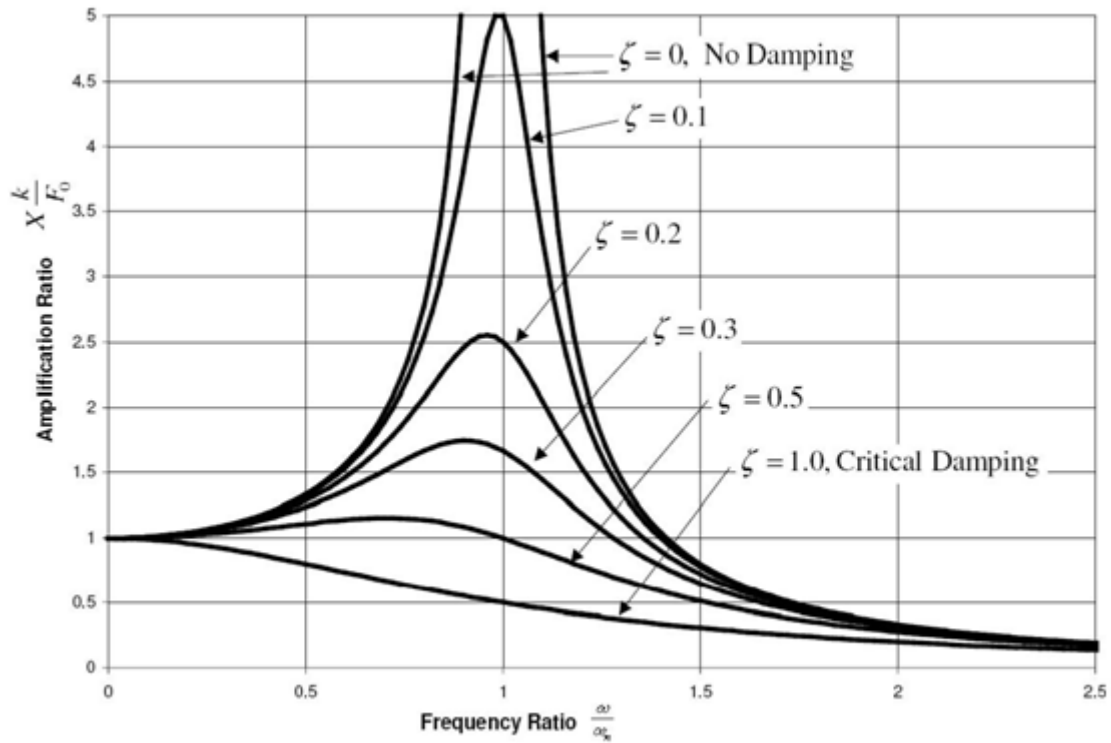


Figura 4: Relación entre la frecuencia reducida y la amplificación de la oscilación [1]

En el caso estudiado en este informe, el sistema tiene una amortiguación muy baja ( $\zeta \ll 0.1$ ), y la frecuencia reducida es muy alta ( $r > 10$ ). Debido a estas condiciones, la transmisibilidad del sistema se puede aproximar de la siguiente manera:

$$T_F = \frac{|F_t|}{|F|} = \frac{1}{r^2 - 1} \quad (9)$$

Siendo  $|F_t|$  la fuerza transmitida a la base y  $|F|$  la fuerza de excitación.

La transmisibilidad de la fuerza también depende de  $r$ , como se ve en la ecuación (6). En la figura 5 se ve un gráfico que muestra esta relación para distintos valores de amortiguación.

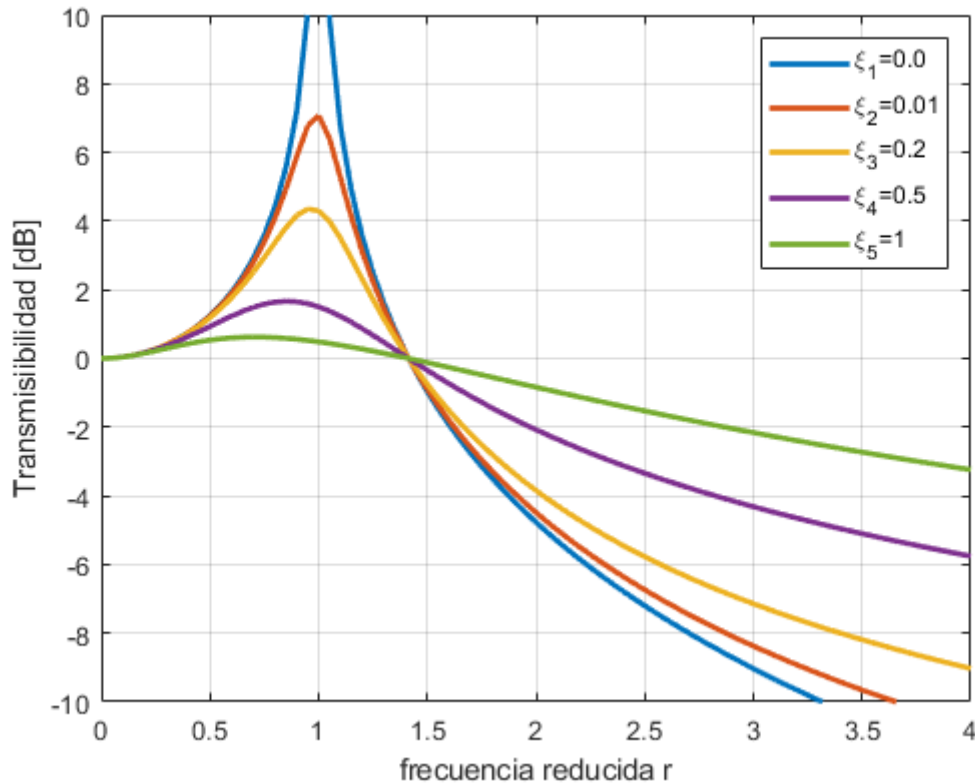


Figura 5: Relación entre la frecuencia reducida y la transmisibilidad

Para calcular la transmisibilidad del sistema a partir de la medición de las vibraciones, es necesario utilizar la Transformada de Fourier. Expresada en la ecuación (10), esta transformada posibilita la representación en el dominio frecuencial de una señal de dominio temporal, tal como se ve en la figura 6.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (10)$$

Siendo  $f(t)$  la señal en dominio temporal.

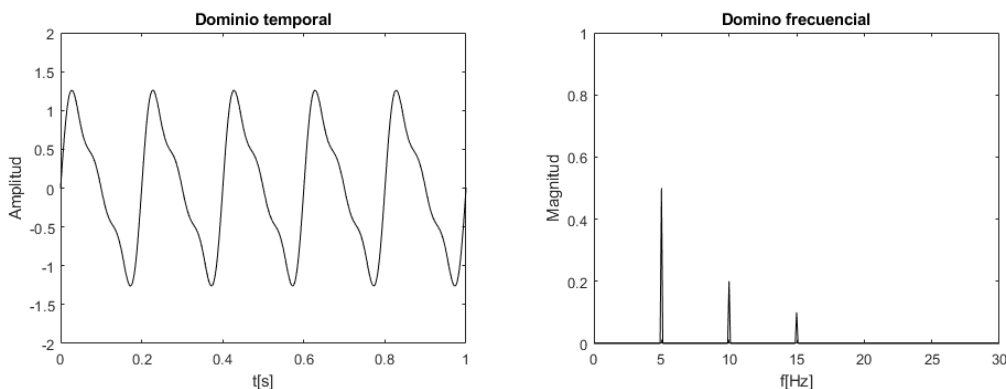


Figura 6: Representación de la transformada de Fourier de una señal compuesta por tres sinusoidales

En el caso de este informe, al estar trabajando con señales digitales, es necesario utilizar la Transformada discreta de Fourier. El concepto es el mismo, sólo que contempla señales discretas en lugar de continuas.



## 2. Primera Parte: Elección y construcción del sistema

### 2.1. Elementos utilizados

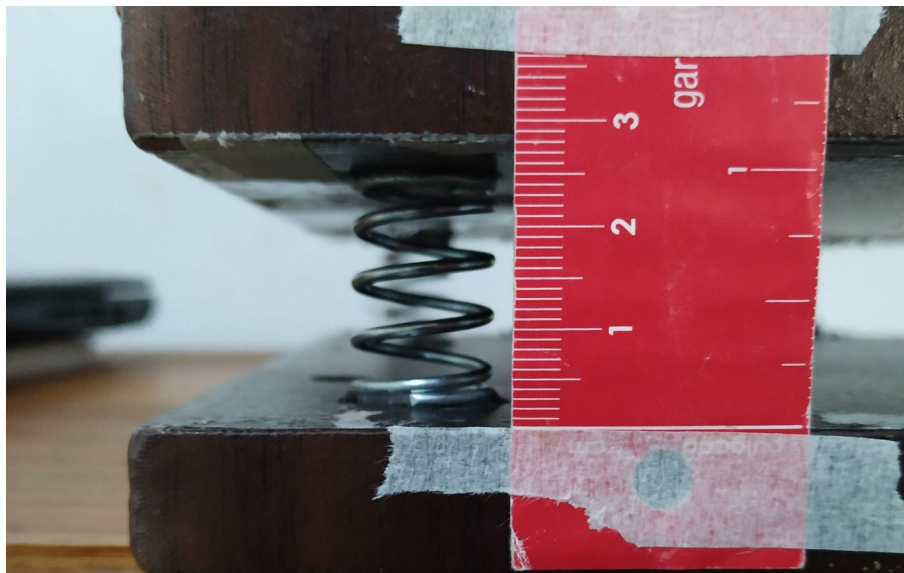


*Figura 7: Batidora montada sobre la base antivibratoria*

Como fuente de vibraciones se utilizó una batidora doméstica cuya masa es de 0.5 Kg. Para la base antivibratoria se utilizaron cuatro resortes de rigidez desconocida y un largo de 3 cm. Se colocaron entre dos tablas de madera de 025x20x1.5 cm con una masa de 0.47 Kg cada una. Para aumentar la masa del sistema, se agregaron cuatro ladrillos de 0.46 Kg cada uno. Estos fueron necesarios ya que la batidora no lograba la deflexión estática de los resortes necesaria para que el sistema oscile en libertad. En la figura 7 se puede ver el sistema montado. La masa total del sistema, despreciando el peso de los resortes y sin incluir la tabla inferior es de 2.81 Kg.

Las mediciones se realizaron con una balanza de cocina, por lo que la masa exacta del sistema puede ser distinta a la calculada debido al error de la balanza.

En cuanto a los resortes, se midió su deflexión estática con una cinta métrica, la cual es de 1.5 mm aproximadamente ( figura 8).



*Figura 8: Deflexión estática de los resortes*

## 2.2. Equipo de medición

Para realizar las mediciones del sistema se utilizaron dos acelerómetros MPU-6050 conectados a un Arduino UNO comunicándose por protocolo I2C. Mediante USB se conectó el arduino a una laptop con el software necesario para tomar la información registrada por los acelerómetros. En la figura 9 se puede ver funcionando el software registrando la información de los acelerómetros.



Figura 9: Medición de las vibraciones de la batidora

En la figura 10 se muestra el acelerómetro MPU-6050 en detalle, junto con las conexiones de datos y de alimentación. Finalmente, un esquema de la conexión incluyendo todos los elementos utilizados en la medición se puede ver en la figura 11.

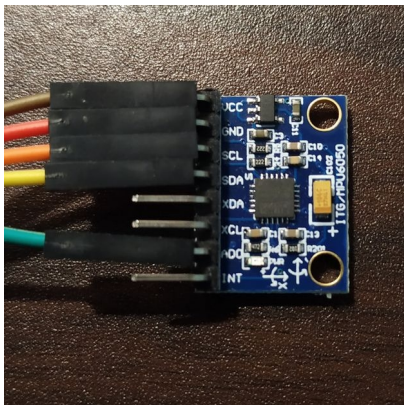


Figura 10: Acelerómetro MPU 6050



Figura 11: Esquema del equipo de medición

### 3. Segunda Parte: Obtención de datos y cálculos.

#### 3.1. Movimiento subamortiguado libre

Para comenzar a caracterizar al sistema, es necesario estudiar el comportamiento del sistema cuando oscila libremente. Para ello, se dió un desplazamiento inicial al sistema para que oscile libremente, obteniendo la señal que se ve en la figura 12.

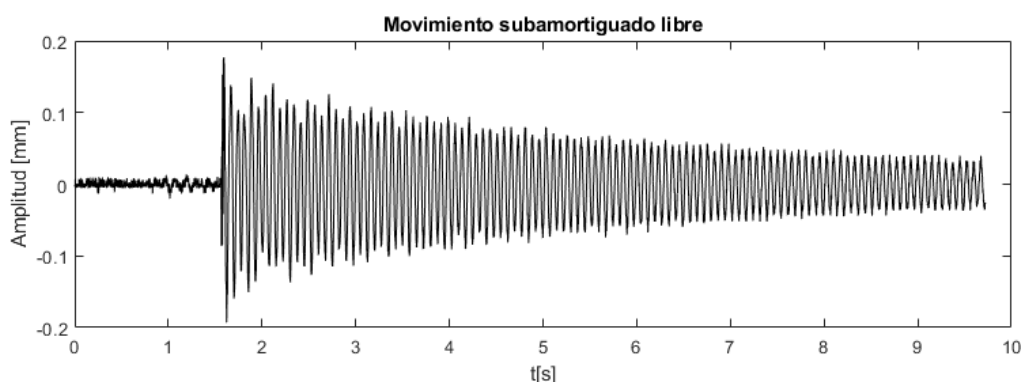


Figura 12: Movimiento subamortiguado libre obtenido de la medición

Los valores que describen al sistema son la pulsación natural  $\omega_0$ , la rigidez de los resortes  $k$ , el índice de amortiguación  $\xi$ , el coeficiente de amortiguación  $R_a$  y la masa del sistema  $m$ .

El valor de la masa es de 2.81 Kg aproximadamente, el cual fue obtenido utilizando una balanza. A partir del gráfico de la figura 8 se obtuvo el valor de  $\xi$  aproximando la pendiente de la exponencial en la ecuación (4). Luego se calculó la pulsación natural  $\omega_0$  a partir de los máximos y mínimos locales de la señal.

Luego, con los datos  $m$ ,  $\xi$  y  $\omega_0$ , y a partir de las ecuaciones (2) y (6), fue posible obtener  $k$  y  $R_a$ .

Para obtener una aproximación más precisa, se realizaron 3 mediciones distintas, con distintos desplazamientos iniciales del sistema. En la tabla 1 se pueden ver los resultados obtenidos, los cuales son prácticamente idénticos.

Tabla 1. Mediciones del sistema libre subamortiguado

Modo	$m$ [Kg]	$\omega_0$ [rad/s]	$\xi$	$k$ [N/m]	$R_a$ [Ns/m]
Medición 1	2.81	83.944	0.002	19800	0.943
Medición 2	2.81	83.918	0.002	19788	0.943
Medición 3	2.81	83.894	0.002	19777	0.942

A partir del  $\xi$  obtenido, el cual fue el mismo en todas las mediciones, se puede representar el gráfico de transmisibilidad teórico del sistema como se ve en la figura 13.

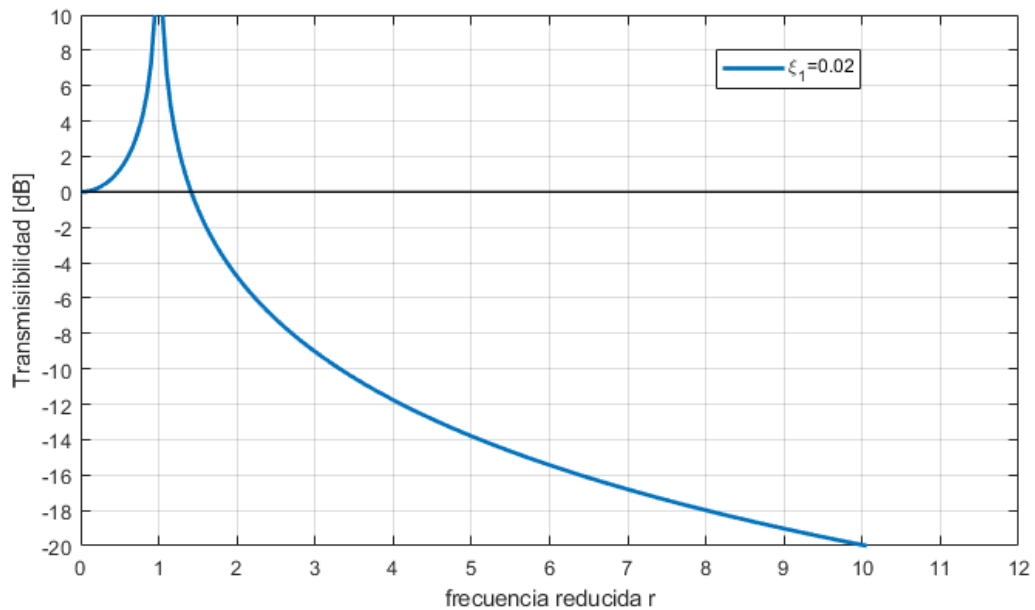


Figura 13: Gráfico de la transmisibilidad teórica del sistema

La deflexión estática de los resortes medida es de 1.5 mm. De acuerdo a los datos obtenidos

$$x_0 = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{2.8 \text{ Kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2}{19788} \text{ N/m} = 1.39 \text{ mm} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta los distintos factores que aportan error al resultado, tal como las imprecisiones de la cinta métrica o la balanza, se puede decir que la aproximación es muy buena.

### 3.2. Respuesta del sistema a una excitación armónica

Luego de obtener la curva de transmisibilidad del sistema, se realizaron mediciones con la máquina funcionando. El objetivo es el de hallar primero las pulsaciones de funcionamiento de la misma, luego medir la transmisibilidad con los acelerómetros y compararlo con la curva obtenida.

En la figura 14 se puede ver una de las mediciones realizadas. En azul, las vibraciones en la superficie de la batidora, en naranja, las vibraciones medidas en la base.

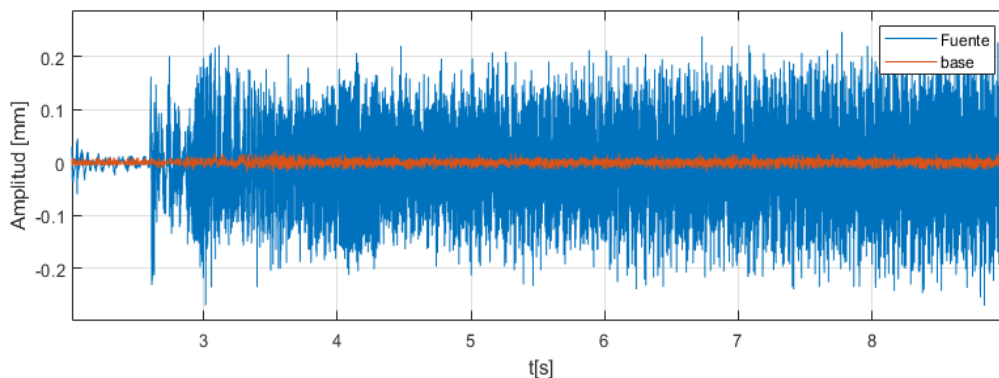


Figura 14: Amplitud de las vibraciones con la máquina encendida

Con cada una de las mediciones, se aplicó una transformada discreta de fourier para encontrar las pulsaciones de funcionamiento de la máquina. En la figura 15 se puede ver la medición mostrada anteriormente pero ahora en dominio frecuencial.

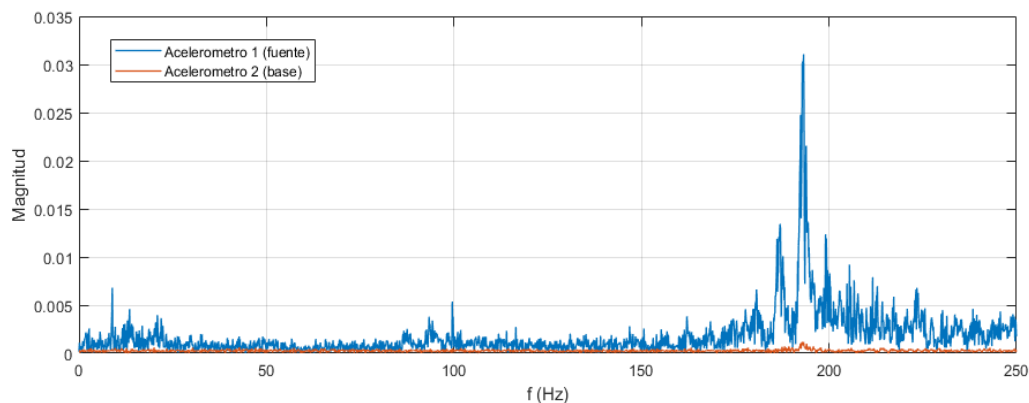


Figura 15: Medición de las vibraciones en dominio frecuencial

Analizando el espectro obtenido, se puede apreciar un pico de energía en 193 Hz. Teneiendo en cuenta que la pulsación de la máquina es  $\omega = 2\pi f$

$$\omega = 2\pi \cdot 193 \text{ Hz} = 1212 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (12)$$

Este valor es una aproximación usando una sola medición. Utilizando los resultados de otras cuatro mediciones (figura 16), se buscó un valor de  $\omega$  con más precisión.

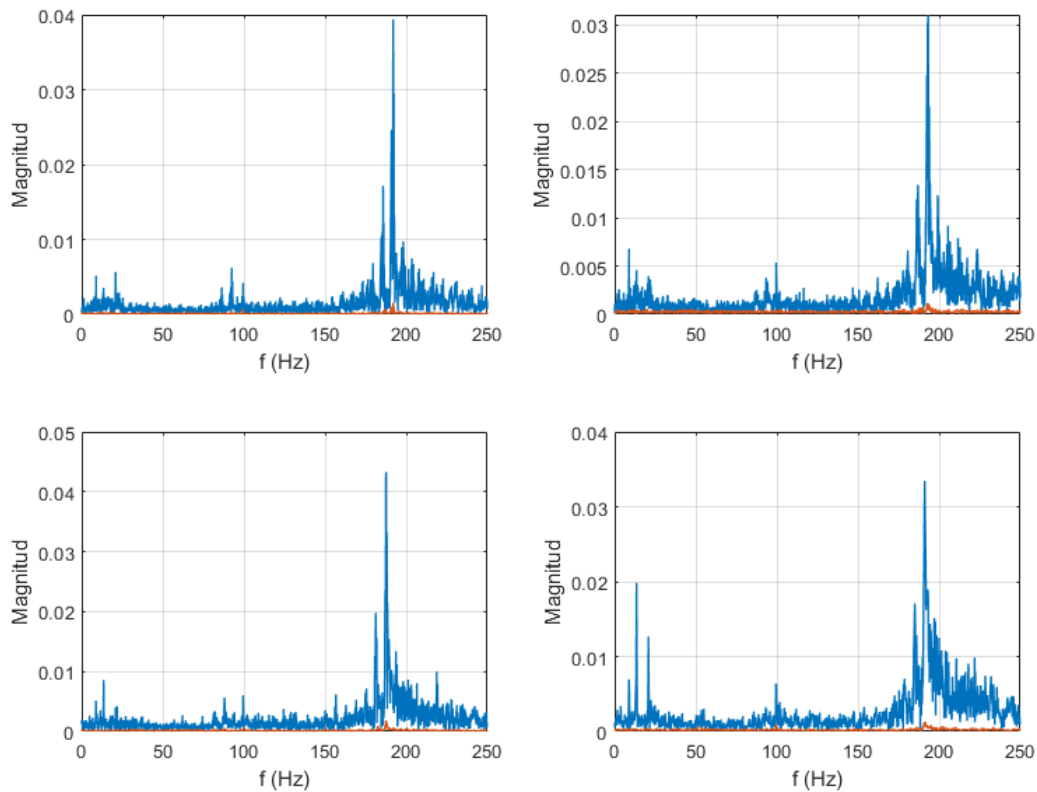


Figura 16: Espectro frecuencial de las distintas mediciones realizadas

Efectuadas cinco mediciones distintas, el valor obtenido promedio de  $\omega$  es de 1202 rad/s.

Es interesante notar que hay un pequeño pico al comienzo de cada gráfico. Este corresponde a la frecuencia de oscilación natural del sistema  $\omega_0 = 13.36$  Hz. Cuando se enciende la máquina, por un corto período de tiempo el sistema oscila en resonancia, lo que resulta en una amplificación de las vibraciones.

En cuanto al gráfico de transmisibilidad, no tiene sentido compararlo con el gráfico calculado teóricamente, ya que la máquina solamente opera a una frecuencia. De todos modos, es posible comparar el valor de Atenuación de la base a la frecuencia que vibra la máquina.

De la tabla 1,  $\omega_0 = 83.9$  rad/s. De las mediciones,  $\omega = 1202$  rad/s. Por lo tanto

$$r = \frac{1202 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{83.9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 14.3 \quad (13)$$

Para  $r = 14.3$ , según el gráfico de transmisibilidad de la figura 13, la atenuación debe ser de aproximadamente -22 dB.

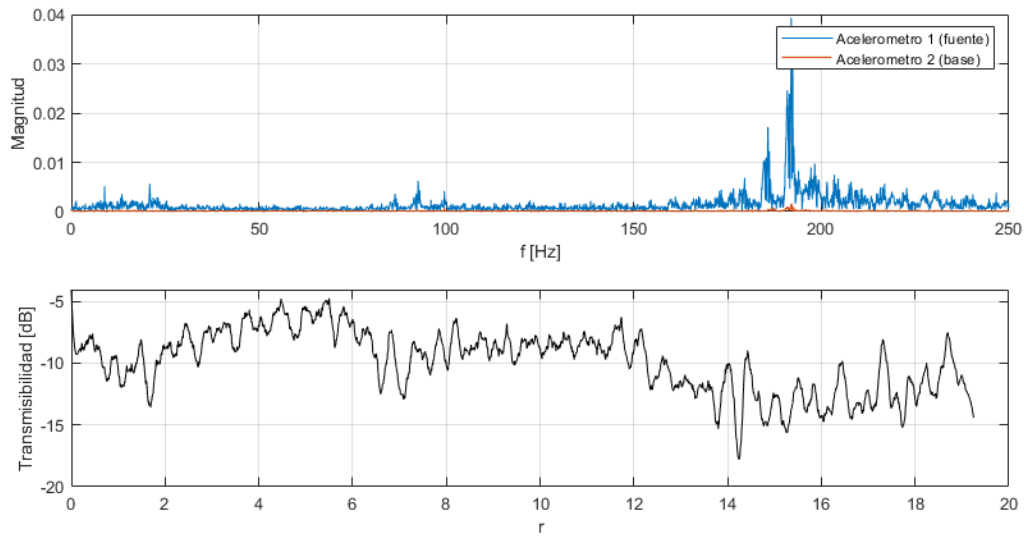


Figura 17: Espectro de frecuencias de dos acelerómetros junto con el gráfico de transferencia

En el gráfico de transmisibilidad de la figura 17, se ve que en  $r = 14.3$  aparece el pico de máxima atenuación. Es el único punto relevante, ya que la energía en otras frecuencias es muy baja. El valor de la transmisibilidad en ese punto es de -18 dB aproximadamente. Esa diferencia de 4 dB entre la teoría y la práctica se debe a dos problemas: por un lado, la magnitud de las vibraciones generadas por la máquina son muy bajas. Por otro lado, al atenuar la señal que ya es débil, rápidamente se encuentra con el piso de ruido del acelerómetro. Esto también se pudo notar en la práctica, ya que al posar la mano sobre la base antivibratoria, las vibraciones fueron casi imperceptibles.

#### **4. Conclusión**

Los resultados obtenidos no fueron los esperados debido a una serie de problemas comentados en el informe. Hubiera mejorado mucho la experiencia contar con una máquina que funcione a distintas velocidades para poder aproximar la curva de transmisibilidad. Otro problema que no fue mencionado anteriormente son las posibles pulsaciones de la máquina que no fueron captadas por los acelerómetros. Si consideramos que la frecuencia fundamental era de 193 Hz, teniendo en cuenta que los acelerómetros solo pueden captar señales de hasta 250 Hz, es posible que existan oscilaciones a frecuencias más altas y que no fue posible registrarlas. Estos problemas se suman a la baja amplitud de las vibraciones y el considerable piso de ruido de los acelerómetros.

El estudio del movimiento subamortiguado del sistema libre fue preciso, los resultados obtenidos prácticamente no variaron de medición en medición. Tanto los descriptores del sistema como la curva de transmisibilidad fueron aproximados con errores despreciables.

Por otro lado, hubo varios problemas en el estudio del sistema sometido a una fuerza de excitación armónica que se reflejaron en los resultados obtenidos.



## **Bibliografía**

[1] [Harmonically Excited Forced Vibration of a Single DOF System, Amrita Vishwa Vidyapeetham University](#)