

# Презентация по лабораторной работе №4

Математическое моделирование

---

Зиязетдинов Алмаз

4 сентября 2025 г.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Цели и задачи работы

---

Изучить уравнение гармонического осциллятора

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

## Процесс выполнения лабораторной работы

---

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе (  $\gamma = 0$  ) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$



1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 12x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 5x = 0$$

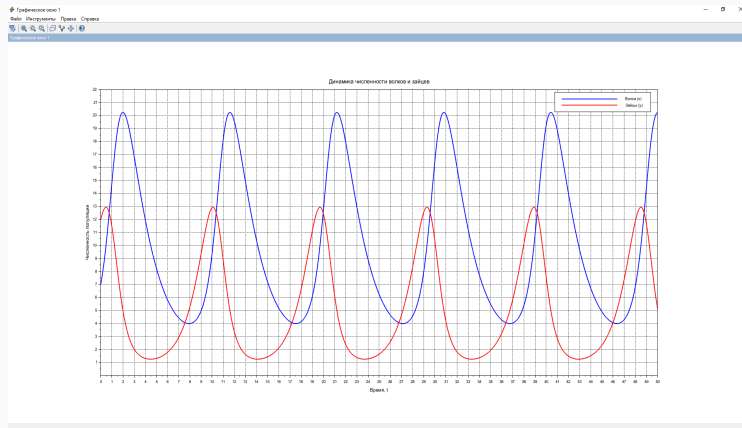
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 7\dot{x} + 7x = 7 \sin 3t$$

На интервале  $t \in [0; 60]$ , шаг 0.05,  $x_0 = -0.1$ ,  $y_0 = 1.2$

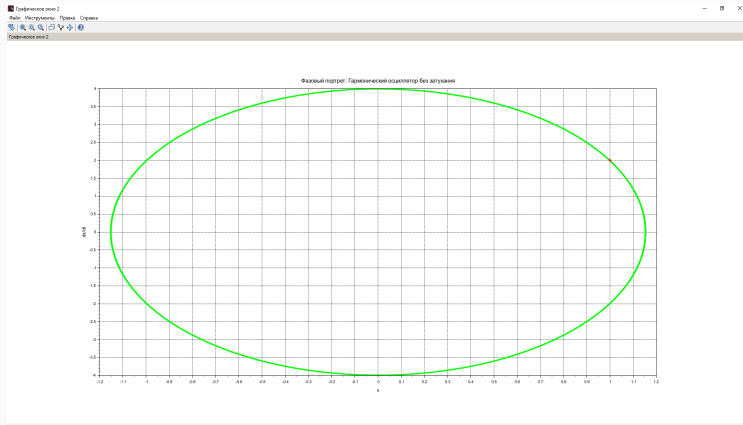
# Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 12x = 0$$



# Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 12x = 0$$



## Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

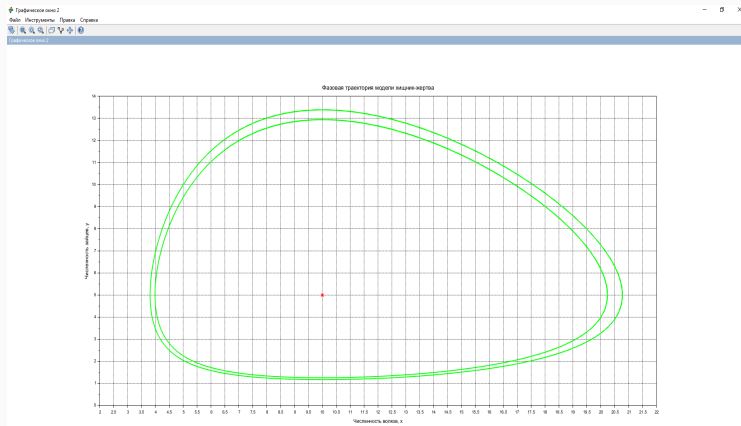


Рис. 3: График решения для случая 2

## Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

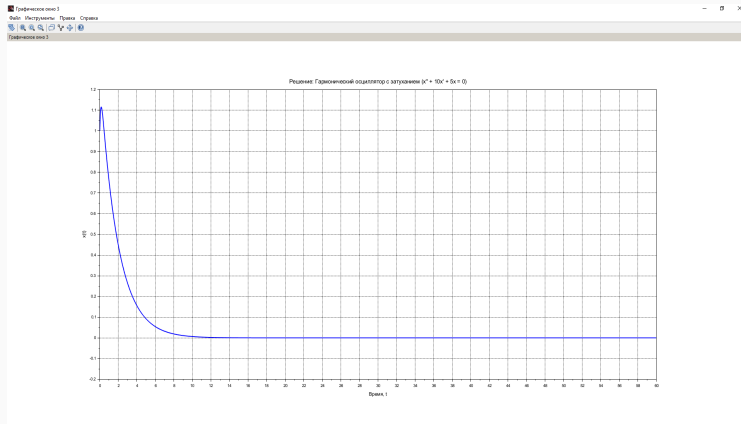


Рис. 4: Фазовый портрет для случая 2

### Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

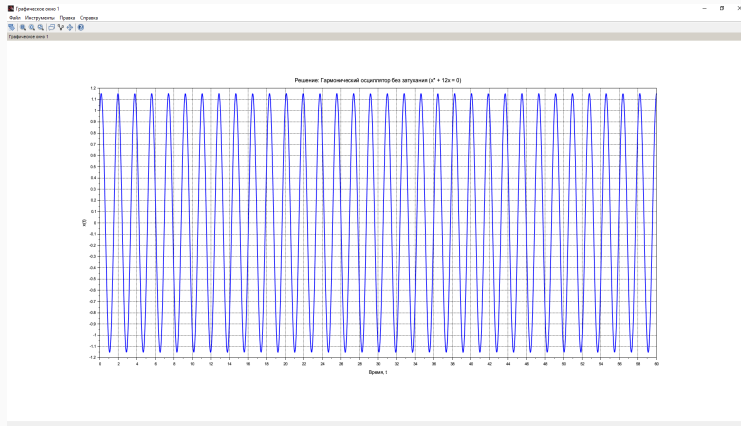


Рис. 5: График решения для случая 3

### Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

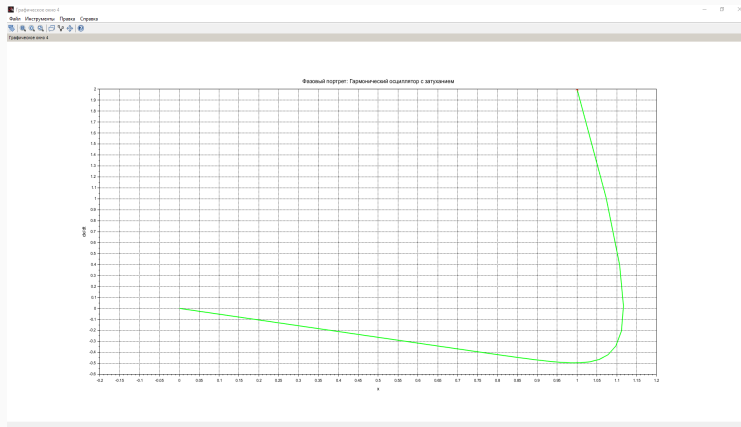


Рис. 6: Фазовый портрет для случая 3

## Выводы по проделанной работе

---



В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы.