Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва - вариант 11

Зиязетдинов Алмаз

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

2 Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметрах система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.23x(t) + 0.053y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.43y(t) - 0.033y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 14$ Найдите стационарное состояние системы

Решение в Scilab

```
// Параметры модели
a = 0.23;  // Коэффициент смертности хищников
b = 0.053; // Коэффициент прироста хищников
c = 0.43;  // Коэффициент прироста жертв
d = 0.033; // Коэффициент смертности жертв

// Начальные условия
x0 = 8;    // Начальная численность хищников
y0 = 14;   // Начальная численность жертв
```

```
u0 = [x0; y0];

// Временной интервал
t0 = 0; tfinal = 100; dt = 0.1;
t = t0:dt:tfinal;

// Уравнения модели Лотки-Вольтерры
function du = lotka_volterra(t, u)
    x = u(1); y = u(2);
    du = zeros(2,1);
    du(1) = -a*x + b*y*x;     // dx/dt
    du(2) = c*y - d*y*x;      // dy/dt
endfunction

// Решение системы дифференциальных уравнений
u = ode(u0, t0, t, lotka_volterra);
x = u(1,:); y = u(2,:);

// Вычисление стационарного состояния
x_stat = c/d; // ≈ 13.0303
y_stat = a/b; // ≈ 4.3396
disp("Стационарное состояние: x_0 = " + string(x_stat) + ", y_0 = " + str

// График 1: Фазовый портрет (x(y))
scf(1);
plot(x, y, 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(x_stat, y_stat, 'r*', 'MarkerSize', 10); // Стационарная точка
xlabel('Численность хищников, x');
ylabel('Численность жертв, y');
```

```
title('Фазовый портрет: Хищник-жертва');
legend(['Траектория'; 'Стационарное состояние']);
xgrid;

// График 2: x(t) и y(t)
scf(2);
plot(t, x, 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(t, y, 'r-', 'LineWidth', 2);
plot(t, x_stat*ones(t), 'b--', 'LineWidth', 1); // Линия x_0
plot(t, y_stat*ones(t), 'r--', 'LineWidth', 1); // Линия y_0
xlabel('Время, t');
ylabel('Численность популяций');
title('Динамика численности хищников и жертв');
legend(['x(t) - Хищники'; 'y(t) - Жертвы'; 'x_0'; 'y_0']);
xgrid;
```

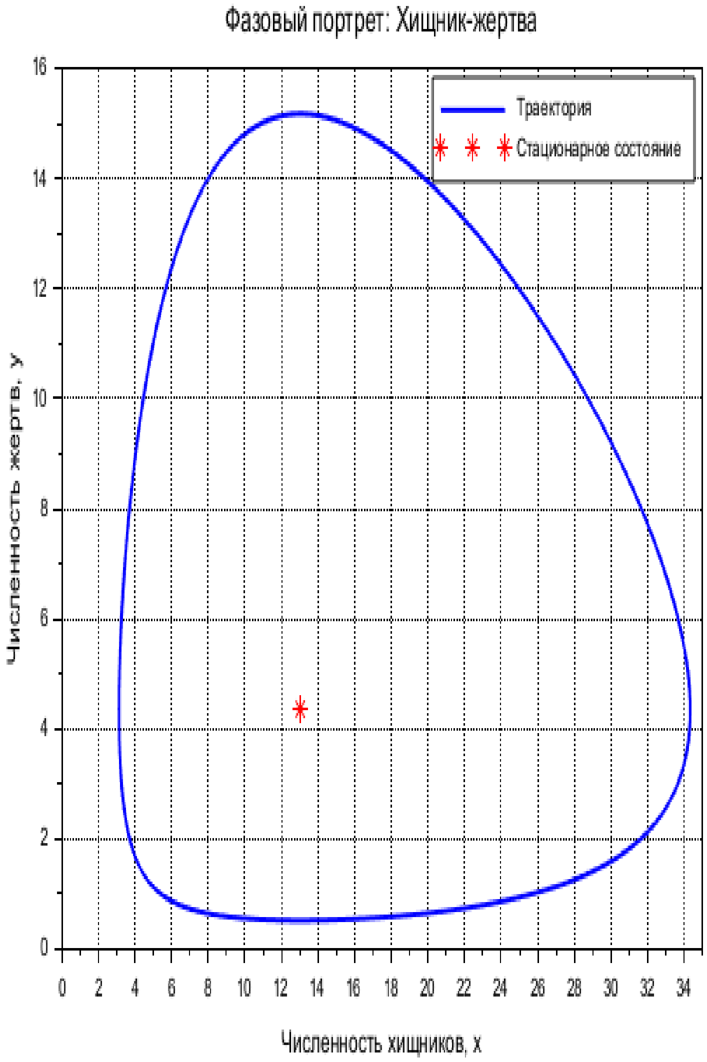

Figure 3.1: График численности жертв и хищников от времени

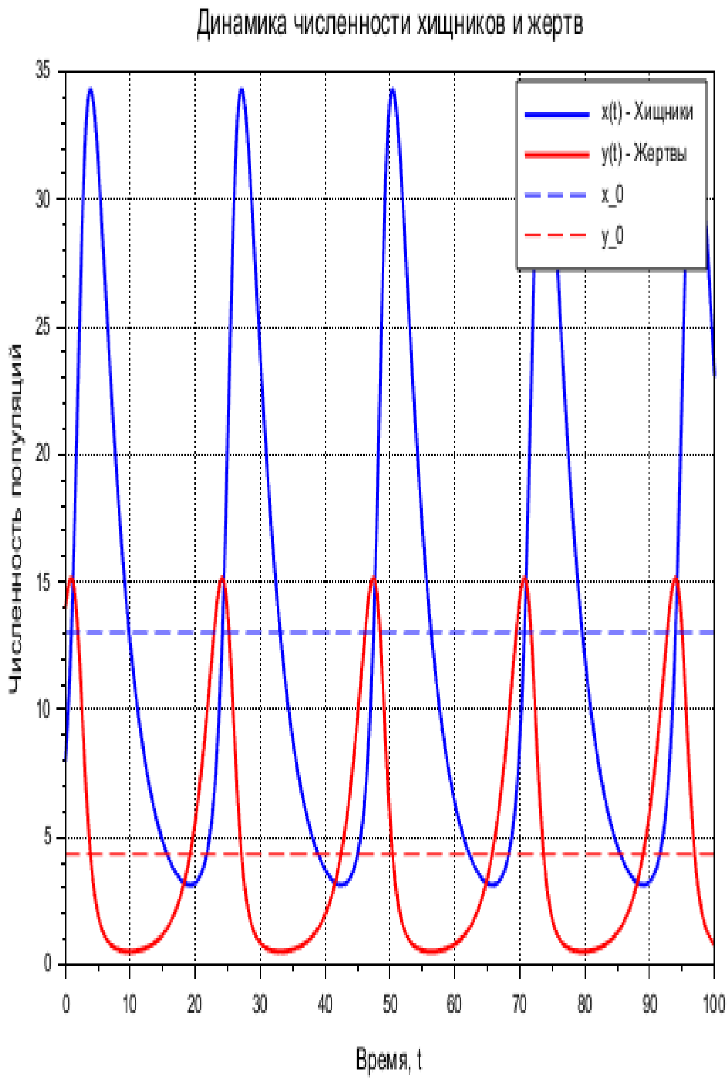

Figure 3.2: График численности хищников от численности жертв

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Lotka-Volterra System