

О.В.Митрофанова

ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

В КАНАЛАХ
ЯДЕРНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
УСТАНОВОК



О.В.Митрофанова

**ГИДРОДИНАМИКА
И ТЕПЛООБМЕН
ЗАКРУЧЕННЫХ
ПОТОКОВ**

**В КАНАЛАХ
ЯДЕРНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
УСТАНОВОК**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2010

УДК 532.5, 536.7

ББК 22.253.3, 22.317

М 67

Митрофанова О. В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с. — ISBN 978-5-9221-1223-9.

Монография посвящена проблеме моделирования процессов гидродинамики и теплообмена сложных закрученных течений вязкой несжимаемой жидкости в каналах с закручивающими устройствами. Рассмотрены физические особенности турбулентных закрученных потоков, выявлены факторы, влияющие на вихревую структуру течения теплоносителей, гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах ядерно-энергетических установок (ЯЭУ). Основой физико-математического моделирования является комплексное решение проблем пространственного осреднения уравнений динамики сплошной среды для каналов сложной геометрии, описания граничных условий, эффективных коэффициентов переноса и формулировки замыкающих соотношений, полученных в результате экспериментального подтверждения принимаемых физических моделей и гипотез.

Разработаны методы математического моделирования гидродинамики и теплообмена для наиболее характерных типов каналов с завихрителями различной конфигурации. Получены аналитические решения в форме модифицированных интегралов Лайона для оценки теплоотдачи в кольцевых каналах с завихрителями, а также для винтового течения теплоносителя. Проведено расчетное исследование влияния интенсивности завихренности потока и геометрических параметров каналов на вихревую структуру закрученных течений. Рассмотрены способы повышения теплогидравлической эффективности каналов ЯЭУ при использовании закручивающих устройств.

Для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов физических факультетов университетов, чьи интересы связаны с теплофизикой, механикой жидкости и газа и процессами теплообмена в технических и природных системах.

© ФИЗМАТЛИТ, 2010

© О. В. Митрофанова, 2010

ISBN 978-5-9221-1223-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1. Современное состояние исследований в области изучения гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с завихрителями	
1.1. Введение	10
1.2. Виды завихрителей и их применение для интенсификации теплообмена	10
1.3. Физические особенности турбулентных закрученных потоков в каналах с завихрителями	12
1.3.1. Вопросы терминологии (20). 1.3.2. Основные закономерности закрученных течений. Связь интенсивности закрутки потока с формированием поля скорости закрученного течения в канале (24). 1.3.3. Вторичные течения (30). 1.3.4. Отрыв и присоединение потока (37).	20
1.4. Факторы, влияющие на вихревую структуру потока, гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах с завихрителями	46
1.4.1. Форма завихрителей (46). 1.4.2. Загромождение канала (52). 1.4.3. Степень турбулентности потока (55). 1.4.4. Шаг расположения закручивающих элементов и угол скоса потока (58). 1.4.5. Продольная кривизна (63).	
1.5. Современное состояние проблемы расчетного моделирования сложных турбулентных течений	67
1.5.1. Использование моделей турбулентности для расчета криволинейных и закрученных течений (67). 1.5.2. Различные подходы к построению расчетных методов сложных турбулентных течений (73).	
1.6. Опыт разработки инженерных методов расчета для каналов сложной геометрии с закруткой потока	82
1.7. Выводы	86
Глава 2. Теоретические основы математического моделирования гидродинамики и теплообмена в каналах с закручивающими устройствами	
2.1. Принципы расчетного моделирования	88
2.2. Постановка задачи. Вывод расчетных уравнений	88
2.2.1. Система исходных уравнений (89). 2.2.2. Процедура пространственного осреднения (95). 2.2.3. Уравнения для осредненных компонент скорости и давления (99). 2.2.4. Осреднение уравнения энергии (103).	89
2.3. Формулировка замыкающих феноменологических соотношений	107
2.3.1. Описание силового воздействия завихрителей на поток (107). 2.3.2. Описание компонент тензора сопротивления (109). 2.3.3. Моделирование эффективного переноса в каналах с завихрителями (112).	
Глава 3. Метод расчета гидродинамики и теплообмена для кольцевых каналов со спиральными завихрителями	
3.1. Постановка задачи	117
3.2. Гидродинамический расчет кольцевых каналов с непрерывными по длине спиральными завихрителями	117
3.2.1. Оценка эффективной вязкости (120). 3.2.2. Вычислительный алгоритм метода гидротеплового расчета (125).	119
3.3. Расчет теплообмена в кольцевых каналах с завихрителями	128

3.3.1. Уравнение теплового баланса (129). 3.3.2. Интегральные соотношения в форме интегралов Лайона для расчета теплоотдачи в кольцевых каналах с завихрителями при произвольном соотношении тепловых нагрузок (133).	
3.4. Гидротепловой расчет винтообразных каналов	141
3.5. Верификация расчетного метода. Сравнение результатов расчетов и экспериментов	145
Выводы к главе 3	158
Г л а в а 4. М етод расчета гидродинамики и теплообмена в трубах с локальными завихрителями	160
4.1. Постановка задачи. Вывод расчетных уравнений	160
4.1.1. Введение (160). 4.1.2. Вывод интегральных уравнений (162). 4.1.3. Описание профиля окружной скорости закрученного потока. Предварительный анализ (165).	
4.2. Модель трансформации вихря	170
4.2.1. Основные положения (170). 4.2.2. Система расчетных уравнений (170). 4.2.3. Параметрическое описание поля скорости (172). 4.2.4. Оценка эффективной вязкости (176).	
4.3. Влияние завихрителей на теплообмен	177
4.4. Вычислительный алгоритм метода гидротеплового расчета труб с локальными завихрителями	182
4.5. Верификация метода расчета гидродинамики и теплообмена труб с локальными завихрителями. Сравнение расчетных и экспериментальных результатов	183
Выводы к главе 4	192
Г л а в а 5. Использование теории Громеки – Бельтрами для анализа условий существования макровихревой структуры внутренних закрученных течений при высоких числах Рейнольдса	194
Введение	194
5.1. Перенос завихренности	195
5.2. Винтовое течение в каналах	197
5.2.1. Решение для кольцевого канала (198). 5.2.2. Анализ результатов (199).	
5.3. Влияние интенсивности завихренности на структуру закрученных потоков в цилиндрических каналах	203
Г л а в а 6. Генерация спиральности и критические переходы в закрученном потоке однофазной жидкости	207
Введение	207
6.1. Понятие спиральности. Вывод уравнения спиральности	208
6.1.1. Приведение к безразмерному виду (209). 6.1.2. Связь спиральности с интенсивностью завихренности (210).	
6.2. Теоретический анализ	211
6.2.1. Некоторые свойства вихревых течений с ненулевой спиральностью. Уравнение энергии для винтового течения (212). 6.2.2. Переход к винтовому движению (213).	
6.3. Самопроизвольная закрутка теплоносителя в коллекторных системах ядерно-энергетических установок	219
Выводы	227

Г л а в а 7. Повышение теплогидравлической эффективности каналов ЯЭУ при использовании закручивающих устройств	229
7.1. Способы оценки теплогидравлической эффективности каналов с закручивающими устройствами	230
7.2. Выбор критерия эффективности для решения задач повышения безопасности и эффективности работы ЯЭУ	233
7.3. Оптимизация геометрии дистанционирующих устройств в кольцевых каналах ТВС	238
7.4. Примеры решения оптимизационных задач на основе вычислительных экспериментов	241
7.4.1. Интенсификация теплообмена в парогенерирующих каналах ТВС (241). 7.4.2. Улучшение массогабаритных характеристик авиационного теплообменника (244). 7.4.3. Уменьшение длины технологических каналов пиролизных печей (249).	
Выводы к главе 7	251
Заключение	252
Приложение 1. Значения коэффициентов полного сопротивления C_d для тел различной геометрии	256
Приложение 2. Вывод зависимости для определения коэффициента тензора сопротивления $k_{\eta\eta}$ при течении жидкости в винтообразном канале	262
Приложение 3. Приведение уравнений модели трансформации вихря к конечно-разностному виду	264
Список литературы	270

*Георгию Алексеевичу Гладкову
с глубокой благодарностью за его
удивительный талант ученого и широту
человеческой души посвящается*

Я выражают безграничную признательность дорогим для меня людям, благодаря которым оказалось возможным появление этой книги: моему отцу Торгашеву Виктору Ивановичу, первым открывшему для меня мир теплофизических явлений; Льву Сергеевичу Кокореву — моему учителю и истинному ученому, своим подвижническим трудом исследователя показавшему, что для научного познания нет ограничений; Александру Сергеевичу Корсуну — научному руководителю при выполнении кандидатской диссертации, учась у которого я поняла, что красота и стройность физической гипотезы выражаются математически.

Автору выпало счастье принадлежать к школам двух выдающихся академиков Российской академии наук (РАН): академика Ивана Ивановича Новикова — одного из первых руководителей Атомного проекта и Московского инженерно-физического института (МИФИ), основателя кафедры теплофизики МИФИ и Института теплофизики Сибирского отделения РАН, и академика Александра Ивановича Леонтьева, создавшего свою уникальную школу подготовки научных кадров не только в рамках советского, а затем и постсоветского пространства, но и объединившего наиболее ярких учёных-теплофизиков России, Англии, США, Украины, Белоруссии и других стран.

Слова особой благодарности я адресую Георгию Алексеевичу Гладкову, явившемуся идеальным вдохновителем создания данной монографии, выдающемуся ученому, обладавшему не только даром научной интуиции, но и высочайшим профессионализмом и феноменальной памятью, что позволяло на практике оперативно решать сложнейшие теплофизические задачи.

Я благодарна за счастье дружеского знакомства, сотрудничества и ощущения поддержки в решении научных задач со стороны своих старших коллег, признанных мэтров отечественной теплофизики — Павла Анатольевича Ушакова и Генриха Александровича Дрейцера.

Это подаренная судьбой большая удача — учиться у таких выдающихся людей, принадлежащих к элите российской науки.

Предисловие

Проблема интенсификации тепломассообменных процессов имеет важное значение для достижения прогресса в совершенствовании современных и создании новых энергетических и теплообменных аппаратов. Среди многообразия способов интенсификации теплообмена закрутка потоков рабочих сред является одним из наиболее простых и распространенных способов и широко используется в энергонапряженных каналах ядерно-энергетических установок (ЯЭУ), теплообменников, аппаратов авиационной и ракетно-космической техники, химической промышленности и других технических устройств. Это связано с тем, что применение закрученных потоков приводит не только к усилению тепло- и массообмена, но и выравниванию температурных неравномерностей, стабилизации течений и процессов горения, используется для тепловой защиты стенок каналов, обеспечивает эффективное и экологически чистое сжигание топлива.

Анализ публикаций последних лет показывает, что закрученные потоки привлекают к себе все более пристальный интерес исследователей. Это обусловлено тем, что особые свойства закрученных течений имеют широкий диапазон технических приложений в энергетическом, теплообменном и технологическом оборудовании ядерной энергетики, аэрокосмической техники, химической и нефтеперерабатывающей промышленности, транспорта, промышленной теплоэнергетики.

В технических устройствах закрутка потока, т. е. сообщение потоку вращательного движения с помощью различных закручивающих устройств, приводит к крупномасштабному воздействию на все характеристики поля течения, а следовательно и теплообмен. При этом характерная для закрученных течений трехмерность поля скорости и соизмеримость тангенциальной и осевой компонент скорости (а в каналах переменного сечения всех трех компонент скорости, включая радиальную) обуславливает формирование трехмерного поля давления с радиальным градиентом, сравнимым по величине с продольным. Благодаря наличию поперечных составляющих скорости — тангенциальной и радиальной, усиливается конвективный перенос импульса, энергии и массы и изменяется вихревая структура внутренних закрученных потоков. С этим и связаны столь необходимые в технических приложениях свойства закрученных течений, выражющиеся в их способности интенсифицировать процессы тепло- и массообмена, выравнивать локальные температурные неоднородности за счет конвективного перемешивания,

подавлять или усиливать случайные возмущения (например, обтекание закрученным потоком выпуклой поверхности приводит к подавлению турбулентного переноса, а обтекание вогнутой — к его усилению), стабилизировать процессы течения в условиях сложного теплообмена при протекании химических реакций или процессов горения, обеспечивать рециркуляционное течение в камерах сгорания, что способствует более полному, экологически чистому выгоранию топлива и др.

Классическим стало применение закрученных потоков в циклонных аппаратах для очистки газов и жидкостей, в центрифугах и сепараторах для разделения различного рода смесей, в вихревых трубах для температурного разделения газа, в элементах энергетических и двигательных установок, в системах охлаждения, термостатирования и кондиционирования. Большие перспективы имеет использование закрутки потока для комплексного решения задач повышения безопасности и эффективности работы ядерно-энергетических установок, конструктивного усовершенствования теплообменных и двигательных систем авиационной и ракетно-космической техники, МГД-генераторов, для повышения устойчивости течений в условиях невесомости, для ускорения протекания металлургических и химико-технологических процессов (таких, как обжиг, плавление, коксование, пиролиз), для интенсификации процессов тепло- и массообмена в условиях вынужденной и естественной конвекции.

В последние годы повышенный интерес вызывает многоцелевое использование закручивающих устройств: например, одновременно в качестве турбулизаторов и закручивателей пристенных слоев жидкости в каналах теплообменных трактов, или в качестве завихрителей и дистанционирующих элементов в межтвэльном пространстве тепловыделяющих сборок и т. д. Многофункциональность закручивающих устройств делает экономически более выгодным обеспечение высокой теплоэнергетической эффективности и надежности работы ЯЭУ и другого теплоэнергетического оборудования. В связи с этим весьма перспективным является использование закручивающих устройств, в небольшой степени перекрывающих проходное сечение каналов: локальных, непрерывных или периодически расположенных завихрителей, винтового оребрения с различной формой выступов, спиральных накаток, проволочных навивок и др. Эти устройства наряду с дополнительным вихреобразованием и турбулизацией пристенной области обеспечивают глобальную циркуляцию (закрутку) потока, благоприятно влияющую на выравнивание температурных неоднородностей и усиление тепломассообменных процессов.

Большое разнообразие конструкций закручивающих устройств и сложная структура турбулентных потоков в каналах с завихрителями обусловили в основном прикладной характер проводимых в настоящее время исследований. Полученные при этом расчетные рекомендации носят ограниченный характер и имеют вид обобщающих эмпирических зависимостей, описывающих отдельные типы каналов, завихрителей

и режимы течения. Вместе с тем, проблема создания универсальных инженерных методов расчета гидродинамики и теплообмена закрученных течений в каналах сложной геометрии, основанных на более глубоком, фундаментальном изучении физической природы таких течений, приобретает все большую актуальность для решения задач повышения эффективности, надежности и безопасности работы энергоустановок и теплообменного оборудования, а также для оптимизации их конструкций в целях снижения материоемкости и затрат энергии на собственные нужды.

В настоящей работе рассмотрены вопросы, касающиеся общих закономерностей и топологии закрученных и винтовых течений, выделены факторы, влияющие на вихревую структуру потока, гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах с завихрителями, дан анализ различных подходов к построению расчетных методов сложных турбулентных закрученных течений, а также предложены два новых физически обоснованных метода инженерных расчетов процессов гидродинамики и теплообмена для кольцевых каналов и труб с различной геометрией закручивающих устройств. Актуальность разработки таких методов обусловлена практической необходимостью сравнения влияния различных типов завихрителей на гидродинамику и теплообмен в каналах, определения оптимальной геометрии завихрителей и получения надежных количественных оценок теплоэнергетической эффективности каналов с закручивающими устройствами.

Глава 1

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ИЗУЧЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ С ЗАВИХРИТЕЛЯМИ

1.1. Введение

Различным аспектам теории, моделирования, экспериментальных исследований и практического применения закрученных потоков посвящено большое количество работ. Так, к приоритетным исследованиям в области изучения термодинамики закрученных потоков относятся работы И. И. Новикова и соавторов [1–3]. Результатом этих исследований является открытие и объяснение эффекта максимального расхода закрученного потока жидкости [3]. На основе проведенных экспериментов было показано, что критическая скорость поступательного движения закрученного потока вязкой несжимаемой жидкости равна скорости распространения длинных центробежных волн [2].

Среди работ, отражающих определенные направления исследований, можно выделить ряд обобщающих монографий. В работе М. А. Гольдштика [4] рассмотрены способы аналитического решения некоторых задач вихревого течения идеальной и вязкой жидкости. В. К. Щукиным [5] исследовалось влияние инерционных сил на гидродинамику и теплообмен при закрученном течении в каналах. В. К. Щукиным и А. А. Халатовым [6] приведены результаты исследований гидродинамических характеристик и тепло- массообмена в осесимметричных каналах при локальной закрутке потока. В работе А. А. Халатова [7] систематизированы эмпирические расчетные зависимости, используемые для завихрителей различного типа, рассмотрены проблемы практического использования закрученных потоков в химической промышленности, машиностроении, энергетике. Обобщение результатов теоретических и экспериментальных исследований структуры течения и тепломассопереноса в ограниченных вихревых потоках приводится в работе С. С. Кутателадзе, Э. П. Волчкова и В. И. Терехова [8]. Авторами рассмотрен широкий класс закрученных течений, в том числе течения с периферийной закруткой (газовые завесы и полуограниченные струи). В монографии А. Гупты с соавторами [9], отличающейся

широкой охвата проблем, связанных с практическим применением закрученных потоков, большое внимание уделено влиянию закрутки на процессы горения и сепарации частиц в конкретных промышленных установках, предложены методы повышения эффективности технических устройств, использующих эффект закрутки. Особо следует отметить работы по исследованию вихревого эффекта (эффекта Ранка) — сложного газодинамического процесса энергоразделения в закрученном потоке вязкого сжимаемого газа. Этой интереснейшей проблеме посвящены, например, монографии А. П. Меркулова [10], А. Д. Суслова с соавторами [11], В. И. Кузнецова [12]; в работе А. Ф. Гуцола [13] дан анализ существующих теорий по объяснению эффекта Ранка, а в статье В. А. Арбузова и соавторов [14] представлены весьма интересные экспериментальные результаты, указывающие на существование крупномасштабных спиральных вихрей в закрученном потоке Ранка. В монографии Б. П. Устименко [15] обобщаются результаты исследований в области аэродинамики и теплообмена вращающихся турбулентных течений, течений в криволинейных каналах, циклонных камерах. В работе Ф. Т. Каменьщикова с соавторами [16] рассмотрены вопросы формирования вращающихся потоков со свободной поверхностью и их свойства, изложены результаты экспериментальных работ по использованию закрученных потоков в целях повышения тепловой мощности ядерного реактора типа РБМК. Результаты оригинальных расчетно-теоретических исследований представлены в работе Ю. Г. Назмееева [17], в которой рассматривается возможность интенсификации теплообмена с помощью закручивающих устройств в реологически сложных средах, характеризующихся весьма высокими значениями вязкости и наличием вязкоупругих и нелинейно-вязких свойств при ламинарном режиме течения. Из наиболее крупных аналитических обзоров, посвященных математическому моделированию турбулентных закрученных потоков с использованием различных моделей турбулентности, следует отметить публикацию Д. Слоуна, Ф. Смита и Л. Смута [18].

Проблемы изучения физики и топологии сложных вихревых и закрученных течений актуальны не только для технических отраслей знаний, но и объединяют такие жизненно важные науки, как геофизика, океанология, климатология и др.

В области фундаментальных исследований сложных вихревых течений особо следует выделить проблему изучения механизмов генерации завихренности и условий образования и устойчивости детерминированных вихревых структур.

Следует отметить, что проблема теоретического описания вихревого движения ставилась еще Анри Пуанкаре [19] более века назад, а также рассматривалась такими классиками отечественной науки, как Н. Е. Жуковский [20] и И. С. Громека [21]. Систематизация современных представлений о природе вихрей и моделях вихревого движения является основным содержанием монографий Ф. Дж. Сэффмэна [22] и отечественных авторов Алексеенко С. В., Куйбина П. А. и Окуло-

ва В.Л. [23]. Причем ценность последней из вышеупомянутых монографий состоит не только в рассмотрении широкого класса вихревых движений, которые можно интерпретировать как концентрированные вихри, но и в представленном описании экспериментальных методов наблюдения устойчивых вихревых структур, служащих базисом для развития теоретических представлений.

Опыт успешного практического применения закрученных потоков в технике обуславливает реальную перспективу создания энергетических и технологических установок, в полной мере использующих преимущества закрученных потоков и обладающих повышенной надежностью. Для решения этой задачи весьма актуальной является проблема создания универсальных инженерных методов расчетного моделирования сложных закрученных течений в каналах с завихрителями различной геометрии. Целесообразность разработки таких методов связана с практической необходимостью сравнения влияния различных типов завихрителей на гидродинамику и теплообмен в каналах, определения оптимальной геометрии завихрителей и получения надежных количественных оценок теплоэнергетической эффективности каналов с закручивающими устройствами. Решению этих вопросов и посвящена настоящая работа.

1.2. Виды завихрителей и их применение для интенсификации теплообмена

По современной классификации методов интенсификации теплообмена [24–28] закрутка потока в каналах, создаваемая с помощью закручивающих устройств, относится к *пассивным* методам интенсификации, т. е. не требует дополнительного подвода энергии извне в отличие от *активных* методов, к которым относятся, например, такие, как вибрация теплообменной поверхности или жидкости, воздействие электростатического, акустического или магнитного полей, перемешивание жидкости или вращение поверхностей теплообмена, вдув или отсос рабочей среды через пористую поверхность.

Закрутка потока в каналах может обеспечиваться не только специально предназначенными для этого закручивающими устройствами, такими, как скрученные ленты, шнеки, устройства для тангенциального подвода теплоносителя или аксиально-лопаточные завихрители, но и другими методами, также отнесенными в классификациях Р.Л. Вебба [26] и А.Е. Берглеса [27] к пассивным: оребрением, развитием и профилированием поверхностей, винтовыми вставками, накатками, навивками и т. п. (см. рис. 1, 2). В промышленности и энергетике пассивные методы интенсификации теплообмена занимают ведущую роль. Это обусловило широкое распространение в технике способа интенсификации теплообмена с помощью закручивающих элементов различной геометрии.

Ретроспективный взгляд на развитие пассивных методов интенсификации теплообмена позволил А.Е. Берглесу в работе [27] выделить три поколения «тепловой технологии» («heat transfer technology»). К первому поколению относятся гладкие каналы. Развитие «тепловой технологии» во втором поколении связано с использованием двухмерных интенсифицирующих устройств с размерами, соизмеримыми с масштабами каналов. «Тепловая технология» последнего, третьего поколения дает улучшенную интенсификацию и обеспечивается устройствами, имеющими трехмерную геометрию (трехмерные шероховатости, выступы, вставки) и уменьшенные или даже микромасштабы.

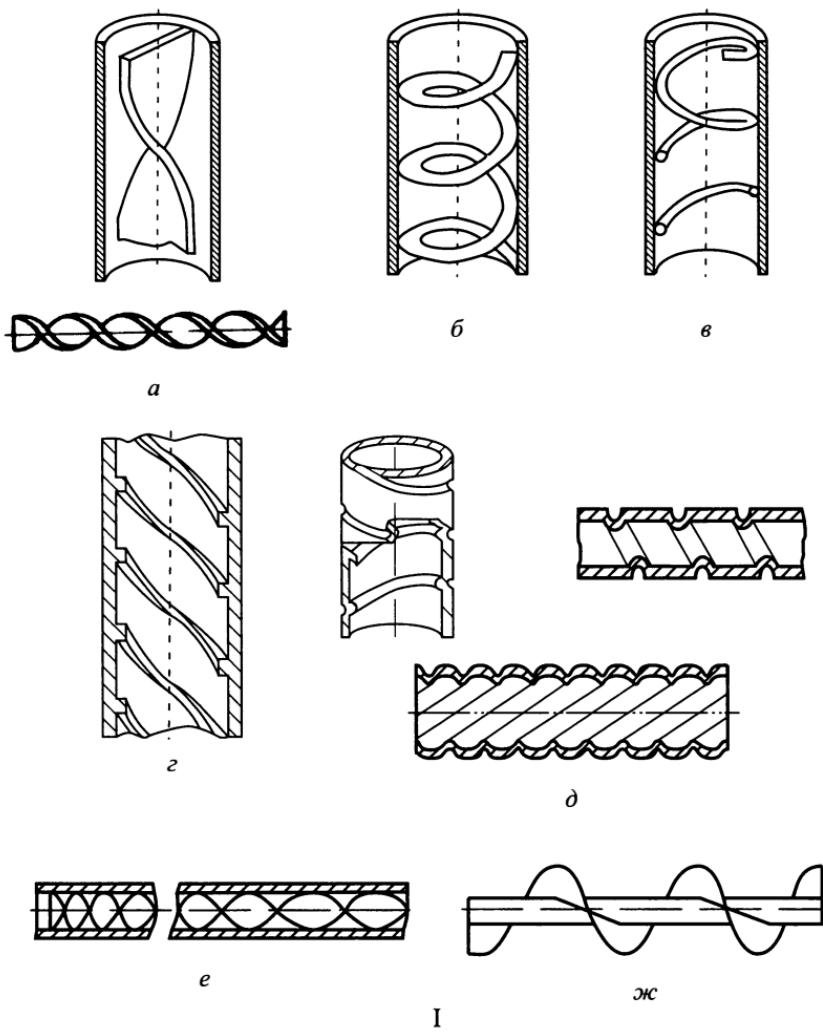


Рис. 1

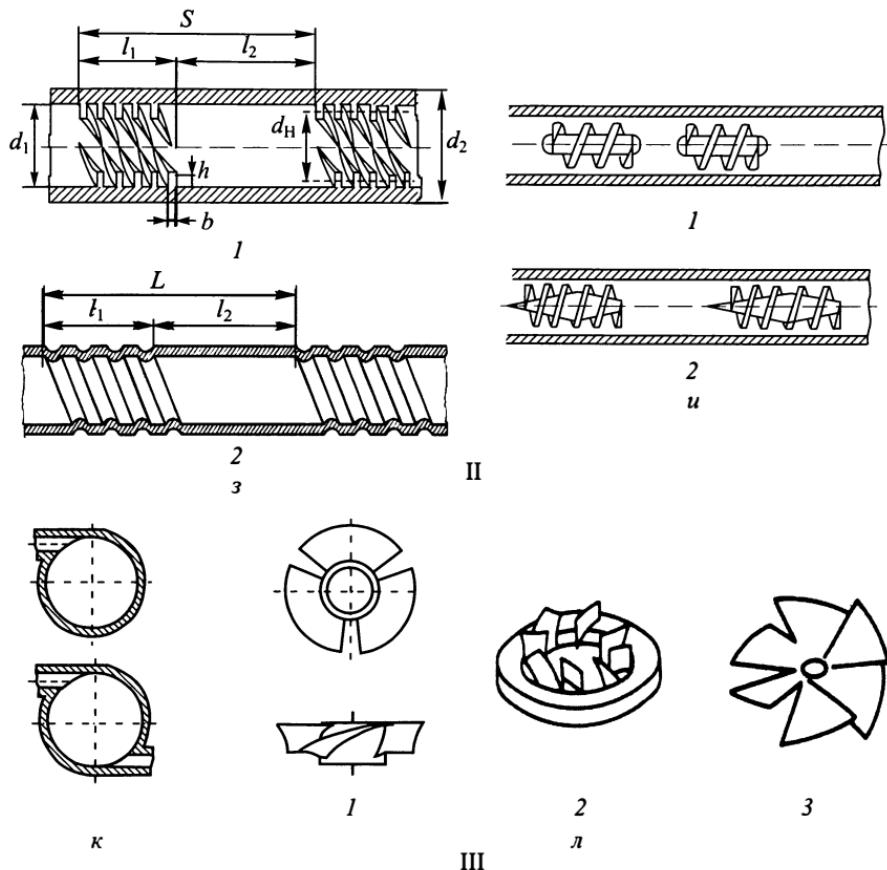


Рис. 1. (Продолжение) Типы завихрителей, используемых в трубах: I — непрерывные по длине: *a* — скрученная лента с постоянным шагом закрутки, *b* — пластинчатая спиральная вставка, *в* — проволочная навивка, *г* — винтовое оребрение, *д* — трубы с однозаходной (1) и многозаходной (2) спиральной накаткой, *е* — винтовая вставка из скрученной ленты с переменным шагом, *ж* — шnek; II — периодически расположенные: *з* — каналы с развитыми поверхностями в виде периодического спирального оребрения (1) или накатки (2), *и* — завихрители в виде шнековых вставок с постоянным (1) и переменным (2) диаметром центрального тела, III — локальные: *к* — тангенциальные завихрители с одним и двумя подводящими каналами, *л* — аксиально-лопаточные завихрители с профилированными (1), (2) и плоскими (3) лопатками

К особой категории устройств третьего поколения следовало бы отнести и закручивающие устройства, лишь в незначительной степени перекрывающие проходное сечение каналов: локальные, периодические или непрерывно расположенные завихрители. Они обладают преимуществами устройств третьего поколения, но могут быть выделены в особую группу, так как их объединяет отличительный признак —

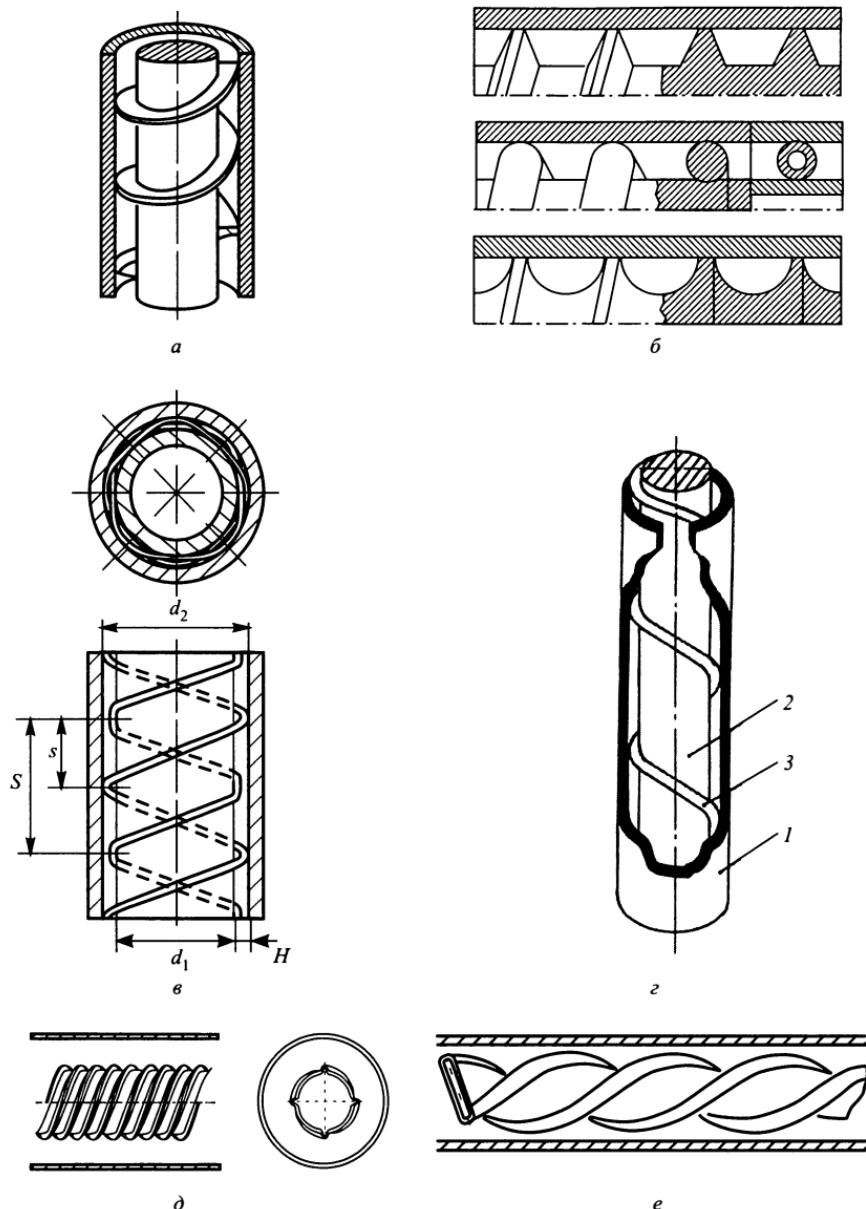


Рис. 2. Примеры кольцевой геометрии каналов с закручивающими устройствами: *a* — канал, полностью перегороженный однозаходной ленточной вставкой, *b* — каналы с завихрителями шнекового типа, *c* — канал сборки кольцевых твэлов с двухзаходной дистанционирующей спиралью, *г* — парогенерирующий канал (*1, 2* — тепловыделяющие элементы, *3* — закручиватель), *д* — кольцевой канал, образованный гладкой и спирально гофрированной трубами, *е* — внешнее обтекание винтообразно закрученной профильной трубы в круглом канале

создаваемая ими закрутка потока или направленный дополнительный конвективный перенос импульса, массы и энергии в тангенциальном направлении, что может положительно влиять на повышение теплоэнергетической эффективности и надежности работы каналов.

Описание разнообразных конструкций закручивающих устройств приводится в работах [6, 7, 16, 17, 26, 27], а также в аналитических обзорах В.К. Мигая [28], Г.А. Дрейцера [29], В.М. Будова и С.М. Дмитриева [30], посвященных проблемам интенсификации теплообмена в каналах. Закручивающие устройства в этих работах классифицированы по различным принципам: способам организации закрутки [6, 7], геометрическим особенностям [28, 30], функциональной принадлежности [26, 27], механизму влияния на тепломассообмен в каналах [17]. В силу того, что наибольшее распространение в технике имеют каналы, ограниченные цилиндрическими поверхностями, объектами рассмотрения в настоящем обзоре являются *трубы и кольцевые каналы с закручивающими устройствами различной геометрии*. Отвлекаясь от классификационных отличий и принимая для краткости терминологию, используемую в работах [5, 7], в дальнейшем изложении для обозначения любых устройств или элементов рельефа поверхности, которые придают потоку вращательную составляющую скорости, будем использовать термин *завихрители*. Примеры использования завихрителей в трубах и кольцевых каналах представлены на рис. 1 и 2.

Закрутка потока, создаваемая в каналах большой протяженности в целях интенсификации теплообмена, технологически наиболее просто осуществляется с помощью непрерывных по длине завихрителей (рис. 1-*I*, рис. 2). К этой категории завихрителей относятся скрученные ленты (рис. 1, *a*, *e*) и шнековые вставки (рис. 1, *ж*, рис. 2, *a*, *b*) характерные размеры которых соответствуют поперечным размерам каналов, т. е., как говорилось выше, устройства тепловой технологии второго поколения [27], широко использующиеся в технике достаточно длительный период времени. Благодаря этому накоплен обширный экспериментальный материал по изучению влияния такого типа завихрителей на гидродинамику и теплообмен в каналах, а также получены эмпирические расчетные зависимости, обобщающие многочисленные опытные данные [5-7, 16, 26, 28].

Массовые исследования, предпринятые в начале 1960-х годов, имели целью показать, что скрученные ленты могут быть использованы в качестве дешевого и эффективного средства усовершенствования каналов трубчатых теплообменников, ЯЭУ, энергетического и теплообменного оборудования, работающих при повышенных тепловых нагрузках в режимах турбулентного одно- и двухфазного течения теплоносителя. По современным представлениям теплогидравлическая эффективность применения закручивающих вставок, полностью перекрывающих ширину канала, при турбулентных режимах течения значительно уступает эффективности спирального обребения с небольшой высотой

выступов. Это связано с тем, что в турбулентном потоке основное термическое сопротивление сосредоточено в узком пристенном слое, поэтому обеспечить закрутку и турбулизацию потока вблизи поверхности энергетически более выгодно, чем по всему сечению канала. Область термического сопротивления в ламинарном потоке не ограничена узкой пристенной зоной, а распределена по всему сечению канала, поэтому закручивающие устройства, воздействующие на поток по всему сечению канала, более эффективны при ламинарном режиме течения, чем при турбулентном, и используются, как правило, в однофазных потоках [26].

Применение завихрителей с характерными размерами, меньшими, чем поперечные размеры каналов (рис. 1, *г*, *д*, *з*, рис. 2, *д*), подразумевает использование трех механизмов интенсификации теплообмена: дополнительной турбулизации пристенной области за счет наличия отрывных зон в области расположения завихрителей, закрутки потока и эффекта увеличения площади теплообмена за счет оребрения или профилирования поверхности. Использование завихрителей, не имеющих полного термического контакта с теплообменной поверхностью, таких, как проволочные навивки, полосовые закручиватели (рис. 1, *а–в*), если они при этом не выполняют каких-то дополнительных функций, менее выгодно с точки зрения теплогидравлической эффективности, чем использование спирального оребрения (рис. 1, *г*, *з* (1)) или спирально профилированных поверхностей (рис. 1, *д*, *з* (2)), так как в первом случае действуют два из упомянутых механизмов интенсификации теплообмена (закрутка и вихревое смешение в пристенной области), а во втором все три.

Весьма распространенный способ интенсификации теплообмена с помощью так называемой регулярной шероховатости подразумевает преимущественное действие только одного механизма интенсификации, а именно, уменьшение термического сопротивления за счет разрушения и турбулизации вязкого подслоя.

Локальная закрутка потока осуществляется с помощью аксиально-лопаточных (рис. 1, *л*) или шнековых (рис. 1, *ж*) завихрителей, путем тангенциального ввода жидкости через один или несколько периферийных подводов (рис. 1, *к*), а также посредством улиточных завихрителей или тангенциально-лопаточных устройств [6, 7, 31]. Аксиально-лопаточные завихрители создают широкие возможности формирования скоростных полей, отличающихся степенью закрутки потока на входе в канал. Разновидности завихрителей шнекового типа (рис. 2, *б*) обычно используются для создания закрутки потока с углом больше 45° .

При необходимости регулирования интенсивности начальной закрутки без изменения расхода рабочего тела, протекающего через канал, поток разделяют на две части, одна из которых проходит через закручивающее устройство, а другая закрутке не подвергается. Изменение интенсивности закрутки потока обеспечивается за счет измене-

ния соотношения проходных сечений закрученного и незакрученного потоков [6, 7, 31].

В настоящее время большое внимание уделяется повышению экономической эффективности более сложных технологий производства теплообменного оборудования, связанных с мелкомасштабным профилированием внутренней и внешней поверхностей труб. Примеры таких каналов с развитой поверхностью в виде спирально-ребристой шероховатости, спирального рифления и гофрирования представлены на рис. 3. Двустороннее профилирование поверхностей обеспечивает интенсификацию теплообмена на обеих поверхностях каналов.

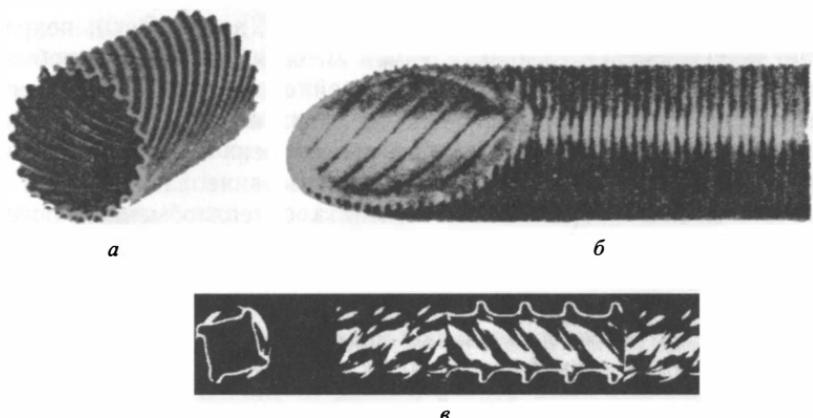


Рис. 3. Интенсифицированные каналы с развитыми поверхностями: *а* — спирально рифленая стальная труба, *б* — труба с внутренней 10-заходной спирально-ребристой и внешней ребристо-шероховатой поверхностями (Wolverine Turbo-Chil tube), *в* — спирально гофрированная труба. (Из обзора Р. Вебба [26])

Большинство из всех показанных на рис. 1–3 завихрителей применимы как для однофазного, так и для двухфазного течения рабочих сред. Исключение для использования при двухфазном течении потока могут составлять завихрители, приводящие к закрутке потока вблизи выпуклой поверхности кольцевых каналов, образованных трубчатыми твэлами в тепловыделяющих сборках (ТВС) ядерных реакторов. В этом случае закрутка потока негативно влияет на тепловой режим ТВС, снижая критическую тепловую нагрузку. Исследования, выполненные в ФЭИ Э. А. Болтенко, позволили усовершенствовать конструкцию парогенерирующего канала с дистанционирующей спиралью, полностью перекрывающей проходное сечение канала (рис. 2, *г*). Для интенсификации теплосъема в парогенерирующих устройствах им был предложен способ предотвращения закрутки потока вблизи выпуклой поверхности с помощью организации транзитного потока, текущего вдоль этой поверхности и взаимодействующего с основным закрученным потоком [32].

Наряду со случаями, когда закрутка потока создается преднамеренно как средство интенсификации процессов тепломассообмена, она может возникать в элементах конструкций теплоэнергетического оборудования и как побочное явление. Например, в межтрубном пространстве теплообменников и парогенерирующих каналов с витыми трубами (рис. 4), при дистанционировании кольцевых твэлов (рис. 2, в) или

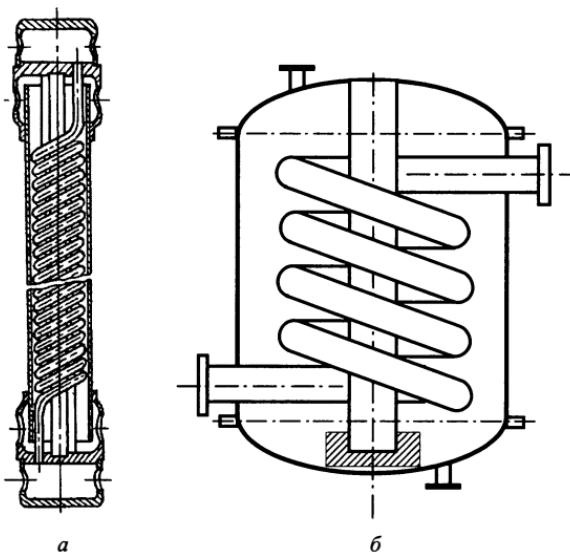


Рис. 4. Осуществление теплосъема при обтекании спирально витых труб в кольцевой области течения теплоносителя: а — модуль змеевикового парогенератора, б — схема теплообменника с витой трубой

при внешнем обтекании винтообразно закрученных профилированных труб (рис. 2, е). Учет поперечной циркуляции потока в этих случаях позволяет более точно оценить температурный режим установок.

В атомной энергетике использование теплопередающих поверхностей, выполненных в виде витых труб или змеевиков, остается весьма привлекательным для создания более компактных теплообменных аппаратов не только в энергоустановках с газоохлаждаемыми реакторами [33], но и с водо-водяными и быстрыми реакторами [34]. В работе [34] рассмотрена возможность использования змеевиков малого диаметра навивки в жидкотемпературных теплообменных аппаратах в качестве парогенерирующих элементов (рис. 4, а). Высокая теплонапряженность змеевиковых парогенерирующих каналов обуславливает возможность создания мультимодульной конструкции парогенератора, обладающей повышенной безопасностью. Теплообменники с витыми трубами обладают рядом преимуществ по сравнению с конструкциями прямотрубных теплообменников. За счет спиральной формы обтекаемой поверхности происходит компенсация температурных удлинений.

Применение однорядных крутозагнутых змеевиков (рис. 4, а, б) позволяет упростить конструкцию теплообменника, исключив необходимость применения металлоемких трубных досок, а также повысить интенсивность теплообмена вследствие преимущественно поперечного обтекания трубного пучка. Вторичные течения в змеевиковых трубах обеспечивают увеличение коэффициентов теплоотдачи для однофазных потоков и для большинства режимов двухфазного течения. Однако для достижения заметного уровня интенсификации теплообмена внутри змеевиковых каналов требуется максимальное уменьшение диаметра изгиба труб [35].

Сфера применения закручивающих устройств для интенсификации теплообмена весьма широка и охватывает различные области технического использования: в активных зонах и теплообменном оборудовании ЯЭУ и АЭС, в теплообменниках турбокотлоагрегатов (воздухоподогревателях, экономайзерах, парогенерирующих каналах, калориферах, перегревателях, конденсаторах), в теплообменном оборудовании ракетной и аэрокосмической техники, в теплообменных устройствах систем кондиционирования, в теплообменных и технологических аппаратах химической и нефтеперерабатывающей промышленности и т. д.

1.3. Физические особенности турбулентных закрученных потоков в каналах с завихрителями

1.3.1. Вопросы терминологии

Определение понятия «закрученный поток». В научно-технической литературе термин «закрученные потоки» получил весьма широкое распространение, хотя само это понятие является скорее описательным, чем точным, ввиду отсутствия его строгого определения, и может трактоваться по-разному. Изложение предлагаемого в настоящей работе материала поэтому следует начать с определения того класса течений, к которым принадлежат закрученные потоки в каналах с завихрителями.

Прежде всего в данной работе речь пойдет об *однофазных потоках вязких несжимаемых жидкостей*, которые соответствуют процессу вынужденной конвекции в энергонапряженных каналах ядерно-энергетических установок и теплообменного оборудования. Необходимость обеспечения надежного теплоотвода в условиях больших тепловых нагрузок связана с реализацией *турбулентного режима течения* в каналах в целях получения высоких коэффициентов теплоотдачи. Генерация закрутки потока с помощью различных закручивающих устройств, как уже говорилось выше, способствует интенсификации теплообмена и выравниванию температурных неравномерностей в каналах. Не вдаваясь в детали классификаций ограниченных закрученных потоков, приводимые различными авторами [6–9], выделим типы закрученных

потоков в каналах, соответствующие основным типам завихрителей, описанным в предыдущем разделе (п. 1.2). Это а) затухающие закрученные потоки, которые имеют место в свободных каналах за расположенным на входе завихрителями (рис. 1-III), б) закрученные потоки, в которых постоянный уровень интенсивности закрутки формируется и поддерживается с помощью завихрителей на всем протяжении канала (рис. 1-I, 2) и в) закрученные потоки в каналах с периодически расположенными завихрителями, особенностью которых является существенно неустановившийся характер течения: закрутка потока нарастает на участках, где расположены завихрители и затухает в промежутках между ними (рис. 1-II). Из всех этих типов закрученных течений в каналах наиболее изученными являются затухающие закрученные течения. В настоящей же работе основное внимание уделено расчетному моделированию последних двух типов закрученных потоков.

Использование термина «закрученный поток» при рассмотрении процессов гидродинамики и теплообмена в каналах с завихрителями всех типов указывает на две характерные особенности течения: движение жидкости в канале является *вихревым циркуляционным (вращательно-поступательным)* одновременно, т. е. характеризуется локальной завихренностью ω и крупномасштабной поперечной циркуляцией потока, обусловленной наличием тангенциальной компоненты скорости, соизмеримой с расходной скоростью в канале.

Следует обратить внимание на то, что *вихревой поток*, т. е. поток с отличной от нуля завихренностью $\omega \equiv 1/2 \operatorname{rot} \mathbf{u} \neq 0$ в каждой точке поля течения, в общем случае не является закрученным. Например, установившееся и неустановившееся течение вязкой жидкости в канале при ламинарном и турбулентном режимах течения является вихревым, так как в любой точке потока будет выполняться условие $\operatorname{rot} \mathbf{u} \neq 0$. При этом при прямолинейном движении жидкости вращательная (тангенциальная) компонента осредненной скорости течения отсутствует.

В то же время можно указать вращающиеся течения, для которых $\operatorname{rot} \mathbf{u} = 0$, т. е. *безвихревые циркуляционные* течения. Это слоистые течения типа течения Куэтта [36]. Такие течения являются *потенциальными (безвихревыми)* и могут существовать как в вязкой, так и в невязкой жидкости. Например, при вращении цилиндра в неограниченной жидкости или при течении между двумя вращающимися цилиндрами с определенным соотношением угловых скоростей вращения. В таких течениях радиальное распределение тангенциальной скорости u_ϕ соответствует закону $u_\phi = \operatorname{const}/r$.

Таким образом в настоящей работе термин *закрученный поток* используется по отношению к потоку, формирующемуся при вынужденном течении жидкости в каналах с завихрителями, и означает *ограниченное поверхностью канала внутреннее вращательно-по-*

*ступательное вихревое течение жидкости*¹⁾, характеризующееся отличной от нуля циркуляцией скорости в масштабе поперечного сечения канала.

Оценка интенсивности закрутки потока. Вопрос об оценке интенсивности закрутки потока в каналах также не является однозначным. Исторически сложилось так, что в начальный период исследований закрученных течений интенсивность закрутки потока в каналах связывали, как правило, с геометрическими параметрами завихрителей. Так, например, применительно к тангенциальным завихрителям центробежных форсунок Г. Н. Абрамовичем [37] была предложена так называемая *геометрическая характеристика*, которую можно рассматривать как критерий кинематического подобия поступательно-вращательно движущихся в диафрагмированной трубе потоков. В работе [31] этот критерий был обобщен на случай тангенциально-лопаточного, улиточного и аксиально-тангенциального завихрителей. Разворнутая информация по определению *геометрических параметров закрутки* различных завихрителей дана в монографиях [7, 9]. Во многих экспериментальных работах степень закрутки потока оценивалась просто углом наклона закручивающих элементов, а в случае ленточных и шnekовых завихрителей — значением относительного шага винтовой линии, по которой скручены эти элементы.

По мере накопления результатов экспериментов для обобщения экспериментальных данных стали использоваться разнообразные параметры, описанные в работах [6, 7, 31, 38], которые характеризуют соотношения между величинами максимальных или осредненных вращательной и осевой составляющих скоростей или отношение поверхностных касательных напряжений трения в тангенциальном и осевом направлениях. В последнем случае в рассмотрение вводится предельный угол закрутки потока на поверхности канала θ_w , определяемый соотношением $\operatorname{tg} \theta_w = \tau_{\phi w} / \tau_{zw}$, где $\tau_{\phi w}$, τ_{zw} — проекции поверхностного напряжения трения в угловом и продольном направлениях. Считая, что в пристенной области угол закрутки потока слабо изменяется по радиусу канала [6], принимают, что $\operatorname{tg} \theta_w \approx u_\phi / u_z$, где u_ϕ , u_z — измеряемые в экспериментах составляющие скорости потока в пристенной области.

По научным публикациям можно отметить, что, начиная приблизительно с середины 1960-х годов, для оценки интенсивности закрутки начали использовать интегральные параметры, характеризующие относительную величину потока импульса в тангенциальном направлении. Различные модификации этих параметров подробно описаны в монографиях [6, 7, 9, 18].

¹⁾ Под термином «жидкость», как это принято в механике сплошных сред, будем подразумевать и жидкость и газ (см. Л. Г. Лойцянский [85], стр. 14).

Весьма показательным параметром для оценки интенсивности закрутки также может являться циркуляция скорости $\Gamma \equiv \int \int_s (\omega n) dS = \oint_c (\mathbf{u} e_\phi) dC = 2\pi r u_\phi$, где S — площадь поперечного сечения круглого канала, ω — вектор завихренности, n — вектор единичной нормали к площадке S , \mathbf{u} — вектор скорости потока, e_ϕ — единичный вектор в тангенциальном направлении, C контур циркуляции скорости. Этот параметр используется, например, в работах [4, 8, 39, 40].

Такое разнообразие параметров и отсутствие единого метода оценки интенсивности закрутки потока при использовании различного типа закручивающих устройств существенно затрудняло сопоставление результатов исследований гидродинамики и теплообмена в каналах с завихрителями. Это не могло не привести к тому, что определенные усилия были направлены на поиски универсального параметра, наилучшим образом характеризующего особенности локальной структуры закрученного потока и его интегральные свойства. Как показано в работах [6, 7, 38], на основе большого объема накопленных экспериментальных данных удалось провести сравнительный анализ, в результате которого был выявлен единый параметр, наиболее полно выражющий основные особенности закрученных потоков независимо от способа их генерации.

Таким параметром является *интегральный параметр закрутки* Y (параметр Хигера – Бэра [41]), служащий для характеристики интенсивности закрутки потока в каналах с переменным по радиусу полем скорости и определяемый как отношение осевой составляющей потока момента импульса $M = 2\pi \int_0^R \rho u_\phi u_z r^2 dr$ к произведению осевой составляющей потока импульса $K = 2\pi \int_0^R \rho u_z^2 r dr$ на радиус канала R :

$$Y = \frac{\int_0^R \rho u_\phi u_z r^2 dr}{R \int_0^R \rho u_z^2 r dr} = \frac{M}{RK}. \quad (1.1)$$

Определение интегрального параметра закрутки Y для каналов кольцевой геометрии соответствует зависимости (1.1) с заменой нижнего и верхнего пределов интегрирования в выражениях для M и K соответственно радиусами внутренней и внешней поверхностей канала, при этом в знаменателе формулы (1.1) вместо R берется радиус внешней (вогнутой) поверхности кольцевого канала.

По своей сути интегральный параметр закрутки Y характеризует относительную величину потоков импульса, переносимых в угловом и продольном направлениях, и именно этот параметр в настоящее время используется в абсолютном числе публикаций, посвященных исследованию закрученных потоков. Более сложные модификации интегрального параметра закрутки, учитывающие вклад сдвиговых рей-

нольдсовых напряжений в выражение для осевой составляющей потока момента импульса M и нормальных рейнольдсовых напряжений и давления в выражение для осевой составляющей потока импульса K [9, 18], не получили широкого распространения, так как являются трудно определяемыми и громоздкими, к тому же поправки, вносимые учетом рейнольдсовых напряжений в большинстве случаев оказываются пре-небрежимо малы.

Весьма интересным оказался тот факт, что для закрученных течений существуют общие закономерности, связанные с влиянием интенсивности закрутки потока на формирование полей скорости и давления в канале.

1.3.2. Основные закономерности закрученных течений.

Связь интенсивности закрутки потока с формированием поля скорости закрученного течения в канале

На основании большого числа экспериментальных исследований затухающих закрученных течений [6, 7, 42, 43] и др. установлено, что при использовании завихрителей различной геометрии лишь на незначительном по протяженности участке, расположенном непосредственно за завихрителем и имеющем длину z^* от половины до пяти калибров канала для различных завихрителей ($z^* = (0,5\text{--}5)d$, где d — характерный размер канала), распределение составляющих скорости, статического и полного давления определяется способом закрутки и геометрическими параметрами завихрителя. На основном же участке течения закрученного потока¹⁾ профили осевой u_z и вращательной u_ϕ компонент скорости, а также радиальное распределение других локальных параметров закрученного течения не зависят от способа начальной закрутки, а определяются только ее интенсивностью, характеризуемой обычно интегральным параметром закрутки Y (1.1). При этом существует пороговая величина интегрального параметра закрутки Y^* , начиная с которой при $Y > Y^*$ профиль окружной скорости можно разделить на две зоны (см. рис. 5): 1 — зону квазитвердого вращения (или «вынужденного» вихря) и 2 — зону квазипотенциального течения (или зону «свободного вихря» — течения с постоянной циркуляцией $\Gamma = u_\phi r = \text{const}$).

При $Y < Y^*$ максимальное значение окружной скорости достигается вблизи стенки (за пределами вязкого подслоя). Согласно опытным данным различных авторов [6, 7, 9, 42], значение Y^* оценивается приблизительно в интервале $0,23 < Y^* < 0,30$, хотя теоретический критерий оценки значения пороговой величины интегрального параметра закрутки Y^* в литературе отсутствует.

¹⁾ Основной участок соответствует расстояниям $z^* < z < z^{**}$, где z^{**} — длина, на которой происходит затухание закрученного течения под действием сил трения в гладком канале. Для турбулентных режимов течения длина z^{**} может быть определена уравнениями (2.1)–(2.2) работы [6].

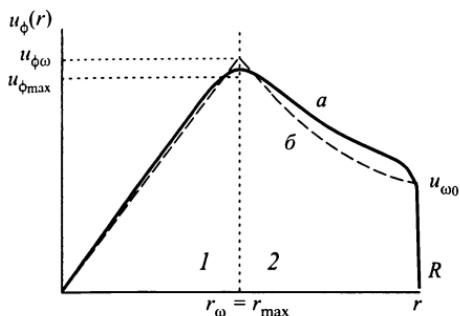


Рис. 5. Распределение окружной скорости закрученного потока в трубе при интенсивности закрутки $Y > Y^*$: a — типичное распределение реальной скорости, b — идеализированный профиль; 1 — зона квазитвердого вращения с угловой скоростью $u_\phi = \omega r$ ($0 < r < r_\omega$), 2 — зона квазипотенциального течения ($r_w \leq r \leq R$)

На рис. 5 схематически представлены идеализированный профиль окружной скорости, соответствующий скоростному распределению в классическом вихре (пунктир), и реальный профиль $u_\phi(r)$ при интенсивности закрутки $Y > Y^*$ (сплошная линия).

Распределение окружной скорости в идеализированном вихре описывается зависимостями:

$$u_\phi = \begin{cases} \omega r & \text{при } 0 < r < r_\omega, \\ \frac{u_{\phi\omega}r_\omega}{r} & \text{при } r_w \leq r \leq R, \end{cases} \quad (1.2)$$

где ω угловая скорость в области квазитвердого вращения, r_ω — радиус, соответствующий максимальной окружной скорости $u_\phi = (u_{\phi\omega}r_\omega)/r$ и определяющий границу между областями 1 и 2.

Экспериментально наблюдаемое распределение скорости $u_\phi(r)$ имеет более сглаженный максимум по сравнению с идеализированным профилем ($u_{\phi\max} < u_{\phi\omega}$), хорошо согласуется с квазитвердым характером вращения в центральной области канала 1 и несколько отличается от закономерности потенциального (безвихревого) течения в зоне 2. В работах [6, 39] отмечается, что вместо условия постоянства циркуляции в области между максимальным значением скорости и вязким подслоем наблюдается ее небольшой рост по радиусу канала с максимумом вблизи его поверхности. Наиболее часто опытные данные по измерению реального профиля тангенциальной скорости аппроксимируются эмпирическими зависимостями, построенными по типу комбинированного вихря Рэнкина или Бюргерса:

$$u_\phi(r, z) = u_\phi(R, z) \frac{R}{r} \left(1 - e^{-B(z)(r/R)^2} \right), \quad (1.3)$$

при этом для описания множителя $B(z)$ в показателе экспоненты используются самые различные эмпирические зависимости от константы (как, например, в работе [44]) до сложной функции, параметром в которой служит интегральный параметр закрутки Y (1.1), как это сделано в работе [45], где для $B(z)$ получено выражение:

$$B(z) = 0,89 + 0,75Y^{0.5} \exp(-2,4Y). \quad (1.4)$$

Поскольку Y соответствует локальному распределению осевой $u_z(r, z)$ и окружной $u_\phi(r, z)$ компонент скорости в каждой точке z , то такой подход приводит к неявному описанию профиля тангенциальной скорости и требует основательного экспериментального подтверждения.

Проведенный В. К. Щукиным и А. А. Халатовым [6, 7] анализ большого массива экспериментальных данных по структуре затухающих закрученных потоков на основном участке течения, полученных при различных способах начальной закрутки, позволил также выявить однозначную связь интегрального параметра закрутки Y с предельным углом закрутки потока на поверхности канала θ_w .

В подтверждение этого факта можно также привести результаты, полученные японскими авторами Сено и Нагата в работе [42]. В ней отмечается, что соотношение между углом закрутки потока на стенке и интегральным параметром закрутки должно зависеть от радиального распределения скорости. Естественно предположить, что, поскольку реальный профиль окружной скорости $u_\phi(r)$ является комбинацией свободного и вынужденного вихрей, значения Y для реального профиля должны располагаться между двумя предельными значениями параметра Y , вычисленными для случаев, когда все сечение канала занято только свободным или только вынужденным вихрем.

На рис. 6 представлено сравнение зависимостей интегрального параметра закрутки Y от локального угла закрутки на стенке θ_w , полученных для этих предельных случаев с экспериментальными данными для закрученного потока воздуха в трубе с различной степенью шероховатости поверхности при турбулентном режиме течения ($Re = (1,50-1,85) \cdot 10^5$). Для определенного угла закрутки потока на стенке θ_w минимальное значение интегрального параметра закрутки соответствует кривой, полученной для распределения скорости в виде вынужденного вихря (кривая 1), а максимальное — кривой, полученной для распределения скорости в виде свободного вихря (кривая 2).

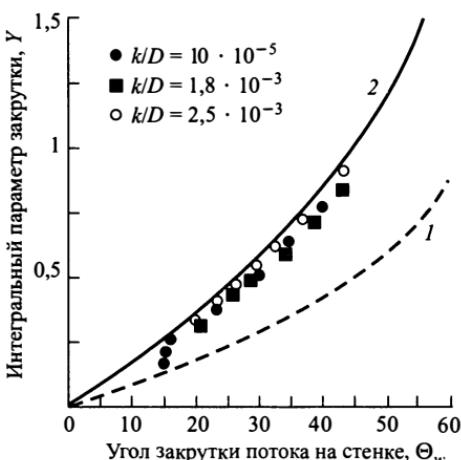


Рис. 6. Связь между интегральным Y и локальным θ_w параметрами закрутки: 1 — зависимость $Y_{\text{вв}} = 0,5 \operatorname{tg} \theta_w$, соответствующая вынужденному вихрю, 2 — зависимость $Y_{\text{св}} = \operatorname{tg} \theta_w$, соответствующая свободному вихрю, значками обозначены значения Y , соответствующие экспериментальным данным при различном отношении высоты выступов шероховатости k к внутреннему диаметру трубы D .

Эксперименты показали, что для любой величины поверхностного трения, соответствующего различному уровню шероховатости поверхности, закон вращения жидкости в канале при интенсивности закрутки $Y > 0,3$ приближается к закону вращения свободного вихря и интенсивность закрутки реального потока составляет $\sim 85\%$ от интенсивности закрутки в свободном вихре $Y_{\text{св}}$ при одном и том же угле закрутки на стенке, т. е. $Y = 0,85Y_{\text{св}} = 0,85 \operatorname{tg} \theta_w$, тогда как при слабой закрутке потока при снижении Y до значений 0,2 и ниже происходит переход к закономерности квазитвердого вращения с постепенным затуханием закрутки до нуля. В работе [6] для связи Y и θ_w при обобщении опытных данных по аксиально-лопаточным завихрителям получена очень близкая зависимость:

$$\operatorname{tg} \theta_w = 1,13 \cdot Y^{0.82}, \text{ что соответствует } Y = 0,86(\operatorname{tg} \theta_w)^{1.2}. \quad (1.5)$$

Действие сил инерции при превышении порогового значения интенсивности закрутки приводит к существенному отличию профилей продольной и полной скорости, а также поля давления в закрученном потоке жидкости от распределения этих характеристик в незакрученном потоке, что характерно как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения.

Важнейшим свойством внутренних закрученных течений с высокой интенсивностью закрутки при $Y > Y^*$ является возникновение области рециркуляционного течения в приосевой части канала. Из уравнения неразрывности для осесимметричных потоков следует, что величина радиальной составляющей скорости u_z связана с интенсивностью изменения осевой скорости u_z по продольной координате. Эксперименты и расчетные оценки показывают [6, 7], что для рабочих режимов течения в каналах с завихрителями во всей области течения за исключением очень тонкого пристеночного слоя величина радиальной компоненты скорости на порядок и более ниже по абсолютному значению, чем осевая и тангенциальная скорости. При малой величине радиальной составляющей скорости из закона сохранения импульса следует, что в любой точке потока имеет место приблизительное локальное равновесие радиального градиента давления и центробежной силы:

$$\frac{\partial P}{\partial r} \approx \rho \frac{u_\phi^2}{r}. \quad (1.6)$$

Значительный радиальный градиент давления, обусловленный величиной тангенциальной составляющей скорости (1.6), становится причиной возникновения области обратного (рециркуляционного) течения. Такое течение с отрицательной осевой скоростью u_z имеет место в приосевой зоне канала, где, как говорилось выше, наблюдается закономерность квазитвердого вращения. При этом максимальные значения осевой и суммарной скоростей располагаются в периферийной области цилиндрического канала и значительно превосходят среднерасходное значение скорости.

При уменьшении интенсивности закрутки, которое в затухающем закрученном потоке происходит по мере удаления от завихрителя под действием сил трения, осевая u_z и суммарная u скорости потока в периферийной области уменьшаются, а в приосевой зоне возрастают, область обратного течения постепенно вырождается, преобразуясь в «провал», характерный для течения за плохообтекаемым телом. Одновременно происходит уменьшение тангенциальной скорости $u_\phi(r)$, причем вначале уменьшение более заметно выражено в периферийной области канала (области 2 на рис. 5), а при дальнейшем снижении интенсивности закрутки — в центральной области (области 1). Это приводит к постепенному вырождению максимума вращательной скорости и формированию профиля «квазивердого вращения» во всем сечении канала.

При интенсивной закрутке потока существуют области положительного и отрицательного избыточного давления (по отношению к давлению на выходе из канала) и отмечается существенный перепад давления между стенкой канала и его осью. В процессе затухания закрутки статическое давление в периферийной области канала уменьшается, а в приосевой возрастает, при этом радиус его нулевого значения постепенно смещается к оси канала, что приводит к выравниванию профиля давления. Таким образом, течение затухающего закрученного потока характеризуется наличием областей потока с противоположными продольными градиентами статического давления: отрицательным в области 2 и положительным в области 1 (рис. 5). Следует отметить, что в отличие от незакрученных течений знаки градиентов скорости и давления в затухающих закрученных потоках совпадают между собой.

Ключевыми параметрами, по которым обычно проводится обобщение и сопоставление экспериментальных данных по структуре затухающих закрученных течений, являются: радиус максимального значения тангенциальной скорости r_{\max} , максимальное значение тангенциальной скорости $u_{\phi\max}$, максимальное значение циркуляции тангенциальной скорости $\Gamma_{\max} = u_{\phi} R$, радиус нулевого значения избыточного давления r_{p0} и коррелирующий с ним радиус зоны обратных токов (зоны рециркуляции) $r_{\text{обр}}$. На основе обобщения результатов обширных экспериментальных исследований различных авторов в работах [6, 7] для всех перечисленных выше параметров получены эмпирические зависимости от интегрального параметра закрутки Y (1.1):

— при $Y > 0,5$ значение r_{\max} определяется уравнением

$$r_{\max} = 0,56RY^{0,69}, \quad (1.7)$$

в интервале $0,23 < Y < 0,5$ величина r_{\max} сохраняется приблизительно на постоянном уровне, равном 0,35–0,37, при $0,17 < Y < 0,23$ происходит вырождение максимума $u_{\phi}(r)$ и при $Y < 0,17$ изменение тангенциальной скорости практически соответствует закону квазивердого вращения с максимумом вблизи поверхности канала;

— для максимального значения вращательной скорости при $Y > 0,23$ получено

$$u_{\phi \max} = 2,18 \bar{u}_z Y^{0,78}, \quad (1.8)$$

причем из сравнения зависимостей (1.3) и (1.5) можно заключить, что в рассмотренном в работе [6] диапазоне обобщения данных $0,23 < \bar{Y} < 1,3$ отношение $u_{\phi \max}/\bar{u}_z$ приблизительно в два раза превосходит значение тангенса угла закрутки потока на стенке $\operatorname{tg} \theta_w$ ¹⁾;

— для определения максимального значения циркуляции вращательной скорости предлагается использовать уравнение

$$\Gamma_{\max} = 1,02 u_{z \max} R Y^{0,82}, \quad (1.9)$$

а для радиусов нулевого значения избыточного давления r_{p0} и зоны обратных токов $r_{\text{обр}}$ при течении воздуха в трубах соответственно уравнения (1.10) и (1.11):

$$r_{p0} = 0,36 R (Y - 0,2)^{0,89}, \quad (1.10)$$

$$r_{\text{обр}} = 0,3 R (Y - 0,24)^{0,72}. \quad (1.11)$$

С условием возникновения области рециркуляционного течения часто связывают деление закрученных потоков на «слабозакрученные» (без зоны рециркуляции) и «сильнозакрученные» (с существованием рециркуляционной зоны) [9, 12, 44]. Однако, кроме замеченного в работе [31] факта неприменимости такой классификации к области течения в непосредственной близости от завихрителя, следует отметить ее относительность и на участке основного течения закрученного потока, так как данные различных авторов по определению значения интегрального параметра закрутки, соответствующего возникновению зоны обратных токов, имеют большой разброс. Так, обобщение опытных данных для завихрителей различного типа по эмпирическим зависимостям, приводимым в работах [6, 7], показывает, что при течении воздуха в канале зона обратного течения может возникать при $Y > 0,24$ (согласно зависимости (1.11)), а при течении воды только при $Y > 0,95$ (так как в этом случае $r_{\text{обр}} = 0,34 R (Y - 0,95)^{0,69}$). В монографии [9] отмечается, что в камерах сгорания рециркуляционное течение в форме центральной тороидальной вихревой зоны возникает при $Y > 0,6$ и отсутствует при более низких уровнях закрутки. В этом случае, правда, необходимо учитывать отличие конструкции камер сгорания от протяженных цилиндрических каналов, т. е. рассматривать процесс истечения закрученной струи с горением в расширяющееся пространство, имеющее сравнимые продольный и поперечные размеры. По данным работы [42], для течения воздуха в шероховатых трубах рециркуляционное течение возникает при $Y \geq 0,4$. Такие различия в определении

¹⁾ К аналогичному выводу на основе собственных экспериментов пришли и авторы работы [42].

значения интегрального параметра закрутки, соответствующего появлению рециркуляционного течения, могут быть обусловлены различием уровня гидравлического сопротивления и энергетических потерь при движении закрученного потока в канале, что влияет на соотношение продольного и радиального градиентов давления.

Обширный материал, посвященный особенностям структуры закрученных течений в непосредственной близости от локальных завихрителей, генерирующих затухающее закрученное течение в каналах, представлен в большом количестве публикаций, среди которых можно отметить работы [6, 7, 18, 31].

В настоящем разделе ограничимся приведенным выше качественным описанием общих закономерностей закрученных течений, так как это важно для дальнейшего изложения. Более подробно вопросы, связанные с математическим описанием профилей скорости закрученного течения, и иллюстративный материал, отражающий динамику взаимного изменения профилей тангенциальной, осевой и радиальной компонент скорости и давления при изменении интенсивности закрутки потока, изложены в гл. 4 настоящей работы.

Поскольку основной акцент в настоящей работе сделан на использование закручающих устройств, создающих и поддерживающих закрутку потока на всем протяжении каналов и имеющих поперечные размеры, меньшие поперечных размеров каналов, перейдем к рассмотрению других наиболее характерных физических особенностей рассматриваемых течений, влияющих на гидродинамику и теплообмен в каналах, таких, как вторичные течения, отрыв и присоединение потока.

1.3.3. Вторичные течения

Многочисленные экспериментальные исследования [5, 16, 28, 46–49] показали, что структура потока при развитом турбулентном течении в каналах с завихрителями типа скрученных лент или шнековых вставок, полностью перекрывающих проходное сечение каналов, имеет характерную особенность, связанную с возникновением вторичных течений¹⁾ в виде системы парных вихрей на фоне винтового течения, соответствующего квазитвердому вращению в ядре потока, наложенному на практически равномерное осевое течение (рис. 7).

В. К. Щукиным в работе [5] отмечается, что течение жидкости в одном из двух каналов, образованных скрученной лентой и стенками трубы (рис. 1, а), или движение жидкости в винтовых каналах шнековых вставок (рис. 2, а, б) может рассматриваться как течение через змеевик, диаметр изгиба которого зависит от шага завихрителя. Механизм возникновения вторичных вихревых течений в этом случае связан с неоднородностью распределения центробежных сил, обусловленной

¹⁾ Вторичные течения — это осредненные по времени течения, которые развиваются в плоскости, перпендикулярной направлению основного потока.

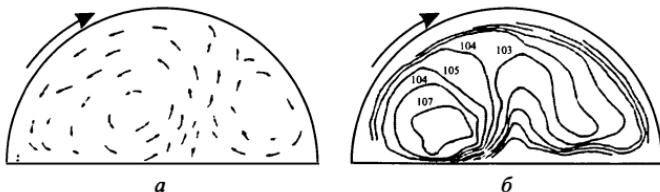


Рис. 7. Типичное распределение поля скорости при турбулентном течении в трубе со скрученной лентой: *а* – направление линий тока вторичного течения при числе Рейнольдса $Re = \bar{u}_z d / \nu = 3,1 \cdot 10^5$; *б* – изотахи осевой скорости при $Re = 6,2 \cdot 10^4$ (воздух, $H/d = 4,76$, H – полу шаг закрутки ленты, d – внутренний диаметр трубы, данные работы [49])

ленной неравномерным распределением скорости в поперечном сечении канала¹⁾. При этом для центробежной силы \mathbf{F} в любой точке потока выполняются условие $\text{rot } \mathbf{F} \neq 0$, которое означает наличие внутреннего постоянно действующего закручивающего момента, что приводит к возникновению циркуляционного течения в форме парных вихрей. Такие течения являются устойчивыми и классифицируются в работах [5, 50] как *вторичные течения первого рода*. В работе [5] указывается, что характерным признаком вторичного течения первого рода является взаимно перпендикулярное направление векторов центробежной силы \mathbf{F} и ее производной по нормали к поверхности $\partial \mathbf{F} / \partial n$. Следует однако заметить, что это определение справедливо не для всех точек периметра канала. Условие $\text{rot } \mathbf{F} \neq 0$ в данном случае является более общим.

Формы вихревых течений, имеющих место в изогнутых каналах, показаны на рис. 8. В каналах прямоугольного сечения существенное

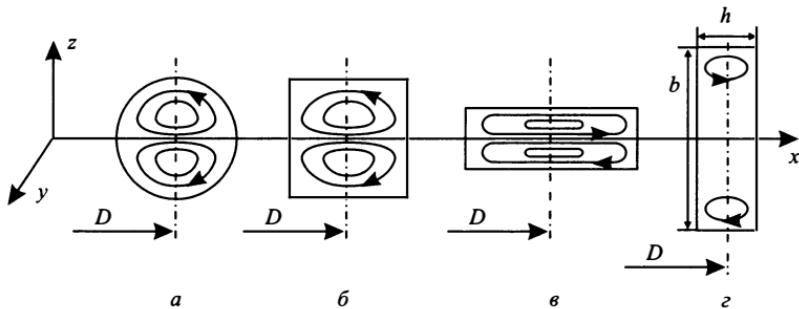


Рис. 8. Форма вторичных течений первого рода в криволинейных каналах различного сечения [5]: *а* – изогнутая труба, *б* – изогнутый канал квадратного сечения, *в*, *г* – каналы прямоугольного сечения со сторонами $h > b$ (*в*) и $h < b$ (*г*). D – средний диаметр изгиба канала

¹⁾ Влияние сил Кориолиса на формирование вихревой структуры течений возможно только в случае существенно неустановившихся или неизотермических течений, когда величина радиальной компоненты скорости может быть сравнима с продольной и тангенциальной компонентами.

влияние на структуру потока наряду с кривизной может оказывать и соотношение сторон h/b . В любом случае вторичное циркуляционное движение локализуется у торцевых (радиальных) стенок канала. При соизмеримых длинах сторон и при $h > b$ наблюдается вторичное циркуляционное движение в виде двух противоположно направленных вихрей, заполняющих собой все сечение канала (рис. 8, б, в), аналогичное вихревому движению в змеевиковых трубах (рис. 8, а). В плоском криволинейном канале, так же как в трубах со шнековыми завихрителями, радиальный размер поперечного сечения канала h обычно значительно меньше его ширины b , поэтому вторичные течения первого рода могут возникнуть только около боковых стенок канала и занимать небольшую часть его поперечного сечения (рис. 8, г), практически не влияя на общие закономерности течения.

Кроме того, при закрутке потока в круглых и кольцевых каналах в области движения жидкости около вогнутой поверхности создаются благоприятные условия для возникновения вторичных течений типа

вихрей Тейлора – Гертлера, которые имеют чередующееся левое и правое вращения, а их оси совпадают с общим направлением потока (рис. 9). В работах [5, 50] такие течения классифицируются как *вторичные течения второго рода* и, по определению работы [5], характеризуются противоположным направлением векторов центробежной силы и ее производной по нормали к поверхности. В этом случае $\text{rot } \mathbf{F} = 0$, и условия возникновения вихревых структур связаны с появлением гидродинамической неустойчивости потока.

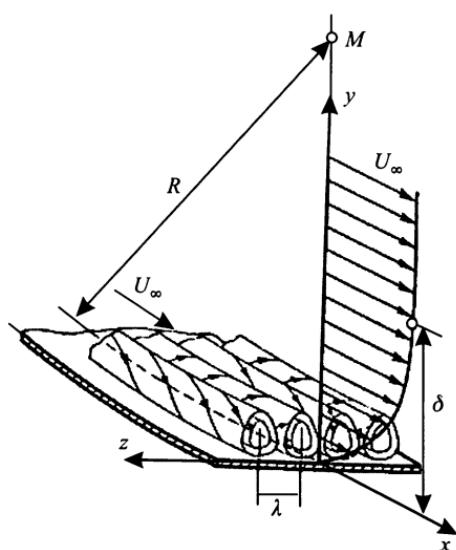


Рис. 9. Форма вихрей Тейлора – Гертлера

Вопросы потери устойчивости ламинарного течения при обтекании криволинейных по-

верхностей и условия перехода ламинарной формы течения в турбулентную с возникновением промежуточного вихревого ламинарного режима течения изложены в монографии Г. Шлихтинга [36]. Обзор работ, посвященных экспериментальному изучению вторичных течений в изогнутых каналах, а также результаты собственных исследований этой проблемы приводятся в монографиях Ю. Вилемаса и П. Пошкаса [51] и Б.П. Устименко [15]. Обобщая результаты исследований, В.К. Щукин [5] указывает на четыре характерных режима течения в криволинейных (изогнутых) каналах: ламинарный, ламинарный с макровихрями,

турбулентный и турбулентный с макровихрями, хотя до сих пор вопрос о разграничении последних двух режимов остается открытым. Границы между первыми тремя режимами течения достаточно четко выявляются экспериментально путем визуализации потока и в результате анализа зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от режимных параметров течения и геометрии канала.

Из всей обобщенной в указанных монографиях и других разрозненных работах информации по поводу вторичных течений относительно завихрителей, полностью перекрывающих ширину канала, можно заключить следующее.

Для анализа устойчивости движения жидкости в криволинейном канале, образованном стенками трубы и закручивающей ленточной или шнековой вставкой, используется число Дина [5]:

$$De = \frac{\bar{u}d_h}{\nu} \sqrt{\frac{d}{D}} = Re \sqrt{\frac{d}{D}}, \quad (1.12)$$

где \bar{u} — средняя расходная скорость в канале, d_h — гидравлический диаметр канала, d — характерный поперечный размер канала без завихрителя: для каналов с ленточными вставками характерный размер d равен внутреннему диаметру круглой трубы, а для труб со шнековыми завихрителями $d = h$, где h — ширина кольцевого зазора (рис. 8, *г*), D — диаметр кривизны осевой линии криволинейного канала, образованного стенками трубы и закручивающей вставки: $D = \bar{d}/\sin^2 \bar{\alpha}$, где \bar{d} — средний диаметр канала и $\bar{\alpha}$ — средний угол закрутки ленточной вставки или шнека по отношению к продольной оси канала.

Условием возникновения вторичных течений первого рода (ламинарного течения с макровихрями) в трубах с ленточными и шнековыми завихрителями является условие превышения критического значения числа Дина $De_{kp1} = 11,6$:

$$De \geq De_{kp1} \text{ или } De = \frac{\bar{u}d_h}{\nu} \sqrt{\frac{d}{D}} \geq 11,6. \quad (1.13)$$

Обобщение опытных данных по определению критического значения числа Рейнольдса Re_{kp} , соответствующего началу турбулентного режима при полностью стабилизированном движении жидкости в змеевиковых трубах с $D/d = 15-860$ позволило получить:

$$Re_{kp} = 2 \cdot 10^4 \left(\frac{d}{D} \right)^{0.32}. \quad (1.14)$$

При этом отмечается, что форма канала слабо влияет на величину Re_{kp} , что дает возможность использовать соотношение (1.14) для оценки режима течения в трубах с ленточными вставками. Полученная эмпирическая зависимость отражает тот факт, что увеличение кривизны канала сопровождается увеличением критического значения

числа Рейнольдса, т. е. вторичные течения первого рода задерживают возникновение турбулентности.

При закрутке потока тангенциальными и лопаточными завихрителями (рис. 1-III) также имеет место винтообразное движение жидкости, но при этом возможно возникновение только вторичных течений второго рода, так как в таком потоке нет радиальных стенок, вызывающих вторичные течения первого рода.

Условие появления вторичных течений второго рода (также ламинарного течения с макровихрями) теоретически было получено Ди-ном [52] при расчете устойчивости потока вязкой жидкости методом малых возмущений в плоском криволинейном канале при малой ширине зазора ($h \ll D$, $h \ll b$). В этой работе было выявлено, что потеря устойчивости течения определяется критическим параметром

$$De_{kp2} = \frac{2\bar{u}h}{\nu} \sqrt{\frac{h}{D_1}} = 51, \text{ где } D_1 \text{ диаметр выпуклой поверхности канала.}$$

При дальнейшем увеличении числа Дина течение приобретает вихревую структуру в виде регулярно расположенных вихрей, оси которых совпадают с направлением основного течения. Этот результат был подтвержден экспериментальными исследованиями.

Таким образом, условием появления вторичных течений второго рода в винтообразных каналах с завихрителями, полностью перекрывающими ширину кольцевого зазора (рис. 2, а), можно считать условие превышения второго критического числа Дина:

$$De \geq De_{kp2} \text{ или } De = \frac{\bar{u}d_h}{\nu} \sqrt{\frac{d}{D}} \geq 51. \quad (1.15)$$

Исследования структуры вторичных течений в плоском криволинейном канале при $D/h = 95$ и $h \ll b$ показали [51, 220], что в диапазоне чисел Дина $De = 112-160$ (что соответствует числам Рейнольдса $Re \sim 10^3-1,5 \cdot 10^3$) возникающие вихри типа вихрей Тейлора [54] могут занимать все пространство между вогнутой и выпуклой стенками, причем расстояние между вихрями остается постоянным, а размеры вихрей зависят не от числа Рейнольдса Re , а определяются геометрическими характеристиками канала. Картина течения при более высоких числах Рейнольдса ($Re > 1,7 \cdot 10^3$) начинает меняться: в продольном направлении поток приобретает периодичность в форме продольных волн, налагаемых на вторичное течение, которые сносятся вихрями в направлении потока. Эта ситуация предшествует возникновению полностью развитого турбулентного течения в плоском криволинейном канале.

Экспериментально установлено, что у вогнутой стенки пульсационные характеристики потока в криволинейных каналах увеличиваются, а у выпуклой — уменьшаются. Рейнольдсовы напряжения у выпуклой стенки сильно зависят от параметра кривизны: чем больше кривизна канала, тем они меньше. У вогнутой стенки рейнольдсовы напряжения больше, чем у плоской стенки, но явной их зависимости от кривизны

не обнаружено. В работе [51] приводятся результаты экспериментов, согласно которым в криволинейном канале с $D/h = 6,7$ у выпуклой стенки рейнольдсовые напряжения практически равны нулю при $Re = 2,3 \cdot 10^4$, т. е. у выпуклой стенки турбулентного переноса нет, в то время как у вогнутой стенки наблюдается интенсивный турбулентный перенос. Вследствие этого теплоотдача вблизи выпуклой поверхности заметно уменьшается по сравнению с теплоотдачей на вогнутой стенке и в прямом канале.

Условия возникновения вихрей Тейлора – Гертлера на вогнутых поверхностях исследовались теоретически с помощью метода малых возмущений [53]. Как впервые показал Г. Гертлер, действие центробежных сил в пограничных слоях на вогнутых поверхностях приводит к неустойчивости, аналогичной наблюдавшейся Дж. И. Тейлором в потоке между коаксиальными цилиндрами, из которых внутренний вращается, а внешний неподвижен [54]. В этом случае центробежные силы оказывают дестабилизирующий эффект на течение. В пограничном слое около выпуклых стенок такая неустойчивость не наблюдается, что связано со стабилизирующим действием центробежных сил на поток и аналогично течению в канале, когда внешний цилиндр вращается, а внутренний неподвижен.

При исследовании влияния трехмерных возмущений на устойчивость течения в пограничных слоях на вогнутых поверхностях Г. Гертлером было получено, что для каждой длины волны возмущения λ существует свой параметр устойчивости, выражаемый безразмерным комплексом Go , по форме аналогичным числу Дина De (1.12) и числу Тейлора Ta (формула (17.20) в работе [36]):

$$Go = \frac{u_\infty \delta^{**}}{\nu} \sqrt{\frac{\delta^{**}}{R}}, \quad (1.16)$$

где δ^{**} — толщина потери импульса, R — радиус кривизны стенки, u_∞ — скорость на границе пограничного слоя (см. рис. 9).

Из решения, полученного Гертлером, следует, что, как только параметр Go (1.16) становится больше определенного значения, соответствующего пределу устойчивости, зависящему от отношения δ^{**}/λ (диаграмма устойчивости приводится в работах [5, 36, 53]), в пограничном слое возникают вихри, оси которых параллельны основному течению. Переход пограничного слоя в турбулентную форму течения происходит при $Go_{kp} \geq 7$, а вихри Тейлора – Гертлера возникают при значениях критерия Go примерно в 20 раз меньших [36].

При закрутке потока локальными завихрителями возможность появления вихрей Тейлора – Гертлера зависит от сформировавшегося профиля тангенциальной составляющей скорости. Если тангенциальная скорость растет от оси к стенке, то вторичные течения второго рода не возникают [5]. В большинстве случаев (кроме течения на выходе из специально спрофилированных локальных завихрителей [31]) это соответствует слабой интенсивности закрутки в каналах (см. п. 1.3.1).

Необходимые и достаточные условия для существования нарастающих возмущений, приводящих к потере устойчивости течений и формированию вихрей, определяются теоремами Релея – Толмина [36]. Согласно первой теореме, неустойчивыми являются профили скоростей, имеющие точку перегиба. Согласно второй — скорость распространения возмущений должна быть меньше максимальной скорости основного течения. Такие условия могут реализоваться в каналах при обеспечении высокой интенсивности закрутки, когда максимум тангенциальной скорости смещается от стенки во внутреннюю область канала.

Возникновение вторичных течений второго рода (турбулентный режим течения с макровихрями) в ряде работ, цитируемых авторами монографий [4, 5], фиксируется по отклонению в сторону увеличения зависимости коэффициента гидравлического сопротивления канала от кривой Блазиуса. Механизм этого явления можно объяснить, основываясь на результатах нелинейной теории устойчивости Стюарта [55], по аналогии с выводами, приведенными в монографии Г. Шлихтинга [36]: на поддержание вторичного течения тратится энергия основного потока, при этом существует равновесие между переносом энергии из основного течения во вторичное и диссипацией энергии во вторичном течении вследствие трения.

Одной из недавних экспериментальных работ, подтверждающих наличие когерентных вихревых структур при турбулентных режимах течения вдоль вогнутых поверхностей, является работа [56]. В отличие от предшествующих, в данной работе рассмотрен случай трехмерного течения. Эксперименты показали, что в случае обтекания вогнутой поверхности струей круглого сечения при трехмерном расширении струи вблизи поверхности генерируются продольные вихри Тейлора – Гертлера эллипсоидального поперечного сечения. В работе делается вывод, что такая форма сечения обусловлена действием центробежной силы, которая приводит к сжатию вихрей по нормали к поверхности (y) и растяжению вдоль поверхности в направлении, перпендикулярном течению (z — см. рис. 9). В этом исследовании диапазон чисел Рейнольдса, определяемых по диаметру струи, составлял $(0,85\text{--}6,76) \cdot 10^4$ при отношении диаметра струи к радиусу кривизны поверхности $d/R = 0,05; 0,075$ и $0,1$.

Обобщая информацию по влиянию завихрителей, полностью перекрывающих проходное сечение каналов, на интенсификацию теплообмена, можно заключить следующее. Интенсификация теплообмена в каналах со скрученной лентой или шнековыми вставками обусловлена действием следующих эффектов. Ленточная вставка действует как вытеснитель, уменьшая площадь проходного сечения канала, что приводит к увеличению скорости, а также уменьшает гидравлический диаметр канала. И то, и другое ведет к увеличению коэффициента теплоотдачи даже при нулевой закрутке ленты. Кроме того закрутка потока, создаваемая закручивающей вставкой, обеспечивает дополнительное увеличение скорости потока вблизи стенки. Интенсификация теплообмена

при этом является результатом роста поверхностного напряжения вблизи стенки и конвективного перемешивания за счет вторичных течений. Следует также отметить, что в случае нагрева жидкости действие центробежной силы приводит к эвакуации нагретой жидкости с меньшей плотностью от стенки и замещению ее холодной жидкостью с большей плотностью из основного потока, а в случае охлаждения центробежная сила ослабляет эффект интенсификации и направлена на поддержание температурной стратификации теплоносителя. Действие закручающих вставок как оребрения возможно только в случае обеспечения хорошего термического контакта с нагреваемой поверхностью, что по мнению Р. Вебба [26], как правило, не выполняется.

Традиционно ленточные и шнековые вставки принято рассматривать как интенсификаторы теплообмена. Тем не менее, согласно работе Г. А. Дрейцера [29], использование скрученной ленты (рис. 1, *a*) или шнековых вставок (рис. 1, *ж*, рис. 2, *а, б*) для интенсификации теплоотдачи не всегда является эффективным и при развитом турбулентном течении значительно уступает способу интенсификации с помощью кольцевых турбулизаторов плавной конфигурации. На основе анализа большого числа экспериментальных данных и обобщающих эмпирических зависимостей для оценки теплообмена и гидравлического сопротивления труб с ленточными и шнековыми вставками в работе [29] делается вывод, что эффективность шнековых вставок значительно ниже ленточных, а с ростом чисел Рейнольдса (при $Re > 10^4$) и шага закрутки применение шнековых вставок дает отрицательный результат из-за опережающего роста гидравлического сопротивления по сравнению с ростом теплоотдачи и приводит не к улучшению, а к ухудшению параметров теплообменных аппаратов.

1.3.4. Отрыв и присоединение потока

С точки зрения снижения гидравлических потерь при интенсификации теплообмена с помощью закручающих устройств при турбулентном режиме течения наибольший интерес для исследования представляют завихрители, не приводящие к большому загромождению канала. Анализу условий, необходимых для создания эффективных поверхностей теплообмена при турбулентном течении теплоносителя посвящены монографии Э. К. Калинина и Г. А. Дрейцера с соавторами [24, 57].

Как уже отмечалось выше, одним из основных механизмов интенсификации теплообмена при турбулентном режиме течения теплоносителя является дополнительная турбулизация пристенного слоя, в котором сосредоточено основное термическое сопротивление. По данным работы [57], толщина этого слоя для режимов развитого турбулентного течения составляет 3–5 % от радиуса трубы. В настоящее время широкое распространение получили два способа управляющего воздействия на структуру пристенного слоя при турбулентном течении жидкости. Это создание у стенки отрывных зон за счет периодического

расположения турбулизаторов в виде обтекаемых выступов (ребер, навивок, шероховатостей т. п.) и формирование когерентных вихревых структур за счет профилирования поверхности в форме трехмерных углублений (лунок, каверн). Положительное влияние турбулизаторов на теплообмен было отмечено Ройдсом [58] еще в 1921 г., и с тех пор изучению этого влияния было посвящено множество работ различных исследователей. Активные исследования вихревой структуры течения и теплоотдачи при обтекании лунок, начались относительно недавно и предпринимаются в нашей стране в основном на протяжении последнего десятилетия [59, 60].

По воздействию на вихревую структуру пристенного слоя завихрители с небольшой высотой выступов могут рассматриваться как турбулизаторы, так как они также обеспечивают периодическое расширение и отрывы потока и, как следствие этого, периодические обновления пограничного слоя, что приводит к интенсификации теплообмена.

В последнее время достигнут определенный прогресс в исследовании отрывных течений [61–63]. Вместе с тем актуальным остается вывод, сделанный в обзоре Р. Л. Симпсона [64], где говорится, что, несмотря на длительный период изучения явлений отрыва и присоединения пограничных слоев, физические особенности течений такого класса до конца не исследованы, и для разработки теоретических моделей турбулентных отрывных течений необходимо, прежде всего, совершенствование экспериментальных методов с целью получения более достоверной информации. Кроме того, несоответствие исходных условий проведения экспериментов и разнотечения в терминологии, используемой различными авторами, затрудняют проведение количественных сравнений получаемых экспериментальных результатов.

Так, по современным представлениям, считать критерием отрыва обращение в нуль напряжения трения на поверхности или возникновение обратного течения было бы слишком упрощенной точкой зрения. Эти условия обычно сопровождают отрыв только в случае установившегося двумерного невозмущенного потока. В случае неустановившегося двумерного потока напряжение трения на стенке может менять знак при обращении течения, но без его отделения от стенки. Наборот, разрушение пограничного слоя может произойти до того, как появится какая-либо зона возвратного течения [65, 66]. В трехмерном потоке вихревой слой может отделяться, а напряжение трения не обязательно обращается при этом в нуль. Трение на стенке равно нулю только в особых точках¹⁾, где завихренность на поверхности также

¹⁾ В узловой особой точке отрыва все изолинии трения на поверхности направлены внутрь, к узловой точке. В точке отрыва типа *фокуса* все изолинии трения на поверхности направлены по спирали вокруг этой точки и входят в нее. Через *седловую* особую точку проходят только две особые линии. С одной стороны от седловой точки обе изолинии трения направлены внутрь, к особой точке, а с другой — наружу, т. е. от нее [67].

равна нулю [67, 68]. Эти особые точки обнаруживаются экспериментально при визуализации с помощью тонкой масляной пленки, которая отмечает изолинии трения на поверхности [68]. Изолинии трения видны на всей поверхности за исключением линий, вдоль которых поток отделяется от поверхности (линий отрыва) [67].

Типичная картина вихревой структуры турбулентного потока, соответствующая обтеканию двумерных выступов в канале, представлена на рис. 10.

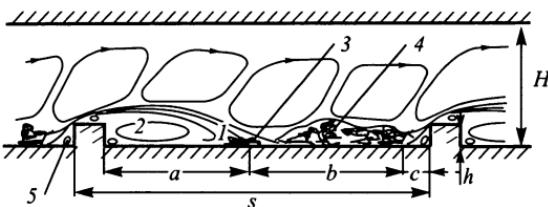


Рис. 10. Структура турбулентного потока при обтекании двумерных выступов [26, 69]: a, c — длина областей отрывного течения, b — область присоединения и развития пограничного слоя. 1 — сдвиговый слой, 2 — зона рециркуляции потока, 3 — зона присоединения сдвигового слоя к поверхности, 4 — зона релаксации, 5 — вторичное рециркуляционное течение. S — шаг расположения выступов, h — высота выступа, H — ширина канала

Экспериментальные исследования, обсуждение которых приводится в работах [24, 26, 50, 57, 64, 69–72], показали, что при поперечном обтекании выступов, имеющих форму плохообтекаемых тел (в частности, ребер прямоугольного сечения, проволочных навивок и т. п.) с обеих сторон каждого выступа формируются две характерные отрывные области (a и c на рис. 10), наибольшую часть которых занимают зоны с вихревым рециркуляционным течением. Длина областей отрыва потока a и c нестабильна и колеблется в пределах половины высоты выступа. При достаточно большом шаге S расположения выступов между отрывными зонами располагается область b , включающая зоны присоединения и развития пограничного слоя. Выше областей отрыва, присоединения и развития пограничного слоя, непосредственно примыкающих к стенке, лежит свободный вязкий слой смешения, а над ним область, занятая крупномасштабными нестационарными вихревыми структурами.

Наиболее важными, с точки зрения определения параметров гидродинамики и теплообмена в канале с завихрителями, являются области, расположенные за выступами вниз по потоку (a, b на рис. 10). Качественно течение в каждой из этих областей можно рассматривать как течение за уступом. Обтекание обращенного назад уступа представляет собой один из наиболее изученных случаев отрывных течений, и тем не менее, как показали недавние исследования П.Л. Комарова и А.Ф. Полякова [61], совершенствование техники экспериментальных измерений приводит к все новому выявлению деталей вихревой струк-

туры потока и особенностей такого течения. К настоящему времени на основе большого числа экспериментальных работ сложились следующие представления о картине течения.

Все пространство за уступом разделяется на четыре основные зоны (см. рис. 10): 1 — оторвавшийся *сдвиговый слой* или *свободный слой смешения*, считающийся основным источником турбулентной энергии в зоне отрыва, 2 — зона *рециркуляции* потока с возвратным неустойчивым движением жидкости, 3 — зона *присоединения* сдвигового слоя к поверхности, характеризующаяся максимальным значением коэффициента теплоотдачи и 4 — зона *релаксации*, где с удалением от уступа развивается новый пограничный слой. Количественное определение точных границ этих зон является сложной экспериментальной проблемой, хотя качественно физические процессы, протекающие в каждой из зон, существенно различаются.

При отрыве пограничного слоя от угловой кромки уступа образуется *свободный сдвиговый слой* (*слой смешения*). На расстоянии, равном половине всей области отрывного течения оторвавшийся сдвиговый слой остается достаточно тонким и похожим на обычный плоский слой смешения, но, по мере продвижения вперед, сильно искривляется, увеличиваясь в поперечном направлении, и в зоне присоединения падает на стенку. Часть жидкости слоя смешения отклоняется в обратном направлении и под действием большого положительного градиента давления поступает в область рециркуляционного течения. В свободном сдвиговом слое отмечаются наибольшие значения нормальных и касательных турбулентных напряжений. Их положение, в начале совпадающее с нулевой линией тока, по мере приближения к зоне присоединения отклоняется в сторону внешнего течения. Рост максимумов интенсивности турбулентности и напряжений Рейнольдса вдоль свободного слоя смешения, по мнению многих исследователей [61, 64, 73], указывает на увеличение размеров вихревых структур, взаимодействующих в дальнейшем со стенкой в зоне присоединения.

Структура потока в *рециркуляционной зоне* под слоем смешения исследовалась многими авторами (работы [50, 57, 61, 64, 69–72] и др.). Сделанные в результате этих исследований обобщения позволяют заключить, что в зоне *a* можно выделить область, характеризующуюся наличием циркуляционного течения или крупномасштабного вытянутого двумерного вихря [24, 57], и область вторичного рециркуляционного движения жидкости с малой интенсивностью в угловой зоне уступа (5 на рис. 10), занятую мелкомасштабным существенно нестационарным вихрем с противоположным направлением вращения. Средняя скорость возвратного течения в зоне рециркуляции в области большого вихря на порядок меньше средней скорости набегающего потока [50], а максимальная измеренная скорость обратного течения составляет более 20% скорости набегающего потока [64]. Мелкомасштабное вихревое движение в угловой области происходит со скоростью на два порядка меньшей по сравнению со средней скоростью основного течения [50].

Результаты измерений поля скорости в пристеночной области рециркуляционного течения показывают [74], что структура этой области весьма далека от структуры обычного турбулентного пограничного слоя. Это проявляется, в частности, в отсутствии области действия логарифмического закона стенки и в малой величине турбулентных касательных напряжений по сравнению с молекулярными. В работе [74] делается вывод, что турбулентность в пристеночной области не генерируется, а ее структура определяется крупномасштабным вихревым движением и демпфирующим влиянием стенки. Это позволяет рассматривать течение в пристеночной области как ламинарное с мощными возмущениями на его границе.

Использование бесконтактного метода лазерной доплеровской анемометрии в работе [61] дало возможность уточнить положение координат центров основного и вторичного рециркуляционных вихрей при различных скоростях набегающего потока. Благодаря высокому пространственному разрешению в проведенных измерениях было установлено, что основной рециркуляционный вихрь имеет вытянутую форму вблизи точки отрыва потока и увеличивает свои поперечные размеры с увеличением продольной координаты. Было выявлено также, что число Рейнольдса практически не влияет на положение центров вихрей, нулевой линии тока и значения координат границ характерных зон отрывной области за уступом.

Исследование теплопереноса в рециркуляционной зоне показывает, что местные коэффициенты теплоотдачи в этой области выше, чем в невозмущенном течении. Исключение составляет угловая область длиной $\approx 2h$, где образуется вторичное рециркуляционное течение. По мнению авторов работы [61], теплообмен в области рециркуляции определяется сложным высокотурбулентным движением жидкости, вызванным проникновением разрушающихся вихрей из области присоединения потока, дальнейшим их взаимодействием с поверхностью канала и задней стенкой уступа, а также непосредственным контактом со сдвиговым слоем течения. Теплоотвод здесь происходит как бы в два этапа: сначала тепло от стенки отводится возвратным течением, которое, совершив полуоборот, выносит его к границе со сдвиговым слоем, где передает его последнему.

Зона присоединения является наиболее трудной для проведения измерений, так как течение в этой зоне существенно нестационарно: длина области отрыва a постоянно пульсирует и точка падения слоя смешения на поверхность смещается то вперед, то назад на величину $\pm 0,5h$ (рис. 10) [73]. По результатам большого числа экспериментальных измерений оценка средней длины отрывной области a колеблется в пределах от 5 до 8 высот уступа h и зависит от величины градиента давления, степени загромождения канала $\varepsilon = h/H$ и степени турбулентности набегающего потока. Посредством визуализации течения [75] было установлено, что вихри, формирующиеся в сдвиговом слое и имеющие линейные размеры по крайней мере такие же, как

высота уступа, взаимодействуют с поверхностью случайным образом. В работе [61] приводятся две точки зрения на механизм вихревого взаимодействия со стенкой в зоне присоединения. Согласно первой [75], при соударении с поверхностью происходит распад крупных вихрей сдвигового слоя на пары вихрей, одни из которых попадают в зону рециркуляции, а другие сносятся потоком. Косвенным доказательством распада вихрей считают резкое снижение касательного напряжения за точкой присоединения. Согласно второй [76], крупные вихри, несколько деформируясь, сохраняются как целое и переносятся в соседние области течения поочередно. В подтверждение при этом приводится факт отличия от единицы коэффициента перемежаемости в зоне присоединения. На качественное изменение распределения характеристик турбулентности в зоне присоединения оказывают влияние кривизна линий тока и большой положительный градиент давления. Однако обнаруженная в экспериментах [61, 73] особенность течения в этой области, связанная с тем, что максимумы интенсивности пульсаций скорости и касательного напряжения расположены на полторы высоты уступа вверх по потоку от точки присоединения, также пока остается не понятой.

Вместе с тем, по мнению большинства исследователей, считается, что именно взаимодействие крупных вихрей сдвигового слоя со стенкой приводит к значительному росту теплоотдачи в зоне присоединения. Тепловой пограничный слой здесь полностью отсутствует, поэтому в области присоединения течения коэффициенты теплоотдачи имеют свое максимальное значение. Некоторыми исследователями в экспериментальных работах размер отрывной области определяется по координате, которой соответствует максимальное значение числа Нуссельта Nu_{max} [63], хотя у других авторов мнения по этому вопросу расходятся: по данным работы [61] координата максимума теплообмена лежит на полвысоты выступа ниже по потоку, чем осредненная точка присоединения течения, а в работе [77] получено, что точка максимума числа Нуссельта находится перед точкой присоединения потока. Учитывая различные условия проведения экспериментов, можно заключить, что в данном случае существенную роль играет степень загромождения канала.

В области *релаксации течения* за зоной присоединения напряжения Рейнольдса продолжают быстро убывать на расстоянии, равном нескольким высотам выступа. Одновременно внутри присоединившегося слоя смешения начинает нарастать новый пограничный подслой. Однако сам процесс уменьшения теплоотдачи происходит медленнее, чем на начальном термическом участке гладкого канала. Этот факт объясняется медленным затуханием крупномасштабных вихревых структур во внешнем течении, которые сильно турбулизируют пристенные слои жидкости [75]. Детали современных исследований в области экспериментального изучения механизмов и закономерностей процессов переноса в релаксирующих турбулентных пограничных слоях, разви-

вающихся за локальным замкнутым отрывом в турбулизированных потоках, обобщены в недавнем аналитическом обзоре Э. Я. Эпик [78]. В этой работе, в частности, отмечается, что наибольшую трудность для получения количественных оценок интенсивности турбулентного обмена представляет собой так называемый надслой — промежуточная область между турбулизированным внешним потоком и внешней границей динамического пограничного слоя. Образование надслоя приводит к ослаблению кинетической энергии нормальных пульсаций скорости, анизотропии турбулентности и уменьшению турбулентной вязкости на внешней границе динамического пограничного слоя по сравнению с турбулентной вязкостью внешнего потока.

Внутри отрывной зоны с перед выступом также существуют области крупно- и мелкомасштабных поперечных вихрей с противоположным вращением, но размеры этих вихрей соответственно меньше, чем в зоне a [57, 71]. Длина отрывной области с по различным данным [48, 55] оценивается в пределах $(1,0\text{--}1,7)h$.

Изучение характерных особенностей течений в отрывных зонах перед препятствиями проводится на примере обтекания прямого уступа [62, 81]. В одной из последних работ, посвященных этой теме, В. И. Косенковым с соавторами [62] получены новые данные по структуре рециркуляционных областей, образующихся перед уступом и на его поверхности при изменении степени загромождения канала $\varepsilon = h/H$ от 0,1 до 0,38. Установлено, что в диапазоне чисел Рейнольдса $6,6 \times 10^3 < Re_h < 4,0 \cdot 10^4$ координата точки присоединения потока на вертикальной поверхности уступа соответствует примерно высоте $0,6h$, а положение осредненной точки присоединения потока на горизонтальной поверхности уступа x_r зависит от загромождения канала: $x_r = 1,216h\varepsilon^{-0,434}$. Причем координаты обеих точек присоединения потока не зависят от числа Рейнольдса. В работе приводятся аппроксимационные зависимости по определению максимальной теплоотдачи как перед уступом, так и на уступе.

Уменьшение шага расположения выступов S ведет к сокращению длины области b (рис. 10), а при $S/h < 8$ вихревая структура потока качественно изменяется: зона b исчезает, а все пространство между выступами оказывается занятым нестационарным вихревым течением со структурой более сложной, чем описанная выше структура зоны рециркуляции за единичным уступом. Развернутая информация по этому вопросу содержится, в частности, в работе [57], где обобщены полученные многими авторами сведения о влиянии взаимного расположения выступов различной формы на динамику развития вихревых структур в пристеночной области.

В качестве примера на рис. 11 показана картина течения при относительном шаге расположения выступов прямоугольного сечения $S/h = 2$. В этом случае, согласно данным работы [71], кажущаяся двумерная вихревая структура течения в виде одного большого вихря и двух маленьких в углах канавки периодически нарушается трехмер-

ными выбросами¹⁾. Перенос импульса и энергии при таком тесном расположении выступов, по мнению авторов работы [57], обеспечивается двумя механизмами — 1) за счет периодических во времени трехмерных выбросов жидкости в сечениях, отстоящих друг от друга на примерно одинаковое расстояние и 2) за счет больших градиентов скорости и турбулентного напряжения на верхней границе вихря.

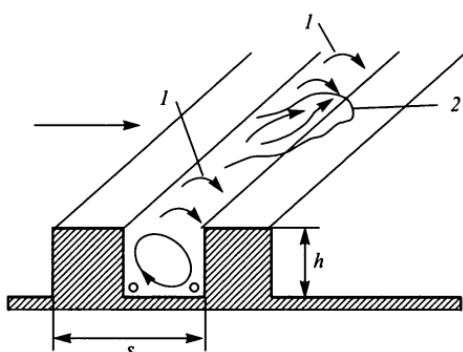


Рис. 11. Вихревая структура потока между выступами при $S/h = 2$: 1 — ячейка двумерного вихревого течения, 2 — трехмерный выброс

Пониманию первого из упомянутых механизмов, играющему ведущую роль в интенсификации теплообмена при использовании часто расположенных завихрителей, способствует работа [82]. В этой работе исследовалась динамика развития дискретных вихрей

в пространстве между прямоугольными выступами и их влияние на теплообмен и сопротивление канала при изменении относительного шага расположения выступов S/h от 2 до 5 и загромождения канала $\varepsilon = h/H$ от 0,4 до 0,8 в условиях ламинарного течения. Было установлено, что для геометрии, показанной на рис. 11 (при $S/h = 2$) картина течения с образованием одного крупного вихря в пространстве между выступами остается довольно устойчивой (числа Рейнольдса, определяемые по высоте выступа, не превышали 400). Наблюдаемый в экспериментах процесс образования дискретных вихрей в пространстве между выступами при изменении S/h от 3 до 5 носит резонансный характер и обусловлен неустойчивостью течения, отрывами потока от кромок выступов и взаимодействием его с обеими поверхностями канала и выступов. Период колебательного процесса изменения полей скорости, давления и температуры, приводящего к эвакуации нагретой жидкости

¹⁾ Интересен тот факт, что схожая с показанной на рис. 11 трехмерная ячеистая структура течения наблюдается и в кормовой области одиночного длинного кругового цилиндра при поперечном обтекании его турбулентным потоком. А.И. Короткиным [83] было установлено, что для закритического режима обтекания при $Re > 2 \cdot 10^5$ трехмерная ячеистая структура течения потока в отрывной области вполне устойчива, а в докритическом режиме трехмерная структура отрыва меняет свои очертания. Этот факт, отмеченный А.И. Идельчиком [84] как парадоксальное явление, говорит о том, что, по-видимому, нестационарная трехмерная ячеистая структура крупных поперечных вихрей в зоне рециркуляции является общим свойством отрывных течений за двумерными преградами.

из полости между выступами и замещению ее холодной жидкостью из основного потока зависит от угловой частоты вращения образующихся при этом крупномасштабных вихрей. Показано, что интенсификация теплообмена в этом случае обусловлена совместным действием двух эффектов. Первый из них заключается в том, что дискретный вихрь, приближающийся к передней кромке лежащего ниже по течению выступа, индуцирует вокруг себя вращение жидкости по часовой стрелке, что способствует увеличению скорости обтекания выступа и подавлению нарастающего пограничного слоя. В эти моменты в экспериментах зафиксировано резкое повышение локального числа Нуссельта в области передней кромки выступа. Второй эффект связан с тем, что после того, как вихрь касается передней кромки выступа, он разделяется на две части: одна из них «сползает» вниз в полость между выступами, а другая уносится потоком, контактируя с верхней поверхностью выступа. Каждая из этих частей также индуцирует вокруг себя вращение жидкости по часовой стрелке. Возникшая циркуляция потока вокруг «сползающего» вихря переносит холодную жидкость из основного потока к горячей стенке со стороны нижней по потоку части вихря, контактируя с передней вертикальной поверхностью второго выступа и выносит нагретую жидкость от стенки во внешний поток со стороны верхней по потоку части вихря. Таким образом, крупномасштабное вихревое движение жидкости в полости между выступами работает как насос, всасывая холодную жидкость на удалении от стенки и выкачивая горячую из пристеночной области в основной поток. В работе показано, что такой механизм интенсификации теплообмена достаточно эффективен для решения задач охлаждения элементов электронного оборудования, так как при определенном сочетании шага расположения выступов и загромождения канала ($S/h = 4$, $\varepsilon = 0,5$) дает возможность получить заметное опережение повышения коэффициента теплоотдачи по сравнению с увеличением гидравлического сопротивления канала.

Исследования, выполненные при турбулентном течении, также свидетельствуют об общей нестационарности вихревых структур в каналах с турбулизаторами различной формы [57, 70]. При этом в интенсификацию теплообмена вносит вклад генерация и конвекция турбулентной энергии в области границ вихревых структур в период их развития и распада. Существенным является то обстоятельство, что даже незначительное различие в форме и размерах выступов может приводить к большому отличию в структуре вихревых зон и динамике их развития.

Визуализация течения при обтекании выступов плавной конфигурации показывает, что в зависимости от плавности контуров выступов не только перед ними, но даже и за ними видимые двумерные вихри с поперечной осью вращения могут не образовываться [57]. Вместо них в кормовой области выступов возникает система трехмерных винтообразных вихрей. Их оси расположены эквидистантно стенке, и соседние вихри врачаются в разные стороны [36]. Появление таких вихрей мож-

но объяснить влиянием отрицательной кривизны линий тока основного течения, что приводит к возникновению гидродинамической неустойчивости, порождающей вторичные течения второго рода в форме вихрей Тейлора – Гертлера (см. п. 1.3.3).

1.4. Факторы, влияющие на вихревую структуру потока, гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах с завихрителями

Анализ результатов многочисленных экспериментальных исследований позволяет выявить основные факторы, влияющие на вихревую структуру потока при использовании в каналах различного рода завихрителей. Помимо полномасштабного воздействия завихрителей на все поле течения в канале посредством создания закручивающего момента, обеспечивающего определенный уровень интенсивности закрутки потока и соответствующие ему распределения скорости и давления осредненного течения, как было показано в п. 3.1.2, к основным факторам, влияющим на вихревую структуру потока, относятся:

- форма завихрителей,
- загромождение канала,
- степень турбулентности потока,
- шаг расположения закручивающих элементов, определяемый углом навивки спиральных завихрителей и их заходностью,
- угол скоса потока при обтекании закручивающих элементов,
- кривизна поверхностей, ограничивающих область закрученного течения.

При турбулентном движении жидкости в каналах с завихрителями эти же факторы существенным образом влияют на гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах, что говорит о непосредственном влиянии вихревой структуры потока на процессы тепломассообмена.

1.4.1. Форма завихрителей

Для непрерывных по длине завихрителей, приводящих к полному загромождению канала (шнеки, скрученные ленты) вопрос влияния формы завихрителей на вихревую структуру потока сводится, в основном, к рассмотрению влияния относительного шага закрутки завихрителей на условия формирования вторичных течений (см. п. 1.3.2). К сказанному в п. 1.3.2 можно добавить, что скорости вторичных течений обычно малы и, по различным оценкам [16, 46, 80, 86], не превышают нескольких процентов от средней скорости течения жидкости в канале, что, как правило, лежит в пределах погрешности экспериментальных измерений. Однако вторичные циркуляционные течения переносят импульс, тепло и массу в поперечном сечении канала, сопровождая перемешиванию потока. В результате диффузионные свойства и турбулентные характеристики потока выравниваются по периметру

канала, что приводит к увеличению теплоотдачи, но, вместе с тем, и к дополнительным потерям давления на трение и создание вторичных токов [5, 46, 47].

При обтекании завихрителей, не полностью перекрывающих проходное сечение каналов, в силу того, что направление скорости осредненного течения в канале не совпадает с направлением закрутки спиральных элементов, происходит отрыв потока. Форма поперечного сечения закручивающих элементов оказывает при этом существенное влияние на формирование зон отрыва и присоединения потока, структуру рециркуляционных областей и турбулентный перенос в слое смешения.

Исследования влияния формы поперечных двумерных выступов различной геометрии на вихревую структуру турбулентных потоков, а также теплогидравлическую эффективность развитых или оребренных поверхностей достаточно многочисленны и отражены, например, в работах [26, 29, 34, 57, 69, 70]. Так, основные рекомендации, сделанные в работе [57] по выбору формы интенсификаторов теплообмена сводятся к следующему. Для интенсификации теплообмена следует избегать формы выступов с резкими очертаниями (прямоугольных, треугольных и т. п.), так как при образовании поперечных крупномасштабных вихрей в зонах рециркуляции до выступов и за ними (см. п. 1.3.3) диссипация энергии потока соизмерима с выработкой турбулентной энергии, что связано с большими гидравлическими потерями. Целесообразно применять плавно очерченные турбулизаторы, приводящие к значительно меньшим гидравлическим потерям вследствие образования качественно отличающейся вихревой структуры течения в пристенной области: появления упорядоченной системы винтовых трехмерных вихрей с осями, направленными вдоль потока [24, 57, 87].

Большинство данных по влиянию формы двумерных выступов на увеличение гидравлического сопротивления и теплоотдачи в каналах получено при исследовании каналов с «регулярной шероховатостью», когда их гидравлическое сопротивление определяется профильным сопротивлением выступов и не зависит от числа Рейнольдса. В работах Р. Вебба, Э. Эккерта и Р. Гольдштейна [88, 89] на основе принципа гидротепловой аналогии были получены обобщающие аналитические зависимости по описанию коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи в трубах при использовании поперечного и спирального оребрения с прямоугольной, круглой, полукруглой и треугольной формой выступов. В более поздней монографии Р. Вебба [26] приводятся новые данные по характеристикам теплогидравлической эффективности поверхностей теплообмена с ребрами «перспективной» геометрии: полукруглой, трапецидальной, синусоидальной и дугообразной. Сравнительный анализ, проведенный в работах [69, 70] на основе численного моделирования, показал, что трапецидальная форма выступов с углом наклона боковых граней трапеции к ее основанию, равным $68,2^\circ$, и отношением основания к высоте, равным 2, обеспечивает макси-

мальную теплогидравлическую эффективность оребренной поверхности, за ней следует синусоидальная форма выступов с таким же отношением основания к высоте, затем полукруглая и, наконец, наименьшей эффективностью из четырех исследованных геометрий обладает поверхность с дугообразными выступами при отношении основания к высоте, равном 3. В качестве параметра эффективности рассматривалось отношение относительного увеличения коэффициента теплоотдачи к относительному увеличению коэффициента гидравлического сопротивления по сравнению с гладким каналом. Численные расчеты и сопоставление с экспериментальными данными были сделаны для режимов развитого турбулентного течения для случаев, когда области отрывного течения между соседними выступами (a и c на рис. 10) не перекрывались ($S/h > 10$), а отношение высоты выступов к диаметру канала не превышало 0,04, что позволяло не учитывать влияние загромождения.

Следует заметить, что в докладе В.И. Терехова с соавторами [90] был отмечен аналогичный результат, подтверждающий эффективность использования трапециoidalной геометрии поперечного сечения выступов для интенсификации теплообмена, но уже для соизмеримых величин высот выступов и расстояний между ними. В работе [90] представлены результаты экспериментальных исследований по изучению вихревой структуры отрывных течений в поперечных кавернах со склоненными стенками с углами наклона от 90° до 30° . Наибольшая интенсификация теплообмена на дне каверны отмечена для углов 60° и 70° , что соответствует оптимальной геометрии трапециoidalных выступов, о которой сообщается в работах [26, 70].

Важное значение для выявления физической картины течения при обтекании завихрителей типа проволочных навивок, змеевиковых труб, винтового оребрения с выступами плавной конфигурации имеют результаты исследований, посвященных изучению обтекания круглых и эллиптических цилиндров, содержащиеся, например, в работах [87, 91–93]. Несмотря на то, что внимание ученых к изучению проблемы обтекания цилиндрических тел было привлечено еще с тех пор, как стал известен парадокс Даламбера (1744 г.), говорить о полном ее решении еще рано. И прежде всего это связано с существованием различных концепций в понимании вопросов устойчивости ламинарного пограничного слоя на криволинейных поверхностях, перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, а также в объяснении механизмов отрыва пограничного слоя от поверхности обтекаемых тел и вихреобразования в их кормовой области.

Продолжающееся накопление информации в области экспериментального исследования явления отрыва потока на цилиндрических телях имеет важное значение, так как отрыв пограничного слоя влияет на целый ряд процессов: определяет уровень сопротивления обтекаемых тел, распределение полей скорости и давления в потоке, вихревую структуру следа, интенсивность теплоотдачи, уровень вибраций, возбуждаемых потоком. Для рабочих режимов течения теплоносителя

в теплоэнергетических устройствах характерен регулярный периодический отрыв вихрей в следе за цилиндрическими телами (режим без-отрывной циркуляции вихрей в области кормового следа соответствует только малым числам Рейнольдса $Re < 40$), что способствует непрерывному обмену вещества, импульса и энергии между циркуляционной зоной следа и основным потоком. Однако наряду с интенсификацией процессов переноса периодический отрыв вихрей и возникающие в связи с этим пульсации давления в кормовой области обтекаемых цилиндрических тел являются причиной возбуждения вибраций в элементах конструкций, что может привести к разрушению теплообменных аппаратов в случае резонансного совпадения частоты отрыва вихрей с частотой собственных колебаний упругой системы. С этой точки зрения вопрос изучения влияния условий обтекания цилиндрических тел в канале стесненным потоком жидкости на изменение частоты отрыва вихрей при отрыве потока приобретает самостоятельное важное значение.

Профильное сопротивление. При использовании завихрителей, не полностью перекрывающих ширину канала, в большинстве случаев наибольший вклад в гидравлическое сопротивление вносится за счет сопротивления самих завихрителей. В общем случае полное сопротивление обтекаемых тел складывается из *индуктивного* и *профильного* сопротивлений. *Индуктивное сопротивление* связано с затратами кинетической энергии потока на образование свободных вихрей при пространственном обтекании трехмерных тел с наличием подъемной силы [85, 94] и проявляется в отклоняющем действии индуцированных обтекаемым телом вихрей на набегающий поток. В случае плоского (двумерного) обтекания индуктивное сопротивление равно нулю, так как по определению [85] оно является проекцией подъемной силы на направление набегающего потока и в данном случае отсутствует. При рассмотрении обтекания различных тел в каналах, как правило, принимается двумерное приближение (что соответствует геометрии сечения, навивок, накаток и т. п.), поэтому полное сопротивление принято рассматривать как *профильное сопротивление*, обусловленное вязкостью среды и характеризующееся силой лобового сопротивления F_{lc} — единственной проекцией силы сопротивления на направление набегающего потока.

Согласно классическим представлениям [36, 85, 95], сила лобового сопротивления F_{lc} представляется суммой *сопротивления трения* и *сопротивления давления*, являющихся проекциями на направление потока результирующих векторов касательных и нормальных сил, приложенных к телу, и описывается универсальной зависимостью:

$$F_{lc} = C_d \frac{\rho u^2}{2} S_M, \quad (1.17)$$

где C_d — коэффициент полного сопротивления, равный сумме коэффициентов сопротивления трения C_f и сопротивления давления C_w :

$C_d = C_f + C_w$; u — скорость набегающего потока, S_M — площадь миделевого сечения.

Большинство завихрителей можно отнести к плохообтекаемым телам, для которых при турбулентном режиме течения при $Re \cong 10^3 - 10^6$ основной вклад в сопротивление определяется распределением давления на обтекаемой поверхности [95], а сопротивление трения, согласно данным работ [87, 96, 97], составляет от 1 до 3%. Поэтому принято считать, что величина коэффициента полного сопротивления C_d плохообтекаемых тел при турбулентном режиме течения, входящая в определение силы лобового сопротивления (1.12), приблизительно равна коэффициенту сопротивления давления C_w или, как его еще называют, сопротивления формы: $C_d \approx C_w$. При этом, ссылаясь на параграф 123 монографии Л. Г. Лойцянского [85], следует заметить, что распределение давления на поверхности обтекаемых тел зависит не только от формы тела, но и от обратного влияния пограничного слоя и зоны отрыва на внешний поток.

Эмпирические зависимости изменения коэффициента полного сопротивления от числа Рейнольдса $C_d(Re)$ для круглых и эллиптических цилиндров приводятся в монографиях [35, 85, 87, 97]. Обобщение результатов измерений различных авторов показывает, что в случае докритического обтекания круглого цилиндра неограниченным потоком жидкости ($Re = 10^4 - 2 \cdot 10^5$) отрыв происходит в области угла отсчета от лобовой точки цилиндра $\varphi \cong 80^\circ$. При этом коэффициент полного сопротивления для круглого цилиндра равен $C_d = 1,2$ (для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой и малой осей с соотношением их длин $2 : 1$, C_d соответственно равен 0,7 и 1,7), а периодичность отрыва вихрей, характеризуемая числом Струхала $Sh = fd/u$ (f — частота отрыва вихрей, d — определяющий размер тела, u — скорость набегающего потока), соответствует постоянному значению $Sh = 0,2$.

При увеличении числа Рейнольдса ($Re \cong 2 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5$) наблюдается явление резкого снижения сопротивления обтекаемых тел — так называемый кризис обтекания. Явление кризиса обтекания связано с турбулизацией пограничного слоя на поверхности цилиндра, смешением зоны отрыва пограничного слоя в кормовую область и сужением вихревого следа за цилиндром, в результате чего происходит более полное восстановление давления в кормовой области. В настоящее время большую популярность завоевала концепция «переходных отрывных пузирей», выдвинутая почти сорок лет назад на основе экспериментальных наблюдений обтекания цилиндра и крылового профиля [98]. Согласно этой концепции, при достижении критических чисел Рейнольдса происходит отрыв ламинарного пограничного слоя с образованием отрывного пузиря, представляющего собой оторвавшийся слой смешения, который на некотором расстоянии ниже по течению вновь присоединяется к обтекаемой поверхности, после чего на поверхности развивается турбулентный пограничный слой с последующим его от-

рывом при $\varphi \cong 140^\circ$ в случае обтекания круглого цилиндра. В области критических чисел Рейнольдса коэффициент сопротивления круглого цилиндра падает до значения $C_d = 0,3$ (для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, C_d уменьшается до значения 0,1, а вдоль малой оси — приблизительно до 1). При наступлении кризиса обтекания периодичность отрыва вихрей увеличивается в два этапа: вначале до $Sh = 0,32$ при образовании отрывного пузыря на одной стороне цилиндра, а затем до значения $Sh = 0,46$ при образовании отрывных пузырей с обеих от лобовой точки сторон цилиндрической поверхности.

В сверхкритическом режиме обтекания ($Re > 6 \cdot 10^5$) отрыв соответствует $\varphi \approx 120^\circ - 140^\circ$, коэффициент сопротивления круглого цилиндра возрастает до значения $C_d = 0,9$, а периодичность отрыва в следе постепенно падает, достигая постоянного значения $Sh = 0,27$ при $Re \geq 3,5 \cdot 10^6$.

Связь сопротивления плохообтекаемых тел с частотой отрыва вихрей. Анализ опытных данных по влиянию числа Рейнольдса Re на периодичность отрыва вихрей в следе за плохообтекаемыми телами и их сопротивление [85, 87, 97] указывает на обратный характер взаимосвязи между коэффициентом полного сопротивления C_d и числом Струхала Sh . Согласно обобщению, проведенному в работе [99] для цилиндрических тел, эта связь в диапазоне изменения чисел Рейнольдса Re от 10^2 до 10^7 может быть выражена следующим соотношением:

$$C_d = -2,2 + \frac{2,5}{Sh + 0,53}. \quad (1.18)$$

На рис. 12 приводится сравнение зависимости (1.18) с результатами экспериментов различных авторов по обтеканию круглых цилиндров

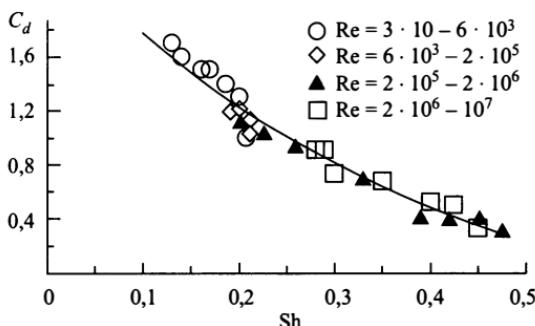


Рис. 12. Взаимосвязь между коэффициентом полного сопротивления цилиндра C_d и безразмерной частотой отрыва вихрей (числом Струхала Sh): кривой показан расчет по формуле (1.18), значками отмечены точки, соответствующие обобщающим экспериментальным зависимостям числа Струхала и коэффициента полного сопротивления от числа Рейнольдса ([87] — рис. 4.11 и 4.29) для круглого цилиндра

на основании данных работы [87]. Тот факт, что характер данной зависимости остается постоянным для всех режимов отрывного обтекания цилиндра в указанном выше широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса, может свидетельствовать о доминирующей роли процесса интенсивного вихреобразования в кормовой области тела в формировании поля давления на его поверхности.

В работе [100] для широкого класса поперечно обтекаемых тел для связи коэффициента сопротивления давления (формы) C_w с числом Струхала Sh была предложена близкая к (1.18) (считая, что $C_w \approx C_d$) зависимость:

$$C_w Sh = 0,26[1 - \exp(-2,38C_w)]. \quad (1.19)$$

1.4.2. Загромождение канала

При наличии в каналах завихрителей, не полностью перекрывающих проходное сечение каналов, фактор загромождения, заключающийся в ограничении потока стенками канала, приводит к увеличению максимальной скорости в пограничном слое на поверхности завихрителей и в области отрыва потока. Увеличение скорости на внешней границе пограничного слоя обуславливает увеличение касательных напряжений, а, следовательно, и энергетических потерь на вихреобразование по сравнению с обтеканием завихрителей неограниченным потоком жидкости.

В работе М.А. Гольдштика и Б.А. Силантьева [101] изучалось влияние загромождения сечения канала на изменение длины зоны отрыва за плохо обтекаемыми телами типа уступа и ступеньки. Метод экспериментальных измерений основывался на определении точки присоединения потока по изменению направления вектора скорости потока на противоположное. В результате проведенных экспериментов и сравнения с данными других авторов в работе делается вывод, что зависимость длины зоны отрыва a от загромождения канала $\varepsilon = h/H$ (см. рис. 10) имеет сложный характер с максимумом при $\varepsilon = 0,68$. Вид этой зависимости представлен на рис. 13 кривой 1. Как показали эксперименты [79, 87, 101], геометрия зоны отрыва, в частности, длина зоны для тела данного размера практически не зависит от скорости набегающего потока.

Интересен результат теоретического обобщения, проведенного в работе [101] на основе применения схемы смешанного движения, предложенной М.А. Лаврентьевым [103]. Согласно этой схеме, течение в зоне отрыва разделяется на две области: область вихревого движения с постоянной завихренностью ω_0 и потенциальную область. Результаты расчета завихренности ω_0 и длины зоны отрыва a , обработанные в виде зависимости безразмерного параметра $\omega^* = \omega_0 a / u_1$ (где $u_1 = u/(1-\varepsilon)$ — скорость потока в области сужения канала) от степени загромождения канала ε , показывают, что этот параметр с точностью $\pm 6\%$ постоянен во всем диапазоне изменения ε и может быть принят $\omega^* = 4,2$.

В работе [102], посвященной исследованию местного теплообмена за резким расширением круглых осесимметричных каналов, показано, что коэффициент теплоотдачи за резким расширением может в 11 и более раз превышать коэффициент теплоотдачи для полностью развитого турбулентного течения в гладком канале при том же самом числе Рейнольдса. Максимальное значение коэффициента теплоотдачи наблюдается в области присоединения сдвигового слоя к стенке трубы, что дает возможность по положению локальных максимумов теплоотдачи судить об изменении длины зоны отрыва потока в зависимости от степени загромождения канала.

Рис. 13 показывает, что данные, полученные в работе [102] по положению максимумов локальных коэффициентов теплоотдачи в зависимости от загромождения канала (кривая 2) качественно согласуются с зависимостью 1, но лежат несколько выше, что говорит о типичном расхождении результатов экспериментов по определению длины зоны отрыва в зависимости от способа измерения: по изменению направления скорости на обратное или по положению локального максимума коэффициента теплоотдачи.

Анализ экспериментальных данных, представленных в работе [102], позволяет заключить также, что, чем больше степень загромождения канала, тем выше увеличение числа Нуссельта Nu_{max} в зоне присоединения за уступом по сравнению с числом Нуссельта Nu_0 для полностью развитого турбулентного течения в гладкой трубе. Например, для числа Рейнольдса $Re \approx 2 \cdot 10^4$ при $\epsilon = 0,734$ относительное увеличение максимального числа Нуссельта составляет $Nu_{max}/Nu_0 = 6,5$, а при $\epsilon = 0,2-0,3$ $Nu_{max}/Nu_0 = 2,7-2,8$. Кроме того, при загромождении канала $\epsilon > 0,4$ четко выявляется наличие локального минимума числа Нуссельта Nu_{min} (величина Nu_{min} , тем не менее, несколько превосходит Nu_0), который наблюдается на расстоянии от сечения расширения, равном приблизительно одной высоте уступа. По мнению авторов работы [102], это подтверждает наличие вихря в угловой области, вращающегося в противоположном направлении по сравнению с более активным циркуляционным течением в отрывной области.

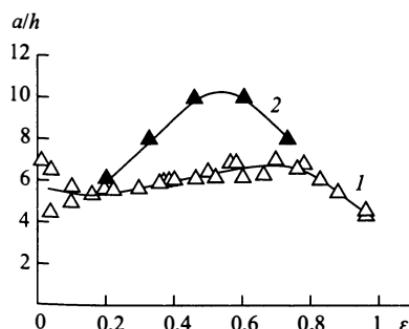


Рис. 13. Зависимость относительной длины зоны отрыва потока a/h от степени загромождения канала $\epsilon = h/H$ (h — высота обтекаемого тела, H — характерный поперечный размер гладкого канала): 1 — обобщающая кривая и экспериментальные данные различных авторов, приводимые в работе [101], 2 — данные работы [102] по определению положения локального максимума теплоотдачи ($Re = 2 \cdot 10^4$)

Исследования влияния загромождения канала на обтекание тел цилиндрической геометрии [87, 92, 93, 96, 98] показали, что при изменении загромождения каналов ε от 0,25 до 0,83 в области докритического обтекания отрыв смещается в направлении потока от $\varphi \cong 80^\circ$ до $\varphi \cong 95^\circ$, а в условиях кризиса и закризисного обтекания с увеличением загромождения перемещение точки отрыва потока незначительно и соответствует перемещению приблизительно на 10° против течения. Вместе с тем распределение давления на поверхности цилиндрических тел и периодичность отрыва вихрей оказываются весьма чувствительными к изменению степени загромождения канала.

С увеличением степени загромождения канала давление на всей поверхности обтекаемого цилиндра резко уменьшается, а величина коэффициента сопротивления давления, зависящая от разницы давлений в лобовой и кормовой областях, растет. Например, данные, приводимые в работе [87] на рис. 4.27, показывают, что при изменении загромождения канала ε от 0,3 до 0,68 при числе Рейнольдса $Re = 4,8 \cdot 10^5$ давление в лобовой части цилиндра до точки отрыва уменьшается более чем в 4 раза, а давление в кормовой части — в 9 раз, при этом минимум давления не меняет своего положения и соответствует $\varphi \cong 95^\circ$. Это связано с резким увеличением градиента скорости в лобовой части цилиндра из-за перекрытия проходного сечения канала. Установлено также, что начало критического режима обтекания практически не зависит от степени загромождения канала. Полученные опытные данные по резкому возрастанию коэффициентов сопротивления давления цилиндрических тел при увеличении степени загромождения каналов обобщаются в работе [87] сложной зависимостью (4.16) с табулированными значениями расчетных коэффициентов (табл. 4.1).

Более простая зависимость по учету влияния степени загромождения канала ε на увеличение коэффициента полного сопротивления цилиндра была получена в работе [104] на основе оценки увеличения скорости на внешней границе пограничного слоя в области отрыва потока и введения корректирующей поправки для оптимального обобщения экспериментальных данных различных авторов:

$$C_d^{(\varepsilon)} = \frac{C_d(Re^*)}{(1 - \varepsilon^2)^2 (1 - \varepsilon)^{0.4}}, \quad (1.20)$$

где $C_d^{(\varepsilon)}$ — коэффициент полного сопротивления в стесненном потоке жидкости, $C_d(Re^*)$ — коэффициент полного сопротивления, определяемый по известной эмпирической зависимости Визельбергера [36] для обтекания цилиндра неограниченным потоком жидкости при числе Рейнольдса $Re^* = \frac{ud}{\nu} \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)}$, u — среднерасходная скорость в незагроможденном сечении канала.

Эмпирическая зависимость, учитывающая влияние загромождения потока на частоту отрыва вихрей с поверхности плохообтекаемых тел

была получена в работе [105] для докритической области обтекания ($Re = 2 \cdot 10^4 - 1,2 \cdot 10^5$):

$$Sh = 0,2 \cdot (1 + 7,25 \cdot \varepsilon^{3,3}). \quad (1.21)$$

Характерно, что в стесненном потоке частота отрыва вихрей в этом диапазоне Re , как и при свободном обтекании цилиндра, не зависит от числа Рейнольдса.

1.4.3. Степень турбулентности потока

Экспериментально установлено [24, 63, 87, 106], что внешняя турбулентность является дополнительным инструментом для интенсификации теплообмена, так как она обуславливает проникновение пульсаций внешнего течения в пограничный слой обтекаемых тел и взаимодействие вихревых структур основного потока и зон отрывного течения.

Степень турбулентности потока Tu в большинстве случаев принято оценивать как отношение средней квадратической пульсационной составляющей скорости в направлении потока $\sqrt{u'^2}$ к средней скорости потока \bar{u} [194]:

$$Tu = \sqrt{u'^2} / \bar{u}. \quad (1.22)$$

Исследования, проведенные в работах [63, 107, 109], показывают, что при обтекании препятствий типа ребра и уступа различной высоты увеличение степени турбулентности потока приводит к возрастанию как максимального коэффициента теплоотдачи, так и интегрального уровня теплоотдачи и в отрывной, и в релаксационной областях, поэтому в высокотурбулизированных потоках эффективность ребер и уступов как интенсификаторов заметно возрастает. В частности, это связывают с тем, что при повышении внешней турбулентности потока слой смешения существенно расширяется, что приводит к сокращению длины отрывной области [108].

Согласно экспериментальным данным работы [63], при повышении уровня турбулентности потока с $Tu = 1,5\%$ до $Tu = 14,2\%$ длина отрывной области, определяемая по координате Nu_{max} , независимо от высоты препятствия сокращается для ребра приблизительно на одну треть, а для уступа — на одну четверть. При этом уровень турбулентности, генерированной уступом, в отрывной области и в слое смешения практически не увеличивается, турбулентность же, генерированная ребром, возрастает, что, по мнению авторов работы, связано с взаимодействием внешнего турбулизированного потока с отрывом перед ребром.

При обтекании тел цилиндрической формы увеличение степени турбулентности Tu набегающего потока в основном связано с ускорением наступления режима критического обтекания, так как повышение Tu облегчает переход к турбулентному режиму течения в пограничном слое, и резкое снижение сопротивления тела происходит при меньших числах Рейнольдса по сравнению с обтеканием слабо турбулизирован-

ным потоком. В работах [87, 110] приводятся данные по распределению давления, показывающие, что, если в условиях критического обтекания при высокой турбулентности набегающего потока существует область переходного отрывного пузыря, то при сверхкритическом обтекании повышение Tu способствует исчезновению отрывного пузыря и непосредственному переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

В то же время, изменение уровня турбулентности потока мало отражается на перераспределении вклада сопротивления трения и сопротивления давления в полное сопротивление. В работах [87, 110] показано, что при возрастании степени турбулентности Tu от 0,3% до 10% доля сопротивления трения в полном сопротивлении круглого и эллиптического, обтекаемого вдоль малой оси, цилиндров в диапазоне чисел Рейнольдса $Re \cong 10^3 - 10^6$ также остается незначительной и не превышает 2%. Это объясняется тем, что влияние внешней турбулентности потока оказывается несущественным по сравнению с влиянием вихревых структур, генерируемых самим телом в процессе вихреобразования, и соответствующих уровню турбулентности 25–30% [110]. Для эллиптических цилиндров с отношением осей 2 : 1, обтекаемых вдоль большой оси, возрастание Tu до 10% приводит к увеличению вклада сопротивления трения в полное сопротивление до 9%, так как точка отрыва потока перемещается вниз по потоку и эллиптический цилиндр становится более удобообтекаемым, а, следовательно, сопротивление трения несколько возрастает.

Исследования, проведенные в диссертационной работе Т. Б. Русяцкаса [110], показали, что экспериментальные данные по определению коэффициента сопротивления давления C_w как основной характеристики сопротивления цилиндрических тел для потоков различных жидкостей можно обобщить с помощью турбулентного числа Рейнольдса $Re_t = ReTu$. При таком подходе результаты, полученные в диапазоне изменения степени турбулентности потока Tu от 0,3% до 10%, аппроксимируются кривыми, представленными на рис. 14.

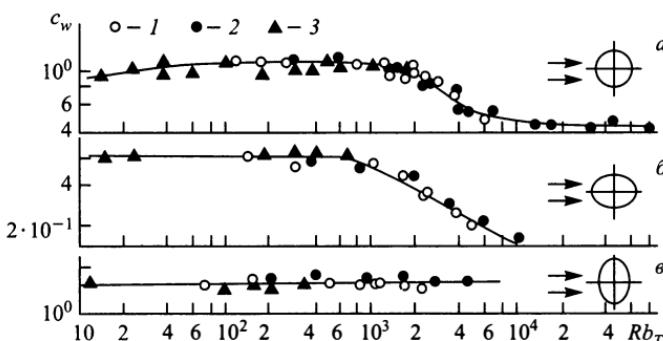


Рис. 14. Зависимость коэффициентов сопротивления давления от $Re_t = ReTu$: 1 — воздух, 2 — вода, 3 — трансформаторное масло (рис. 7 работы [110])

Эмпирическим зависимостям, показанным на рис. 14, согласно работе [110], соответствуют следующие расчетные выражения:

для круглого цилиндра:

$$C_w = \begin{cases} 1,09 & \text{при } Re_t = 20 - 2 \cdot 10^3 \\ 45,3 Re_t^{-0.51} & \text{при } Re_t = 2 \cdot 10^3 - 10^4 \\ 0,43 & \text{при } Re_t = 10^4 - 10^5, \end{cases} \quad (1.23)$$

для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси:

$$C_w = \begin{cases} 0,6 & \text{при } Re_t = 10 - 8 \cdot 10^2 \\ 20,4 Re_t^{-0.53} & \text{при } Re_t = 8 \cdot 10^2 - 10^4 \end{cases} \quad (1.24)$$

для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль малой оси:

$$C_w = 1,6 \text{ при } Re_t = 10 - 10^4. \quad (1.25)$$

Удобство такого обобщения состоит в том, что с приемлемой для практики точностью с помощью выражений (1.23)–(1.25) можно оценить сопротивление цилиндрических тел в потоках с существенно различными теплофизическими свойствами, скоростью течения и интенсивностью турбулизации.

Здесь уместно было бы отметить, что к аналогичному эффекту — более раннему (при меньших числах Рейнольдса) наступлению кризиса обтекания, т. е. резкому снижению сопротивления, приводит повышение шероховатости поверхности обтекаемых цилиндров [84]. Такой, казалось бы, парадоксальный факт объясняется тем же самым механизмом, как и в случае повышения степени турбулентности внешнего потока: чем выше выступы шероховатости, тем при более низких числах Рейнольдса происходит турбулизация пограничного слоя, приводящая к значительному сужению области отрыва потока.

Так же, как и внешняя турбулентность, шероховатость поверхности цилиндра увеличивает средний коэффициент теплоотдачи при высоких числах Рейнольдса. Как отмечается в работе [111], при обтекании шероховатого цилиндра коэффициент сопротивления трения C_f возрастает согласно обычной закономерности для шероховатых поверхностей, а коэффициент сопротивления давления C_w уменьшается, поскольку точка отрыва перемещается в сторону больших углов обтекания. В связи с этим рост коэффициента теплоотдачи может существенно опережать рост полного коэффициента сопротивления C_d . В работе [111], например, указывается, что при отношении высоты выступов шероховатости к диаметру цилиндра, равном 0,005, средний по периметру цилиндра коэффициент теплоотдачи увеличивается на 80%, а полный коэффициент сопротивления C_d только на 10%. В опытах Э. Ахенбаха [112] получен аналогичный результат по соотношению увеличения коэффициентов теплоотдачи и сопротивления при обтекании в потоке воздуха цилиндра с оптимальной шероховатостью. Вопросы теплоотдачи цилиндрических тел достаточно хорошо изучены. Так, например,

обобщение результатов исследований по комплексному воздействию на среднюю и локальную теплоотдачу обтекаемых цилиндров различного профиля таких факторов как загромождение, степень турбулентности потока и шероховатость поверхности было сделано А. А. Жукаускасом в монографии [106] на основе многочисленных экспериментов, проведенных в Институте физико-технических проблем энергетики Литовской Академии наук, поэтому подробно на этом вопросе мы останавливаться не будем.

В заключение данного раздела важно подчеркнуть, что на величину лобового сопротивления плохообтекаемых тел степень турбулентности потока влияет незначительно, и основные энергетические потери при обтекании завихрителей в каналах связаны с генерацией в зоне отрыва вихревых структур, имеющих масштаб, сравнимый с характерными размерами обтекаемых тел.

1.4.4. Шаг расположения закручивающих элементов и угол скоса потока

Вопрос о влиянии шага расположения выступов на вихревую структуру пристенных турбулентных течений частично уже затрагивался в п. 1.3.3, где рассматривались особенности отрывных течений. Говоря об обтекании спиральных завихрителей, не полностью перекрывающих ширину канала (винтового оребрения, спиральных накаток, проволочных навивок и т. п.), следует отметить, что определяющим в плане формирования зон отрывного течения является не продольный шаг между отдельными витками спиралей S/m (см. рис. 15), а расстояние между обтекаемыми элементами t в направлении вектора осредненной полной скорости набегающего потока \mathbf{u} .

Специально проведенные экспериментальные исследования [113] показали, что в случае неполного перекрытия канала закручивающими элементами направление скорости основного течения \mathbf{u} не совпадает ни с продольной осью канала z , ни с направлением закрутки спирали η , и определяется, в основном, загромождением канала ε . Поэтому фактический шаг между завихрителями t зависит не только от угла закрутки θ , заходности m и диаметра навивки спиралей d_h , но и от угла скоса потока относительно закручивающего элемента β :

$$t = \frac{\pi d_h \sin \theta}{m \operatorname{tg} \theta \sin \beta} = \frac{\pi d_h \cos \theta}{m \sin \beta}. \quad (1.26)$$

Известно, что полное сопротивление ряда поперечно обтекаемых тел зависит от относительного шага их расположения $t_0 = S/h$ (см. рис. 10). Для $t_0 < 10$ при уменьшении расстояния между обтекаемыми телами, когда зоны рециркуляционного течения перекрываются, наблюдается эффект снижения полного сопротивления ряда тел по сравнению с суммой сопротивлений отдельных изолированных тел [79, 84, 97, 114]. (В дальнейшем для краткости будем называть этот эффект *эффектом экранирования*). Объясняется это тем, что каждый расположенный ниже по потоку элемент ряда попадает в область ближнего

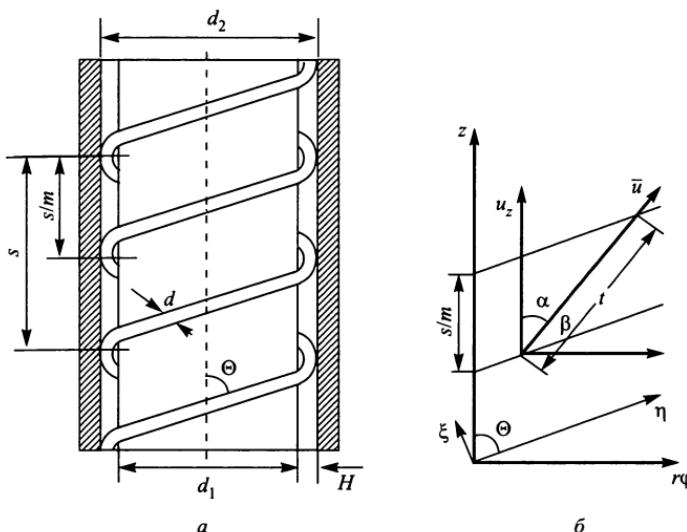


Рис. 15. Колыцевой канал с двухзаходной проволочной навивкой и его развертка по угловой координате при загромождении $\varepsilon = d/H < 1$. θ — угол навивки спирали: $\theta = \alpha + \beta$; α — угол закрутки потока, β — угол скоса потока, m — число заходов спирали

вихревого следа предыдущего обтекаемого элемента, градиент давления в котором совпадает по направлению со скоростью набегающего потока, и поэтому разница давлений между лобовой и кормовой областями каждого последующего тела становится меньше падения давления, соответствующего обтеканию одиночного тела.

Содержащиеся в научной литературе сведения о прямых экспериментальных исследованиях эффекта экранирования тел в ряду довольно ограничены и связаны, в основном, с изучением обтекания трубных пучков или опор. Так, по данным, приводимым в работах И. Е. Идельчика [84, 97], для цилиндров и других плохообтекаемых тел среднеарифметическое значение коэффициента лобового сопротивления $\bar{C}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{di}$ одного из n тел ряда снижается в 3–4 раза при уменьшении относительного шага t_0 с 10 до 1. При $t_0 = 1$, т. е. при плотной упаковке тел в большом продольном ряду, \bar{C}_d одного тела стремится к малому значению, обусловленному, в основном, сопротивлением трения, так как, смыкаясь, тела образуют сплошную поверхность с рельефом, определяемым формой обтекаемых профилей. Экспериментальные данные для тел прямоугольного профиля показывают, что при значениях $2 < t_0 < 5$ уже для третьего по потоку тела C_{di} близко к среднеарифметическому по всему ряду (при $n \geq 6$) значению этого коэффициента и составляет одну четверть от коэффициента сопротивления лобового сопротивления изолированного тела: $C_{di} \approx \bar{C}_d \approx 0,25C_d$.

Аналогичные результаты получены в работе [115] при исследовании сопротивления ряда обтекаемых цилиндров (трубок диаметром d), омываемых плоскопараллельным потоком воздуха. Исследования проводились при развитом турбулентном течении потока в трубе большого диаметра D в диапазоне изменения относительного шага расположения трубок в однорядном трубном пучке $1,3 < S/d < 4,5$ и показали, что с увеличением относительного шага S/d гидравлическое сопротивление трубного пучка возрастает. Представленные в работе экспериментальные данные позволяют также учесть эффект загромождения, заключающийся в возрастании сопротивления при увеличении d/D при одном и том же шаге расположения трубок в трубном пучке.

При относительно высоких шагах $t_0 > 10$ эффект снижения сопротивления тел в ряду обусловлен дополнительной турбулизацией потока в дальней области следа и постепенно ослабевает с увеличением t_0 , хотя остается еще заметным (в пределах 10%) вплоть до значений $t_0 = 40-50$.

Физическая природа описанного эффекта, связанная с уменьшением масштаба вихревых структур в кормовой области обтекаемых тел при тесном расположении их в продольном ряду, лежит в основе предложенного В. К. Мигаем [114] метода снижения вихревых потерь в каналах при наличии в них зон положительного градиента давления (поворотов, зон расширения проходного сечения). В работе [114] обосновывается возможность снижения гидравлического сопротивления каналов на основе дробления крупномасштабных вихрей в отрывных зонах поперечными перегородками. Эксперименты, проведенные в прямом канале с односторонне расположенными поперечными ребрами, показали, что с уменьшением отношения расстояния между ребрами к их высоте с 11 до 1 коэффициент гидравлического сопротивления канала падает в 4 раза.

При рассмотрении обтекания спиральных завихрителей относительный шаг t_0 должен определяться с учетом зависимости (1.26) как отношение $t_0 = t/h$, где h — высота закручивающего элемента. В остальном закономерности обтекания, обусловленные эффектом экранирования, остаются такими же, как и для поперечного обтекания тел в ряду. Для обобщения экспериментальных данных по учету влияния относительного шага расположения завихрителей на коэффициент лобового сопротивления закручивающих элементов можно использовать зависимость, вид которой предложен в работе [116].

При рассмотрении обтекания спиральных завихрителей относительный шаг t_0 должен определяться с учетом зависимости (1.26) как отношение $t_0 = t/h$, где h — высота закручивающего элемента. В остальном закономерности обтекания, обусловленные эффектом экранирования, остаются такими же, как и для поперечного обтекания тел в ряду. Для обобщения экспериментальных данных по учету влияния относительного шага расположения завихрителей на коэффициент лобового

сопротивления закручивающих элементов можно использовать зависимость, вид которой предложен в работе [116]:

$$\frac{\bar{C}_d}{C_d} = 1 - \frac{5(1 - C_1/C_d)}{t_0 + 4}, \quad (1.27)$$

где \bar{C}_d — средний коэффициент лобового сопротивления одного элемента в ряду, C_d — коэффициент лобового сопротивления единичного элемента, C_1 — коэффициент сопротивления элемента в ряду при $t_0 = 1$: $C_1 = \lim_{t_0 \rightarrow 1} \bar{C}_d$.

Рис. 16 демонстрирует сравнение обобщающей зависимости (1.27) с экспериментальными данными работ [84, 97, 115].

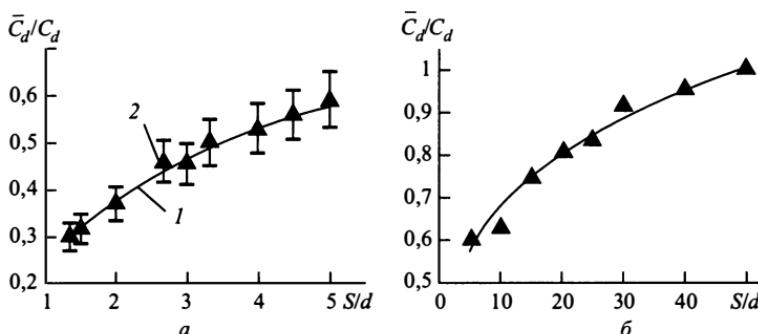


Рис. 16. Иллюстрация эффекта снижения сопротивления тел в продольном ряду при относительном шаге расположения завихрителей $t_0 = S/d$: а — от 1 до 5 и б — от 5 до 50

Обобщая сведения по влиянию относительного шага расположения обтекаемых элементов на теплообмен в каналах (обширная информация по этому вопросу содержится, например, в работах [24, 26, 28, 34, 57]), можно сделать следующие выводы. Большинство данных, полученных в основном для плохообтекаемых тел, показывают, что максимум увеличения теплоотдачи достигается при отношении шага расположения элементов в ряду к их высоте $t/h \approx 8-10$. Причем максимальное увеличение теплоотдачи при обтекании турбулентным потоком автомодельно относительно числа Рейнольдса и зависит только от степени загромождения канала. Поскольку максимум локальной теплоотдачи соответствует положению зоны присоединения отрывного течения, то наибольший эффект в плане увеличения теплообмена не может быть достигнут при существенном проявлении эффекта снижения лобового сопротивления в области малых относительных шагов расположения элементов в ряду. Таким образом, с точки зрения получения максимальной теплоэнергетической эффективности использования завихрителей необходимо, чтобы шаг их расположения t (t определяется по формуле (1.26)) несколько превосходил длину области отрыва a (рис. 10), что соответствует относительному шагу $t_0 = t/h \cong 8-10$. При

этом, как было показано в п. 1.4.2, на длину зоны отрыва потока за завихрителем влияет степень загромождения канала ε (см. рис. 13). Если же использование завихрителей не предназначено для интенсификации теплообмена, а необходимо, например, для закрутки потока в целях выравнивания поля температур, то наибольшая выгода в плане снижения гидравлических потерь может быть обеспечена при малых относительных шагах $t_0 < a/h$, $t_0 \cong 2\text{--}4$.

Экспериментальные исследования, касающиеся влияния угла скоса потока на сопротивление и вихревую структуру потока за плохообтекаемыми телами при высоких числах Рейнольдса, относятся, в основном, к обтеканию круговых цилиндров [117–119]. Согласно экспериментальным данным, полученным в работе [117], увеличение угла отклонения потока от нормали (угла $\pi/2 - \beta$ (см. рис. 15) существенно ускоряет переход от ламинарного течения к турбулентному в следе. В результате такие характеристики, как донное давление и положение точки перехода к турбулентному течению в следе, не подчиняются принципу автономности, требующему, чтобы характеристики зависели только от нормальной компоненты скорости набегающего потока. Принцип автономности обсуждается в монографии Г. Шлихтинга [36] и заключается в пренебрежении влиянием продольного потока на характеристики обтекания тел бесконечной длины, что следует из уравнений пограничного слоя. При этом сила лобового сопротивления считается пропорциональной квадрату нормальной скорости $u_n^2 = u^2 \sin^2 \beta$.

Проведенные эксперименты показали, что реальное сопротивление бесконечного цилиндра, обтекаемого под углом, увеличивается по сравнению с оценкой по нормальной составляющей скорости. Это связано с уменьшением донного давления по сравнению со случаем поперечного обтекания, что приводит к увеличению сопротивления давления. По данным работ [117, 118] в диапазоне чисел Рейнольдса $2 \cdot 10^3 < Re < 2 \cdot 10^4$ это увеличение растет с увеличением угла отклонения потока от нормали (уменьшением угла β), и, как показывает рис. 17, при $\beta = 30^\circ$ может достигать 24%.

Исследование структурных особенностей ближней части следа кругового цилиндра показало [117], что длина области рециркуляционного

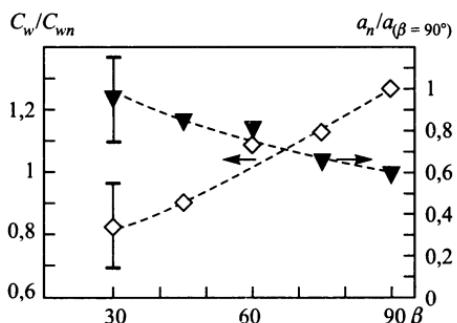


Рис. 17. Влияние угла скоса потока β на относительное увеличение коэффициента сопротивления давления $C_w/C_{w(\beta=90^\circ)}$ и снижение длины рециркуляционной зоны $a_n/a_{\beta=90^\circ}$ при обтекании цилиндра (экспериментальные данные работы [117])

течения в направлении нормали к образующей поверхности цилиндра a_n уменьшается с уменьшением угла β , причем, как свидетельствуют данные, приведенные на рис. 17, при $\beta < 90^\circ$ это уменьшение более резкое, чем ожидаемое сокращение геометрической проекции «вихревой тени» за цилиндром: $a_n < a_{\beta=90^\circ} \sin \beta$. Вместе с тем установлено [117, 119], что частота срыва вихрей подчиняется принципу автономности, т. е. при любом угле скоса потока число Струхаля, вычисленное по нормальной составляющей скорости, остается равным $Sh = fd/u_n = 0,21$.

Данные, полученные в работе [77] при исследовании теплообмена в турбулентном закрученном потоке за участком резкого осесимметричного расширения круглой трубы, также свидетельствуют о сокращении длины отрывной области по сравнению с обтеканием без закрутки (без скоса потока). Эксперименты, проведенные на воде в диапазоне чисел Рейнольдса $3 \cdot 10^4 \leq Re \leq 10^5$ при $Pr = 6$ показали, что распределения местного числа Нуссельта имеют ярко выраженный максимум, величина которого резко возрастает при увеличении интенсивности закрутки. Когда интегральный параметр закрутки Y (1.1) увеличивается от 0 до 1,2, координата точки максимума числа Нуссельта Nu_m уменьшается от $x/h = 8,0$ до 1,5 (x — расстояние от ступеньки, h — высота ступеньки). Это смещение вверх по потоку точки максимума Nu сопровождается возрастанием максимального значения числа Нуссельта Nu_m , отнесенного к соответствующей величине для полностью развитого течения в трубе, от 3 до 9,5. Механизм данного явления связан с тем, что уменьшение длины области рециркуляционного течения вызывает возрастание скорости сдвига и производства кинетической энергии турбулентности и, следовательно, увеличение интенсивности теплоотдачи.

Авторы работы [117] пришли к выводу, что при обтекании тел скосенным потоком в качестве характеристической скорости обтекания не может быть использована ни нормальная составляющая скорости, ни полная скорость набегающего потока. Как будет показано ниже в настоящей работе, влияние скоса потока на сопротивление обтекаемых тел хорошо описывается на основе представлений об анизотропии сопротивления ориентированных структур, обтекаемых под углом.

Приведенные в данном разделе сведения позволяют заключить, что обтекание спиральных завихрителей в канале следует рассматривать с учетом перечисленных особенностей как сложное продольно-поперечное обтекание рядов тел произвольного профиля.

1.4.5. Продольная кривизна

При течении закрученного потока в кольцевых каналах и трубах линии тока осредненного течения являются винтовыми линиями [120], радиус кривизны которых R_c зависит от угла закрутки потока α

(рис. 15) и радиальной координаты r согласно соотношениям:

$$R_c = \frac{r}{\sin^2 \alpha(r)} = r \left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \right) = r \left(1 + \frac{u_z^2(r)}{u_\phi^2(r)} \right). \quad (1.28)$$

При этом следует заметить, что угол α , определяемый как $\alpha = \operatorname{arctg}(u_\phi(r)/u_z(r))$, может существенно изменяться по радиусу канала в зависимости от интенсивности закрутки потока и геометрии поверхностей, ограничивающих область течения. Поэтому, рассматривая закрученное движение жидкости, следует учитывать пространственную кривизну линий тока осредненного течения $K = 1/R_c$, часто именуемую *продольной кривизной* (*streamline curvature*) [8, 50, 121, 122], в отличие от кривизны обтекаемых поверхностей, определяемой в плоскости, нормальной к продольной оси канала.

Вопросы влияния кривизны обтекаемых поверхностей на формирование вторичных вихревых течений частично уже затрагивались в п. 1.3.3. Систематические теоретические исследования по развитию вторичной завихренности, обусловленной искривлением поля неоднородного течения вязкой несжимаемой жидкости, были предприняты достаточно давно Хоуртоном [123] и Сквайром и Уинтером [124], а затем получили некоторое развитие в работах, посвященных описанию трехмерных течений в криволинейных каналах, из которых можно отметить публикацию Мэрриса [125]. Хоуртон предложил разложить результирующий вектор вихря $\omega = \operatorname{rot} u$ как сумму двух векторов, направленных по касательной и по нормали к линии тока, проходящей через заданную точку пространства. Применение операции дивергенции к указанному векторному разложению и использование уравнения неразрывности приводят к кинематическому соотношению, справедливому для несжимаемых однородных жидкостей:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\omega_t}{u} \right) = -\frac{2}{u^2 r} ([t[u\omega]] \cdot n) - \frac{t}{u^2} \operatorname{rot}[u\omega], \quad (1.29)$$

где s — расстояние по дуге вдоль линии тока; t , n — единичные векторы касательной и главной нормали к линии тока; u , u вектор и модуль полной скорости, ω — вектор результирующего вихря; ω_t проекция вектора вихря на касательную к линии тока, r — радиус кривизны линии тока.

Ценность этого результата состоит в том, что образование завихренности по потоку выражено в явном виде через вектор Ламба $[u\omega]$, который может быть получен непосредственно из уравнений движения и выражен через кинетические величины независимо от приложенной системы сил или уравнения состояния жидкости. Этот общий результат является точным и, следовательно, может служить основой для корреляции явлений, наблюдаемых экспериментально. Анализ, проведенный Мэррисом [125], показал, что условия образования вторичных течений для вихревого движения несжимаемой жидкости выполняются не всегда: они отсутствуют для случаев сложно-слоистого

(ламинарного) течения, когда $(\mathbf{u} \cdot \text{rot } \mathbf{u}) = 0$ и вихревые линии нормальны к линиям тока, и для случая винтового движения (течения Громеки – Бельтрами), когда $\text{rot } \mathbf{u} = k\mathbf{u}$ и вихревые линии параллельны линиям тока.

Основанные на этих исследованиях методы приближенного расчета вторичных течений, возникающих в трехмерных турбулентных пограничных слоях вблизи стенок криволинейных каналов, в ряде случаев с успехом были использованы на практике, но их применение ограничивалось условием, что линии тока осредненного течения должны быть близки к дугам окружностей и что вторичные течения настолько малы, что не нарушают поверхностей Бернулли (поверхностей постоянного полного давления) [50].

По мере развития теоретических представлений о природе турбулентности и попыток ее моделирования интерес к приближенным методам существенно уступил место изучению влияния эффектов кривизны на изменение коэффициентов турбулентного обмена. Вместе с тем кинематические соотношения, характеризующие условия появления вторичной скорости в направлении вихревых линий, полученные в работах [123–125], могут оказаться полезными для выявления механизма образования когерентных вихревых структур вблизи выпуклой и вогнутой поверхностей в свете уже новых представлений о структурированном строении пристенного турбулентного пограничного слоя [127].

Несмотря на то, что проблема влияния продольной кривизны на процессы турбулентного обмена обсуждалась в рамках полуэмпирического подхода еще такими классиками расчетной гидродинамики, как Прандтль, Карман и Тейлор, мнения которых по данному вопросу приводятся в работе Ваттендорфа [128], до сих пор ее нельзя назвать решенной окончательно. Сложившаяся схема рассуждений при развитии полуэмпирических методов основана на следующих представлениях.

При описании движения жидкости в неподвижных каналах принято использовать метод Эйлера, согласно которому поля скорости и давления в жидкости определяются относительно инерциальной системы отсчета. В турбулентных сдвиговых слоях, когда в инерциальной системе координат линии тока осредненного течения имеют продольную кривизну, структура турбулентности видоизменяется центростремительными и кориолисовыми ускорениями, которые индуцируются кривизной. Связанное с этим изменение коэффициентов турбулентного обмена объясняется усилением или потерей устойчивости поля течения [50]. Экспериментально было установлено, что влияние кривизны приводит к увеличению турбулентных напряжений и усилию теплообмена, когда выражение $(U/(R+y))(\partial U/\partial y)^{-1}$ отрицательно, и к уменьшению турбулентных напряжений и интенсивности теплопереноса в случае его положительного значения (R – радиус кривизны обтекаемой поверхности, U – осредненное значение скорости вдоль линии тока, y – расстояние от стенки) [121]. Устойчивость турбулентных течений с продольной кривизной принято рассматривать с позиций

качественной аналогии между действием фиктивных массовых сил, обусловленных центростремительным и кориолисовым ускорениями, и действительной массовой силой, такой как плавучесть. На такую аналогию впервые указал Прандтль [126]. Чтобы учесть локальные эффекты, обусловленные кривизной, Прандтль предложил ввести в обычную длину пути смешения поправочный множитель, зависящий от безразмерного параметра устойчивости. В качестве такого параметра было предложено использовать число Ричардсона Ri , которое характеризует отношение турбулентной энергии, произведенной фиктивными массовыми силами и касательными напряжениями. В более широком смысле при использовании в моделях турбулентности (см. п. 1.5.1) число Ричардсона трактуется как отношение порождения турбулентной энергии за счет дополнительных скоростей деформаций, возникающих в сложных турбулентных течениях, и, в частности, в криволинейных сдвиговых слоях, к полной генерации турбулентности.

Так, например, наиболее общая форма представления числа Ричардсона для несжимаемой жидкости с постоянной плотностью в криволинейных координатах (s, n) имеет вид [18, 122, 129, 130]:

$$Ri = \frac{2U_s}{R_c^2} \frac{\partial}{\partial n} (U_s R_c) \left/ \left[\left(\frac{\partial U_s}{\partial n} \right)^2 + \left(R_c \frac{\partial U_s}{\partial n} \right)^2 \right] \right., \quad (1.30)$$

где s — координата в направлении линии тока, n — направление главной нормали к линии тока, R_c — радиус кривизны линии тока, U_s — полная осредненная скорость потока при криволинейном движении.

В настоящее время используется несколько десятков форм представления числа Ричардсона [8, 18, 50, 122, 129]. Такая неоднозначность связана с различной трактовкой влияния эффектов кривизны на структуру турбулентности и выбором эффективных временных масштабов переноса турбулентной энергии. При этом наибольшие сложности в подборе соответствующих зависимостей, как показано в работах [8, 18], возникают при анализе закрученных течений, характеризующихся пространственной кривизной.

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что даже наличие небольшой кривизны обтекаемой поверхности оказывает существенное влияние на процессы турбулентного обмена, а наблюдаемые эффекты изменения характеристик теплообмена и трения на порядок выше рассчитанных теоретически [121, 122]. Наиболее простым способом введения эмпирических поправок при применении полуэмпирических методов, основанных на теории Прандтля, является предложение Брэдшоу [129] использовать линейную зависимость для длины пути смешения при криволинейном течении:

$$\frac{l}{l_0} = 1 - \beta Ri, \quad (1.31)$$

где l , l_0 — длина пути смешения для криволинейного и плоского пограничных слоев, а β — константа, подбираемая эмпирически, которая

используется для согласования расчета с экспериментом. По данным различных авторов, значение константы β изменяется от 2 до 10, и вопрос о ее правильном выборе до сих пор остается открытым.

В рамках развития теории Прандтля предпринимались и другие попытки учета влияния массовых сил на характеристики турбулентного обмена [4, 8, 131]. Среди работ, посвященных этому вопросу и имеющих прикладное значение для разработки инженерных методов расчета закрученных течений в каналах сложной формы, следует отметить монографию С. С. Кутателадзе, Э. П. Волчкова и В. И. Терехова [8]. Результаты проведенного авторами анализа, основанного на рассмотрении законов сохранения импульса и энергии в неинерциальной системе отсчета, связанной с лагранжевой системой координат, позволили получить достаточно простые полуэмпирические зависимости для турбулентных касательных напряжений и тепловых потоков, учитывающие закономерности влияния кривизны на трение и тепломассообмен при турбулентном обтекании выпуклых и вогнутых поверхностей. Характерными параметрами в полученных замыкающих соотношениях являются различные модификации числа Ричардсона, соответствующие геометрическим и физическим условиям рассматриваемых течений.

Рассмотрению более сложных принципов моделирования для описания криволинейных и закрученных турбулентных течений на основе применения моделей турбулентности посвящен следующий раздел настоящей главы.

1.5. Современное состояние проблемы расчетного моделирования сложных турбулентных течений

1.5.1. Использование моделей турбулентности для расчета криволинейных и закрученных течений

Вопрос влияния продольной кривизны на процессы тепломассообмена и вихревую структуру внутренних закрученных турбулентных течений до сих пор остается одним из самых сложных в расчетной гидродинамике. Сложность заключается в том, что здесь сливаются воедино несколько проблем: проблема выбора схемы замыкания в математическом моделировании турбулентного обмена с учетом эффектов кривизны и анизотропии турбулентного переноса, проблема отсутствия рациональной основы для выбора определяющих параметров течений в каналах со сложной геометрией и проблема появления неустойчивостей течений, приводящих к возникновению вторичных течений (вторичной завихренности) в масштабах, больших по сравнению с пространственным турбулентным масштабом [132].

Разработка моделей турбулентности для описания криволинейных турбулентных течений первоначально связывалась с надеждой получить универсальный способ учета влияния эффектов кривизны на перенос импульса и энергии при течении вблизи криволинейных по-

верхностей или при закрутке потока [18, 50, 122]. Можно выделить два подхода в решении этой задачи. К первому из них относится разработка двухпараметрических диссипативных моделей турбулентности, построенных на основе известной k - ε -модели. Согласно этому подходу предполагалось, что вид коэффициентов турбулентного обмена, в частности, турбулентной вязкости μ_t можно определить точно из решения дополнительных дифференциальных уравнений (1.34)–(1.35), описывающих процессы переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций k и изменение скорости диссипации турбулентной энергии ε [133–135]¹⁾.

Система уравнений для расчета турбулентных течений на основе диссипативной двухпараметрической модели турбулентности включает в себя уравнение неразрывности (1.32), уравнения Рейнольдса (1.33), уравнения для кинетической энергии турбулентных пульсаций k (1.34) и скорости ее диссипации ε (1.35)²⁾:

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \right), \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon, \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 3} \nu \mu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_j} \right)^2, \end{aligned} \quad (1.35)$$

где знак осреднения « $\bar{\cdot}$ » означает рейнольдсово осреднение по времени, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, $C_{\varepsilon 3}$, σ_k , σ_ε — эмпирические коэффициенты, δ_{ij} — символ Кронекера.

В моделях турбулентности типа k - ε предполагается, что турбулентные (рейнольдсовые) напряжения $-\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j$ в уравнениях (1.33) связаны

¹⁾ Кинетическая энергия турбулентных пульсаций k определяется как: $k = \bar{u}'_i^2 / 2$, а скорость диссипации турбулентной энергии ε в предположении локального равновесия энергии пульсаций оценивается согласно соотношению: $\varepsilon = -\nu (\partial \bar{u}'_i / \partial x_j)^2$, где \bar{u}'_i — пульсационные составляющие скорости, $i = 1, 2, 3$.

²⁾ Здесь применяется тензорная запись дифференциальных уравнений, в которой подразумевается, что по дважды повторяющемуся индексу производится суммирование от 1 до 3. Для упрощения записи уравнения представлены в декартовой системе координат. Вид этих уравнений в цилиндрической системе координат дается, например, в обзоре [18].

с полем скоростей деформаций осредненного потока посредством турбулентной вязкости μ_t следующими соотношениями:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k. \quad (1.36)$$

При этом используется гипотеза, что турбулентную вязкость μ_t можно представить в виде скаляра (хотя более правильно ее следовало бы считать тензором второго или даже четвертого ранга [18, 136]), величина которого определяется выражением:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (1.37)$$

где C_μ — эмпирический коэффициент.

Хотя в определении эмпирических замыкающих коэффициентов C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, $C_{\varepsilon 3}$, σ_k , σ_ε , входящих в постановочные уравнения (1.32)–(1.37) различных диссипативных моделей турбулентности, существуют некоторые различия, здесь можно привести их типичный набор, полученный с введением пристеночных функций, учитывающих уменьшение масштаба турбулентности при приближении к стенке, как это сделано, например, в работе [122]: $C_\mu = 0,09 \exp[-3,4/(1 + Re_t/50)^2]$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92(1 - 0,3 \exp(-Re_t^2))$, $C_{\varepsilon 3} = 2,0$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$. $Re_t = k^2/\nu \varepsilon$ — турбулентное число Рейнольдса.

Однако попытки прямого использования различных модификаций двухпараметрических диссипативных моделей, хорошо зарекомендовавших себя для плоских течений, при наличии даже небольшой кривизны осредненного течения не дали ожидаемых результатов [18, 50, 122, 133]. Главная причина недостаточной универсальности подхода, основанного на применении двухпараметрических диссипативных моделей турбулентности к расчету криволинейных и закрученных течений, по мнению большинства авторов [18, 122, 134], состоит в использовании предположения об изотропии турбулентной вязкости и моделировании ее в виде скалярной величины (1.37). Отсюда вытекает, что главные оси тензора рейнольдсовых напряжений должны совпадать с главными осями тензора скоростей деформаций, а это противоречит опытным данным, показывающим, что для криволинейных и закрученных потоков положения нулевого градиента скорости осредненного течения и нулевых напряжений не совпадают. Кроме того, уравнение для описания скорости диссипации турбулентной энергии ε (1.35) является своего рода «черным ящиком» [122], «наиболее слабым» звеном [137] в системе постановочных уравнений (1.32)–(1.37), так как сам его вид и значения эмпирических констант C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, $C_{\varepsilon 3}$ определяются фактически только на основе принятых предположений, каким образом энергия передается от среднего во времени движения к турбулентным вихрям различного размера (сначала к энергосодержащим вихрям большого масштаба, а от них к мелкомасштабным вихрям при определенном выборе механизма диссипации в каскадном процессе).

Попытки усовершенствования двухпараметрических моделей турбулентности предпринимались в двух направлениях.

1) за счет внесения эмпирических поправок, зависящих от числа Ричардсона, при моделировании источникового члена в уравнении для скорости диссипации турбулентной энергии (1.35).

Наиболее часто в этом случае корректировке подвергается третий член в правой части уравнения (1.35), который в большинстве случаев принимает форму: $-C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} (1 - C_c \text{Ri})$, с дополнительным эмпирическим коэффициентом C_c , вводимым для учета эффектов кривизны. Величина коэффициента C_c варьируется от 0 до 0,5 и часто берется равной 0,2. При этом форма числа Ричардсона может быть весьма разнообразной в зависимости от особенностей рассматриваемых криволинейных или закрученных течений.

И 2) путем непосредственной корректировки самой турбулентной вязкости μ_t в формуле (1.37) за счет изменения величины эмпирического коэффициента C_μ в зависимости от характерных направлений проявления эффектов анизотропии переноса. Так, например, в работах [130, 138, 139] экспериментально было выявлено, что отношение коэффициентов турбулентной вязкости $\mu_{t(rz)} / \mu_{t(r\phi)}$ в осевом z и азимутальном ϕ направлениях в зависимости от интенсивности закрутки потока может достигать весьма высоких значений: от 5 до 30.

Описание в различной степени усовершенствованных двухпараметрических моделей турбулентности и возможности их применения обсуждаются, например, в работах [122, 140–142] для расчета криволинейных и в работах [138, 143–148] для расчета закрученных течений. К относительно недавним разработкам в области построения моделей со скалярной вязкостью относится модель Ментера [149], а возможность применения такого подхода для расчета некоторых случаев криволинейных и вращающихся течений демонстрируется, например, в работах [150–152].

Другой подход к математическому моделированию сложных турбулентных течений, к которым относятся закрученные и криволинейные течения, связан с разработкой многопараметрических моделей турбулентности, позволяющих отказаться от использования понятия скалярной турбулентной вязкости и учесть в той или иной мере анизотропию турбулентности, обусловленную наблюдаемой в экспериментах существенной разницей в изменении отдельных составляющих напряжений Рейнольдса. В общем случае многопараметрические модели турбулентности при решении гидродинамической задачи в дополнение к системе уравнений неразрывности и Рейнольдса вводят в анализ семь дифференциальных уравнений, в том числе шесть уравнений переноса для напряжений Рейнольдса и одно уравнение для скорости диссипации пульсационной энергии ε [18]. В итоге рассматривается система из одиннадцати уравнений с девятью подлежащими определению константами моделирования и различными функциональными за-

вистимостями (пристеночными функциями), учитывающими изменение пространственного масштаба турбулентности и вклад молекулярного переноса вблизи стенки [18, 134].

В значительной мере сложность моделей турбулентности, использующих уравнения для рэйнольдсовых напряжений, вызвана необходимостью моделирования отдельных членов этих уравнений, выражаемых корреляционными зависимостями высокого порядка и сложными тензорными сочетаниями, трудностью учета влияния стенки при расчете пристеночных течений и проблемами, возникающими при реализации сложного вычислительного алгоритма.

Наиболее распространенным способом учета эффектов кривизны и согласования с экспериментальными данными при построении различных моделей турбулентности (двухпараметрических и более высокого уровня) является моделирование источниковых членов в уравнениях для скорости диссипации турбулентной энергии ε и переноса рэйнольдсовых напряжений с помощью введения эмпирических поправок, зависящих от определенным образом выбранного числа Ричардсона [122, 130, 135, 137, 153]. Выбор числа Ричардсона сам по себе представляет довольно сложную задачу и основывается, как уже упоминалось в п. 1.4.5, на физических представлениях. Число Ричардсона вводится таким образом, чтобы при моделировании учитывались наблюдаемые на опыте эффекты: увеличение скорости диссипации турбулентной энергии, снижение турбулентных напряжений и уменьшение пространственного масштаба турбулентности (разрушение крупномасштабных вихрей) вблизи выпуклой поверхности, когда кривизна линий тока и число Ричардсона имеют положительные значения и, наоборот, снижение скорости диссипации и увеличение масштаба турбулентности и турбулентных напряжений вблизи вогнутой поверхности при отрицательных значениях кривизны линий тока и числа Ричардсона.

Существуют упрощенные варианты многопараметрических моделей турбулентности, основанные на введении дополнительных предположений и аппроксимаций, за счет которых уравнения для рэйнольдсовых напряжений сводятся к системе алгебраических уравнений. Применительно к криволинейным течениям были разработаны модели Лаундера, Риса и Роди [154], Гибсона [155], Меллора и Ямады [156], а также Лакшминараяны [157]. Примерами использования этих моделей являются работы [121, 158, 159]. Для закрученных течений описание моделей на основе алгебраических уравнений для напряжений Рейнольдса приводится, например, в работах [160–161]. В литературе также имеются ссылки на модели Аупокса с соавторами [148], Ханьялика и Лаундера [162].

Ввиду невозможности выбрать универсальные корректирующие зависимости для источниковых членов в уравнениях для напряжений Рейнольдса при моделировании великого многообразия криволинейных и закрученных течений используются различные искусственные приемы. Например, для определенных случаев течения, когда азимутальная

скорость является преобладающей (что не относится к закрученным течениям со сравнимой величиной по крайней мере двух компонент осредненной скорости) уравнения для напряжений Рейнольдса подвергаются максимальному упрощению и приводятся к форме, соответствующей соотношениям Буссинеска [154, 163, 164]. Это дает возможность выделить из полученных алгебраических уравнений выражения для коэффициентов C_μ , входящих в описание турбулентной вязкости (1.37), которые будут различными для разных направлений, что характеризует анизотропию турбулентного переноса. Говорить об универсальности таких моделей, основанных на существенных ограничениях, также не приходится.

В качестве другого примера моделирования, сочетающего в себе одновременно оба описанных выше подхода можно привести работу Е. П. Валуевой и В. Н. Попова [153], в которой предложена модель турбулентного переноса для описания турбулентных напряжений и тепловых потоков, учитывающая влияние кориолисовых сил на турбулентный перенос в неизотермических потоках вдоль криволинейных поверхностей. Полученные авторами соотношения для турбулентной вязкости, турбулентных напряжений и тепловых потоков для случая двумерного течения в плоском криволинейном канале зависят от определенным образом выбранных гидродинамического и термического чисел Ричардсона.

Следует обратить особое внимание на то, что замыкающие соотношения и корректирующие эмпирические поправки, учитывающие влияние кривизны в моделях турбулентности, описывающих течения в криволинейных каналах, не могут быть использованы для расчета закрученных течений. Это связано с характерным отличием закрученных течений от всех других классов внутренних течений (см. п. 1.3.2), заключающимся в том, что профиль азимутальной (окружной) осредненной скорости потока имеет две отчетливо выделяемые области: область вынужденного вихря в центральной части канала, соответствующую закономерности вращения твердого тела, и область свободного вихря, в которой приблизительно выполняется условие квазипотенциального вращения с постоянством циркуляции по радиусу.

Согласно традиционным представлениям, основанным на экспериментальных данных [130, 143], в области квазитвердого вращения при отсутствии рециркуляции потока действие центростремительного ускорения способствует подавлению турбулентности и ламинаризации (стабилизации) течения, а в области свободного вихря возникает неустойчивость течения, так как за счет убывания величины окружной скорости с возрастанием радиуса (см. рис. 5) центростремительное ускорение не может компенсировать локальный радиальный градиент давления, что приводит к дестабилизации течения и усилию турбулентного переноса. Однако продолжающиеся исследования показывают, что до сих пор физическая природа закрученных течений до конца не изучена. В частности, не понятыми остаются вопросы об

изменении внутренней вихревой структуры ограниченных закрученных потоков с изменением интенсивности циркуляции скорости в масштабе поперечного сечения канала, о зависимости пространственного разграничения областей стабилизации и дестабилизации течения при изменении интенсивности закрутки потока и об изменении структуры турбулентности при появлении зоны рециркуляционного (возвратного) течения в сильно закрученных потоках. Поскольку понимание этих вопросов является весьма важным для моделирования закрученных течений, следует констатировать, что в настоящее время ни одна модель турбулентности не является универсальной относительно изменения интенсивности закрутки потока, а использование пусть даже одних и тех же корректирующих поправок, но зависящих от различным образом определяемых чисел Ричардсона, может приводить к противоположным результатам [18].

Анализируя современную ситуацию в области применения моделей турбулентности к расчету сложных закрученных течений, характеризующихся пространственной кривизной, можно заключить следующее. Многообразие подходов при моделировании и упрощении уравнений переноса рейнольдсовых напряжений и неоднозначность выбора числа Ричардсона в качестве корректирующего параметра для уточнения описания криволинейного или закрученного течения приводят к тому, что сопоставимость результатов, полученных различными авторами даже при моделировании подобных течений, весьма затруднительна. К тому же увеличение числа дополнительных дифференциальных уравнений для определения характеристик турбулентности требует получения большого объема трудно достижимой эмпирической информации для описания замыкающих соотношений и корректировки констант моделирования. Вместе с тем найденные параметры моделей не являются универсальными, так как определение постоянных моделирования и пристеночных функций возможно только на основе рассмотрения простых типов течения в рамках принятых предположений и упрощений. С этим связана ограниченность применения как констант моделирования, так и самих моделей [18, 50, 134].

1.5.2. Различные подходы к построению расчетных методов сложных турбулентных течений

Активное изучение явления турбулентности, сопряженное с попытками его математического моделирования, началось более ста лет назад с опытов Осборна Рейнольдса и предложенного им в 1895 г. [165] способа описания турбулентного движения жидкости как существенно стохастического процесса, характеризуемого хорошо определяемыми и повторяющимися средними по времени величинами,ложенными на случайное поле флуктуаций (пульсаций) скорости. Хотя природа пульсационного движения жидкости и связывалась с вихревым движением, при котором осуществляется случайное взаимодействие вихревых структур, характеризующихся широким диапазоном масшта-

бов, понятие вихря при построении математических моделей турбулентности долгое время являлось, по существу, абстракцией. Такая картина случайно взаимодействующих неопределенных структур различных масштабов привела к полуэмпирическим теориям Прандтля [166] и Тейлора [167, 168], в которых поверхностные напряжения были связаны с полем средних скоростей потока посредством использования понятий эффективной вихревой вязкости или пути смещения. Интересно, что определение эффективной вихревой вязкости было введено Буссинеском в 1877 г. [169] на 18 лет раньше работы О. Рейнольдса [165].

Оглядываясь назад, можно сказать, что то направление мысли, которое предложил О. Рейнольдс в плане описания турбулентных течений как вероятностно-статистического процесса, на целых сто лет фактически возобладало в попытках теоретических построений. Суть большинства из разработанных за это время методов расчета турбулентных течений сводится, по существу, к поиску моделей для описания рейнольдсовских напряжений, а используемые в настоящее время вычислительные методы можно разделить на два типа: дифференциальные и интегральные.

Дифференциальные методы рассматривают математическое описание законов сохранения массы импульса и энергии для постановки задачи в виде дифференциальных уравнений в частных производных и используют для замыкания различные модели турбулентности. В свою очередь используемые модели турбулентности, как будет показано ниже, принято классифицировать в соответствии с числом дифференциальных уравнений, привлекаемых для описания характеристик турбулентности [50].

Интегральные методы основаны на описании законов сохранения в интегральном виде с привлечением процедуры интегрирования по пространству и рассмотрении получаемых при этом интегральных параметров (таких, как толщина потери импульса, коэффициент трения, формпараметры скоростного поля и т. д.). Использование этих методов позволяет избежнуть сложностей, связанных с описанием поля рейнольдсовских напряжений в каждой точке пространства и решением уравнений сдвигового слоя в форме дифференциальных уравнений в частных производных. Вместо этого решается система обыкновенных дифференциальных уравнений с продольной координатой в качестве независимой переменной и параметрами профиля скорости в качестве зависимых переменных.

Для любой модели турбулентности можно пользоваться как дифференциальным, так и интегральным методами. Поэтому значительное различие в методах расчета турбулентных течений обуславливается в большей степени типом модели, чем типом вычислительной процедуры [50]. Известные в настоящее время модели турбулентности можно классифицировать следующим образом:

1. Модели нулевого порядка, содержащие дифференциальные уравнения в частных производных только для среднего поля скоростей. Дифференциальные уравнения для характеристик турбулентности в этих моделях отсутствуют. Методы расчета, основанные на этих моделях и называемые в литературе полуэмпирическими¹⁾, используют концепции эффективной вихревой вязкости и длины пути смешения.

2. Однопараметрические модели турбулентности, использующие для замыкания уравнений Рейнольдса одно дополнительное уравнение, служащее для определения масштаба скорости турбулентного движения. Таким уравнением является дифференциальное уравнение для кинетической энергии турбулентных пульсаций. Неизвестной функцией при этом остается масштаб турбулентности L . В однопараметрических моделях используется предположение о локальном равновесии процессов генерации и диссипации турбулентной энергии в пристеночной области за пределами вязкого подслоя, что позволяет установить пропорциональную зависимость между масштабом турбулентности L и длиной пути смешения l с помощью простых эмпирических соотношений [134]. Область применимости однопараметрических моделей ограничивается относительно простыми сдвиговыми течениями, так как для более сложных течений трудно получить эмпирические распределения масштаба турбулентности.

3. Двухпараметрические модели, содержащие дополнительно два дифференциальных уравнения в частных производных для определения пространственного и скоростного масштаба турбулентного движения. Такими уравнениями являются уравнения для кинетической энергии турбулентных пульсаций (1.34) и скорости ее диссипации (1.35) (см. п. 1.5.1).

4. Многопараметрические модели турбулентности или модели для напряжений. Эти модели содержат дополнительные дифференциальные уравнения в частных производных для всех компонент тензора рейнольдсовых напряжений и для масштаба длины (уравнение для скорости диссипации турбулентной энергии).

Вопросам применения моделей 3 и 4 классов к расчету криволинейных и закрученных течений был посвящен предыдущий раздел настоящей главы.

Как это ни парадоксально, но общепризнанным [50, 132] остается тот факт, что в сложных технических приложениях наиболее применимыми остаются простые модели 1 класса. Модели 2 класса также используются в практических расчетах, но значительно реже. Модели 3 и 4 классов до сих пор не нашли достойного применения в инженерных приложениях. Причины такого положения отчасти затронуты в п. 5.1.1.

¹⁾ Хотя следует оговориться, что с тем же правом любые методы, основанные на привлечении различных моделей турбулентности, являются полуэмпирическими, так как требуют для замыкания эмпирической информации.

Прежде, чем обратиться к другим, приобретающим в настоящее время все большую популярность методам расчета турбулентных течений, учитывающим роль крупномасштабных вихревых структур в процессах турбулентного переноса, следует сказать несколько слов о предыстории их возникновения.

Доминировавший в середине XX-го века интерес к изучению однородной и изотропной турбулентности, стимулированный работами Дж. И. Тейлора [169] и А. Н. Колмогорова [170], сопряженный с развитием статистической теории турбулентности, не привел к созданию методов расчета, применимых для решения практических задач. По мнению Г. Мофата [132], это вполне закономерно, так как идеализация, введенная Дж. И. Тейлором в механику жидкости из-за сложности явления неоднородной турбулентности, подразумевала рассмотрение однородного поля турбулентности с нулевой или постоянной средней скоростью. Отличительной же особенностью реальных турбулентных течений является наличие поля среднего течения и взаимодействие между этим средним течением и наиболее энергетически весомыми составляющими турбулентности. Однако спектральный анализ однородной и изотропной турбулентности привел к важному наблюдению: энергетическая структура изотропной турбулентности не зависит непосредственно от значения вязкости жидкости. Экспериментально было установлено, что, если число Рейнольдса достаточно велико, чтобы турбулизовать течение, то при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса энергетическая структура течения остается подобной. Было обнаружено также, что зона генерации и диссипации турбулентной энергии в пространстве волновых чисел очень сильно разнесены. В этом случае мелкомасштабные движения находятся в состоянии локального изотропного равновесия, что приводит к предположению об универсальности поведения мелких вихрей для всех течений [127].

Начало новым качественным представлениям о физической природе турбулентности положило экспериментально обнаруженное явление пе-ремежаемости [171, 172] и концепция о двойной структуре турбулентности, изложенная в работе А. А. Таунсенда [173]. Основываясь на экспериментальных наблюдениях, Таунсенд предположил, что основная часть структуры турбулентности имеет сравнительно малый масштаб и содержит основную часть энергии, а на нее налагается система медленных больших вихрей, которая переносит полностью турбулентную жидкость от одной части течения к другой. При этом большие вихри, введенные Таунсендом в модельную структуру течения, представляют собой «простые вихри с центральной завихренностью, направленной вдоль главной оси положительной средней скорости деформации, удлиненные в направлении течения; центры их располагаются вблизи плоскости максимальной скорости сдвига» [173]. Эти вихри не представляют собой перманентных структур, и новые вихри возникают по мере исчезновения старых.

Современные представления о турбулентности все больше связываются с понятием детерминированных вихревых структур. Фундаментальные исследования последних десятилетий в области турбулентности, основанные на применении в экспериментах методов визуализации потока, ставших возможными благодаря успехам в области электронного и оптического приборостроения, привели к изменению взглядов на физическую природу турбулентности и осознанию того факта, что процессы переноса в большинстве сдвиговых турбулентных течений определяются организованными вихревыми движениями («ко-герентными структурами»), которые не являются случайными. Форма, интенсивность и масштаб таких организованных вихревых движений зависят от геометрических и физических условий.

Весьма важным явилось открытие организованной вихревой структуры пристенной области турбулентного пограничного слоя, элементы которой схематически изображены на рис. 18. Резюмируя данные

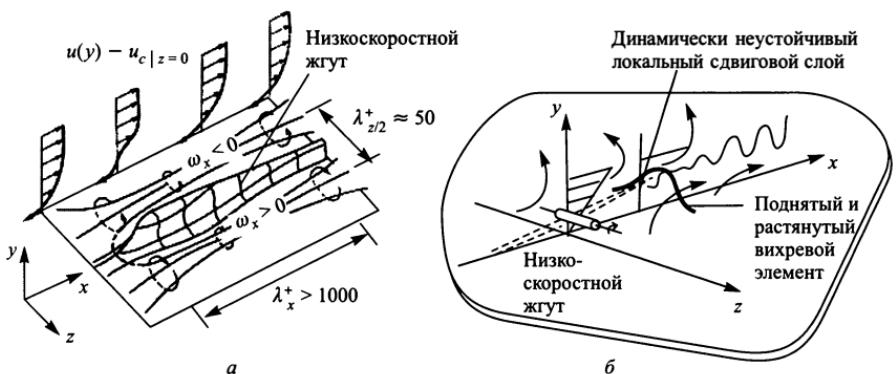


Рис. 18. Схема вихревой структуры турбулентного пограничного слоя вблизи стенки, основанная на прямых наблюдениях [127, 174, 175]: а — вращающиеся в противоположные стороны продольные вихри, приводящие к образованию низкоскоростных жгутов; б — трансформация низкоскоростного жгута, заканчивающаяся его разрушением

различных авторов, Б. Дж. Кантуэлл в работе [127] показывает, что основу вихревой структуры пристенного слоя, включающего вязкий подслой и переходную область, составляют продольные вихри, вращающиеся в противоположные стороны (рис. 18, а). Средняя оценка геометрии этих вихрей такова: безразмерное расстояние от стенки до продольной оси вихря равно $\lambda_y^+ \approx 15\nu/V^*$ (т. е. поперечный размер вихря совпадает с толщиной пристенной области, принимаемой обычно $y^+ = yV^*/\nu = 30$), безразмерная длина вихря в продольном направлении составляет $\lambda_x^+ \geq 1000\nu/V^*$ и характерный масштаб структуры подслоя в поперечном направлении (расстояние между вихрями с однонаправленным вращением) равен $\lambda_z^+ \approx 100\nu/V^*$, причем по неко-

торым наблюдениям возможна зависимость этой величины от числа Рейнольдса.

Детальное исследование структуры завихренности вдоль и поперек потока на стенке, предпринятое в работах Клайна и др. [174], выявило также наличие трансформируемых в процессе продольного перемещения поперечных вихревых структур, получивших название жгутов (*streaks*) (рис. 18, б). Средний масштаб жгутов поперек потока соответствует масштабу расположения продольных вихрей $\lambda_z \approx 100\nu/V^*$, а последовательность режимов течения низкоскоростного жгута на длине λ_x складывается из миграции вдоль стенки, подъема, потери устойчивости течения и разрушения, что сопровождается выбросом жидкости из пристенной области во внешнюю часть пограничного слоя («всплеском» — *bursting*).

Измерения, проведенные в работе Блэквельдера и Экельмана [175], показали, что интенсивность вихрей, ориентированных вдоль потока, почти на порядок меньше средней интенсивности вихрей, ориентированных поперек потока. Авторы упомянутой работы идентифицировали низкоскоростные жгуты как области аккумуляции энергии между направленными по потоку вихрями, где вертикальная компонента вторичного течения направлена от стенки.

Накопленный экспериментальный материал [127, 174–177] дает возможность заключить, что взаимодействие продольно-поперечных вихревых структур в весьма узкой пристенной области $0 < y^+ < 30$ определяет процессы переноса между внутренней и внешней областями турбулентного пограничного слоя, играя важную роль в формировании крупномасштабных вихревых структур и структуры всего турбулентного пограничного слоя. Таким образом чаша весов в понимании физики турбулентного движения, по мнению Б. Дж. Кантуэлла [127], начинает склоняться в сторону «представления о турбулентности как о значительно упорядоченном движении».

Критический анализ предложенных разными авторами физических моделей вихревого взаимодействия в пристенной области пограничного слоя дается в весьма содержательной книге В. К. Ляхова и К. В. Мигалина [178]. Отдельно следует упомянуть работы Л. С. Кокорева с соавторами [179, 180], в которых рассматриваются модели вихревого движения в потоке с поперечным сдвигом и определены критические параметры продольных и поперечных вихрей. К сожалению, работы в этой области пока далеки от своего завершения, так как не дают ответа на основной вопрос о причине возникновения продольных вихрей.

Дальнейшие экспериментальные исследования привели к обнаружению крупномасштабных вихревых движений как в течениях около стенки, так и в свободных сдвиговых течениях [174–176], что стимулировало появление нового метода моделирования турбулентных потоков, связанного с расчетом больших вихрей [181]. Суть этого метода, получившего название *Large Eddy Simulation* (LES) или *метода моделирования крупных вихрей* (МКВ) сводится к численному рас-

чetu трехмерного нестационарного крупномасштабного турбулентного движения жидкости, тогда, как мелкомасштабные движения, лежащие за пределами разрешающей способности разностной сетки, должны быть осреднены и определены феноменологически. При этом используется допущение, что мелкомасштабные флуктуации должны быть более изотропными по сравнению с крупномасштабными и поэтому мелкомасштабная турбулентность может быть смоделирована с помощью более простых и универсальных моделей, например, класса 1. Таким образом для «внутрисеточного» (subgrid-scale) моделирования используется понятие эффективной вихревой (турбулентной) вязкости, полученное в предположении локального равновесия производства и диссипации турбулентной энергии в пределах малых масштабов. Например, в наиболее известной модели Смагоринского [181] выражение для кинематического коэффициента турбулентной вязкости имеет вид:

$$\nu_t = C_S \Delta^2 |\bar{S}|, \quad (1.38)$$

где C_S — константа Смагоринского, Δ — осредненный масштаб, пропорциональный ширине ячейки разностной сетки, выполняющий роль «пространственного фильтра», $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{0.5}$, где $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ — компоненты тензора скоростей деформаций, определяемые полем осредненной (крупномасштабной) скорости потока \bar{u}_i .

Как показано в работе [182], выбор значения константы C_S в выражении (1.38) не является однозначным: по данным различных авторов, для согласования с результатами экспериментов C_S принимает значения от 0,1 до 0,23. Неопределенность выбора этой константы привела к необходимости внесения дополнительных изменений в модель Смагоринского. Обзор работ, посвященных этому вопросу, приводится, например, в статьях [182, 183]. В частности, при исследовании проблемы «внутрисеточного моделирования» используется идея, заимствованная из метода «ренормализационной группы» в квантовой теории поля [184]. Смысл этой идеи заключается в возможности непрерывного переопределения (перенормировки) коэффициентов турбулентной диффузии при изменении выбранного порогового масштаба Δ для описания коэффициентов переноса [132]. При развитии этого подхода в работе [177] была учтена анизотропия турбулентного переноса вблизи стенки, а также было показано, что асимптотическое поведение компонент поверхностного напряжения зависит от шага разбиения сетки в направлении, нормальном к стенке.

Наиболее интенсивные работы в области совершенствования метода моделирования больших вихрей МКВ проводятся в Стэнфорде (США), начиная с 1973 года. При этом определенные успехи по применению МКВ к решению ряда практических задач [182, 183] были достигнуты при использовании так называемых «динамических» внутрисе-

точных моделей для мелкомасштабной турбулентности, обладающих свойством самоадаптации к изменению характеристик турбулентных потоков. Особенность этих моделей состоит в том, что эмпирический коэффициент C_S , входящий в описание мелкомасштабного переноса (1.38), не является фиксированной, заранее определенной константой, а непрерывно определяется в процессе вычислений, основанных на алгебраической тождественности описания поверхностных напряжений при различных масштабах пространственного фильтрования (т. е. при осреднении в пределах наименьшего выбранного масштаба разбиения и при повторном осреднении в пределах большего масштаба).

Выбор интервала между большими и малыми масштабами зависит от возможностей современной вычислительной техники. При совпадении большого и малого масштабов метод МКВ переходит в метод *прямого численного моделирования* — ПЧМ (DNS — *Direct Numerical Simulation* в англоязычной литературе), возможности которого в настоящее время ограничены рассмотрением только простейших видов течения при числе Рейнольдса $Re \leqslant 10^4$.

Главными препятствиями на пути использования обоих упомянутых методов — МКВ и ПЧМ — является необходимость привлечения огромных вычислительных ресурсов, и, вместе с тем ограниченная разрешающая способность сеточного разбиения, так как даже при самых оптимистичных прогнозах развития вычислительной техники минимальный масштаб разностной сетки при численном решении практических задач в обозримом будущем не сможет приблизиться к колмогоровским микромасштабам турбулентности при высоких числах Рейнольдса. Нерешенной поэтому остается и проблема внутрисеточного моделирования, связанная с отсутствием универсального способа описания мелкомасштабного турбулентного переноса в различных случаях: вращающихся или сдвиговых течениях, вблизи твердых поверхностей или переходных режимах.

Данные обстоятельства стимулировали в последние годы поиск новых «гибридных» подходов к моделированию отдельных типов турбулентных течений, сочетающих в себе экономичность уравнений Рейнольдса при использовании простейших моделей турбулентности и универсальность метода МКВ. Наиболее разработанным в настоящее время «гибридным» методом является *метод моделирования отсединенных вихрей* — МОВ (*Detached Eddy Simulation* — DES).

Описание метода МОВ и иллюстрация возможностей приложения этого метода для расчета сложных отрывных течений даны в работе М. Х. Стрельца [177]. Как излагает автор, основная идея метода состоит в том, чтобы уравнения Рейнольдса использовать только в тех областях потока, где размер вычислительной сетки Δ недостаточно мал для разрешения турбулентных структур с линейными масштабами порядка макро-масштаба турбулентности L , и применять метод МКВ в областях, где $\Delta < L$. Реализация этой идеи базируется на использовании модели турбулентной вязкости Спаларта — Алмараса [185]. При-

менительно к пристенным отрывным течениям из формулировки метода вытекает, что в области присоединенного пограничного слоя метод функционирует в режиме уравнений Рейнольдса, а в области отрыва («отсоединенных» вихрей) — автоматически переходит в МКВ. Говоря о результатах данной работы автор замечает, что, хотя метод *моделирования отсоединенных вихрей МОВ* и позволяет рассчитывать сложные отрывные течения при высоких числах Рейнольдса, недоступных пока для метода *моделирования крупных вихрей МКВ* даже при использовании самых мощных многопроцессорных компьютеров, это не означает, что метод МОВ уже сегодня является готовым инструментом для решения инженерных задач: для этого необходимо решить еще целый ряд методических вопросов.

Еще одним из современных подходов в численном моделировании турбулентных течений является применение методов спектрального анализа к расчету единичных реализаций турбулентности. Четкое представление об этом подходе дает весьма наглядная и содержательная работа Л. Г. Генина [186]. Основой теоретических построений в данном случае является переход от физического пространства к пространству волновых чисел, характеризующих широкий спектр вихрей, образующих поле турбулентности. При этом поля скорости и давления представляются в виде суммы большого числа пространственных волн — гармоник, т. е. в виде разложений в ряды Фурье. Подстановка этих сумм в уравнение Навье — Стокса позволяет получить уравнения, описывающие динамику амплитуд отдельных гармоник. По мнению автора работы [186], изучение поведения единичных реализаций турбулентности в пространстве волновых чисел с помощью амплитудных уравнений дает возможность исследовать важнейшие для понимания природы турбулентности процессы, какими являются процессы подвода энергии, ее переноса по спектру, диссиpации этой энергии в теплоту.

В заключение настоящего раздела следует отметить, что за более чем вековую историю исследований проблема турбулентности в плане теоретического осмысливания вышла за рамки гидродинамики как частного раздела физики и в настоящее время может быть отнесена к глобальным проблемам современной нелинейной физики, изучающей теорию диссипативных динамических систем, и неравновесной термодинамики. Четко обозначившийся в последние годы дуализм в понимании физической природы турбулентности позволяет трактовать это явление в гидродинамике как сочетание процессов хаотического и упорядоченного движений диссипативных динамических структур (вихрей). Вместе с тем при анализе зависимости от времени развития различных экспериментально изучаемых явлений все больше выявляется глубокая внутренняя аналогия между сложными режимами в гидродинамике, химической кинетике, механике, электронике и даже биологических системах. Примеры аналогично развивающихся явлений приводятся, например, в монографии [187] (вращение магнита в магнитном поле, тепловая конвекция Рэлея — Бенара, химическая реакция в откры-

той среде — реакция Белоусова–Жаботинского). Основой замеченного сходства является единая математическая теория, которая в настоящее время интенсивно развивается на базе двух теорий — теории фракталов, опирающейся на геометрию и теорию размерности, и теории хаоса (теории развития динамических систем) [188]. И, хотя мы пока не в состоянии дать точное объяснение турбулентности и механизму ее возникновения, новая идеология исследований, часто именуемая «дeterminированным хаосом», возможно, приведет к более глубокому проникновению в суть явления турбулентности.

1.6. Опыт разработки инженерных методов расчета для каналов сложной геометрии с закруткой потока

Сведения, приведенные в предыдущих разделах настоящей главы, говорят о том, что, несмотря на большой объем накопленной к настоящему времени информации, физика закрученных потоков в каналах с завихрителями еще далеко не изучена. В частности, открытыми остаются вопросы как о самой структуре внутренних закрученных потоков, так и о взаимодействии организованных вихревых структур различного масштаба, возникающих при турбулентном режиме течения в каналах с закручивающими устройствами. Как было показано выше, организованные вихревые структуры в таких течениях можно выделить на трех масштабных уровнях: в пристенном слое (п. 1.5.2, рис. 18, *a*), в отрывных зонах (п. 1.3.4, рис. 10) и в масштабе всего канала (п. 1.3.2, рис. 5). Сложностью моделирования переносных свойств таких течений и объясняются трудности в применении описанных дифференциальных методов.

Поскольку источником достоверной информации по закрученным течениям является эксперимент, результаты исследований для использования в практических целях, как правило, представляются в виде эмпирических обобщений. Так в работах [6, 7] наиболее полно систематизированы полуэмпирические расчетные зависимости, используемые для завихрителей различного типа, условия подобия и устойчивости внутренних закрученных потоков. Приводимые расчетные соотношения относятся к конкретным типам устройств и обобщаются по интегральному параметру закрутки (1.1), характеризующему соотношение вращательного и осевого количества движения в интегральной форме.

Примером разработки инженерных методов расчета для решения весьма сложных, не поддающихся в полной мере теоретическому описанию задач гидродинамики и теплообмена в каналах сложной формы являются методы, основанные на использовании *модели гомогенизации* потока и получении критериальных зависимостей для коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи. Речь идет о сложных турбулентных течениях, имеющих место в пучках витых труб, в кольцевых каналах с витыми трубами различного профиля

или при сочетании закрутки потока с влиянием интенсифицирующего воздействия теплопередающих поверхностей, имеющих кольцевую и винтовую накатку. Эти методы разработаны коллективом авторов (Б. В. Дзюбенко, Г. А. Дрейцер, Ю. И. Данилов, Л. Ашмантас, М. Д. Сегаль и др.) на основе обширных экспериментальных исследований, результаты которых, а также сами методы расчетов изложены в работах [189, 190].

В основу моделирования столь сложных течений положено представление о скольжении гомогенизированной среды с распределенными источниками объемного гидравлического сопротивления и энерговыделения. При этом пучок витых труб представляется гомогенизированной средой с новыми границами, определяемыми с учетом толщины вытеснения пограничного слоя, вектор осредненной полной скорости потока в большинстве случаев считается параллельным оси пучка, а эффективные вязкость и теплопроводность описываются введением эффективного коэффициента диффузии. В принятой постановке задачи эффективный коэффициент диффузии является интегральной характеристикой процессов переноса за счет турбулентной диффузии, локальной циркуляции потока в области расположения закручивающих элементов и конвективного переноса в поперечном сечении в масштабе всего пучка и определяется с помощью эмпирических обобщающих зависимостей на основе проведенных экспериментов. Такой подход дает возможность провести численное моделирование теплогидравлических процессов и выявить условия для повышения теплоэнергетической эффективности теплопередающих поверхностей и сборок витых труб, если применяемые методы расчета прошли апробацию в опытах для характерных случаев течения [190]. При этом следует отметить, что информация о влиянии геометрии закручивающих устройств на теплообмен и сопротивление используется в данных методах как исходная, необходимая для замыкания систем расчетных уравнений.

В монографии [80], обобщившей опыт научных разработок коллектива авторов физико-энергетического института (ФЭИ г. Обнинск), для решения задач подобного типа применительно к активным зонам ядерных реакторов и трубным пучкам теплообменников и парогенераторов было предложено использовать модель пористого тела. Существенной особенностью этой модели является учет анизотропии переноса в пористом теле, обусловленной внутренней структурой рассматриваемых систем. При этом под пористым телом понимается некий осредненный континуум, заменяющий при моделировании реальную систему — «пучок стержней или труб-теплоноситель».

Дальнейшее развитие теория пористого тела получила в работах [191–194] в Московском инженерно-физическом институте (МИФИ). В этих работах показано, что использование принципов асимметричной гидромеханики делает более строгой постановку задачи и приводит к логическому замыканию модели, что дает возможность расчетным путем оценить интенсивность циркуляционного движения в масштабе

всего пористого тела (активной зоны, стержневой сборки или трубного пучка), а также влияние внутренней структуры рассматриваемых систем на гидродинамику и теплообмен.

Сходство особенностей гидродинамики потоков (отрывные течения, гидродинамическая анизотропия сопротивления) и характера тепловыделения в одиночных каналах ЯЭУ и в многоканальных системах (сборках твэлов, пучках труб) позволили применить методологию рассмотренных выше принципов расчета к решению задач гидродинамики и теплообмена в каналах ЯЭУ со спиральными элементами. Так, при рассмотрении проблемы оптимизации теплового режима работы сборок кольцевых твэлов, дистанционирование которых осуществляется с помощью проволочных спиралей, не полностью перекрывающих проходное сечение каналов (см. рис. 15), в серии работ А. С. Корсунова и О. В. Митрофановой [104, 116, 195–198] были заложены основы расчетных методов для оценки степени закрутки потока, возникающей при таком способе дистанционирования, и ее влияния на гидродинамику и теплообмен в узких кольцевых каналах. Кратко суть использованного подхода заключалась в следующем: для описания физических параметров проводилось пространственное осреднение, сложная конфигурация области течения заменялась на простую, а осредненный континуум рассматривался как гомогенизированная среда с эффективными свойствами, обладающая анизотропией сопротивления и описываемая осредненными параметрами.

На основании разработанных и апробированных на практике интегральных методов расчета в диссертационной работе [116] было показано, что для кольцевых каналов произвольной длины с отношением диаметров, близким к единице ($d_2/d_1 \leq 1,2$), изменение переменной по длине канала интенсивности закрутки потока U влияет на изменение коэффициента гидравлического сопротивления f и среднемассовой температуры теплоносителя T . Эта связь может быть выражена системой уравнений:

$$\frac{dU}{dZ^*} + U \sqrt{1 + U^2} = U_\infty \sqrt{1 + U^2}, \quad (1.39)$$

$$f = f_\infty \left[1 + \frac{U_\infty^2 \exp(-Z^* \sqrt{1 + U_\infty^2})}{(1 + U_\infty \operatorname{tg} \theta)(1 - U_\infty / \operatorname{tg} \theta)} \right], \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Z} + U \frac{\partial T}{\partial \phi} = Q^*(Z, \phi) + \Lambda \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2}, \quad (1.41)$$

где U, U_∞ — параметры, осредненные по поперечному сечению канала: $U = u_\phi(Z)/u_z$ — переменная интенсивность закрутки потока, U_∞ — предельное значение интенсивности закрутки потока, устанавливающееся за пределами начального участка:

$$U_\infty = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta(1 - j)}{1 + j \operatorname{tg}^2 \theta}, \quad (1.42)$$

где

$$j = \frac{(2H/d_h)^{1.25}}{1 + \frac{2md}{S \sin \theta} \left[\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} + \frac{C_d(\text{Re}_t)}{(1-\varepsilon^2)^2(1-\varepsilon)^{0.4}} \frac{g}{f_0(\cos \alpha)^{0.25}} \right]}, \quad (1.43)$$

$C_d(\text{Re}_t)$ — коэффициент сопротивления, являющийся сложной эмпирической функцией и зависящий от модифицированного числа Рейнольдса $\text{Re}_t = \frac{ud}{\nu} \frac{1}{1-\varepsilon^2} \sqrt{f/2}$, g — функция, учитывающая экранировку витков спирали; Z^* , Z — безразмерные продольные координаты ($Z^* = ZR/l^*$), l^* — характеристическая длина:

$$l^* = \frac{(1 + \tan^2 \theta)}{f_0(\cos \alpha)^{0.25} (\tan^2 \theta + j^{-1})}. \quad (1.44)$$

С учетом уравнений (1.39), (1.43), (1.44) длина начального участка l_H может быть оценена следующим образом:

$$l_H \approx \frac{6d_h^{1.25}}{f_0(2H)^{0.25}} \frac{(1 - U_\infty / \tan \theta)}{(1 + U_\infty^2)^{0.375}}, \quad (1.45)$$

где $f_0 = 0.316/(u_z 2H/\nu)^{0.25}$ — коэффициент гидравлического сопротивления для гладкого канала; f_∞ коэффициент гидравлического сопротивления при установившейся закрутке потока:

$$f_\infty = f_0 \left(\frac{2H}{d_h} \right)^{0.25} (1 + U_\infty \tan \theta)(1 + U_\infty^2)^{0.375}. \quad (1.46)$$

В уравнении (1.41) T — температура теплоносителя, зависящая от продольной z и угловой ϕ координат; Λ — параметр, учитывающий перенос тепла в угловом направлении за счет молекулярной и турбулентной теплопроводности жидкости: $\Lambda = (1 + \lambda_t/\lambda)d_h/(0.5\text{RePr}(d_1 + d_2))$, по численным оценкам для рассматриваемых режимов $\Lambda \approx 10^{-4}$, что свидетельствует о доминирующей роли конвективного переноса за счет закрутки потока;

$$Q^* = \frac{q_1(Z, \phi)d_1 + q_2(Z, \phi)d_2}{2\rho C_p u_z H}, \quad (1.47)$$

где $q_1(Z, \phi)$, $q_2(Z, \phi)$ — тепловые потоки с выпуклой и вогнутой поверхностей кольцевого канала соответственно.

В общем виде сложный характер тепловых потоков с тепловыделяющими поверхностями описывается зависимостью

$$q(\varphi, z) = q_m \sin \left(\frac{a\pi z}{l} + \beta \right) (1 + \psi \cos \varphi), \quad (1.48)$$

где q_m — средняя плотность теплового потока в зоне максимального тепловыделения $z = 0.5l$, ψ — безразмерная амплитуда неравномерности теплового потока по углу ϕ или эксцентриситет, a, β — константы.

Уравнения (1.39)–(1.41) с дополнительными соотношениями (1.42)–(1.48) решаются методом итераций при условии постоянства расхода теплоносителя.

Универсальность предложенного способа моделирования относительно изменения геометрии дистанционирующих спиралей позволила получить количественные оценки гидравлического сопротивления и теплоотдачи в каналах со спиралями различной формы, что дало возможность сравнить их теплогидравлическую эффективность и решить оптимизационную задачу. Выбор целевой функции при решении задачи оптимизации был связан со снижением коэффициентов перегрева, характеризующих неоднородность температурного поля в каналах со сложным законом тепловыделения (1.48).

Как показано в работе [116], использование оптимальной геометрии дистанционирующих спиралей приводит к выравниванию азимутальной неравномерности поля температур, что положительно сказывается на увеличении тепловой мощности каналов и способствует предотвращению перегревов и кризиса теплоотдачи в тепловыделяющих сборках ядерных реакторов.

1.7. Выводы

На основании изложенного в данной главе материала можно сделать следующие выводы.

1. Для обеспечения высокой теплоэнергетической эффективности и надежности работы ядерно-энергетических установок (ЯЭУ) и другого теплоэнергетического оборудования весьма перспективным является использование закручивающих устройств, в небольшой степени перекрывающих проходное сечение каналов: локальных, непрерывных или периодически расположенных завихрителей, винтового обрения с различной формой выступов, спиральных накаток, проволочных наивок и др.

2. В каналах с указанными типами завихрителей в рабочих условиях реализуется закрученное турбулентное течение теплоносителя, характеризующееся сложной трехмерной вихревой структурой потока, формирующуюся за счет геометрии завихрителей, наличия областей отрыва потока, влияния кривизны обтекаемых поверхностей каналов, а также пространственной кривизны линий тока осредненного закрученного течения.

3. Вопрос влияния пространственной кривизны на процессы тепломассообмена и вихревую структуру внутренних закрученных турбулентных течений до сих пор остается малоизученным. В частности, не понятыми остаются вопросы об изменении внутренней вихревой структуры ограниченных закрученных потоков с изменением интенсивности циркуляции скорости в масштабе поперечного сечения канала, о зависимости пространственного разграничения областей стабилиза-

ции и дестабилизации течения при изменении интенсивности закрутки потока и об изменении структуры турбулентности при появлении зоны рециркуляционного (возвратного) течения в сильно закрученных потоках. Поскольку понимание этих вопросов является весьма важным для моделирования закрученных течений, следует констатировать, что в настоящее время ни одна модель турбулентности не является универсальной относительно изменения интенсивности закрутки потока, а использование корректирующих поправок, зависящих от различным образом определяемых чисел Ричардсона, может приводить к противоположным результатам.

4. Анализируя возможности различных подходов к построению расчетных методов относительно моделирования сложных закрученных течений, структура которых формируется и существенно изменяется в зависимости от типа закручивающих элементов и масштаба вихревых образований в зонах отрывного течения, можно заключить следующее. В настоящее время реальная возможность разработки универсальных методов инженерных расчетов, позволяющих учесть влияние завихрителей различной геометрии на гидродинамику и теплообмен в каналах, связана с развитием приближенных интегральных методов, основанных на использовании наиболее простых схем математического моделирования. Требуемый в инженерных расчетах уровень приближения, для которого значительно важнее обеспечить достоверность информации об интегральных параметрах течения, таких как гидравлическое сопротивление и теплоотдача в каналах, чем иметь плохо прогнозируемые локальные характеристики сложных течений, допускает использование полуэмпирического подхода, позволяющего вводить наименьшее количество корректирующих эмпирических замыкающих параметров, полученных на основе хорошо доступной экспериментальной информации, отражающей общие физические закономерности течений.

Разработке и обоснованию принципов расчетного моделирования, а также созданию на их основе физически обоснованных универсальных методов расчета гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с закручивающими устройствами различной геометрии и посвящено последующее содержание настоящей работы.

Г л а в а 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА В КАНАЛАХ С ЗАКРУЧИВАЮЩИМИ УСТРОЙСТВАМИ

2.1. Принципы расчетного моделирования

Практическая необходимость развития инженерных методов расчетного моделирования гидродинамики и теплообмена таких сложных энергонапряженных систем, какими являются активные зоны и теплообменное оборудование ядерно-энергетических установок, связана с использованием *феноменологического подхода* [199]. Это означает, что в основе физического моделирования при построении методов математического описания лежат следующие принципы:

- использование приближения сплошной среды,
- использование фундаментальных законов физики — законов сохранения импульса, момента импульса, массы и энергии,
- введение в целях замыкания математической постановки задачи физически обоснованных гипотез о дополнительных связях между искомыми величинами при описании характерных свойств сложных течений и
- определение необходимых физических параметров и констант, входящих в замыкающие соотношения, которые должны быть получены на основе экспериментов.

Задача построения общей теории расчетных методов включает в себя два аспекта: физический и математический.

Физический аспект предусматривает:

- использование результатов экспериментальных и теоретических исследований по изучению влияния интенсивности закрутки и геометрических параметров сложных каналов на вихревую структуру и переносные свойства стесненных закрученных потоков,
- обоснование правомерности использования модели сплошной среды с осредненными параметрами, эффективными коэффициентами переноса и анизотропным характером сопротивления при наличии в канале завихрителей и

— исследования, направленные на выявление физических механизмов переноса импульса, массы, и энергии при обтекании закручивающих элементов различной формы.

Математический аспект подразумевает:

— разработку общих принципов построения математических моделей, которые должны обеспечивать строгое соответствие в выборе процедуры осреднения для упрощения уравнений сохранения массы, импульса, момента импульса и энергии в каналах сложной геометрии, описании переносных свойств закрученных потоков и граничных условий,

— вывод и решение расчетных уравнений на основе использования теории интегрально-параметрических и численных методов,

— а также включает в себя все те аналитические и вычислительные операции, благодаря которым исследуемые процессы могут быть описаны количественно.

Основные принципы расчетного моделирования гидродинамики и теплообмена закрученных течений в каналах с завихрителями включают в себе совместное решение следующих проблем:

— проблемы пространственного осреднения трехмерных уравнений динамики сплошной среды для каналов сложной геометрии в целях упрощения постановки задачи;

— проблемы описания эффективных коэффициентов переноса и граничных условий, что связано с переходом к выбранным масштабам осреднения, и

— проблемы формулировки замыкающих феноменологических соотношений для описания силового и энергетического воздействия завихрителей на поток.

2.2. Постановка задачи. Вывод расчетных уравнений

2.2.1. Система исходных уравнений

Поля локальных скоростей, давлений и температур при течении теплоносителя в канале любой сложной формы описываются дифференциальными уравнениями: динамики сплошной среды в напряжениях (2.1), уравнением неразрывности (2.2) и уравнением энергии (2.3), выражающими соответственно законы сохранения импульса, массы и энергии:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u} \nabla) \rho \mathbf{u} = \mathbf{F} + \operatorname{Div} \vec{\sigma}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.2)$$

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + \rho c_p \mathbf{u} \operatorname{grad} t = -\operatorname{div} \mathbf{q} + q_v, \quad (2.3)$$

где \mathbf{u} — вектор мгновенного значения скорости, t — мгновенное значение температуры, ρ , c_p — плотность и изобарная удельная теплопроводность жидкости (теплоносителя), \mathbf{q} — плотность полного теплового

потока, обусловленного различными механизмами переноса энергии; q_v — объемная плотность внутренних источников тепла; τ — время.

Уравнение энергии (2.3) записано в соответствии с предположениями, которые принимаются для моделирования процессов теплообмена в каналах энергетических установок [199, 200], а именно, считается, что диссипативное тепло пренебрежимо мало по сравнению с изменением теплосодержания потока и работой сил давления можно пренебречь, т. е. процесс теплообмена можно считать изобарическим.

Рассмотрим векторное дифференциальное уравнение динамики сплошной среды в напряжениях (2.1), справедливое для любой сплошной среды (твердой, жидкой и газообразной). В этом уравнении \mathbf{F} — плотность распределения главного вектора объемных сил, $\text{Div } \vec{\sigma}$ — дивергенция тензора поверхностных напряжений $\vec{\sigma}$ или плотность распределения объемного действия поверхностных сил [85]. В цилиндрической системе координат $\text{Div } \vec{\sigma}$ имеет вид:

$$\text{Div } \vec{\sigma} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}, \quad (2.4)$$

где σ_r , σ_ϕ , σ_z — результирующие векторы поверхностных напряжений, действующих на элементарные площадки, перпендикулярные координатам r , ϕ , z :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{rr}\mathbf{e}_r + \sigma_{r\phi}\mathbf{e}_\phi + \sigma_{rz}\mathbf{e}_z, \\ \sigma_\phi &= \sigma_{\phi r}\mathbf{e}_r + \sigma_{\phi\phi}\mathbf{e}_\phi + \sigma_{\phi z}\mathbf{e}_z, \\ \sigma_z &= \sigma_{zr}\mathbf{e}_r + \sigma_{z\phi}\mathbf{e}_\phi + \sigma_{zz}\mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2.5)$$

σ_{ij} — компоненты тензора поверхностных напряжений, \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_ϕ , \mathbf{e}_z — орты цилиндрической системы координат, для которых имеют место соотношения:

$$\frac{\partial\mathbf{e}_r}{\partial\phi} = \mathbf{e}_\phi, \quad \frac{\partial\mathbf{e}_\phi}{\partial\phi} = -\mathbf{e}_r. \quad (2.6)$$

Проекции векторного уравнения динамики сплошной среды в напряжениях (2.1) на оси цилиндрической системы координат с учетом зависимостей (2.4)–(2.6) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho u_r}{\partial\tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r^2)}{\partial r} - \frac{\rho u_\phi^2}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r u_\phi)}{\partial\phi} + \frac{\partial(\rho u_z u_r)}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r} - \frac{\sigma_{\phi\phi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\phi r}}{\partial\phi} + \frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho u_\phi}{\partial\tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi u_r)}{\partial r} + \frac{\rho u_\phi u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi^2)}{\partial\phi} + \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_{r\phi})}{\partial r} + \frac{\sigma_{r\phi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\phi\phi}}{\partial\phi} + \frac{\partial\sigma_{z\phi}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial\rho u_z}{\partial\tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_z u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial\phi} + \frac{\partial(\rho u_z^2)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial r\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\phi z}}{\partial\phi} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (2.9)$$

Получение адекватного описания для компонент тензора напряжений $\vec{\sigma} = \{\sigma_{ij}\}$ ($i, j = r, \phi, z$) в уравнениях движения (2.7)–(2.9) представляет собой наиболее сложную проблему в физико-математическом моделировании процессов движения деформируемых сред.

В классической механике сплошных сред любая пространственно-временная модель деформируемой среды основана на принятии трех фундаментальных гипотез: 1) движущаяся среда представляет собой непрерывный континуум, 2) движение рассматривается в евклидовом пространстве и 3) для описания движения используется абсолютное время [201].

Проблему определения компонент тензора поверхностных напряжений в гидродинамике можно разделить на две части. Первая ее часть связана с введением предположений о характере движения *элементарного объема* жидкости. Согласно теореме Гельмгольца (см. Лойцянский Л.Г. [85], с.62), любое движение элементарного объема жидкости можно в данное мгновение рассматривать как результат сложения двух движений: *квазивердого*, состоящего из поступательного вместе с выбранным полюсом и вращательного вокруг полюса, и *деформационного*. Математически это означает, что мгновенную скорость можно представить в виде трех составляющих:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{r}_0) + [\text{rot } \mathbf{u}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)] + \vec{\mathbf{D}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_\omega + \mathbf{u}_d, \quad (2.10)$$

где \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 — радиусы-векторы, направленные из начала координат выбранной системы отсчета в произвольную точку элементарного объема и его центр; $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ — мгновенная скорость в точке с радиусом-вектором \mathbf{r} ; $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}(\mathbf{r}_0)$ — скорость поступательного движения центра элементарного объема (полюса); $\mathbf{u}_\omega = [\text{rot } \mathbf{u}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)] = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}]^1$ — скорость вращательного движения относительно полюса; составляющая скорости $\mathbf{u}_d = \vec{\mathbf{D}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ характеризует скорость чистой деформации, где $\vec{\mathbf{D}}$ — тензор скоростей деформаций. При этом, как указывает Л.И. Седов ([201], с. 108), вектор вихря скорости $\text{rot } \mathbf{u} = \boldsymbol{\omega}$ является мгновенной угловой скоростью вращения главных осей тензора скоростей деформаций.

Вывод теоремы Гельмгольца основан на рассмотрении разложения проекций скорости любой частицы среды в ряд Тейлора с точностью до малых первого порядка в пределах элементарного объема, окружающего эту частицу. Можно отметить, что при таком рассмотрении понятие элементарного объема является скорее математическим, чем физическим, так как форма элементарного объема не имеет значения, важно только, что изменение линейных размеров элементарного объема подчиняется аффинным преобразованиям, а сами размеры стремятся к нулю [201].

¹⁾ Здесь и в дальнейшем изложении, так же, как в формуле (1.29), для обозначения векторного произведения используются квадратные скобки.

Вторая часть проблемы определения компонент тензора поверхностных напряжений вытекает из первой и заключается в том, что для описания деформационного движения необходимо использовать определенные предположения о реологических свойствах среды (свойствах текучести), т. е. ввести уравнения, связывающие компоненты тензоров напряжений, деформаций и их производных по времени [85]. Таким образом для конкретизации вида компонент тензора поверхностных напряжений в уравнениях (2.7)–(2.9) необходимо принимать еще дополнительные физические гипотезы, основанные на опыте.

Так, экспериментально установлено, что поведение многих газов и жидкостей с низкой молекулярной массой, а также расплавов солей и металлов подчиняется *ニュтоновской модели* поведения жидкости, выражаемой обобщенным законом вязкости Ньютона, устанавливающим линейную связь между тензором напряжений и тензором скоростей деформаций.

При анализе определяющих уравнений для тензора напряжений обычно используют разложение, в котором давление как термодинамическая характеристика выделяется из группы явлений, возникающих в результате деформации среды [203, 204]. При этом компоненты тензора поверхностных напряжений в уравнениях (2.7)–(2.9) можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij} = -P(r, \phi, z)\delta_{ij} + S_{ij}(r, \phi, z), \quad (2.11)$$

где P — гидростатическое давление, δ_{ij} — символ Кронекера, S_{ij} — компоненты тензора дополнительных напряжений, которые обусловлены движением жидкости и определяются полем скорости потока.

Используя разложение (2.11) для компонент σ_{ij} и выделив в уравнениях (2.7)–(2.9) члены, характеризующие давление, получим следующую систему уравнений, описывающих движение жидкости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_r}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u_r^2)}{\partial r} - \frac{\rho u_\phi^2}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r u_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho u_z u_r)}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r S_{rr})}{\partial r} - \frac{S_{\phi\phi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_{\phi r}}{\partial \phi} + \frac{\partial S_{zr}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_\phi}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho r^2 u_\phi u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi^2)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r S_{r\phi})}{\partial r} + \frac{S_{r\phi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial S_{z\phi}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_z}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_z u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho u_z^2)}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r S_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial S_{zz}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Уравнение неразрывности (2.2) для цилиндрической системы координат r, ϕ, z записывается в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0, \quad (2.15)$$

а уравнение энергии (2.3) в цилиндрических координатах будет иметь вид:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial t}{\partial t} + \frac{\partial(r u_r t)}{r \partial r} + \frac{\partial(u_\phi t)}{r \partial \phi} + \frac{\partial(u_z t)}{\partial z} \right) = - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r q_r)}{\partial r} + \frac{\partial q_\phi}{r \partial \phi} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v, \quad (2.16)$$

где $q_{i(i=r,\phi,z)}$ — проекции вектора плотности теплового потока \mathbf{q} , соответствующие направлениям координатных осей.

Система уравнений (2.12)–(2.16) представляет собой *систему уравнений, описывающую в цилиндрической системе координат поле мгновенных локальных скоростей, давлений и температур в движущейся жидкости и справедливую для любого режима течения: ламинарного, переходного и турбулентного*.

В уравнениях (2.7)–(2.9) и (2.12)–(2.16) компоненты скорости u_i ($i = r, \phi, z$), давление P и температура t , а также компоненты тензора поверхностных напряжений σ_{ij} и дополнительных напряжений S_{ij} ($i, j = r, \phi, z$) являются функциями всех трех координат r, ϕ, z и времени τ .

При рассмотрении турбулентного движения жидкости наиболее популярным в настоящее время способом получения конкретного вида компонент тензора поверхностных напряжений, как упоминалось в п. 1.5 гл. 1, является использование подхода О. Рейнольдса, основанного на применении процедуры осреднения по времени¹⁾.

Подвергнув уравнения движения (2.7)–(2.9) или (2.12)–(2.14) осреднению по Рейнольдсу, для ньютоновских жидкостей можно получить следующий вид компонент тензора поверхностных σ_{ij} и дополнительных S_{ij} напряжений, исключая в последнем случае из

¹⁾ Описание этой процедуры вошло во все учебники и монографии по теории турбулентности (например, в [50, 85, 203] и др.) и поэтому здесь не приводится. Следует только напомнить, что, согласно подходу Рейнольдса, мгновенные значения любых гидродинамических параметров $x_i(\mathbf{r}, \tau)$ представляются в виде суммы осредненной во времени величины $\bar{x}(\mathbf{r}, \tau)$ и ее пульсационной составляющей $x'(\mathbf{r}, \tau)$: $x_i(\mathbf{r}, \tau) = \bar{x}(\mathbf{r}, \tau) + x'(\mathbf{r}, \tau)$. Цитируя работы [134, 202], приведем следующую трактовку. «Фактически это означает, что гидродинамическая величина — суть случайная величина, осреднение по времени которой дает ее математическое ожидание, а пульсационная составляющая — дисперсия случайной величины.» ([134], с. 10). Из этого следует, что «свойства жидкостей в данной точке пространства и в данный момент времени определяются функциями распределения вероятности..., а наблюдать можно только статистические свойства потока, и только они имеют физический смысл.» ([202], с. 125). В настоящее время категоричность таких суждений может быть оспорена.

рассмотрения составляющие нормальных напряжений, определяющие турбулентное давление (см. формулу (1.36)):

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr} &= -P + 2\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_r'^2}, \\
 \sigma_{\phi\phi} &= -P + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r}{r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_\phi'^2}, \\
 \sigma_{zz} &= -P + 2\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_z'^2}, \\
 \sigma_{r\phi} = \sigma_{\phi r} &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) \right) - \overline{\rho u_r' u_\phi'}, \\
 \sigma_{\phi z} = \sigma_{z\phi} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} \right) - \overline{\rho u_\phi' u_z'}, \\
 \sigma_{rz} = \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \overline{\rho u_z' u_r'}, \\
 S_{rr} &= 2\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_r'^2} + \frac{2}{3} \rho k, \\
 S_{\phi\phi} &= 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r}{r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_\phi'^2} + \frac{2}{3} \rho k, \\
 S_{zz} &= 2\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \overline{\rho u_z'^2} + \frac{2}{3} \rho k, \\
 S_{r\phi} = S_{\phi r} &= \sigma_{r\phi} = \sigma_{\phi r}, \\
 S_{\phi z} = S_{z\phi} &= \sigma_{\phi z} = \sigma_{z\phi}, \\
 S_{rz} = S_{rz} &= \sigma_{rz} = \sigma_{rz},
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

где $\overline{\rho u_i' u_j'} (i, j = r, \phi, z)$ — компоненты тензора Рейнольдсовых напряжений, k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций.

Осреднение по Рейнольдсу уравнения энергии (2.16) приводит к появлению в описании компонент вектора теплового потока $q_{i(i=r,\phi,z)}$ дополнительных членов, учитывающих турбулентный перенос:

$$q_r = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} + \rho c_p \overline{u_r' t'}, \quad q_\phi = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi} + \rho c_p \overline{u_\phi' t'}, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho c_p \overline{u_z' t'}, \tag{2.18}$$

где первые слагаемые описывают перенос тепла за счет молекулярной теплопроводности, а вторые — за счет пульсационного движения, λ — коэффициент молекулярной теплопроводности.

В соотношениях (2.17), (2.18) $u_{i(i=r,\phi,z)}$, P и t — осредненные по времени компоненты скорости, давление и температура; $u_{i(i=r,\phi,z)}'$ — пульсационные составляющие скорости и температуры. Следует отметить, что после процедуры Рейнольдса осреднения по времени вид уравнений (2.7)–(2.9) и (2.12)–(2.16) не изменится, вместе с тем физический смысл всех входящих в них величин (по-прежнему зависящих от всех трех координат и времени), меняется — они становятся осредненными по Рейнольдсу величинами.

Форма записи уравнений (2.12)–(2.16) не зависит от типа моделей, принятых для описания тензора поверхностных напряжений, и уравне-

ний, описывающих реологические свойства среды. Поэтому *система уравнений (2.12)–(2.16) имеет наиболее универсальный вид и может быть принята за исходную для дальнейших теоретических построений с целью создания приемлемых для практического использования методов математического моделирования сложных закрученных течений в цилиндрических каналах с завихрителями различной геометрии.*

2.2.2. Процедура пространственного осреднения

В механике сплошных сред проблема осреднения является одной из важнейших для создания математического описания физических процессов. Как замечает В. Н. Николаевский в аналитическом обзоре [205], «весьма часто именно от осреднения зависит априорное решение вопроса об адекватности математической модели и природного процесса, а в случае таких сложных систем, как турбулизованная жидкость — само построение модели».

Трудности решения задачи о влиянии формы завихрителей на гидродинамику и теплообмен в цилиндрических каналах непосредственно в постановке (2.12)–(2.18) с использованием рейнольдсова осреднения по времени, как обсуждалось в гл. 1, связаны с отсутствием универсальных моделей для описания тензора турбулентных (рейнольдсовских) напряжений в каналах сложной конфигурации при наличии в них областей отрыва потока, закрученного движения с изменяющейся интенсивностью закрутки и других осложняющих факторов.

Пространственное осреднение является одним из способов упрощения постановки задачи и выявления влияния геометрических факторов на гидродинамику и теплообмен сложных турбулентных течений. И, хотя использование пространственного осреднения приводит к приближенному решению задачи на основе рассмотрения интегральных уравнений, именно такой подход дает реальную возможность разработки универсальных методов инженерных расчетов, позволяющих учесть влияние завихрителей различной геометрии на гидродинамику и теплообмен в каналах.

Анализ работ по применению пространственного осреднения в теории турбулентности дан, например, в упомянутом выше обзоре В. Н. Николаевского [205]. Использование осреднения по объему, размеры которого определяются характерными масштабами пространственных неоднородностей течений, связанных с особенностями геометрии сложных каналов, позволяет перейти к рассмотрению осредненного континуума в качестве гомогенизированной среды с эффективными свойствами. В частности, применение процедуры локального осреднения по объему для турбулентных потоков и при течении в пористых структурах, как показано в работах [197, 204], может приводить к ненулевому значению осредненной скорости на стенке, т. е. к условию скольжения на границе. Поэтому процедура пространственного осреднения влечет за собой необходимость переопределения граничных условий с учетом сохранения интегральных балансов импульса, массы

и энергии и введения соответствующего описания эффективных коэффициентов переноса импульса и энергии, связывающих трение и тепловой поток с распределениями скорости и температуры осредненного течения.

* * *

Постановка задачи математического моделирования гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с завихрителями может быть упрощена по сравнению с постановкой в виде дифференциальных уравнений (2.12)–(2.16), если осреднить эти уравнения по пространству с учетом характерных особенностей геометрии каналов.

Учитывая специфику турбулентных потоков, обтекающих закручающие устройства в каналах, а именно то, что основные особенности течений содержатся в объеме кольцевой области $r_1 \leq r \leq r_2$ (рис. 19), где расположены спиральные завихрители, для проведения

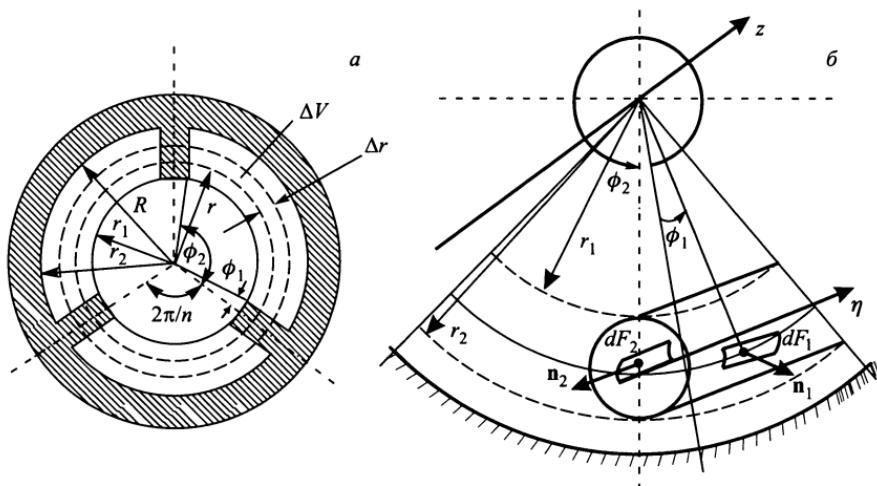


Рис. 19. Схематическое изображение круглого канала со спиральными завихрителями: *а* – схема канала с многозаходным спиральным обраением ($n = 3$), *б* – сегмент канала с однозаходной проволочной навивкой. R – внутренний радиус канала, $r_1 \leq r \leq r_2$ – область расположения спиральных завихрителей, $\Delta V = 2\pi r \Delta r \Delta z$ – объем осреднения, z – продольная ось канала, η – направление спиральной навивки, n – число заходов спиральных элементов

процедуры осреднения по объему выберем элементарный объем ΔV в виде кольцевого слоя бесконечно малой толщины Δr и ширины Δz : $\Delta V = 2\pi r \Delta r \Delta z$, где $\Delta r, \Delta z \rightarrow 0$ (см. рис. 19, *а*). Чтобы сделать постановку задачи наиболее общей, полагаем, что область расположения завихрителей по радиусу ($r_1 \leq r \leq r_2, r_2 \leq R$) и форма их поперечного сечения могут быть произвольными.

Так как закручающие элементы и вызванные ими неоднородности поля течения находятся в пределах локальных интервалов изменения

угловой координаты ϕ , то дифференциал от ΔV будем рассматривать как $d(\Delta V) = rd\phi\Delta r\Delta z$. Тогда, согласно Дж. С. Слеттери [204], можно ввести следующее определение осредненной величины: для любой физической величины ψ , связанной с жидкостью, в качестве которой может рассматриваться скаляр, вектор или тензор второго ранга, локальное среднее по объему ΔV значение $\langle \psi \rangle$ будем определять следующим образом:

$$\langle \psi \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V_F} \psi d\Delta V = \frac{1}{2\pi r \Delta r \Delta z} \int_{\Delta V_F} \psi r d\phi \Delta r \Delta z = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta \phi_F} \psi d\phi, \quad (2.19)$$

где ΔV_F , $\Delta \phi_F$ — объем, занятый жидкостью, и угол обхода по угловой координате, соответствующий этому объему.

Кроме этого следует ввести понятие истинных средних значений параметров $\bar{\psi}$, которые определяются с учетом локальной пористости ς :

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\varsigma} \langle \psi \rangle, \quad (2.20)$$

где под локальной пористостью ς подразумевается отношение части объема осреднения ΔV_F , занятого жидкостью, ко всему объему ΔV , заключающему в себе жидкость и твердую компоненту (завихритель):

$$\varsigma = \frac{\Delta V_F}{\Delta V} = \frac{\Delta \phi_F}{2\pi}. \quad (2.21)$$

В соответствии с принятым определением (2.19), значения осредненных величин в зависимости от геометрии области течения будут вычисляться таким образом:

- если объем ΔV не содержит закручивающих элементов, то

$$\bar{\psi} = \langle \psi \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi d\phi, \quad (2.22)$$

— а если интегрирование проводится в области расположения спирали, то

$$\langle \psi \rangle = \varsigma \bar{\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_1(r,z)}^{\phi_2(r,z)} \psi d\phi \quad (2.23)$$

— для однозаходной спирали (рис. 19, б) и

$$\langle \psi \rangle = \varsigma \bar{\psi} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_1^k(r,z)}^{\phi_2^k(r,z)} \psi d\phi, \quad (2.24)$$

— для многозаходной спирали (рис. 19, а), где n — число заходов спирали,

$$\varsigma = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n (\phi_2^k - \phi_1^k), \quad \bar{\psi} = \left(\sum_{k=1}^n \int_{\phi_1^k}^{\phi_2^k} \psi d\phi \right) / \left(\sum_{k=1}^n (\phi_2^k - \phi_1^k) \right).$$

Таким образом процедура осреднения сводится к осреднению уравнений (2.12)–(2.16) по угловой координате ϕ .

Проводя процедуру осреднения в области расположения спиралей в соответствии с (2.23), (2.24), для вычисления осредненных значений производных по координатам используем правило дифференцирования под знаком интеграла, когда пределы интегрирования зависят от параметра [258]:

$$\int_{\phi_1(r,z)}^{\phi_2(r,z)} \frac{\partial \psi}{\partial r} d\phi = \frac{\partial}{\partial r} \int_{\phi_1(r,z)}^{\phi_2(r,z)} \psi d\phi + \psi \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - \psi \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = 2\pi \langle \frac{\partial \psi}{\partial r} \rangle,$$

отсюда

$$\langle \frac{\partial \psi}{\partial r} \rangle = \frac{\partial \langle \psi \rangle}{\partial r} + \psi \Big|_{\phi_1} \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - \psi \Big|_{\phi_2} \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_2}{\partial r}. \quad (2.25)$$

В качестве иллюстрации рассмотрим почленное осреднение уравнения (2.12) по элементарному объему ΔV , т. е. по угловой координате ϕ .

$$\begin{aligned} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial \rho u_r}{\partial \tau} d\phi &= \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \rho u_r d\phi + \rho u_r \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} - \rho u_r \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial \tau} = 2\pi \varsigma \frac{\partial \rho \bar{u}_r}{\partial \tau}, \\ \rho u_r \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} &= \rho u_r \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial \tau} = 0, \end{aligned}$$

так как на поверхности спирали $u_r = 0$,

$$\begin{aligned} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r^2)}{\partial r} d\phi &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \rho r u_r^2 d\phi + \rho r u_r^2 \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - \rho r u_r^2 \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = \\ &= 2\pi \varsigma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \rho r \bar{u}_r^2, \\ \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\rho u_\varphi^2}{r} d\phi &= 2\pi \varsigma \frac{\rho \bar{u}_\varphi^2}{r}, \\ \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r u_\varphi)}{\partial \phi} d\phi &= \frac{1}{r} \rho u_r u_\varphi \Big|_{\phi_2} - \frac{1}{r} \rho u_r u_\varphi \Big|_{\phi_1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial(\rho u_z u_r)}{\partial z} d\phi &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \rho u_z u_r d\phi + \rho u_z u_r \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \rho u_z u_r \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = \\
&= 2\pi\zeta \frac{\partial(\rho \bar{u}_z \bar{u}_r)}{\partial z}, \\
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial P}{\partial r} d\phi &= 2\pi\zeta \frac{\partial \bar{P}}{\partial r}, \\
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial(rS_{rr})}{r\partial r} d\phi &= \frac{2\pi\zeta}{r} \frac{\partial(r\bar{S}_{rr})}{\partial r} + S_{rr} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - S_{rr} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \\
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{S_{\phi\phi}}{r} d\phi &= 2\pi\zeta \frac{\bar{S}_{\phi\phi}}{r}, \\
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\phi r}}{\partial \phi} d\phi &= \frac{1}{r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_2} - \frac{1}{r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_1}, \\
\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} d\phi &= 2\pi\zeta \frac{\partial \bar{S}_{zr}}{\partial z} + S_{zr} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - S_{zr} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z}.
\end{aligned}$$

Итак, в результате осреднения уравнение (2.12) преобразуется в осесимметричное уравнение (2.23) относительно осредненных по угловой координате ϕ величин, зависящих уже только от двух координат r, z и времени t :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho \bar{u}_r^2}{\partial r} - \frac{\rho \bar{u}_\phi^2}{r} + \frac{\partial \rho \bar{u}_z \bar{u}_r}{\partial z} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial r} - \frac{1}{2\pi\zeta} P \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + \frac{1}{2\pi\zeta} P \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \\
&+ \frac{1}{r} \frac{\partial r \bar{S}_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{2\pi\zeta} S_{rr} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - \frac{1}{2\pi\zeta} S_{rr} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} - \frac{\bar{S}_{\phi\phi}}{r} + \frac{1}{2\pi\zeta r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_2} - \\
&- \frac{1}{2\pi\zeta r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_1} + \frac{\partial \bar{S}_{zr}}{\partial z} + \frac{1}{2\pi\zeta} S_{zr} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{1}{2\pi\zeta} S_{zr} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z}. \quad (2.26)
\end{aligned}$$

Аналогичным образом процедура осреднения проводится и с другими уравнениями исходной системы (2.12)–(2.16).

2.2.3. Уравнения для осредненных компонент скорости и давления

Для вывода расчетных уравнений используем подход, предложенный в работе [116]. Рассматривая турбулентное течение в канале с закручивающими устройствами различной геометрии, частично перекры-

вающими проходное сечение канала, будем представлять мгновенное значение любой действительной величины U_i (компоненты скорости u_i , давления P или температуры t) как сумму осредненного по угловой координате ϕ значения \bar{U}_i и его отклонения U_i^* от этой величины: $U_i = \bar{U}_i + U_i^*$, т. е.

$$u_r = \bar{u}_r + u_r^*, \quad u_\phi = \bar{u}_\phi + u_\phi^*, \quad u_z = \bar{u}_z + u_z^*, \quad P = \bar{P} + p^*, \quad t = \bar{t} + t^*. \quad (2.27)$$

При этом под отклонением от среднего U_i^* понимается не случайная пульсационная составляющая как в осреднении Рейнольдса, а отклонение от среднего по угловой координате значения физической величины за счет направленного движения жидкости, обтекающей закручающие элементы.

Подставляя в уравнение (2.26) значения скоростей и давлений в виде (2.27), и, используя известные правила осреднения, согласно которым

$$\begin{aligned} \overline{U_i U_j} &= \overline{(\bar{U}_i + U_i^*)(\bar{U}_j + U_j^*)} = \overline{\bar{U}_i \bar{U}_j} + \overline{U_i^* \bar{U}_j} + \overline{U_j^* \bar{U}_i} + \overline{U_i^* U_j^*} = \\ &= \overline{\bar{U}_i \bar{U}_j} + \overline{U_i^* U_j^*} \end{aligned}$$

и $\overline{U_i^* \bar{U}_j} = \overline{U_j^* \bar{U}_i} = 0$, $\overline{U_i^*} = \overline{U_j^*} = 0$, так как отклонения U_j^* от средних значений имеют при обходе по углу различные знаки и в сумме дают 0, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \bar{u}_r}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho r \bar{u}_r^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho r \bar{u}_r^2}{\partial r} - \frac{\rho \bar{u}_\phi^2}{r} - \frac{\rho u_\phi^{*2}}{r} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_z \bar{u}_r)}{\partial z} + \frac{\partial \rho u_z^* u_r^*}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r S_{rr})}{\partial r} - \frac{\bar{S}_{\phi\phi}}{r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + f_r, \quad (2.28) \end{aligned}$$

где обозначение f_r введено для суммы членов осредненного уравнения, характеризующих влияние твердых границ:

$$\begin{aligned} f_r = \frac{1}{2\pi\varsigma} \left(-P \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + P \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + S_{rr} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - S_{rr} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_2} - \frac{1}{r} S_{\phi r} \Big|_{\phi_1} + S_{rz} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - S_{rz} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right). \quad (2.29) \end{aligned}$$

Физический смысл выделенной группы членов f_r (2.29) осредненного уравнения (2.28) наглядно выявляется, если рассмотреть произведение f_r на элементарный объем, занимаемый жидкостью $dV_F = \varsigma \cdot 2\pi r dr dz$:

$$\begin{aligned} f_r \varsigma \cdot 2\pi r dr dz &= \\ = -P \Big|_{\phi_1} r dr dz \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + S_{rr} \Big|_{\phi_1} r dr dz \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - S_{\phi r} \Big|_{\phi_1} dr dz + S_{rz} \Big|_{\phi_1} r dr dz \frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + P \left|_{\phi_2} r dr dz \frac{\partial \phi_2}{\partial r} - S_{rr} \right|_{\phi_2} r dr dz \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + S_{\phi r} \left|_{\phi_2} dr dz - S_{zr} \right|_{\phi_2} r dr dz \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = \\
& = \left[\left(-P \left|_{\phi_1} + S_{rr} \right|_{\phi_1} \right) r dr dz \frac{\partial \phi_1}{\partial r} - S_{\phi r} \left|_{\phi_1} dr dz + S_{zr} \right|_{\phi_1} r dr dz \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right] - \\
& - \left[\left(-P \left|_{\phi_2} + S_{rr} \right|_{\phi_2} \right) r dr dz \frac{\partial \phi_2}{\partial r} - S_{\phi r} \left|_{\phi_2} dr dz + S_{zr} \right|_{\phi_2} r dr dz \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right] = \\
& = dF_1 \left(\sigma_{rr} \left|_{\phi_1} \cos \widehat{n_1 r} + \sigma_{\phi r} \left|_{\phi_1} \cos \widehat{n_1 \phi} + \sigma_{zr} \left|_{\phi_1} \cos \widehat{n_1 z} \right. \right. \right) + \\
& + dF_2 \left(\sigma_{rr} \left|_{\phi_2} \cos \widehat{n_2 r} + \sigma_{\phi r} \left|_{\phi_2} \cos \widehat{n_2 \phi} + \sigma_{zr} \left|_{\phi_2} \cos \widehat{n_2 z} \right. \right. \right) = \\
& = \sigma_{nr} \left|_{\phi_1} dF_1 + \sigma_{nr} \left|_{\phi_2} dF_2, \quad (2.30) \right. \right.
\end{aligned}$$

где dF_1 , dF_2 — элементы поверхности закручивающего элемента в объеме $dV = 2\pi r dr dz$, соответствующие углам ϕ_1 и ϕ_2 ¹⁾ (см. рис. 19, б); $\sigma_{nr}|_{\phi_1}$ — проекция на ось r результирующего поверхностного напряжения, действующего на площадку dF_1 с вектором нормали \mathbf{n}_1 ; $\sigma_{nr}|_{\phi_2}$ — проекция на ось r результирующего поверхностного напряжения, действующего на площадку dF_2 с вектором нормали \mathbf{n}_2 . Косинусы углов между нормалью \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 к поверхностям dF_1 и dF_2 и направлениями осей r, ϕ, z определяются следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \cos \widehat{n_1 r} = \frac{r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} dr dz}{dF_1} \\ \cos \widehat{n_1 \phi} = -\frac{dr dz}{dF_1} \\ \cos \widehat{n_1 z} = \frac{r \frac{\partial \phi_1}{\partial z} dr dz}{dF_1} \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} \cos \widehat{n_2 r} = -\frac{r \frac{\partial \phi_2}{\partial r} dr dz}{dF_2} \\ \cos \widehat{n_2 \phi} = \frac{dr dz}{dF_2} \\ \cos \widehat{n_2 z} = -\frac{r \frac{\partial \phi_2}{\partial z} dr dz}{dF_2} \end{array} \right\}.$$

Таким образом из (2.30) следует, что f_r является отнесенной к единице объема жидкости радиальной проекцией равнодействующей поверхностных сил, действующих на поток теплоносителя со стороны завихрителя:

$$f_r = \frac{\sigma_{nr}|_{\phi_1} dF_1 + \sigma_{nr}|_{\phi_2} dF_2}{\varsigma \cdot 2\pi r dr dz}. \quad (2.31)$$

Проведя операцию осреднения по угловой координате уравнений (2.12)–(2.14), получим:

¹⁾ С учетом геометрии завихрителя площадь элемента поверхности dF_i определяется следующим образом: $dF_i = dz dr \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}$, где $\operatorname{tg} \theta = 2\pi r/S$, S — шаг навивки спирали, $\operatorname{tg} \gamma = r d\phi_i/dr$, ($i = 1, 2$).

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{u}_r)}{\partial\tau} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r\bar{u}_r^2)}{\partial r} - \frac{\rho\bar{u}_\phi^2}{r} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_z\bar{u}_r)}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial\bar{P}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\bar{S}_{rr} - \rho_r\bar{u}_r^{*2})}{\partial r} - \frac{(\bar{S}_{\phi\phi} - \rho\bar{u}_\phi^{*2})}{r} + \frac{\partial(\bar{S}_{zr} - \rho\bar{u}_z^*\bar{u}_r^*)}{\partial z} + f_r, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{u}_\phi)}{\partial\tau} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\rho\bar{u}_\phi\bar{u}_r) + \frac{\partial(\rho\bar{u}_\phi\bar{u}_z)}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\bar{S}_{r\phi} - r^2\rho\bar{u}_r^*\bar{u}_\phi^*)}{\partial r} + \frac{\partial(\bar{S}_{z\phi} - \rho\bar{u}_z^*\bar{u}_\phi^*)}{\partial z} + f_\phi, \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{u}_z)}{\partial\tau} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r\bar{u}_z\bar{u}_r)}{\partial r} + \frac{\partial\rho\bar{u}_z^2}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial\bar{P}}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\bar{S}_{rz} - \rho\bar{u}_r^*\bar{u}_z^*)}{\partial r} + \frac{\partial(\bar{S}_{zz} - \rho\bar{u}_z^{*2})}{\partial z} + f_z, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где f_r , f_ϕ , f_z — составляющие силы сопротивления в направлении радиальной, угловой и продольной координат, имеющие смысл объемной плотности поверхностных сил, действующих на поток теплоносителя со стороны завихрителя.

В уравнениях (2.32)–(2.34) рассматриваются уже не локальные компоненты скорости и давления, а осредненные по угловой координате. В дальнейшем изложении опустим знак осреднения и под u_z , u_ϕ , u_r , P будем подразумевать осредненные по углу ϕ величины, зависящие только от r , z и t .

По виду полученных осредненных уравнений (2.32)–(2.34) можно заключить, что для осредненного континуума при наличии в каналах спиральных элементов результирующий диффузионный поток импульса складывается из потоков, обусловленных молекулярной и турбулентной диффузией, учитываемой членами, содержащими осредненные компоненты тензора дополнительных напряжений S_{ij} , и потока, обусловленного существованием локальных отклонений скоростей от средних по углу значений (члены с $-\rho\bar{u}_i^*\bar{u}_j^*$).

Введя понятие тензора эффективных поверхностных напряжений \bar{S}^{ef} с компонентами:

$$S_{ij}^{\text{ef}} = \bar{S}_{ij}(r, z) - \rho\bar{u}_i^*\bar{u}_j^*, \quad (2.35)$$

перепишем систему уравнений (2.32)–(2.34) в более компактном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial\tau} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r u_r^2)}{\partial r} - \frac{\rho u_\phi^2}{r} + \frac{\partial(\rho u_z u_r)}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r S_{rr}^{\text{ef}})}{\partial r} - \frac{S_{\phi\phi}^{\text{ef}}}{r} + \frac{\partial S_{zr}^{\text{ef}}}{\partial z} + f_r, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial(\rho u_\phi)}{\partial\tau} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\rho u_\phi u_r) + \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial z} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 S_{r\phi}^{\text{ef}})}{\partial r} + \frac{\partial S_{z\phi}^{\text{ef}}}{\partial z} + f_\phi, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial \tau} + \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r S_{rz}^{\text{ef}})}{\partial r} + \frac{\partial S_{zz}^{\text{ef}}}{\partial z} + f_z. \quad (2.38)$$

Уравнение неразрывности (2.15) после осреднения по ϕ принимает вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \quad (2.39)$$

и для стационарного движения дает прямую связь между изменением компонент скорости u_r и u_z .

В уравнениях (2.36)–(2.39) u_i , P , τ_{ij} , f_i , ($i, j = r, \phi, z$) являются функциями только r , z и τ ; u_i — компоненты осредненной скорости; f_i — компоненты силы сопротивления, отличные от нуля только в кольцевой области расположения завихрителей при $r_1 \leq r \leq r_2$ (см. рис. 19); S_{ij}^{ef} — компоненты тензора эффективных поверхностных напряжений.

2.2.4. Осреднение уравнения энергии

Приведем дифференциальное уравнение энергии (2.16), записанное относительно локальных значений скоростей и температуры, к более наглядному с точки зрения описания энергетического баланса «дивергентному» виду, сложив его с уравнением неразрывности (2.15), умноженным на $c_p t$:

$$c_p \left(\frac{\partial(\rho t)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho r u_r t)}{r \partial r} + \frac{\partial(\rho u_\phi t)}{r \partial \phi} + \frac{\partial(\rho u_z t)}{\partial z} \right) = - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r q_r)}{\partial r} + \frac{\partial q_\phi}{r \partial \phi} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v, \quad (2.40)$$

где проекции вектора плотности теплового потока q_r , q_ϕ , q_z при турбулентном течении теплоносителя определяются соотношениями (2.18).

Процедура осреднения уравнения энергии является несколько более громоздкой по сравнению с осреднением уравнений движения, описаным в п. 2.2.2, поскольку необходимо учитывать, что в процессе теплообмена принимает участие не только жидкость, но и твердая фаза вещества, заключенная в пределах объема осреднения. Чтобы не загромождать изложение материала обилием математических выкладок, ограничимся кратким описанием процедуры осреднения уравнения энергии, которое проводилось в соответствии с подходом, предложенным в монографии [204]. Согласно этому подходу, вначале были получены локально осредненные дифференциальные уравнения баланса энергии для каждой из фаз, а вся последовательность операций при проведении процедуры осреднения сводилась к следующему.

1. Осреднение уравнения (2.40) согласно процедуре, описанной в п. 2.2.2, и учитывая, что члены, содержащие произведения $u_i t|_{\phi_j}$ ($i = r, \phi, z$; $j = 1, 2$) на поверхности завихрителя равны нулю, так как $u_i|_{\phi_j} = 0$, а $\overline{u_i t}^{(F)} = \overline{(\bar{u}_i + u_i^*)(\bar{t} + t^*)}^{(F)} = \bar{u}_i \bar{t}^{(F)} + \overline{u_i^* t^*}^{(F)}$,

получим следующее осредненное уравнение энергии для движущейся несжимаемой жидкости¹⁾:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\frac{\partial \bar{t}^{(F)}}{\partial \tau} + \frac{\partial r \bar{u}_r \bar{t}^{(F)}}{r \partial r} + \frac{\partial \bar{u}_z \bar{t}^{(F)}}{\partial z} \right) = \\ = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\lambda + \lambda_{tr} - \frac{\rho c_p \overline{u_r^* t^*}^{(F)}}{\partial \bar{t} / \partial r} \right) \frac{\partial \bar{t}^{(F)}}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda + \lambda_{tz} - \frac{\rho c_p \overline{u_z^* t^*}^{(F)}}{\partial \bar{t} / \partial z} \right) \frac{\partial \bar{t}^{(F)}}{\partial z} \right) + \\ + \frac{1}{2\pi\zeta} \left(q_r^{(F)} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + q_z^{(F)} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{1}{r} q_\phi^{(F)} \Big|_{\phi_2} \right) - \\ - \frac{1}{2\pi\zeta} \left(q_r^{(F)} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + q_z^{(F)} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{1}{r} q_\phi^{(F)} \Big|_{\phi_1} \right), \quad (2.41) \end{aligned}$$

где $\bar{t}^{(F)}$ — значение температуры движущейся жидкости, осредненное по объему, занятому жидкостью:

$$\bar{t}^{(F)} = \frac{1}{\Delta V_F} \int_{\Delta V_F} t d\Delta V = \frac{1}{\Delta \phi_F} \int_{\Delta \phi_F} t d\phi = \frac{1}{2\pi\zeta} \int_{\Delta \phi_F} t d\phi;$$

ζ — пористость; ρ , c_p , λ — плотность, изобарная теплоемкость и молекулярная теплопроводность жидкости; λ_{tr} , λ_{tz} — коэффициенты турбулентной теплопроводности²⁾:

$$\lambda_{tr} = -\frac{\rho c_p \overline{(u'_r t')^{(F)}}}{\partial \bar{t} / \partial r}, \quad \lambda_{tz} = -\frac{\rho c_p \overline{(u'_z t')^{(F)}}}{\partial \bar{t} / \partial z};$$

t^* — отклонение температуры от среднего по углу значения \bar{t} ; $q_i^{(F)}|_{\phi_j}$ ($i = r, \phi, z$; $j = 1, 2$) — компоненты плотности теплового потока с поверхности завихрителя, обусловленные диффузионным переносом за

1) В целях упрощения записи ниже представлены уравнения (2.41), (2.43) для однозаходных завихрителей (см. рис. 19, б), когда $n = 1$ и многократного суммирования членов, содержащих компоненты плотности теплового потока, проводить не требуется.

Значки ^(F) или ^(S) в уравнениях (2.41), (2.43) и далее показывают, что истинные средние значения величин относятся к объему, занимаемому жидкостью ^(F) или твердым телом ^(S).

2) Вид указанных коэффициентов получен в результате двойного осреднения: вначале имеется ввиду рейнольдово осреднение по времени (нижняя черта), а затем — осреднение по элементарному объему, занятому жидкостью (верхняя черта).

счет молекулярной теплопроводности жидкости:

$$q_r^{(F)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{\phi_i}, \quad q_z^{(F)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{\phi_i}, \quad q_\phi^{(F)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda \frac{\partial t}{r \partial \phi} \Big|_{\phi_i}, \quad (i = 1, 2), \quad (2.42)$$

где t — локальное (неосредненное) значение температуры.

Уравнение (2.41) получено в предположении, что внутренние источники тепловыделения в жидкости отсутствуют, т. е. $q_v = 0$, а возможность взаимной и внешней передачи энергии за счет излучения для рассматриваемого круга задач можно исключить.

2. Аналогичная процедура осреднения была проведена для неподвижной твердой фазы. В результате получено следующее уравнение баланса энергии для твердой компоненты (элемента объема завихриеля):

$$\begin{aligned} \rho_{(S)} c_{p(S)} \frac{\partial \bar{t}^{(S)}}{\partial \tau} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{(S)} \frac{\partial \bar{t}^{(S)}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_{(S)} \frac{\partial \bar{t}^{(S)}}{\partial z} - \\ &- \frac{1}{2\pi(1-\varsigma)} \left(q_r^{(S)} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + q_z^{(S)} \Big|_{\phi_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{1}{r} q_\phi^{(S)} \Big|_{\phi_2} \right) + \\ &+ \frac{1}{2\pi(1-\varsigma)} \left(q_r^{(S)} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + q_z^{(S)} \Big|_{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{1}{r} q_\phi^{(S)} \Big|_{\phi_1} \right) + q_v^{(S)}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

где $\bar{t}^{(S)}$ — значение температуры неподвижной твердой фазы, осредненное по занимаемому ею объему:

$$\bar{t}^{(S)} = \frac{1}{\Delta V_S} \int_{\Delta V_S} t d\Delta V = \frac{1}{\Delta \phi_S} \int_{\Delta \phi_S} t d\phi = \frac{1}{2\pi(1-\varsigma)} \int_{\Delta \phi_S} t d\phi;$$

$\rho_{(S)}$, $c_{p(S)}$, $\lambda_{(S)}$ — плотность, изобарная теплоемкость и молекулярная теплопроводность твердой фазы; $q_i^{(S)} \Big|_{\phi_j}$ ($i = r, \phi, z$; $j = 1, 2$) — компоненты плотности теплового потока в направлении нормали, имеющей направление от жидкой фазы к твердой, обусловленные молекулярной теплопроводностью твердой фазы:

$$q_r^{(S)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda_{(S)} \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{\phi_i}, \quad q_z^{(S)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda_{(S)} \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{\phi_i}, \quad q_\phi^{(S)} \Big|_{\phi_i} = -\lambda_{(S)} \frac{\partial t}{r \partial \phi} \Big|_{\phi_i}, \quad (2.44)$$

$q_v^{(S)}$ — мощность внутренних источников тепловыделения в твердой фазе, если закручивающие элементы являются частью тепловыделяющей поверхности.

3. С учетом теплоемкостей обеих фаз среднее значение температуры осредненного континуума \bar{t} может быть выражено следующим образом:

$$\bar{t} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\Delta \phi_F} t \rho c_p d\phi + \int_{\Delta \phi_S} t \rho_{(S)} c_{p(S)} d\phi \right) / \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\Delta \phi_F} \rho c_p d\phi + \int_{\Delta \phi_S} \rho_{(S)} c_{p(S)} d\phi \right). \quad (2.45)$$

4. Используя определения (2.19)–(2.21), можно заключить, что истинные средние значения температур жидкости $\bar{t}^{(F)}$ и твердой фазы $\bar{t}^{(S)}$ соотносятся со средним значением температуры осредненного континуума \bar{t} следующим образом:

$$\bar{t} = [\rho c_p \varsigma \bar{t}^{(F)} + \rho_{(S)} c_{p(S)} (1 - \varsigma) \bar{t}^{(S)}] / [\rho c_p \varsigma + \rho_{(S)} c_{p(S)} (1 - \varsigma)]. \quad (2.46)$$

Поскольку проводимый анализ наиболее актуален для каналов со спиральными завихрителями или интенсификаторами теплообмена, в незначительной степени перекрывающими проходное сечение канала, то пористость ς в рассматриваемых системах близка к единице, и, согласно выражению (2.46), $\bar{t}^{(F)} \approx \bar{t}$.

5. Умножая уравнение (2.41) на ς и складывая его с уравнением (2.43), умноженным на $(1 - \varsigma)$, с учетом выражения (2.46), получим итоговое осредненное уравнение энергии относительно средней температуры осредненного континуума \bar{t} в следующем виде:

$$\begin{aligned} [\varsigma \rho c_p + (1 - \varsigma) \rho_{(S)} c_{p(S)}] \frac{\partial \bar{t}}{\partial \tau} + \varsigma \rho c_p \left(\frac{\partial(r \bar{u}_r \bar{t})}{r \partial r} + \frac{\partial(\bar{u}_z \bar{t})}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{\text{efr}} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_{\text{efz}} \frac{\partial \bar{t}}{\partial z} + q_V^*, \end{aligned} \quad (2.47)$$

где λ_{efr} , λ_{efz} — коэффициенты эффективной теплопроводности в направлении осей r и z , обусловленные молекулярным, турбулентным и конвективным переносом за счет направленного движения жидкости при обтекании завихрителей и молекулярной теплопроводностью в твердом теле:

$$\lambda_{\text{efr}} = \varsigma \left(\lambda + \lambda_{tr} - \frac{\rho c_p \bar{u}_r^* \bar{t}^{*(F)}}{\partial \bar{t} / \partial r} \right) + (1 - \varsigma) \lambda_{(S)}, \quad (2.48)$$

$$\lambda_{\text{efz}} = \varsigma \left(\lambda + \lambda_{tz} - \frac{\rho c_p \bar{u}_z^* \bar{t}^{*(F)}}{\partial \bar{t} / \partial z} \right) + (1 - \varsigma) \lambda_{(S)}, \quad (2.48')$$

q_V^* — дополнительный удельный тепловой поток, передаваемый жидкости с поверхности закручивающих элементов dF^* в случае, если поверхность завихрителей участвует в теплообмене: $q_V^* = (1 - \varsigma) q_v^{(S)}$, $q_V^* \neq 0$ только в кольцевом слое $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$ (см. рис. 19).

Таким образом применение процедуры осреднения позволило привести систему исходных дифференциальных уравнений (2.12)–(2.16) относительно локальных величин к системе осесимметричных уравнений (2.36)–(2.39), (2.47) относительно осредненных по угловой координате скоростей, давления и температуры. Вместе с тем полученное упрощение в постановке задачи требует введения дополнительных феноменологических соотношений для описания компонент силы сопротивления \mathbf{f} в уравнениях (2.36)–(2.38), добавочного тепловыделения q_V^* в уравнении (2.47), а также эффективного переноса импульса и энергии в рассматриваемой среде. Вид этих соотношений может быть выявлен

на основании анализа экспериментальных результатов по исследованию физических закономерностей течений и теплообмена в каналах с завихрителями различной геометрии.

2.3. Формулировка замыкающих феноменологических соотношений

2.3.1. Описание силового воздействия завихрителей на поток

Следуя феноменологическому подходу (п. 2.1), для замыкания математической постановки задачи необходимо ввести физически обоснованную гипотезу, позволяющую установить взаимосвязь между силой сопротивления, действующей на поток со стороны завихрителей, и полем скорости потока¹⁾. При формулировке замыкающих соотношений должно учитываться влияние геометрии завихрителей как на величину силы сопротивления, так и на формирование скоростного распределения в канале.

Возможность выявления закономерностей влияния геометрии завихрителей на гидродинамику и теплообмен в каналах дает подход, основанный на описании анизотропного характера сопротивления в каналах с неполным перекрытием проходного сечения спиральными элементами. Под *анизотропией сопротивления* в данном случае понимается эффект, имеющий место при обтекании удлиненных тел склоненным потоком жидкости, и заключающийся в том, что *вектор силы сопротивления не коллинеарен вектору полной скорости потока*, т. е. направление действия силы сопротивления не совпадает с направлением, обратным вектору скорости потока. При этом величина силы сопротивления зависит от ориентации вектора скорости потока относительно продольной оси обтекаемого тела. Этот эффект был установлен на основе экспериментальных наблюдений, упоминается в классических монографиях [36, 95], рассматривался в работах [117, 118], посвященных изучению влияния угла скоса потока на сопротивление обтекаемых тел (как обсуждалось в п. 1.4.4 гл. 1) и получил теоретическую трактовку в работах [104, 116, 197].

Целенаправленно эффект анизотропии сопротивления исследовался в большой серии экспериментов по обтеканию проволочных навивок в кольцевых каналах. Эксперименты, результаты которых частично изложены в работах [113, 116], были проведены В. М. Кузовым и Г. Д. Кузовым на гидродинамическом стенде с водой под давлением в диапа-

¹⁾ Определить значения компонент силы сопротивления f_i ($i, j = r, \phi, z$) в том виде, который был получен после осреднения исходных уравнений движения (2.12)–(2.14), не представляется возможным из-за отсутствия универсальных моделей для описания компонент тензора поверхностных напряжений (2.17) на границе с завихрителем (см. вид выражения (2.29) для компоненты f_r).

зоне чисел Рейнольдса Re от 10^3 до $5 \cdot 10^4$. Исследовалось влияние геометрии однозаходных проволочных спиралей на интенсивность закрутки потока и гидравлическое сопротивление каналов. Спирали были навиты на внутреннюю (выпуклую) поверхность кольцевого канала и лишь частично перекрывали ширину кольцевого зазора. Угол навивки спиралей θ и степень загромождения канала ε варьировались (см. рис. 15 п. 1.4.4). Для визуализации эффекта закрутки потока и измерения угла отклонения вектора полной скорости потока α от продольной оси канала использовались пузырьки аргона, инжектируемые в поток через отверстия, равномерно распределенные по периметру канала.

Результаты проведенных экспериментов подтвердили выдвинутую ранее в работах А.С. Корсуня и О.В. Митрофановой [104, 197] гипотезу, согласно которой характерной особенностью движения жидкости в каналах со спиральными вставками, частично перекрывающими (на просвет) проходное сечение каналов, является анизотропия сопротивления, а для связи векторов полной скорости потока \mathbf{u} и силы сопротивления \mathbf{f} , действующей на жидкость со стороны обтекаемых спиралей, может быть использован тензор. При этом силу сопротивления \mathbf{f} можно представить в виде:

$$\mathbf{f} = -\vec{\mathbf{k}} \mathbf{u}, \quad (2.49)$$

где $\vec{\mathbf{k}}$ — тензор сопротивления, определяемый как симметричный тензор второго ранга.

Систематические исследования по физико-математическому моделированию внешнего обтекания тел различного профиля скошенным стесненным потоком жидкости, предпринятые в работе [116], позволили обосновать правомерность использования этой гипотезы для описания сопротивления спиральных элементов различной геометрии при обтекании их в трубах и кольцевых каналах.

Таким образом для моделирования компонент силы сопротивления f_i , ($i, j = r, \phi, z$), входящих в уравнения (2.36)–(2.38) и характеризующих силовое воздействие завихрителей на поток, может быть использована зависимость (2.49), где введение тензора $\vec{\mathbf{k}}$ позволяет описать анизотропный характер сопротивления, обусловленного наличием в канале завихрителей.

Компоненты силы сопротивления \mathbf{f} в направлении осей ϕ, z, r , согласно соотношению (2.49), могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} f_\phi &= -(k_{\phi\phi}u_\phi + k_{\phi z}u_z + k_{\phi r}u_r), \\ f_z &= -(k_{z\phi}u_\phi + k_{zz}u_z + k_{zr}u_r), \\ f_r &= -(k_{r\phi}u_\phi + k_{rz}u_z + k_{rr}u_r), \end{aligned} \quad (2.50)$$

где k_{ij} — компоненты тензора сопротивления: $k_{ij} \neq 0$ в области расположения завихрителей при $r_1 \leq r \leq r_2$ (см. рис. 19) и $k_{ij} = 0$ при $r_1 < r \leq 0$, а также при $r_2 < r \leq R$, если спиральный завихритель не касается стенки канала.

При нелинейном законе сопротивления, что соответствует турбулентному режиму течения, компоненты тензора сопротивления являются функциями модуля полной скорости потока $|\mathbf{u}|$ — величины, инвариантной относительно преобразования координат.

2.3.2. Описание компонент тензора сопротивления

Расчетные соотношения для описания компонент k_{ij} тензора сопротивления \vec{k} были получены на основании накопленной к настоящему времени экспериментальной информации, систематизация которой была приведена выше в разделе 1.4 гл. 1. Для того, чтобы полученные расчетные зависимости имели универсальный характер и были применимы для различных типов спиральных завихрителей, учитывалось влияние следующих факторов: угла навивки, заходности и формы поперечного сечения спиралей, эффекта экранирования обтекаемых элементов в продольном ряду (снижения суммарного сопротивления завихрителей при попадании последующего элемента в зону вихревого следа предыдущего), эффекта стеснения потока (фактора загромождения), влияния интенсивности турбулентности основного течения и числа Рейнольдса на коэффициенты сопротивления трения и давления.

Способ определения компонент тензора сопротивления был предложен в работах [104, 116] и уточнялся в ряде последующих работ [99, 206–208]. Кратко суть его сводится к следующему.

Говоря об анизотропном характере сопротивления при неполном перекрытии ширины каналов закручающими элементами, следует выделить направления, соответствующие главным осям анизотропии. За главные оси анизотропии в каналах с завихрителями могут быть приняты направления вдоль (η) и поперек (ξ и r) закручающих спиральных элементов (см. рис. 15). Такой выбор соответствует реальному факту максимального отличия сопротивления протяженных тел при их продольном и поперечном обтекании.

При совпадении осей системы координат с главными осями анизотропии тензор сопротивления \vec{k} приводится к диагональному виду и сила сопротивления \mathbf{f} может быть выражена следующим образом:

$$\mathbf{f} = -k_{\eta\eta} u_\eta \mathbf{e}_\eta - k_{\xi\xi} u_\xi \mathbf{e}_\xi - k_{rr} u_r \mathbf{e}_r, \quad (2.51)$$

где $k_{\eta\eta}$, $k_{\xi\xi}$, k_{rr} — диагональные компоненты тензора сопротивления \vec{k} и u_η , u_ξ , u_r — компоненты полной скорости потока, соответствующие главным осям анизотропии η , ξ , r .

Учитывая, что при повороте осей системы координат компоненты симметричного тензора второго ранга k_{ij} преобразуются согласно соотношениям

$$\begin{aligned} k_{ij} &= k_{lm} n_{il} n_{jm}, \\ n_{il} &= \cos(\hat{i}\hat{l}), \quad n_{jm} = \cos(\hat{j}\hat{m}), \end{aligned} \quad (2.52)$$

для входящих в выражения (2.50) компонент тензора сопротивления \vec{k} получим:

$$\begin{aligned} k_{\phi\phi} &= k_{\eta\eta} \sin^2 \theta + k_{\xi\xi} \cos^2 \theta, & k_{\phi r} &= k_{r\phi} = 0, \\ k_{\phi z} &= k_{z\phi} = (k_{\eta\eta} - k_{\xi\xi}) \sin \theta \cos \theta, & k_{zr} &= k_{rz} = 0, \\ k_{zz} &= k_{\eta\eta} \cos^2 \theta + k_{\xi\xi} \sin^2 \theta, & k_{rr} &= A_{r\xi} k_{\xi\xi}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

где θ — угол между продольной осью канала z и направлением закручивающих элементов η (см. рис. 15), $A_{r\xi}$ — коэффициент формы закручивающего элемента.

Приведенные преобразования (2.53) показывают, что независимыми величинами в описании компонент тензора сопротивления \vec{k} и силы сопротивления \mathbf{f} (2.49)–(2.50) являются две диагональные компоненты тензора сопротивления $k_{\xi\xi}$ и $k_{\eta\eta}$, определяемые из рассмотрения чисто поперечного и чисто продольного обтекания завихрителей.

При чисто поперечном обтекании завихрителей, когда $u_\xi = |\mathbf{u}|$, $u_\eta = 0$, $u_r \approx 0$, сила сопротивления, согласно (2.51), может быть представлена в виде: $\mathbf{f} = -k_{\xi\xi} u_\xi \mathbf{e}_\xi$. Ее можно рассматривать как силу лобового сопротивления (1.17), отнесенную к объему жидкости в кольцевом слое, занимаемом завихрителем: $|\mathbf{f}| = F_{lc}/\bar{\varsigma} 2\pi(r_2^2 - r_1^2)$, решая задачу о поперечном обтекании тел различного профиля стесненным потоком жидкости. При этом, как говорилось выше в п. 1.4.1, при турбулентном режиме течения доминирующую роль в полном сопротивлении поперечно обтекаемых тел играет составляющая сопротивления давления ($C_d \approx C_w$). Решение задачи определения сопротивления тел различного профиля с учетом особенностей течения в каналах (влияния загромождения, эффекта экранирования и других перечисленных выше факторов) привело к следующему выражению для компоненты тензора сопротивления $k_{\xi\xi}$, определяемой как $k_{\xi\xi} = |\mathbf{f}|/u_\xi$:

$$k_{\xi\xi} = C_d(\text{Re}_t) \Psi_1(\varepsilon) \Psi_2(t_\theta) \frac{\rho \bar{u}_{sw}}{2\pi d_{sw} \bar{\varsigma} \cos \theta}, \quad (2.54)$$

где: \bar{u}_{sw} — среднее значение полной скорости потока в области расположения спирали; d_{sw} — диаметр навивки спирали; $\bar{\varsigma}$ — средняя пористость в объеме кольцевого слоя $r_1 \leq r \leq r_2$, занятого завихрителем:

$$\bar{\varsigma} \approx 1 - \frac{d^2 m}{4 \cos \theta (r_2^2 - r_1^2)}; \quad (2.55)$$

d — характерный размер спиральной вставки (диаметр проволоки, высота ребра или выступа спирально профилированной поверхности); $C_d(\text{Re}_t)$ — коэффициент сопротивления закручивающего элемента в стесненном потоке жидкости, зависящий от турбулентного числа Рейнольдса Re_t :

$$\text{Re}_t = \text{Re}^* T u \approx \frac{ud}{\nu} \frac{\sqrt{\lambda_{fr}/8}}{1 - \varepsilon^2}, \quad (2.56)$$

$C_d \approx C_w$ — см. зависимости (1.20) гл. 1, п. 1.4.2 и (1.23)–(1.25) п. 1.4.3, справочные данные о величине коэффициентов профильного сопротивления C_d различных тел приводятся также в табл. 1 Приложения I; ε — степень загромождения проходного сечения канала ($\varepsilon = d/R$ для трубы, $\varepsilon = d/(R_2 - R_1)$ для кольцевого канала с внешним и внутренним радиусами R_2, R_1); λ_{fr} — коэффициент гидравлического сопротивления канала с завихрителями; $\psi_1(\varepsilon)$ — функция, учитываяющая влияние загромождения канала (см. гл. 1, п. 1.4.2):

$$\psi_1(\varepsilon) = (1 - \varepsilon^2)^{-1} (1 - \varepsilon)^{-0.4}; \quad (2.57)$$

$\psi_2(\theta)$ — функция, учитываяющая экранировку витков спирали в ряду (см. п. 1.4.4):

$$\psi_2(t_\theta) = 1 - \frac{5(1 - C_1/C_d(\text{Re}_t))}{4 + t_\theta/d}, \quad (2.58)$$

где: S — шаг навивки спирали, m — число заходов спирали, C_1 — коэффициент сопротивления одного витка в плотном ряду, $t_\theta = S \sin \theta / m$ — расстояние по нормали между спиральными элементами.

Вид второй диагональной компоненты тензора сопротивления $k_{\eta\eta}$ был получен из сопоставления выражения $\mathbf{f} = -k_{\eta\eta} u_\eta \mathbf{e}_\eta$ для силы сопротивления (2.51) при чисто продольном обтекании завихрителей, когда $u_\eta = |\mathbf{u}|$, $u_\xi = 0$, $u_r = 0$, с зависимостью, описывающей сопротивление продольно обтекаемых тел. В этом случае определяющую роль в сопротивлении завихрителей играет составляющая сопротивления трения ($C_d \approx C_f$) (см. (1.17) п. 1.4.2), и выражение для $k_{\eta\eta}$ будет иметь вид:

$$k_{\eta\eta} = \frac{|\mathbf{f}|}{u_\eta} = \frac{C_f(\text{Re}_l^*) \rho \bar{u}_{sw} \Pi m}{2\pi \bar{\zeta} (r_2^2 - r_1^2) \cos \theta}, \quad (2.59)$$

где Π — периметр смоченной поверхности завихрителя; $C_f(\text{Re}_l^*)$ — коэффициент сопротивления пограничного слоя на поверхности завихрителя, зависящий от числа Рейнольдса $\text{Re}_l^* = \frac{ul}{\nu} \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)} = \frac{uz}{\nu \cos \theta} \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)}$, $l = z / \cos \theta$, и определяемый с учетом поперечной кривизны обтекаемой поверхности спирального завихрителя, согласно рекомендациям работы [94] (с. 246):

$$C_f(\text{Re}_l^*) = C_f^0(\text{Re}_l^*) \left(1 + 0.0025(\text{Re}_l^*)^{-0.2} \frac{l}{d}\right), \quad (2.60)$$

где $C_f^0(\text{Re}_l^*)$ — коэффициент сопротивления пограничного слоя на плоской поверхности, d — диаметр, характеризующий поперечную кривизну обтекаемой поверхности, например, диаметр цилиндра для проволочной навивки.

Величина коэффициента сопротивления $C_f(\text{Re}_l^*)$ зависит от продольной координаты z и угла навивки спирали θ . При переходе от ламинарного режима течения в пограничном слое к турбулентному $C_f(\text{Re}_l^*)$ существенно возрастает, причем рост коэффициента сопротивления продолжается вплоть до смыкания пограничных слоев на

поверхности завихрителя и канала. Зависимость (2.59) может быть рекомендована для коротких каналов или при использовании локальных, ограниченных по длине спиральных элементов, когда влияние длины гидродинамической стабилизации потока может быть существенным.

Для протяженных каналов теплообменников и энергетических установок была получена более удобная для практических расчетов зависимость, определяющая величину компоненты тензора сопротивления $k_{\eta\eta}$, основанная на рассмотрении интегрального баланса сил трения и давления при продольном обтекании завихрителей в канале. В качестве примера в Приложении 2 приводится вывод зависимости для определения $k_{\eta\eta}$ в случае турбулентного течения жидкости в винтообразном канале.

Для каналов с неполным перекрытием проходного сечения спиральными элементами в работе [207] получен следующий общий вид выражения для компоненты $k_{\eta\eta}$:

$$k_{\eta\eta} = \frac{\lambda_{fr}^0 \Psi_3 \rho \bar{u}_{sw} (1 + dm/(S \sin \theta))}{16 d_{sw} \cos \theta}, \quad (2.61)$$

где Ψ_3 — поправочная функция для учета влияния кривизны линий тока осредненного течения в области расположения завихрителей; Ψ_3 определяется согласно рекомендациям работы [5] следующим образом:

$$\Psi_3 = 1 + \frac{0.0385 (d \sin^2 \alpha / d_{sw})^{0.5}}{\lambda_{fr}^0}, \quad (2.62)$$

где $\lambda_{fr}^0 = 0.316 \text{Re}^{-0.25}$, $\text{Re} = \bar{u}_{sw} d_h / \nu \approx \bar{u}_z d_h / \nu \cos \alpha$, \bar{u}_z — средняя расходная скорость в канале, d_h — гидравлический диаметр канала, α — средний угол закрутки потока в области расположения завихрителей, который может не совпадать с углом навивки спирали θ .

Для наиболее распространенных рабочих режимов течения, характеризуемых числами Рейнольдса $\text{Re} = 10^4 - 2 \cdot 10^5$, величина компоненты $k_{\eta\eta}$ на 2–3 порядка меньше значений компоненты $k_{\xi\xi}$ для завихрителей, имеющих в поперечном сечении форму плохообтекаемых профилей, поэтому в большинстве случаев при неполном перекрытии канала завихрителями учет вклада продольного сопротивления завихрителей практически не влияет на точность расчетных оценок. Однако, в случае полного перекрытия сечения, например, при использовании скрученной ленты в трубе или с помощью винтообразно установленной по длине кольцевого канала ленточной вставки, когда угол закрутки потока совпадает с направлением закручивающего ребра, вклад компоненты $k_{\eta\eta}$ становится определяющим.

2.3.3. Моделирование эффективного переноса в каналах с завихрителями

Вид полученных в предыдущем разделе зависимостей для компонент тензора сопротивления $k_{\xi\xi}$ и $k_{\eta\eta}$, являющихся ключевыми для расчетных оценок компонент силы сопротивления \mathbf{f} в уравнениях

(2.36)–(2.38), указывает на то, что задача определения полей скорости и давления в каналах с завихрителями ставится в неявном виде и требует для своего решения использования методов итерационного приближения. Имеется в виду то обстоятельство, что в описание замыкающих феноменологических соотношений (2.54), (2.61) входят такие величины, как полная осредненная скорость закрученного течения и коэффициент гидравлического сопротивления канала, которые являются искомыми параметрами задачи. Математически это отражает внутреннюю взаимосвязь между интегральными и локальными параметрами, определяющими процессы движения жидкости и теплообмена в каналах с завихрителями, и, в то же время, соответствует реальной физической картине, так как поля скорости и давления в рассматриваемых каналах формируются в зависимости от формы и расположения завихрителей, наличие которых приводит к определенным потерям давления и закрутке потока.

Этот факт необходимо учитывать и при описании «эффективного» переноса импульса и энергии в рассматриваемых системах. Замыкание постановочных уравнений (2.36)–(2.38) с помощью использования интегральных параметров в части силового воздействия завихрителей на поток делают нецелесообразным введение более «тонких» дифференциальных моделей для описания тензора эффективных поверхностных напряжений \vec{S}^{ef} (2.35). Проведенный выше анализ различных подходов теоретического моделирования переносных свойств сложных закрученных течений (п. 1.5), а также имеющийся опыт разработки инженерных методов расчета таких течений (п. 1.6) подтверждают сделанный в гл. 1 (п. 1.7) вывод о том, что наиболее применимым для описания процессов переноса в каналах с завихрителями является полуэмпирический подход.

Строго говоря, чтобы учесть анизотропный характер переноса в сложных турбулентных течениях, вводимая для связи тензора поверхностных напряжений с тензором скоростей деформаций турбулентная вязкость, в общем случае, должна являться тензором четвертого ранга [203]. Поскольку получить описание такого тензора до сих пор не удается, часто используется прием представления турбулентной вязкости в виде «набора» коэффициентов, которые определяются в результате применения гипотезы Буссинеска для каждой компоненты рейнольдсовых напряжений в отдельности. Это дает возможность учесть анизотропию пространственного переноса импульса, но, в то же время, полученные коэффициенты эффективного переноса в совокупности не являются компонентами тензора, так как не обеспечивают инвариантности по отношению к преобразованию координат.

Вместе с тем, такой прием представления эффективных коэффициентов переноса в виде псевдо-тензора второго ранга весьма распространен при моделировании сложных турбулентных течений и подробно

рассматривается в аналитическом обзоре [18] с указанием библиографии по этому вопросу.

Следуя такому подходу, компоненты тензора эффективных поверхностных напряжений \vec{S}^{ef} могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} S_{rr}^{\text{ef}} &= 2\mu_{rr}^{\text{ef}} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r}, \quad S_{\phi\phi}^{\text{ef}} = 2\mu_{\phi\phi}^{\text{ef}} \frac{\bar{u}_r}{r}, \quad S_{zz}^{\text{ef}} = 2\mu_{zz}^{\text{ef}} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z}, \\ S_{r\phi}^{\text{ef}} &= \mu_{r\phi}^{\text{ef}} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{u}_\phi}{r} \right), \quad S_{\phi r}^{\text{ef}} = S_{r\phi}^{\text{ef}}, \quad S_{\phi z}^{\text{ef}} = \mu_{\phi z}^{\text{ef}} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z}, \quad S_{z\phi}^{\text{ef}} = S_{\phi z}^{\text{ef}}, \quad (2.63) \\ S_{zr}^{\text{ef}} &= \mu_{zr}^{\text{ef}} \left(\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial z} \right), \quad S_{rz}^{\text{ef}} = S_{zr}^{\text{ef}}, \end{aligned}$$

где $\bar{u}_{i,(i=r,\phi,z)}$ — компоненты осредненной по угловой координате скорости потока, μ_{ij}^{ef} — коэффициенты эффективной вязкости.

Приводя в соответствие форму представления компонент тензора эффективных поверхностных напряжений (2.63) с введенным ранее определением (2.35) тензора \vec{S}^{ef} , для коэффициентов эффективной вязкости получим:

$$\begin{aligned} \mu_{rr}^{\text{ef}} &= \mu + \mu_{t,rr} - \frac{\rho \bar{u}_r^* u_r^*}{2\partial \bar{u}_r / \partial r}, \quad \mu_{\phi\phi}^{\text{ef}} = \mu + \mu_{t,\phi\phi} - \frac{\rho \bar{u}_\phi^* u_\phi^*}{2\bar{u}_r / r}, \\ \mu_{zz}^{\text{ef}} &= \mu + \mu_{t,zz} - \frac{\rho \bar{u}_z^* u_z^*}{2\partial \bar{u}_z / \partial z}, \quad \mu_{r\phi}^{\text{ef}} = \mu_{\phi r}^{\text{ef}} = \mu + \mu_{t,r\phi} - \frac{\rho \bar{u}_\phi^* u_r^*}{r \partial (\bar{u}_\phi / r) / \partial r}, \\ \mu_{\phi z}^{\text{ef}} &= \mu_{z\phi}^{\text{ef}} = \mu + \mu_{t,\phi z} - \frac{\rho \bar{u}_\phi^* u_z^*}{\partial \bar{u}_z / \partial z}, \\ \mu_{zr}^{\text{ef}} &= \mu_{rz}^{\text{ef}} = \mu + \mu_{t,zr} - \frac{\rho \bar{u}_z^* u_r^*}{\partial \bar{u}_z / \partial r + \partial \bar{u}_r / \partial z}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Вид полученных выражений показывает, что под эффективным переносом импульса подразумевается действие трех механизмов: молекулярной диффузии (первые слагаемые в правых частях выражений (2.64)), турбулентного движения (вторые слагаемые) и конвективного переноса за счет движения жидкости, обусловленного наличием завихрителей (третьи слагаемые).

Компоненты $\mu_{t,ij}$ ($i,j=r,\phi,z$) учитывают вклад турбулентного переноса и имеют смысл осредненных по угловой координате компонент рейнольдсовых напряжений, отнесенных к соответствующим компонентам тензора скоростей деформаций осредненного течения:

$$\begin{aligned} \mu_{t,rr} &= -\frac{\rho \overline{(u'_r u'_r)}^{(F)}}{2\partial \bar{u}_r / \partial r}, \quad \mu_{t,\phi\phi} = -\frac{\rho \overline{(u'_\phi u'_\phi)}^{(F)}}{2\bar{u}_r / r}, \\ \mu_{t,zz} &= -\frac{\rho \overline{(u'_z u'_z)}^{(F)}}{2\partial \bar{u}_z / \partial z}, \quad \mu_{t,r\phi} = \mu_{t,\phi r} = -\frac{\rho \overline{(u'_r u'_\phi)}^{(F)}}{r \partial (\bar{u}_\phi / r) / \partial r}, \quad (2.65) \\ \mu_{t,\phi z} &= \mu_{t,z\phi} = -\frac{\rho \overline{(u'_\phi u'_z)}^{(F)}}{\partial \bar{u}_z / \partial z}, \quad \mu_{t,zr} = \mu_{t,rz} = -\frac{\rho \overline{(u'_z u'_r)}^{(F)}}{\partial \bar{u}_z / \partial r + \partial \bar{u}_r / \partial z}. \end{aligned}$$

Отсутствие универсальных моделей для вычисления членов, входящих в правые части всех выражений (2.64), (2.65), указывает на необходимость применения полуэмпирического подхода, который дает возможность упростить описание коэффициентов эффективного переноса импульса, опираясь на выявленные опытным путем физические закономерности. Наиболее простым выходом из положения является представление эффективной вязкости в виде скаляра, как это сделано, например, в k - ϵ модели (см. п. 1.5.1 (1.37)) и других современных моделях со скалярной вязкостью [209]. Представление эффективной вязкости как скаляра (тензора нулевого ранга) обеспечивает инвариантность модели по отношению к преобразованию координат и позволяет сохранить строгость математического описания.

В данной работе используется простая и хорошо зарекомендовавшая себя в предварительных проработках [116, 207, 208] модель, согласно которой для связи компонент тензора эффективных поверхностных напряжений \bar{S}^{ef} с компонентами тензора скоростей деформаций осредненного течения несжимаемой жидкости в каналах с завихрителями определение скалярной эффективной вязкости μ_{ef} вводится на основе следующих представлений.

В аналитическом обзоре гл. 1 было показано, что при турбулентном течении в каналах с интенсифицирующими закручивающими устройствами можно выделить вихревые структуры трех масштабных уровней: в пристенном слое с поперечным размером вихрей $y = 30\nu/V^*$ (ν — кинематическая вязкость, V^* — динамическая скорость), в зонах отрывного течения с масштабом вихрей, равным высоте обтекаемых элементов, и крупномасштабный вихрь в размере диаметра всего канала.

Сделанные в работе [210] теоретические оценки показали, что энергия этого сформировавшегося в канале продольного крупномасштабного вихря в среднем почти на два порядка превосходит энергию крупных вихрей, возникающих в зонах отрыва потока при использовании завихрителей и на три-четыре порядка выше энергии, аккумулируемой пристеночными вихревыми структурами. Наличие установившейся вихревой структуры потока в масштабе всего канала подтверждается экспериментальными данными различных авторов по измерению профиля окружной компоненты скорости в закрученных потоках.

Основываясь на этих сведениях, для описания эффективного переноса можно использовать предположение, что эффективная вязкость пропорциональна локальной динамической скорости потока $V^*(r)$, определяемой с учетом влияния завихрителей на поле течения, и масштабу длины $l(r)$, зависящим от радиальной координаты r . Как показано в работах [207, 208], $l(r)$ определяется с учетом кривизны линий тока осредненного закрученного потока.

Коэффициенты эффективной теплопроводности λ_{efi} (2.48), входящие в осредненное уравнение энергии (2.47), могут быть оценены

с учетом полученного распределения эффективной вязкости. Вопросы более детального описания коэффициентов эффективного переноса импульса и энергии, а также привлечения условий однозначности, к которым, в частности, относится постановка граничных условий, зависят от конкретных положений, вводимых при формулировке того или иного метода, и поэтому будут рассмотрены ниже.

Предложенные в настоящей главе принципы расчетного моделирования сложных закрученных течений в каналах с завихрителями позволили вывести уравнения, на основе которых могут быть построены инженерные методы расчетов, характеризующиеся универсальностью относительно изменения формы и области расположения завихрителей в каналах. К рассмотрению двух таких методов: для кольцевых каналов и труб с завихрителями произвольной геометрии мы и переходим в следующих двух главах книги.

Г л а в а 3

МЕТОД РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ДЛЯ КОЛЬЦЕВЫХ КАНАЛОВ СО СПИРАЛЬНЫМИ ЗАВИХРИТЕЛЯМИ

3.1. Постановка задачи

В настоящей главе предложен метод расчетного моделирования гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах с произвольным соотношением радиусов и непрерывными по длине спиральными завихрителями, имеющими произвольную форму и частично или полностью перекрывающими проходное сечение каналов.

При постановке задачи предусматривается, что завихritели, предназначенные для интенсификации процессов теплообмена, стабилизации течения или выравнивания температурных неравномерностей, могут отличаться большим разнообразием конструкций (см. рис. 2). При частичном перекрытии ширины канала, что соответствует степени загромождения $\varepsilon < 1$, они могут размещаться на одной из поверхностей канала в качестве проволочных навивок, винтового оребрения или элементов спирального профилирования поверхности. В теплообменниках ЯЭУ используется также компоновка с размещением змеевиковых труб в кольцевом зазоре на удалении от стенок корпуса (рис. 4). В тепловыделяющих сборках ядерных реакторов спираль в кольцевом зазоре могут выполнять роль дистанционирующих устройств (рис. 2, в, г). В случае, когда высота винтового ребра или вставки полностью перекрывает ширину кольцевого зазора (рис. 2, а), или при использовании шnekовых вытеснителей в трубах (рис. 2, б), канал, по которому течет жидкость, можно рассматривать как винтообразный, а течение в нем как предельный случай течения в кольцевом канале со спиральными завихрителями, соответствующий загромождению $\varepsilon = 1$.

Постановка задачи расчета гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах с закручивающими устройствами ставится на основе выведенных в предыдущей главе осредненных уравнений движения (2.36)–(2.39) и энергии (2.47), справедливых для произвольной геометрии завихрителей и степени загромождения канала: $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Ввиду сложности описываемых процессов, для того, чтобы задача имела решение, она должна быть сформулирована в приближенной постановке на основе ряда допустимых упрощений.

Экспериментально установлено, что при развитом турбулентном течении теплоносителя в каналах длины гидродинамического и термического начальных участков приблизительно совпадают и, по данным работ [200, 219], не превышают $15d_h$ в диапазоне чисел Рейнольдса $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 1,2 \cdot 10^5$ и чисел Прандтля $0,7 \leq Pr \leq 10$. Это дает возможность дополнительно упростить постановку задачи гидротеплового расчета кольцевых каналов с закручивающими спиралями и рассматривать уравнения движения и энергии для установившегося течения теплоносителя, которое реализуется на основной длине каналов. В этом случае члены, содержащие производные $\frac{\partial(\dots)}{\partial z}$ в осредненных уравнениях движения и неразрывности (2.36)–(2.39), можно опустить.

Рассматривая турбулентное движение жидкости в каналах как квазистационарное (т. е. принимая условие $\frac{\partial(\dots)}{\partial t} = 0$), из уравнения неразрывности (2.39) получим, что осредненная радиальная компонента скорости $u_r = 0$. В этом случае, согласно выражениям (2.50), (2.53), радиальная составляющая силы сопротивления f_r в уравнении (2.36) также равна нулю, а членами в правой части этого уравнения, содержащими компоненты тензора эффективных напряжений S_{rr}^{ef} и $S_{\phi\phi}^{\text{ef}}$, можно пренебречь.

Следуя рекомендациям работы [200] и производя оценку порядка членов в осредненном уравнении энергии (2.47), допустимо также принять, что изменение плотности теплового потока в продольном направлении, обусловленное различными механизмами, составляющими эффективный перенос (2.48), мало по сравнению с изменением в радиальном направлении.

Таким образом, система расчетных уравнений максимально упрощается и для описания стационарного установившегося течения теплоносителя в кольцевых каналах принимает вид¹⁾:

$$\frac{\rho u_\phi^2}{r} = \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 \tau_{r\phi})}{\partial r} + f_\phi = 0, \quad (3.2)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \tau_{rz})}{\partial r} + f_z = 0, \quad (3.3)$$

$$\varsigma \rho c_p u_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial t}{\partial r} + q_V^*, \quad (3.4)$$

¹⁾ Для удобства записи и приведения в соответствие с ранее сделанными публикациями автора [207, 211, 212] используем традиционное обозначение компонент касательных напряжений и переобозначим компоненты тензора эффективных поверхностных напряжений (2.35), входящие в уравнения (2.36)–(2.38) следующим образом: $S_{r\phi}^{\text{ef}} = \tau_{r\phi}$, $S_{rz}^{\text{ef}} = \tau_{rz}$.

где $\tau_{r\phi}$, τ_{rz} — компоненты эффективных касательных напряжений, которые, согласно выражениям (2.63), могут быть представлены в виде:

$$\tau_{r\phi}^{\text{ef}} = \mu_{r\phi}^{\text{ef}} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right), \quad \tau_{rz}^{\text{ef}} = \mu_{rz}^{\text{ef}} \frac{\partial u_z}{\partial r}; \quad (3.5)$$

u_ϕ , u_z , P , t — осредненные по угловой координате окружная и продольная компоненты скорости, давление и температура (знак осреднения опущен); $\mu_{r\phi}^{\text{ef}}$, μ_{rz}^{ef} — коэффициенты эффективной вязкости; λ_{efr} — коэффициент эффективной теплопроводности; ς — локальная пористость (по определению (2.21) ς зависит от радиуса); f_ϕ , f_z — составляющие силы сопротивления в угловом и продольном направлениях, имеющие в случае установившегося течения более простой вид по сравнению с (2.50):

$$\begin{aligned} f_\phi &= -(k_{\phi\phi} u_\phi + k_{\phi z} u_z), \\ f_z &= -(k_{z\phi} u_\phi + k_{zz} u_z), \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $k_{\phi\phi}$, $k_{\phi z}$, $k_{z\phi}$, k_{zz} — компоненты тензора сопротивления, определяемые по зависимостям (2.53), (2.54), (2.61) в соответствии со способом, предложенным в гл. 2, п. 2.3.2.

3.2. Гидродинамический расчет кольцевых каналов с непрерывными по длине спиральными завихрителями

Существенной особенностью течения турбулентных закрученных потоков жидкости в кольцевых каналах является сложный характер влияния инерционных сил не только на формирование осредненных полей скорости и давления в канале, но и на характеристики турбулентного пристеночного переноса. Связано это с тем, что, помимо пространственной кривизны линий тока закрученного течения, приводящей к поперечному градиенту давления, поверхности канала, ограничивающие область течения, по отношению к потоку обладают противоположной по знаку кривизной. При этом локальные неоднородности сил инерции вблизи поверхностей приводят, с одной стороны, к стабилизации течения и подавлению турбулентного переноса около выпуклой поверхности канала, а с другой — к дестабилизации течения и усилиению турбулентного переноса у вогнутой поверхности. Физические особенности криволинейных течений в каналах уже обсуждались в гл. 1 (п.п. 1.3.3 и 1.4.5). С точки зрения проводимого расчетного анализа важно выделить следующее. Следствием сложного влияния неравномерности распределения сил инерции и давления на поле течения при закрутке потока в кольцевых каналах является несовпадение линий максимальной скорости потока (ЛМС) и линий нулевых напряжений (ЛНН), т. е. тот факт, что положения точек, в которых обращаются в нуль производная скорости по радиусу и напряжение

трения, различны¹⁾). Эти обстоятельства были учтены при разработке расчетного метода, поэтому для организации вычислительного процесса была принята расчетная схема канала, представленная на рис. 20.

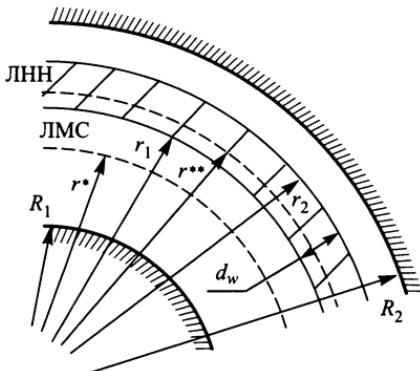


Рис. 20. Расчетная схема кольцевого канала при произвольном расположении спиральных завихрителей: R_1 , R_2 — внутренний и наружный радиусы кольцевого канала, r_1 , r_2 — радиусы, ограничивающие область расположения спиральных завихрителей; $r = r^*$ — ЛМС — линия максимальной скорости $u_z = u_{z \max}$; $r = r^{**}$ — ЛНН — линия нулевого напряжения $\tau_{r\phi} = 0$

Согласно этой схеме предусматривается, что область расположения завихрителей $r_1 \leq r \leq r_2$ может быть произвольной, а также, в предельных случаях, занимать всю ширину канала или отсутствовать вообще, т. е. $R_1 \leq r_1 \leq R_2$, $R_1 \leq r_2 \leq R_2$. При численном решении расчетных уравнений рассмотрение проводится в областях между каждой из поверхностей канала и линией максимальной скорости ЛМС или линией нулевых напряжений ЛНН. Область расположения завихрителей, выделенная на рис. 20 крупной штриховкой, может быть расположена как по одну, так и по обе стороны ЛМС и ЛНН. При этом компоненты тензора сопротивления k_{ij} в (3.6), а, следовательно, и составляющие силы сопротивления f_ϕ и f_z в уравнениях (3.2), (3.3) будут отличны от нуля только внутри этой области при $r_1 \leq r \leq r_2$.

3.2.1. Оценка эффективной вязкости

Использование феноменологического подхода и предложенного в гл. 2 способа описания силы, действующей со стороны завихрителей на поток и приводящей к созданию закручивающего момента, позволяют решить обратную задачу относительно моделирования эффективного переноса импульса в кольцевых каналах при наличии в них завихрителей.

Для оценки эффективной вязкости, связывающей компоненты тензора эффективных поверхностных напряжений с тензором осредненных скоростей деформаций (см. выражения (2.63)–(2.64)), использовалось предположение, что возмущение, вносимое спиральной вставкой, оказывает доминирующее воздействие на диффузионный поток импульса. Ориентируясь на среднее значение угла закрутки спиральных элемен-

¹⁾ Обзор экспериментальных исследований, в которых изучался данный эффект, представлен, например, в работе [213].

тов θ ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) и полагая, что анизотропия турбулентного переноса, наблюдаемая в каналах без завихрителей, не играет существенной роли по сравнению с возмущающим воздействием завихрителей на поток, можно считать, что

$$\mu_{r\phi}^{\text{ef}} \approx \mu_{rz}^{\text{ef}} \approx \mu_{\text{ef}}(r) = \rho V^*(r)l(r), \quad (3.7)$$

т. е. эффективная вязкость $\mu_{\text{ef}}(r)$ пропорциональна локальной динамической скорости $V^*(r)$ и масштабу длины $l(r)$, зависящим от радиальной координаты. При этом динамическая скорость $V^*(r)$ определяется по полному касательному напряжению в потоке в слое с радиусом r :

$$V^*(r) = \sqrt{\frac{(\tau_{rz}^2(r) + \tau_{r\phi}^2(r))^{0.5}}{\rho}}, \quad (3.8)$$

а пространственный масштаб $l(r)$ вводится по аналогии с длиной пути смешения Прандтля и, как будет показано ниже, определяется с учетом различной кривизны поверхностей кольцевого канала.

Распределение касательных напряжений τ_{rz} и $\tau_{r\phi}$ по радиусу кольцевого канала может быть найдено путем интегрирования уравнений (3.2) и (3.3) в интервалах между ближайшей к данному радиусу r поверхностью и линиями ЛМС и ЛНН следующим образом:

$$\tau_{rz}(r) = \frac{1}{r} \left[R_1 \tau_{rz}(R_1) - \int_{R_1}^r f_z r dr - \frac{\Delta P}{L} \left(\frac{r^2 - R_1^2}{2} \right) \right], \text{ при } R_1 \leq r \leq r^*, \quad (3.9)$$

$$\tau_{rz}(r) = \frac{1}{r} \left[R_2 \tau_{rz}(R_2) + \int_r^{R_2} f_z r dr + \frac{\Delta P}{L} \left(\frac{R_2^2 - r^2}{2} \right) \right], \text{ при } r^* \leq r \leq R_2, \quad (3.10)$$

$$\tau_{r\phi}(r) = \tau_{r\phi}(R_1) \frac{R_1^2}{r^2} - \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r f_\phi r^2 dr, \text{ при } R_1 \leq r \leq r^{**}, \quad (3.11)$$

$$\tau_{r\phi}(r) = \tau_{r\phi}(R_2) \frac{R_2^2}{r^2} + \frac{1}{r^2} \int_r^{R_2} f_\phi r^2 dr, \text{ при } r^{**} \leq r \leq R_2, \quad (3.12)$$

где ΔP — перепад давления на участке установившегося течения, L — длина участка.

В первом приближении без учета поправок на кривизну пространственный масштаб $l(r)$ может быть определен по принятым для раз-

витого турбулентного течения аппроксимациям и, как было показано в работе [211], выражаться следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} l(r) &= 0,1(r^* - R_1) + 0,2 \frac{(R_2 + R_1 - 2r^*)}{h}(r - 0,5(R_1 + r^*)) \\ &\quad \text{при } 0,5(R_1 + r^*) \leq r \leq 0,5(R_2 + r^*), \\ l(r) &= 0,4y \left(1 - \frac{y}{r^* - R_1}\right) \text{ при } R_1 < r < R_1 + 0,5(r^* - R_1), \\ l(r) &= 0,4y \left(1 - \frac{y}{R_2 - r^*}\right) \text{ при } 0,5(R_2 + r^*) < r < R_2, \end{aligned} \quad (3.13)$$

где $h = R_2 - R_1$; y — расстояние от стенки; r^* — радиус, определяющий положение линии максимальной скорости потока.

Зависимости (3.13) справедливы для случая, когда эффектами кривизны можно пренебречь, т. е. когда отношение радиусов кольцевого канала R_2/R_1 близко к единице и радиус кривизны линий тока значительно превосходит средний радиус кольцевого канала, что имеет место при слабой закрутке потока. При отношениях радиусов кольцевого канала R_2/R_1 , превосходящих значения 1,1–1,2, в описании коэффициентов переноса следует учитывать эффекты влияния кривизны выпуклой и вогнутой поверхностей на характеристики турбулентного обмена.

Приведенный в п. 1.4.5 гл. 1 обзор показал, что при использовании полуэмпирического подхода в разработке инженерных методов расчета наиболее простым и популярным способом решения этой проблемы следует признать предложение Бредшоу [129] о внесении в определение пространственного масштаба эмпирических поправок, зависящих от числа Ричардсона Ri . Поскольку число Ричардсона рассматривается как локальная характеристика воздействия центробежных сил на турбулентный перенос, то поправки должны вноситься в зонах пристенного течения.

В предлагаемом методе расчета масштаб длины $l(r)$ в описании эффективной вязкости μ_{ef} (3.7) предполагалось уточнять с помощью зависимостей, полученных в работе [8]:

$$\frac{l}{l_0} = \left(1 - \left(\frac{y}{l_0}\right)^2 Ri\right)^{0,25} \quad (3.14)$$

— для вогнутой поверхности при $0,5(R_2 + r^*) < r < R_2$,

$$\frac{l}{l_0} = \left(1 + \left(\frac{y}{l_0}\right)^2 Ri\right)^{-0,25} \quad (3.15)$$

— для выпуклой поверхности при $R_1 < r < R_1 + 0,5(r^* - R_1)$, где l_0 — масштаб длины «плоского» течения, соответствующий зависимостям для $l(r)$ в формулах (3.13). При этом масштаб длины в центральной части канала при $0,5(R_1 + r^*) \leq r \leq 0,5(R_2 + r^*)$ определяется с помощью линейной интерполяции между крайними значениями $l(r)$

в каждой из пристенных областей, а число Ричардсона Ri в формулах (3.14)–(3.15) рассчитывается в соответствии с рекомендациями работы [129] и выражением (1.30) следующим образом:

$$Ri = \frac{2 \frac{u_\phi}{r^2} \frac{\partial(ru_\phi)}{\partial y}}{\left(\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)^2 + \left(r \frac{\partial(u_\phi/r)}{\partial y}\right)^2}. \quad (3.16)$$

В верификационных расчетах использовались также другие формы записи числа Ричардсона, предложенные в работах [8, 18, 137, 153], что не приводило к качественному отличию результатов расчета.

Вместе с тем оказалось, что форма внесения поправок на кривизну в виде (3.14)–(3.15) с использованием числа Ричардсона не всегда удобна, так как не является универсальной по отношению к области размещения закручивающих элементов. Вариантные расчеты показали, что, если завихритель находится вблизи или непосредственно на самой поверхности канала, то линия нулевых напряжений располагается также около этой поверхности. Как следует из определения (3.16), в области, соответствующей нулевому значению полного касательного напряжения, число Ричардсона не определено, а кривая, описывающая изменение числа Ричардсона по радиусу, терпит разрыв. В связи с этим сходимость итерационного процесса при решении задачи нарушается.

Чтобы избежать этой неприятности, было проведено дополнительное исследование, в результате которого были получены две достаточно простые зависимости для учета влияния кривизны обеих поверхностей на эффективный перенос импульса при произвольном расположении завихрителей в кольцевых каналах. Эти зависимости имеют следующий вид:

$$l(r) = l_0(r) \frac{r \sin^2 \alpha^*}{(2r^* - r) \sin^2 \alpha}, \quad (3.17)$$

где $l(r)$ — пространственный масштаб криволинейного течения (аналог длины пути смешения), $l_0(r)$ также, как и в формулах (3.14)–(3.15), соответствует зависимостям для $l(r)$ в (3.13); α^* — угол закрутки потока, соответствующий ЛМС с радиусом r^* : $\alpha^* = \arctg(u_\phi(r^*)/u_z(r^*))$; α — текущий угол закрутки потока: $\alpha = \arctg(u_\phi(r)/u_z(r))$; и

$$l(r) = \frac{0,4r \sin^2 \alpha^* (r - R_1)(R_2 - r)}{(2\bar{R} - r) \sin^2 \alpha (R_2 - R_1)}, \text{ где } \bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}. \quad (3.18)$$

Формула (3.18) получена по аналогии с расчетными рекомендациями работы [131].

Обе эти зависимости дают хорошую сходимость, но результаты расчета с использованием формулы (3.18) в большинстве случаев оказываются заниженными по сравнению с расчетами по зависимостям (3.17) и экспериментальными данными.

Анализ расчетных результатов показал, что вариант с применением поправок в форме (3.14)–(3.16) лучше всего согласуется с большинством экспериментальных данных, однако, в ряде случаев, о которых говорилось выше, может отрицательно влиять на сходимость из-за неопределенности числа Ричардсона. В этих случаях использование зависимости (3.17) оказывается наиболее предпочтительным.

Соотношения (3.7)–(3.17) являются основой для оценки эффективной вязкости $\mu_{\text{ef}}(r)$, радиальное распределение и величина которой непрерывно уточняются в процессе итерационного счета.

Прежде чем перейти к объяснению сложного вычислительного алгоритма предлагаемого расчетного метода, здесь будет уместно привести сравнение результатов расчета по оценке эффективной вязкости с результатами экспериментов. Экспериментальные исследования по данному вопросу относятся либо к плоским криволинейным каналам, либо к затухающим закрученным течениям в кольцевых каналах. Провести сравнение с результатами экспериментов в последнем случае, фактически, не представляется возможным из-за большого разброса полученных экспериментальных данных. Это связано с тем, что результаты экспериментов по измерению касательных напряжений и профилей скорости в закрученных потоках по-разному интерпретируются различными авторами в плане используемых моделей для выделения коэффициентов переноса [213]. Поэтому сравнение проводилось для предельного случая полного перекрытия ширины кольцевого канала спиральным завихрителем при загромождении $\varepsilon = 1$ (см. рис. 2, а, в этом случае канал принято называть винтообразным), что соответствует течению в плоском криволинейном канале.

На рис. 21 и 22 приводится сравнение результатов расчета по определению эффективной вязкости и профиля скорости турбулентного потока в винтообразном канале с данными экспериментальных измерений работы [15], полученными при течении воздуха в плоском криволинейном канале со средним радиусом $\bar{R} = 215$ мм и отношением радиусов кривизны изогнутых концентрических поверхностей $R_2/R_1 = 1,15$. Соответствием геометрии кольцевого канала с закручивающей спиралью (винтообразного канала) и плоского криволинейного канала основывалась на совпадении кривизны линий тока осредненного течения в том и другом каналах. Поправки на кривизну при оценке эффективной вязкости в процессе вычислений были сделаны в форме (3.14)–(3.16).

Рис. 21 и 22 демонстрируют хорошее согласование расчетных кривых с экспериментальными данными работы [15]. Поскольку зависимости, представленные на этих рисунках, являются типичными для турбулентного режима течения в криволинейных и винтообразных каналах, а проведенное сравнение показало такое же совпадение результатов расчетов с экспериментальными данными работ [51, 128, 131, 213], можно сделать вывод о применимости предлагаемого подхода для оценки эффективного переноса при криволинейном (закрученном) течении жидкости в кольцевых каналах.

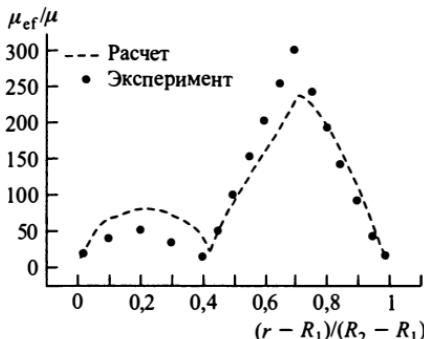


Рис. 21. Распределение относительной величины эффективной вязкости μ_{ef}/μ по радиусу плоского криволинейного канала (эксперимент [15]) и эквивалентного кольцевого канала со спиральной вставкой $\varepsilon = 1$ (расчет). $R_2/R_1 = 1,15$, $\text{Re} = d_h \bar{u}/\nu \approx 8 \cdot 10^4$, воздух

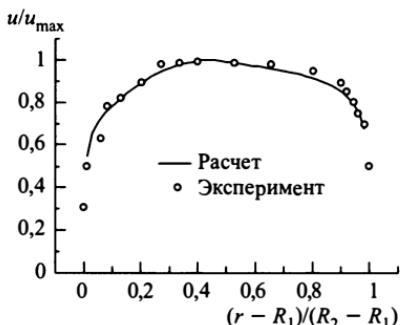


Рис. 22. Профиль полной безразмерной скорости потока в кольцевом канале со спиральной вставкой при $\varepsilon = 1$ (в винтообразном канале). Сравнение с экспериментальными данными работы [15]. $R_2/R_1 = 1,15$, $\text{Re} = d_h \bar{u}/\nu \approx 8 \times 10^4$

3.2.2. Вычислительный алгоритм метода гидротеплового расчета

Метод гидротеплового расчета кольцевых каналов с произвольным соотношением радиусов и непрерывными по длине спиральными завихрителями основан на численном решении осредненных дифференциальных уравнений (3.1)–(3.4). Для построения численных аналогов этих уравнений используется расчетная схема, представленная на рис. 20. В соответствии с этой схемой дискретизация пространства, т. е. разбиение по радиусу для введения расчетной сетки, проводится между каждой из стенок канала и линией максимальных скоростей (ЛМС) или линией нулевых напряжений (ЛНН). Нумерация узлов переменной расчетной сетки начинается от ЛМС или ЛНН. Шаг разбиения сетки изменяется при перемещении ЛМС и ЛНН в процессе итераций.

Задача об определении поля скорости осредненного течения решается конечно-разностным методом. Для представления дифференциальных уравнений (3.2), (3.3) в конечно-разностном виде запишем их с учетом соотношений (3.5)–(3.7):

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \mu_{\text{ef}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) \right) - (k_{\phi\phi} u_\phi + k_{\phi z} u_z) = 0, \quad (3.19)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\text{ef}} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - (k_{z\phi} u_\phi + k_{zz} u_z) = 0, \quad (3.20)$$

где u_ϕ , u_z — осредненные по угловой координате тангенциальная и продольная компоненты скорости; $k_{\phi\phi}$, $k_{\phi z}$, $k_{z\phi}$, k_{zz} — компоненты тензора сопротивления (2.53), отличные от нуля только в области расположения спиральных завихрителей при $r_1 \leq r \leq r_2$ (см. рис. 20). Ком-

поненты скорости и компоненты тензора сопротивления в уравнениях (3.19), (3.20) являются функциями только радиальной координаты r , а давление P зависит и от продольной z , и от радиальной r координат. Для оценки радиального распределения давления используется уравнение (3.1).

Условием приведения дифференциальных уравнений (3.19) и (3.20) к конечно-разностному виду являлось соблюдение интегральных балансов импульса и момента импульса на каждом интервале разбиения при получении конечно-разностных аналогов этих уравнений. Для выполнения условия сохранения балансных соотношений уравнение (3.19) домножалось на r^2 , а уравнение (3.20) на r , и затем производилось интегрирование полученных уравнений по радиусу в промежутках между серединами смежных интервалов разбиения в окрестности каждой узловой точки i , согласно следующим соотношениям:

$$\left(r^3 \mu_{\text{ef}}(r) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r}\right)\right) \Big|_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} = \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} (k_{\phi\phi} u_\phi + k_{\phi z} u_z) r^2 dr, \quad (3.21)$$

$$\left(r \mu_{\text{ef}}(r) \frac{\partial u_z}{\partial r}\right) \Big|_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} = -\frac{\Delta P}{L} \frac{r^2}{2} \Big|_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} (k_{z\phi} u_\phi + k_{zz} u_z) r dr, \quad (3.22)$$

где μ_{ef} и $k_{\phi\phi}$, $k_{\phi z}$, $k_{z\phi}$, k_{zz} являются функциями радиальной координаты, зависят от режимных параметров течения и геометрии завихрителей и определяются с использованием соотношений (3.7)–(3.17) и (2.54)–(2.62) при уточняемых в процессе расчета распределениях полей осредненных компонент скорости потока $u_\phi(r)$ и $u_z(r)$.

Представленный соотношениями (3.21) и (3.22) способ вывода конечно-разностных уравнений дает возможность получения наиболее точных аналогов расчетных дифференциальных уравнений, учитывая их нелинейность и сложный, заранее не известный характер изменения параметров μ_{ef} и $k_{\phi\phi}$, $k_{\phi z}$, $k_{z\phi}$, k_{zz} .

Процедура численного решения для уравнений вида (3.19), (3.20) была разработана автором на основе рекомендаций, содержащихся в специальной литературе [214–216], и подробно описана в работе [116]. Поэтому, чтобы не загромождать изложение материала, ограничимся здесь напоминанием основных моментов идеологии численного расчета. Они сводятся к следующему:

- в конечно-разностном представлении каждое из рассматриваемых дифференциальных уравнений заменяется системой линейных алгебраических уравнений, записанных относительно искомых величин в отдельной узловой точке и двух окружающих ее соседних точках;
- системы алгебраических уравнений приводятся к каноническому виду, при этом коэффициенты, стоящие перед искомыми параметрами,

соответствующими узловой и двум соседним точкам, образуют трехдиагональные матрицы;

— в этом случае для решения систем линейных алгебраических уравнений используется метод прогонки как наиболее экономичный и эффективный с точки зрения проведения вычислений.

Принципы организации вычислительного алгоритма метода гидродинамического расчета для кольцевых каналов с завихрителями частично упоминались в работах [211, 217]. Приведем здесь более подробное описание расчетного алгоритма, не вдаваясь в тонкие детали вычислительного процесса.

Уравнения движения и энергии в конечно-разностном представлении совместно с системой уравнений, определяющих вид компонент тензора сопротивления (2.54)–(2.62) и коэффициентов эффективной вязкости (3.7)–(3.17), решаются численно для каждой из пристенных областей канала¹⁾. В процессе итерационного счета достигается сходимость решений относительно компонент скорости на линиях максимальных скоростей — ЛМС и нулевых напряжений — ЛНН, положение которых зависит от кривизны линий тока осредненного закрученного потока и определяется по совпадению профилей скорости при восстановлении решений от каждой из стенок. Ближайшие к стенкам узловые точки в конечно-разностной расчетной схеме лежат за пределами вязкого подслоя и переходной области на расстоянии $y^+ = yV^*/\nu = 30$. Вблизи каждой из стенок (вогнутой и выпуклой поверхностей) задача доопределяется сращиванием пристеночных функций с решением во внутренней области канала, где эффективные коэффициенты переноса рассчитываются в процессе итераций по полю касательных напряжений.

Сложный многоступенчатый итерационный процесс проводится при заданном перепаде давления ΔP в канале. В самом начале вычислений, в нулевом приближении в каждой из рассматриваемых областей между ближайшей к стенке узловой точкой и ЛМС задается логарифмический профиль продольной скорости: $u_z = 2,5V_0^* \ln(yV_0^*/\nu) + 5,5$, а тангенциальная скорость u_ϕ считается равной нулю. Динамическая скорость на стенке V_0^* в нулевом приближении оценивается с использованием зависимости Блазиуса следующим образом: $V_0^* = \bar{u}_z(0,316/8Re^{-0,25})^{0,5}$, где число Рейнольдса $Re = \bar{u}_z d_h / \nu$ определяется по средней расходной скорости в канале \bar{u}_z и гидравлическому диаметру $d_h = 2(R_2 - R_1)$. Положение линии максимальной скорости при этом приближенно можно

¹⁾ В первом приближении коэффициент эффективной теплопроводности λ_{eff} в уравнении энергии (3.4) может быть оценен с учетом полученного распределения эффективной вязкости $\mu_{ef}(r)$ на основе традиционных представлений: $\lambda_{eff} \approx \zeta \lambda \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{ef}}{\mu}$, где \Pr и \Pr_t — молекулярное и турбулентное числа Прандтля. Ниже вопросы теплообмена будут рассмотрены подробно.

определить как $r^* = \sqrt{(R_2^2 - R_1^2)/2 \ln(R_2/R_1)}$, что следует из решения задачи о продольном течении вязкой жидкости в гладком кольцевом канале. Компоненты тензора сопротивления в нулевом приближении оцениваются при условии, что $u_\phi = 0$, а $u_z \neq 0$, и имеют уже не нулевые значения.

Первая стадия итераций приводит к определению компонент силы сопротивления, распределений компонент скорости, касательных напряжений и эффективной вязкости без учета поправок на кривизну в областях между поверхностями канала и ЛМС. При получении скачков скорости в точке сшивки профилей скорости на ЛМС координата радиуса $r = r^*$, соответствующая задаваемому положению ЛМС, передвигается в сторону более крутого профиля, при этом весь цикл итераций повторяется снова. Итерации на первой стадии заканчиваются при достижении гладкости профиля продольной скорости.

На второй стадии итераций аналогичная процедура проделывается при расчете касательных напряжений с передвижением ЛНН. При этом первая стадия итераций продолжается «внутри» этого процесса, так как расчет связан с передвижением и ЛМС и ЛНН. Вторая стадия итераций заканчивается при достижении гладкости полученных распределений компонент скорости и напряжений по всей ширине кольцевого канала.

На третьей стадии итерационного процесса проводится уточнение радиального распределения эффективной вязкости с учетом влияния эффектов кривизны у вогнутой и выпуклой поверхностей канала. (При этом первые две стадии итераций также повторяются «внутри» каждого итерационного приближения третьей стадии.) По полученному гладкому профилю скорости вычисляется число Ричардсона, согласно зависимости (3.16). Далее вносятся поправки в определение пространственного масштаба, и итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута сходимость относительно определения эффективной вязкости.

Четвертая стадия итераций связана с уточнением теплофизических параметров в зависимости от изменения температуры и может проводиться по мере необходимости.

Процесс вычислений с применением «вложенных» итераций удалось реализовать с помощью специально разработанной программы расчета «CIRCAN», написанной на языке ФОРТРАН.

3.3. Расчет теплообмена в кольцевых каналах с завихрителями

В ядерной энергетике повышенное внимание к исследованиям гидродинамики и теплообмена в каналах кольцевой геометрии с закрученными устройствами было привлечено в связи с проблемой увеличения тепловой мощности и обеспечения условий безопасной работы

некоторых типов ядерных реакторов, в которых используются кольцевые сборки тепловыделяющих элементов (твэлов).

Как отмечается в работе [15], задача о теплообмене в кольцевых каналах сложнее, чем в круглых. Это связано с наличием дополнительного параметра — соотношения радиусов кривизны поверхностей R_2/R_1 , неодинаковым распределением скорости и характеристик турбулентного переноса вблизи внутренней и наружной стенок кольцевого канала и, наконец, возможным различием тепловых граничных условий на стенах. В нашем случае ситуация усугубляется наличием в кольцевом зазоре завихрителей. При этом требуется найти способ описания теплообмена при произвольной геометрии завихрителей для оценки теплогидравлической эффективности и оптимизации геометрии каналов с интенсифицирующими устройствами. Естественно, что задача в этом случае может рассматриваться только в интегральной постановке. Основой для ее решения служат принципы расчетного моделирования, рассмотренные в гл. 2.

Предложенный в предыдущем разделе (п. 3.2) способ решения гидродинамической части задачи относительно распределений компонент скорости и эффективной вязкости по радиусу канала дает возможность использовать эти распределения для расчета поля температуры при любой геометрии закручивающих вставок или оребрения. Вместе с тем, принимаемое квазистационарное приближение позволяет получить аналитические решения для определения теплоотдачи у вогнутой и выпуклой поверхностей кольцевого канала в форме интегралов Лайона.

В постановке задачи при разработке метода расчета теплообмена в кольцевых каналах с закручивающими устройствами принимается во внимание специфика каналов активных зон ЯЭУ, в связи с чем предусматривается возможность максимальной тепловой нагрузки канала, когда обе поверхности кольцевого канала и поверхность завихрителя являются тепловыделяющими. Такое условие, например, может выполняться, когда кольцевой канал образован трубчатыми твэлами и на одной или обеих поверхностях кольцевого канала имеется спиральное оребрение.

3.3.1. Уравнение теплового баланса

Рассмотрим осредненное по угловой координате уравнение энергии (3.4). Перепишем его в более удобном для анализа виде относительно локально осредненных параметров, предполагая, что спиральное оребрение или профилирование поверхности, обеспечивающие дополнительный удельный тепловой поток q_V^* , могут быть выполнены на любой поверхности канала:

$$\rho c_p \langle u_z \rangle \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{\text{ef}} \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial r} + q_{V_1}^*(r) + q_{V_2}^*(r), \quad (3.23)$$

где $\langle u_z \rangle$ — локальное среднее по угловой координате значение продольной компоненты скорости, определяемое в соответствии с (2.19); согласно (2.20) $\langle u_z \rangle = \zeta \bar{u}_z$, где \bar{u}_z — истинное среднее значение про-

дольной компоненты скорости, соответствующее u_z в уравнении (3.4), ς — локальная пористость (2.21); $\langle t \rangle$ — локальное среднее по угловой координате значение температуры, $\langle t \rangle = \bar{t}$ и определяется выражением (2.46); λ_{ef} — эффективная теплопроводность, определяемая в соответствии с зависимостью (2.48) $\lambda_{\text{ef}} = \lambda_{\text{efr}}$ с учетом вклада молекулярного (в жидкости и твердом теле), турбулентного и конвективного механизмов переноса тепла; $q_{V_i}^*(r)$ — дополнительный удельный тепловой поток, если оребрение расположено на внутренней поверхности кольцевого канала с радиусом R_1 , $q_{V_2}^*(r)$ — если на внешней поверхности с радиусом R_2 :

$$q_{V_i}^*(r) = q_{F_i}^P \frac{dF^P(r)m}{dV} = q_{F_i}^P \frac{ds_1 ds_2 m}{dV} = q_{F_i}^P \frac{2dz}{\cos \theta} \frac{dr}{\cos \gamma} \frac{m}{2\pi r dr dz} = q_{F_i}^P \frac{A_p m}{2\pi r}, \quad (3.24)$$

где $q_{F_i}^P$ ($i=1,2$) — плотность теплового потока с боковой поверхности ребер на i -й поверхности; dF^P — площадь боковой поверхности одного ребра внутри объема $dV = 2\pi r dr dz$; m — заходность оребрения; $ds_1 = dz / \cos \theta$, $ds_2 = dz / \cos \gamma$ — криволинейные отрезки, ограничивающие площадь поверхности одной грани элемента ребра в объеме dV ; $A_p = 2 / \cos \theta \cos \gamma$ — коэффициент формы ребра; θ — угол навивки спирали, γ — угол, связанный с кривизной поверхности завихрителя; для ребер прямоугольного сечения $\gamma = 0$.

Границными условиями для решения уравнения (3.23) являются условия:

$$q_{F_1} \Big|_{r=R_1} = -\lambda \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = q_{c1}, \quad q_{F_2} \Big|_{r=R_2} = -\lambda \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = -q_{c2}, \quad (3.25)$$

где q_{c2} , q_{c1} — плотности тепловых потоков с внешней (вогнутой) с радиусом R_2 и внутренней (выпуклой) с радиусом R_1 поверхностей кольцевого канала¹⁾: $q_{c1} \geq 0$, $q_{c2} \geq 0$.

Определение плотности теплового потока с поверхности ребер $q_{F_i}^P$, которая в общем случае является функцией радиуса, представляет собой отдельную задачу и зависит от конкретных граничных условий, формы ребер, режима течения теплоносителя и числа Био Bi , характеризующего отношение внутреннего и внешнего термических сопротивлений. Решение задач такого типа не содержит принципиальных трудностей и подробно описано в литературе (см., например, работы [57, 111, 200]). В современной литературе много работ посвящено решениям относительно оптимизации формы и высоты ребер (например, работа [221] и приведенная в ней библиография).

В рассматриваемой нами постановке задачи, формулируемой для произвольной геометрии завихрителей, распределение плотности теплового потока на поверхности завихрителя $q_{F_i}^P$ должно уточняться в

¹⁾ Плотность теплового потока считается положительной, если тепло подводится от стенки к потоку, и отрицательной — в противном случае [200].

процессе итерационного счета. В нулевом приближении среднее значение $q_{F_i}^P$ можно принять равным плотности теплового потока с соответствующей поверхности канала $q_{ci}(i=1,2)$, а в последующих итерациях вводить поправочную функцию $E(r)$: $q_{F_i}^P = E(r)q_{ci}$.

В качестве поправочной функции $E(r)$ может быть принят коэффициент эффективности ребра, равный отношению температурных напоров между стенкой ребра и жидкостью для текущей координаты r и основания ребра ($r = R_i(i=1,2)$), при использовании допущения, что коэффициенты теплоотдачи на поверхности канала и на поверхности ребра одинаковы [111,200]. В этом случае для определения $E(r)$ можно также воспользоваться известными аналитическими зависимостями, полученными в различных приближениях по числу Био для разной формы поперечного сечения ребер. Эти зависимости для коэффициентов эффективности ребер приводятся в упомянутых выше литературных источниках и других работах по данной тематике.

Другим способом определения поправочной функции $E(r)$ является способ, предложенный в работе [222], и основанный на оценке изменения коэффициента теплоотдачи при использовании оребрения. Применение этого способа для определения теплоотдачи в каналах со спиральными ребрами будет рассмотрено ниже в гл. 4.

Уравнение теплового баланса для каналов с завихрителями может быть получено путем интегрирования уравнения (3.23) по площади поперечного сечения кольцевого канала. При этом в рассмотрение удобно ввести такой традиционно используемый интегральный параметр, как среднемассовая температура жидкости.

По определению [199, 200], выражение для среднемассовой температуры жидкости \bar{t} в рассматриваемых кольцевых каналах с завихрителями будет иметь вид:

$$\bar{t} = \frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)\langle \bar{u}_z^0 \rangle} \int_{R_1}^{R_2} \langle u_z(r) \rangle \langle t(r) \rangle \cdot 2\pi r dr, \quad (3.26)$$

где $\langle \bar{u}_z^0 \rangle$ — средняя расходная скорость жидкости, отнесенная к полному сечению кольцевого канала $\pi(R_2^2 - R_1^2)$:

$$\langle \bar{u}_z^0 \rangle = \varsigma_0 \bar{u}_z^0, \quad (3.27)$$

\bar{u}_z^0 — истинная средняя расходная скорость в канале:

$$\begin{aligned} \bar{u}_z^0 &= \frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)\varsigma_0} \int_{R_1}^{R_2} \langle u_z(r) \rangle \varsigma(r) \cdot 2\pi r dr = \\ &= \frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)(1 - \varepsilon_0)} \int_{R_1}^{R_2} \bar{u}_z(r) \cdot 2\pi r dr, \end{aligned} \quad (3.28)$$

ς_0 — интегральная пористость: $\varsigma_0 = 1 - \varepsilon_0$, где ε_0 — степень загромождения проходного сечения канала завихрителем:

$$\varepsilon_0 = \frac{mS^p / \cos \theta}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}, \quad (3.29)$$

где $mS^p / \cos \theta$ — площадь поперечного сечения канала, занятая спиральным оребрением с углом навивки θ , S^p — площадь поперечного сечения одного ребра.

Проинтегрируем уравнение (3.23) по площади поперечного сечения канала:

$$\int_{R_1}^{R_2} \rho c_p \langle u_z \rangle \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial z} 2\pi r dr = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{ef} \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial r} dr + \int_{R_1}^{R_2} 2\pi r (q_{V1}^* + q_{V2}^*) dr. \quad (3.30)$$

Преобразуем левую часть уравнения (3.30), принимая во внимание определение среднемассовой температуры жидкости (3.26), и учитывая, что при условии гидродинамической стабилизации течения $\langle u_z \rangle \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (\langle u_z \rangle \langle t \rangle)$, так как $\frac{\partial \langle u_z \rangle}{\partial z} = 0$. Таким образом левую часть уравнения (3.30) можно записать:

$$\rho c_p \frac{d}{dz} \int_{R_1}^{R_2} \langle t \rangle \langle u_z \rangle 2\pi r dr = \rho c_p \pi (R_2^2 - R_1^2) \frac{d\bar{t}}{dz} \langle \bar{u}_z^0 \rangle. \quad (3.31)$$

В правой части уравнения (3.30) первый интеграл дает сумму линейных плотностей тепловых потоков, направленных от стенок канала к жидкости, а второй — сумму дополнительных линейных плотностей тепловых потоков за счет оребрения (развития поверхностей):

$$\int_{R_1}^{R_2} 2\pi \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{ef} \frac{\partial \langle t \rangle}{\partial r} dr = 2\pi R_2 q_{c2} + 2\pi R_1 q_{c1}, \quad (3.32)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} 2\pi r (q_{V1}^* + q_{V2}^*) dr = \int_{R_1}^{R_1+h_1^p} q_{F1}^p(r) A_{p1} m_1 dr + \int_{R_2-h_2^p}^{R_1} q_{F2}^p(r) A_{p2} m_2 dr, \quad (3.33)$$

где q_{c1} , q_{c2} — плотности теплового потока с внутренней и внешней поверхностью кольцевого канала; подынтегральные выражения в правой части равенства (3.33) получены с учетом зависимостей (3.24), индексы 1, 2 соответствуют внутренней и внешней поверхностям канала; h_1^p , h_2^p — высота оребрения на внутренней и внешней поверхностях канала, соответственно.

С учетом приведенных выше соотношений сумма интегралов в правой части выражения (3.33) может быть представлена в следующем виде:

$$\int_{R_1}^{R_1+h_1^p} q_{F_1}^p(r) A_{p1} m_1 dr + \int_{R_2-h_2^p}^{R_1} q_{F_2}^p(r) A_{p2} m_2 dr = q_{c1} E_1 \Pi_1^p + q_{c2} E_2 \Pi_2^p, \quad (3.34)$$

где E_1 , E_2 — интегральные коэффициенты эффективности ребер, Π_1^p , Π_2^p — периметры ребер в поперечном сечении канала для 1-й и 2-й поверхностей.

В результате проведенных преобразований уравнение (3.30) приводится к характерному для уравнения теплового баланса виду:

$$\rho c_p \pi (R_2^2 - R_1^2) \frac{d\bar{t}}{dz} \langle \bar{u}_z^0 \rangle = 2\pi R_1 q_{c1} + 2\pi R_2 q_{c2} + q_{c1} E_1 \Pi_1^p + q_{c2} E_2 \Pi_2^p. \quad (3.35)$$

Для проведения дальнейшего анализа запишем уравнение теплового баланса в более компактной форме:

$$\frac{d\bar{t}}{dz} = \frac{2(R_1 q_{c1}^* + R_2 q_{c2}^*)}{\rho c_p (R_2^2 - R_1^2) \langle \bar{u}_z^0 \rangle}, \quad (3.36)$$

где \bar{t} — среднемассовая температура жидкости (3.26); $\langle \bar{u}_z^0 \rangle = (1 - \varepsilon_0) \bar{u}_z^0$, \bar{u}_z^0 — истинная средняя расходная скорость в канале (3.28); ε_0 — доля проходного сечения канала, занятая завихрителем (3.29); q_{c1}^* , q_{c2}^* — плотности тепловых потоков с учетом развития поверхностей кольцевого канала при использовании спирального оребрения:

$$q_{c1}^* = q_{c1} \left(1 + \frac{E_1 \Pi_1^p}{2\pi R_1} \right), \quad q_{c2}^* = q_{c2} \left(1 + \frac{E_2 \Pi_2^p}{2\pi R_2} \right). \quad (3.37)$$

При отсутствии оребрения на i -й поверхности, а также если завихритель не имеет контакта с теплоотдающей поверхностью $q_{ci}^* = q_{ci}$.

Как следует из уравнения теплового баланса (3.36), изменение среднемассовой температуры жидкости по длине канала определяется следующим образом:

$$\bar{t}(z) = \bar{t}_0 + \frac{2(R_1 q_{c1}^* + R_2 q_{c2}^*) z}{\rho c_p (R_2^2 - R_1^2) \langle \bar{u}_z^0 \rangle}, \quad (3.38)$$

где \bar{t}_0 — среднемассовая температура жидкости на входе в канал $\bar{t}_0 = t_{\text{вх}}$.

3.3.2. Интегральные соотношения в форме интегралов Лайона для расчета теплоотдачи в кольцевых каналах с завихрителями при произвольном соотношении тепловых нагрузок

Поле температур в кольцевом канале с завихрителями может быть найдено из решения уравнения (3.23) с граничными условиями (3.25). Следует отметить, что температура не является характеристикой движения жидкости. Это термодинамическая величина, характеризующая

внутреннюю энергию среды. Поэтому в условиях тепловой стабилизации течения для осредненного континуума можно принять, что $\langle t \rangle = \bar{t}$, и определять температуру согласно выражению (2.46).

Для получения решения уравнения энергии (3.23) воспользуемся подходом, предложенным в работе [200]. Осредненная по угловой координате ϕ температура среды $\langle t \rangle$ в кольцевом канале с завихрителями является функцией продольной z и радиальной r координат. Для установившегося теплового режима локальное осредненное значение температуры $\langle t \rangle$ можно представить в виде:

$$\langle t \rangle = \bar{t}(z) + \vartheta(r), \quad (3.39)$$

где $\bar{t}(z)$ — среднемассовая температура жидкости (3.26), зависящая от продольной координаты z в соответствии с линейным законом (3.38); $\vartheta(r)$ — функция, описывающая радиальное распределение температуры в любом сечении канала.

Подставляя (3.39) в уравнение (3.23) и принимая во внимание соотношение (3.38) для $\bar{t}(z)$, получим уравнение относительно $\vartheta(r)$:

$$\frac{\langle u_z(r) \rangle 2(R_1 q_{cl}^* + R_2 q_{c2}^*)}{\langle u_z^0 \rangle (R_2^2 - R_1^2)} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_{ef} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + q_{V1}^*(r) + q_{V2}^*(r). \quad (3.40)$$

Введя безразмерные координаты

$$R = \frac{r}{R_2}, \quad W_z = \frac{\langle u_z(r) \rangle}{\langle u_z^0 \rangle}, \quad R_1^* = \frac{R_1}{R_2}, \quad R_2^* = \frac{R_2}{R_2} = 1, \quad (3.41)$$

приведем уравнение (3.40) к безразмерному виду:

$$W_z R C = \frac{d}{dR} R \left(\frac{\lambda_{ef}}{\lambda} \right) \frac{d\vartheta}{dR} + (q_{V1}^* + q_{V2}^*) \frac{R_2^2}{\lambda}, \quad (3.42)$$

выделив в левой части уравнения (3.40) константу C , зависящую от постоянной плотности тепловых потоков на стенках, геометрии канала и теплопроводности жидкости:

$$C = \frac{2(R_1 q_{cl}^* + R_2 q_{c2}^*)}{\lambda(1 - R_1^2/R_2^2)}. \quad (3.43)$$

Граничные условия (3.25), записанные в безразмерных координатах, примут вид:

$$R \frac{\partial \vartheta}{\partial R} \Big|_{R=R_1^*} = -\frac{q_{cl} R_1}{\lambda}, \quad R \frac{\partial \vartheta}{\partial R} \Big|_{R=R_2^*=1} = \frac{q_{c2} R_2}{\lambda}. \quad (3.44)$$

Интегрируя уравнение (3.42) по радиусу R от первой стенки, для производной $\partial \vartheta / \partial R = d\vartheta / dR$ с учетом граничных условий (3.44) получим:

$$\frac{d\vartheta}{dR} = \frac{C \int_{R_1^*}^R W_z R dR - \frac{q_{cl} R_1}{\lambda} - \int_{R_1^*}^R \frac{q_{V1}^* R_2^2}{\lambda} dR}{R \frac{\lambda_{ef}}{\lambda}} =$$

$$= \frac{C \int_{R_1^*}^R W_z R dR - \frac{q_{c1}}{\lambda} [R_1 + f_{p1}(R)]}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}}, \quad (3.45)$$

где, согласно зависимостям (3.24), (3.33) и принятым в них обозначениям:

$$\int_{R_1^*}^R \frac{q_{V1}^* R_2^2 dR}{\lambda} = \int_{R_1^*}^R \frac{q_{F1}^p A_{p1} m_1 R_2^2}{\lambda 2\pi R_2 R} dR = \frac{q_{c1} E_1(R) A_{p1} m_1 R_2}{\lambda 2\pi} \ln \frac{R}{R_1} = \frac{q_{c1}}{\lambda} f_{p1}(R), \quad (3.46)$$

$f_{p1}(R)$ — функция, учитывающая развитие поверхности за счет оребрения на первой стенке:

$$f_{p1}(R) = \frac{E_1(R) A_{p1} m_1 R_2}{2\pi} \ln \frac{R}{R_1}, \quad (3.47)$$

R_1 , R_2 — размерные радиусы внутренней и внешней поверхностей кольцевого канала; $R = r/R_2$, $R_1^* = R_1/R_2$ — безразмерные координаты, соответствующие произвольному радиусу и радиусу внутренней поверхности кольцевого канала, соответственно.

Проинтегрировав выражение (3.45) еще раз по R , выбирая начало отсчета на внутренней стенке, получим уравнение, описывающее распределение температуры по радиусу:

$$\vartheta(R) = \vartheta(R_1^*) + \int_{R_1^*}^R \frac{C \int_{R_1^*}^R W_z R dR - \frac{q_{c1}}{\lambda} [R_1 + f_{p1}(R)]}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR. \quad (3.48)$$

Аналогичным образом проводя интегрирование уравнения (3.42) от второй стенки, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{dR} &= \frac{C \int_{R_2^*}^R W_z R dR + \frac{q_{c2} R_2}{\lambda} - \int_{R_2^*}^R \frac{q_{V2}^* R_2^2}{\lambda} dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} = \\ &= \frac{C \int_{R_2^*}^R W_z R dR + \frac{q_{c2}}{\lambda} [R_2 - f_{p2}(R)]}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\vartheta(R) = \vartheta(R_2^*) - \int_{R_2^*}^R \frac{C \left(\int_{R_2^*}^R W_z R dR + \frac{1}{C} \left[\frac{q_{c2}}{\lambda} (R_2 - f_{p2}(R)) \right] \right) dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}}, \quad (3.50)$$

где $R_2^* = 1$ — безразмерный радиус внешней поверхности кольцевого канала; $W_z = \langle u_z(r) \rangle / \langle u_z^0 \rangle$ — безразмерная продольная скорость;

$$\int_R^{R_2^*} \frac{q_{v2}^* R_2^2 dR}{\lambda} = f_{p2}(R) \frac{q_{c2}}{\lambda}, \quad (3.51)$$

где $f_{p2}(R)$ — функция, учитывающая влияние оребрения на второй стенке, которая по аналогии с (3.47) преобразуется к виду:

$$f_{p2}(R) = \frac{E_2(R) A_{p2} m_2 R_2}{2\pi} \ln \frac{R}{R_2}. \quad (3.52)$$

С учетом того, что $R < R_2$, логарифм, а следовательно, и сама функция $f_{p2}(R)$ в выражении (3.52) имеют отрицательные значения.

Для расчета температуры внутренней и внешней поверхностей кольцевого канала, а также коэффициентов теплоотдачи на этих поверхностях приведем выражение для среднемассовой температуры жидкости (3.26) к безразмерному виду:

$$\bar{t} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \langle t \rangle W_z R dR. \quad (3.53)$$

Интегрируя это выражение по частям, и учитывая, что $(2/(1 - R_1^{*2})) \int_{R_1^*}^1 W_z R dR = 1$, так как согласно (3.27), (3.28) $\langle u_z^0 \rangle = (2/(R_2^2 - R_1^2)) \int_{R_1}^{R_2} \langle u_z(r) \rangle r dr$, получим выражения для температурных напоров между стенками и жидкостью, которые, согласно [200], можно обобщить зависимостью:

$$t_{ci} - \bar{t} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \left(\int_{R_{3-i}^*}^R W_z R dR \right) d\langle t \rangle \quad (i = 1, 2). \quad (3.54)$$

Так как здесь подразумевается определение среднемассовой температуры жидкости $\bar{t}(z)$ и температурных напоров $t_{c1} - \bar{t}$ и $t_{c2} - \bar{t}$ в любом сечении канала по z , то в (3.54) дифференциал $d\langle t \rangle$ имеет смысл дифференциала $d\vartheta$. Поэтому для определения температурных напоров нужно воспользоваться зависимостями (3.45) и (3.49).

Подставляя (3.45) в (3.54), получим:

$$t_{c_1} - \bar{t} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \frac{C \left(\int_R^1 W_z R dR \right)^2 - \left(\frac{q_{c_2} R_2}{\lambda} + \int_{R_1^*}^R \frac{q_{V_1}^* R_2^2 dR}{\lambda} \right) \int_R^1 W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \quad (3.55)$$

или с учетом (3.46):

$$t_{c_1} - \bar{t} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \frac{C \left(\int_R^1 W_z R dR \right)^2 - \left(\frac{q_{c_2} R_2 + q_{c_1} f_{p1}(R)}{\lambda} \right) \int_R^1 W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \quad (3.56)$$

где $f_{p1}(R)$ определяется выражением (3.47).

Аналогично определяется температурный напор у второй стенки. Подставляя (3.49) в (3.54), получим:

$$\begin{aligned} t_{c2} - \bar{t} &= \\ &= \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \frac{C \left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR \right)^2 - \left(\frac{q_{c_1} R_1}{\lambda} + \int_1^R \frac{q_{V_2}^* R_2^2 dR}{\lambda} \right) \int_{R_1^*}^R W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \end{aligned} \quad (3.57)$$

или с учетом (3.51):

$$t_{c2} - \bar{t} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \int_{R_1^*}^1 \frac{C \left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR \right)^2 - \left(\frac{q_{c_1} R_1 + q_{c_2} f_{p2}(R)}{\lambda} \right) \int_{R_1^*}^R W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \quad (3.58)$$

где $f_{p2}(R)$ определяется выражением (3.52).

В полученных зависимостях (3.55)–(3.58) константа С соответствует выражению (3.43), а эффективная теплопроводность λ_{ef} — выражению (2.48).

Используя обычное определение чисел Нуссельта для выпуклой и вогнутой стенок канала:

$$\text{Nu}_{1\infty} = \frac{q_{c_1} d_h}{(t_{c_1} - \bar{t}) \lambda} \quad \text{и} \quad \text{Nu}_{2\infty} = \frac{q_{c_2} d_h}{(t_{c_2} - \bar{t}) \lambda}, \quad (3.59)$$

и подставляя в выражения (3.59) интегральные соотношения (3.56) и (3.58), нетрудно убедиться, что $\text{Nu}_{1\infty}$ и $\text{Nu}_{2\infty}$ зависят от соотно-

шения плотностей тепловых потоков q_{c1} и q_{c2} с обеих поверхностей канала. Это значит, что $Nu_{1\infty}$ и $Nu_{2\infty}$ могут быть как положительными, так и отрицательными и даже обращаться в бесконечность.

Для удобства практических расчетов и выяснения физического смысла определяемых величин воспользуемся рекомендациями работы [200]. Расчет полей температуры будем проводить для случаев, когда обогревается только одна сторона канала (выпуклая или вогнутая), а другая теплоизолирована. При этом вводится понятие *адиабатической температуры стенки*.

Вследствие линейности исходного уравнения энергии (3.23) относительно температуры поле температуры в кольцевом канале при одновременном обогреве обеих стенок можно представить в виде суммы двух температурных полей: температурного поля, соответствующего теплоподводу на выпуклой стенке и теплоизолированной вогнутой стенке, и температурного поля, соответствующего подводу тепла на вогнутой стенке и теплоизолированной выпуклой стенке. Опуская рассуждения, приведенные в монографии [200], представим числа Нуссельта на выпуклой и наружной стенках при их одновременном обогреве в следующем виде:

$$Nu_1 = \frac{Nu_{11}}{1 + Nu_{11}\Theta_1 \frac{q_{c2}}{q_{c1}}}, \quad (3.60)$$

$$Nu_2 = \frac{Nu_{22}}{1 + Nu_{22}\Theta_2 \frac{q_{c1}}{q_{c2}}}, \quad (3.61)$$

где Nu_{11} , Nu_{22} — числа Нуссельта на выпуклой и вогнутой поверхности соответственно при обогреве только выпуклой (Nu_{11}) и только вогнутой (Nu_{22}) стенок; Θ_1 , Θ_2 — функции, характеризующие локальный тепловой баланс при введении в рассмотрение адиабатных поверхностей [200].

По определению, Nu_{11} , Nu_{22} и Θ_1 , Θ_2 имеют следующий вид:

$$Nu_{11} = \frac{q_{c1}^* d_h}{(t_{c11} - \bar{t})\lambda}, \quad Nu_{22} = \frac{q_{c2}^* d_h}{(t_{c22} - \bar{t})\lambda}, \quad (3.62)$$

$$\Theta_1 = \frac{(t_{ac1} - \bar{t})\lambda}{q_{c2}^* d_h}, \quad \Theta_2 = \frac{(t_{ac2} - \bar{t})\lambda}{q_{c1}^* d_h}, \quad (3.63)$$

где t_{c11} — температура тепловыделяющей внутренней стенки канала, t_{ac2} — температура внешней стенки при адиабатических условиях на внешней стенке ($q_{c1} \neq 0$, $q_{c2} = 0$); t_{c22} — температура тепловыделяющей внешней стенки канала, t_{ac1} — температура внутренней стенки при адиабатических условиях на внутренней стенке ($q_{c1} = 0$, $q_{c2} \neq 0$); $d_h = 2(R_2 - R_1) \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 + K_p)}$ — гидравлический диаметр кольцевого канала с завихрителем, ε_0 — загромождение проходного сечения канала (3.29),

$K_p \approx (2h_{pi}mi)/(2\pi R_i)$, ($i = 1, 2$) — коэффициент, характеризующий развитие поверхности за счет оребрения.

С учетом полученных решений (3.48), (3.50), (3.56) и (3.58) Nu_{11} и Nu_{22} можно определить с помощью интегралов, имеющих тот же смысл, что и интеграл Лайона [223]:

— при $q_{c1} \neq 0$, $q_{c2} = 0$:

$$\begin{aligned} (\text{Nu}_{11})^{-1} = & \frac{2R_1^*}{(1 - R_1^{*2})^2(1 - R_1^*) \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 + K_p)}} \times \\ & \times \int_{R_1^*}^1 \frac{\left(\int_R^1 W_z R dR\right)^2 + \frac{f_{p1}(1 - R_1^{*2})}{2R_1} \int_R^1 W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \end{aligned} \quad (3.64)$$

— при $q_{c1} = 0$, $q_{c2} \neq 0$:

$$\begin{aligned} (\text{Nu}_{22})^{-1} = & \frac{2}{(1 - R_1^{*2})^2(1 - R_1^*) \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 + K_p)}} \times \\ & \times \int_{R_1^*}^1 \frac{\left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR\right)^2 - \frac{f_{p2}(1 - R_1^{*2})}{2R_2} \int_{R_1^*}^R W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Для функций Θ_1 , Θ_2 получены следующие расчетные зависимости:

$$\Theta_1 = \frac{1}{(1 - R_1^{*2})(1 - R_1^*) \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 + K_p)}} \int_{R_1^*}^1 \frac{\frac{2}{(1 - R_1^{*2})} \left(\int_R^1 W_z R dR\right)^2 - \int_R^1 W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR, \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \Theta_2 = & \frac{1}{(1 - R_1^{*2})(1 - R_1^*) \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 + K_p)}} \times \\ & \times \int_{R_1^*}^1 \frac{\frac{2R_1^*}{(1 - R_1^{*2})} \left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR\right)^2 - R_1^* \int_{R_1^*}^R W_z R dR}{R \frac{\lambda_{\text{ef}}}{\lambda}} dR. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Таким образом, полученные в данном разделе аналитические зависимости (3.64)–(3.67) позволяют рассчитать числа Нуссельта Nu_1 (3.60) на

выпуклой и Nu_2 (3.61) на вогнутой поверхностях кольцевого канала со спиральными завихрителями при произвольном отношении плотностей тепловых потоков q_{c1}/q_{c2} на стенках. При этом температура стенок канала определяется согласно интегральным соотношениям (3.56), (3.58).

Для проведения теплового расчета с помощью полученных интегральных соотношений необходимо располагать результатами гидродинамического расчета (п. 3.2) относительно радиальных распределений осредненной скорости потока и эффективной вязкости $\mu_{\text{ef}}(R)$. Полученное в результате последовательных итерационных приближений распределение эффективной вязкости $\mu_{\text{ef}}(R)$ позволяет оценить изменение эффективной теплопроводности $\lambda_{\text{ef}}(R)$ по ширине кольцевого канала с учетом произвольно расположенных завихрителей следующим образом:

$$\lambda_{\text{ef}}(R) = \varsigma(R)\lambda \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{\text{ef}}(R)}{\mu} + (1 - \varsigma(R))\lambda_{(S)} \approx (1 - \varepsilon^*)\lambda \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{\text{ef}}(R)}{\mu} + \varepsilon^*\lambda_{(S)}, \quad (3.68)$$

где $\varepsilon^* \neq 0$ в кольцевом слое, где расположен завихритель, $\varepsilon^* = 0$ в остальной области проходного сечения канала; в случае оребрения:

$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \frac{1 + (R_i/R_{i+1})^{(-1)^i}}{2 + (-1)^{i+1} h_i^p/R_i}$, $\varepsilon = h_i^p/(R_2 - R_1)$, $i = 1, 2$ — номер стенки, h_i^p — высота ребер; ε_0 — степень загромождения проходного сечения канала завихрителем (3.29); $\varsigma(R)$ — локальная пористость (2.21); λ , $\lambda_{(S)}$ — молекулярные теплопроводности жидкости и материала ребер, соответственно; \Pr и \Pr_t — молекулярное и турбулентное числа Прандтля, $\Pr_t \approx 0,9$.

Как следует из описанного выше вычислительного алгоритма метода гидродинамического расчета (п. 3.2.2), распределение эффективной теплопроводности (3.68) может быть получено только во внутренней области течения за пределами вязкого подслоя и переходной области для безразмерных расстояний от стенок канала $y_i^+ \geq 30$, ($i = 1, 2$). Поэтому дополнительно была решена задача об описании эффективного переноса вблизи стенок. Подробно вопрос о замыкании описания коэффициентов эффективного переноса в пристенных областях при $y_i^+ < 30$ рассматривается в следующем разделе настоящей главы.

Процесс вычислений тепловых параметров задачи, к которым относятся поле температуры, числа Нуссельта или коэффициенты теплоотдачи на обеих поверхностях канала, включен в общую схему итерационного вычислительного алгоритма метода гидротеплового расчета кольцевых каналов с завихрителями для уточнения описания эффективной теплопроводности $\lambda_{\text{ef}}(R)$ и коэффициентов эффективности оребрения $E_i(R)$ ($i = 1, 2$). Как показали расчеты, большого числа итераций для уточнения этих параметров не требуется, и можно ограничиться вторым, а иногда и первым, итерационным приближением.

Для расчета теплообмена в кольцевых каналах с завихрителями разработана программа LAYON, написанная на языке ФОРТРАН.

Краткое описание этой программы, также как и других разработанных автором программ, приводится в работе [260].

3.4. Гидротепловой расчет винтообразных каналов

Кольцевой канал со спиральной вставкой, полностью перекрывающей ширину кольцевого зазора, можно рассматривать как криволинейный или винтообразно изогнутый (винтообразный) канал. Схема канала представлена на рис. 23.

Такая геометрия каналов получила широкое распространение в энергонапряженных системах и, в частности, в кольцевых ТВС ядерных реакторов, где закручивающая спираль выполняет функцию дистанционирования твэлов в сборке (рис. 2, г).

Методика расчета винтообразных каналов основана на использовании метода гидротеплового расчета протяженных кольцевых каналов с неполным перекрытием кольцевого зазора спиральными вставками или оребрением, изложенным выше. При этом течение в винтообразном канале можно рассматривать как предельный случай течения в канале со спиральными завихрителями, когда высота винтового ребра или вставки полностью перекрывает ширину кольцевого зазора. Обеспечение закрутки потока относительно продольной оси канала без затрат энергии на вихреобразование в отрывных зонах из-за отсутствия поперечного обтекания закручивающих спиралей дает возможность несколько более конкретизировать описание замыкающих соотношений предложенного выше метода и выделить данный случай течения особо.

В общем случае при неполном перекрытии ширины кольцевого зазора закручивающими элементами для описания силы сопротивления использовалась зависимость, учитывающая анизотропный характер сопротивления, обусловленного наличием в канале завихрителей (2.49): $\mathbf{f} = -\vec{k}\mathbf{u}$, где \vec{k} — тензор сопротивления. При совпадении осей системы координат с главными осями анизотропии, соответствующими направлению закручивающих элементов η и ортогональным к нему направлениям ξ и r , сила сопротивления \mathbf{f} представлялась в виде: $\mathbf{f} = -k_{\eta\eta}\bar{u}_\eta\mathbf{e}_\eta - k_{\xi\xi}\bar{u}_\xi\mathbf{e}_\xi - k_{rr}\bar{u}_r\mathbf{e}_r$, где компоненты тензора сопротивления $k_{\eta\eta}, k_{\xi\xi}, k_{rr}$ соответствовали главным осям анизотропии η, ξ, r .

В случае установившегося движения жидкости в винтообразном канале направление скорости совпадает с осью η , а осредненные поперечные компоненты скорости \bar{u}_ξ, \bar{u}_r отсутствуют. При этом \mathbf{f} имеет

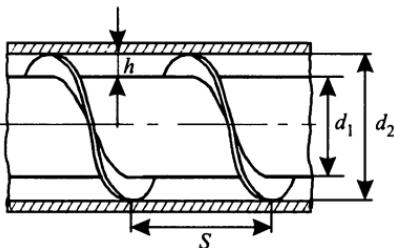


Рис. 23. Винтообразный канал

вид:

$$\mathbf{f} = -k_{\eta\eta}\bar{u}_\eta \mathbf{e}_\eta, \quad (3.69)$$

а все отличные от нуля компоненты тензора сопротивления $k_{\phi\phi}$, $k_{\phi z}$, $k_{z\phi}$, k_{zz} зависят от $k_{\eta\eta}$ следующим образом:

$$k_{\phi\phi} = k_{\eta\eta} \sin^2 \theta, \quad k_{zz} = k_{\eta\eta} \cos^2 \theta, \quad k_{\phi z} = k_{z\phi} = k_{\eta\eta} \sin \theta, \quad (3.70)$$

где θ — среднее по радиусу значение угла между продольной осью канала z и направлением закручивающих элементов η .

Зависимость для определения $k_{\eta\eta}$ получена из рассмотрения баланса сил, действующих на жидкость в винтообразном канале. Вывод этой зависимости дается в Приложении 2, где показано, что $k_{\eta\eta}$ можно представить в следующем виде:

$$k_{\eta\eta} = \frac{\lambda_{fr}^0 \Psi \rho u_\eta m}{4A\pi \cos \theta (R_1 + R_2)}, \quad (3.71)$$

$\lambda_{fr}^0 = 0,316/\text{Re}_\eta^{0,25}$, $\text{Re}_\eta = u_\eta d_h / \nu$, d_h — гидравлический диаметр канала, $\Psi = 1 + \frac{1}{\lambda_{fr}^0} 0,0385 \sqrt{\frac{d_h \sin^2 \theta}{R_1 + R_2}}$ — функция для учета влияния кривизны винтового канала согласно обобщениям работы [5].

Постановка задачи и вычислительный алгоритм гидродинамического расчета винтообразных каналов полностью соответствуют приведенным в п. п. 3.1–3.2 описаниям. Отличие может составлять только представление числа Ричардсона: для винтообразных каналов можно принять

$$Ri = \frac{2u_\eta}{u_\eta + r \partial u_\eta / \partial r}.$$

Вместе с тем вид интегральных соотношений, полученных при решении тепловой задачи, несколько упрощается. Так, зависимости для Nu_{11} , Nu_{22} и Θ_1 , Θ_2 , входящие в определение чисел Нуссельта на выпуклой Nu_1 (3.60) и вогнутой Nu_2 (3.61) поверхностях кольцевого (винтообразного) канала при произвольном отношении плотностей тепловых потоков q_{c1}/q_{c2} на стенках, будут иметь вид:

$$(Nu_{11})^{-1} = \frac{2R_1^*}{(1 - R_1^{*2})^2(1 - R_1^*)} \int_{R_1^*}^1 \frac{\left(\int_R^1 W_z R dR \right)^2}{\left(1 + \frac{\Pr \mu_{\text{ef}}}{\Pr_t \mu} \right) R} dR, \quad (3.72)$$

$$(Nu_{22})^{-1} = \frac{2}{(1 - R_1^{*2})^2(1 - R_1^*)} \int_{R_1^*}^1 \frac{\left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR \right)^2}{\left(1 + \frac{\Pr \mu_{\text{ef}}}{\Pr_t \mu} \right) R} dR, \quad (3.73)$$

$$\Theta_1 = \frac{1}{(1 - R_1^{*2})(1 - R_1^*)} \int_{R_1^*}^1 \frac{\frac{2}{1 - R_1^{*2}} \left(\int_R^1 W_z R dR \right)^2 - \int_R^1 W_z R dR}{\left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{\text{ef}}}{\mu} \right) R} dR, \quad (3.74)$$

$$\Theta_2 = \frac{1}{(1 - R_1^{*2})(1 - R_1^*)} \int_{R_1^*}^1 \frac{\frac{2R_1^*}{1 - R_1^{*2}} \left(\int_{R_1^*}^R W_z R dR \right)^2 - R_1^* \int_{R_1^*}^R W_z R dR}{\left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{\text{ef}}}{\mu} \right) R} dR, \quad (3.75)$$

где $R_1^* = R_1/R_2$, $R_2^* = 1$, $R = r/R_2$, $W_z = \langle u_z \rangle / \langle \bar{u}_z^0 \rangle$, R_1 , R_2 — радиусы выпуклой и вогнутой поверхностей канала: $R_1 = d_1/2$, $R_2 = d_2/2$ (рис. 23).

Выражения (3.72)–(3.75) получены в предположении, что перетечками тепла по винтовой вставке можно пренебречь (что подтверждается данными экспериментов [26, 51]) и эффективная теплопроводность может быть представлена в виде:

$$\lambda_{\text{ef}} \approx \lambda \left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_t} \frac{\mu_{\text{ef}}}{\mu} \right). \quad (3.76)$$

При расчете теплообмена важную роль играют области вблизи каждой из стенок, включая вязкий подслой и буферную область, т. е. области, лежащие между стенкой и ближайшей к ней точкой в конечно-разностном разбиении, принятом для решения гидродинамической части задачи. Толщины этих областей соответствуют $\delta_1 = 30\nu/V_1^*$ для выпуклой стенки канала и $\delta_2 = 30\nu/V_2^*$ для вогнутой стенки, где $V_1^*(R_1)$, $V_2^*(R_2)$ — динамические скорости, определяемые согласно (3.8) для соответствующих поверхностей.

Будем полагать, что перенос импульса и энергии в этих зонах осуществляется за счет молекулярного и турбулентного движения жидкости, и можно положить $\mu_{\text{ef}} = \rho\nu_{\text{ef}} = \rho(\nu + \nu_t)$, где ν, ν_t — молекулярная и турбулентная кинематические вязкости. Таким образом, для вычисления интегралов (3.72)–(3.75) необходимо определить изменение отношения ν_t/ν в областях $r_1 \leq r \leq \delta_1$ и $\delta_2 \leq r \leq r_2$.

Для этого преобразуем выражение:

$$\tau = (\mu + \mu_t) \frac{du}{dy}. \quad (3.77)$$

Разделив обе части равенства (3.77) на ρ и учитывая, что $\tau/\rho = V^2$ и $y^+ = yV^*/\nu$, получим:

$$V^* = \left(1 + \frac{\nu_t}{\nu} \right) \frac{du}{dy^+}. \quad (3.78)$$

Вводя безразмерную скорость $u^+ = u/V^*$, выразим ν_t/ν из полученного соотношения (3.77):

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{1}{du^+/dy^+} - 1. \quad (3.79)$$

Для определения $du^+/d\eta$ воспользуемся формулой Рейхардта [200]:

$$u^+ = 2,5 \ln \left[(1 + 0,4y^+) \frac{1,5(1 + R^*)}{1 + 2R^{*2}} \right] + \\ + 7,8 \left[1 - \exp \left(-\frac{y^+}{11} \right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0,33y^+) \right]. \quad (3.80)$$

Тогда с учетом того, что вблизи обеих стенок канала $\frac{1,5(1 + R^*)}{1 + 2R^{*2}} \approx 1$, где R^* — относительный радиус ($R^* = r/R_1$ или $R^* = r/R_2$), получим:

$$\frac{du^+}{dy^+} \approx \frac{1}{1 + 0,4y^+} + \frac{7,8}{11} \left[\exp \left(-\frac{y^+}{11} \right) + [\exp(-0,33y^+)](0,33y^+ - 1) \right]. \quad (3.81)$$

Для расчета теплоотдачи с учетом вклада пристенных областей разобьем область интегрирования по радиальному направлению на три части:

- 1) от R_1 до $R_1 + \delta_1$,
- 2) от $R_1 + \delta_1$ до $R_2 - \delta_2$ и
- 3) от $R_2 - \delta_2$ до R_2 ,

и представим каждый из интегралов (3.72)–(3.75), входящих в описание чисел Нуссельта (3.60), (3.61), в виде суммы трех интегралов:

$$I_1 = \int_{R_1^*}^{R_1^* + \delta_1^*} (\dots) dR, \quad I_2 = \int_{R_1^* + \delta_1^*}^{R_2^* - \delta_2^*} (\dots) dR, \quad I_3 = \int_{R_2^* - \delta_2^*}^{R_2^*} (\dots) dR, \quad (3.82)$$

где $R_1^* = R_1/R_2$, $R_2^* = R_2/R_1 = 1$, $\delta_1^* = \delta_1/R_2$, $\delta_2^* = \delta_2/R_1$.

Интегралы I_2 вычисляются с использованием распределений скорости и эффективной вязкости, полученных в результате расчета, приведенного в п. 3.2. Для вычисления интегралов I_1 и I_3 используются зависимости (3.79)–(3.81). Расчеты показывают, что вклад интеграла I_3 в оценку величины Nu_{11} (3.72) пренебрежимо мал. Аналогично, вкладом интеграла I_1 в оценку величины Nu_{22} (3.73) также можно пренебречь. При оценке величины Θ_1 и Θ_2 по зависимостям (3.74), (3.75) интегралы I_1 и I_3 равны нулю, так как ввиду малости ширины пристенных областей по сравнению с шириной кольцевого зазора можно принять

$$\int_{R_1^* + \delta_1^*}^1 W_z R dR \approx \int_{R_1^*}^{R_2^* - \delta_2^*} W_z R dR \approx \int_{R_1^*}^1 W_z R dR = \frac{1 - R_1^{*2}}{2}. \quad (3.83)$$

Таким образом, существенный вклад в оценку теплообмена вносят все интегралы I_2 , а также интеграл I_1 только для определения Nu_{11} и интеграл I_3 только для определения Nu_{22} .

Данный подход для оценки вклада пристенных областей в интегральный энергетический баланс использовался и при расчетах теплообмена в кольцевых каналах с завихрителями, не полностью перекрывающими ширину кольцевого зазора.

3.5. Верификация расчетного метода. Сравнение результатов расчетов и экспериментов

Верификация предложенного метода расчета гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах с завихрителями проводилась на основе сопоставления расчетных и экспериментальных результатов по определению эффективной вязкости, полей скорости, гидравлического сопротивления и теплоотдачи на выпуклой и вогнутой поверхностях в каналах с различным отношением радиусов R_2/R_1 при использовании закручивающих спиралей различной геометрии. Поскольку в экспериментальном плане наиболее изученными являются кольцевые каналы с полным перекрытием кольцевого зазора спиральной вставкой, т. е. винтообразные каналы (рис. 23), то сопоставление с экспериментальными данными по определению эффективной вязкости и расчету теплоотдачи у выпуклой и вогнутой поверхностей канала могло быть проведено только для таких каналов. Для каналов с неполным перекрытием кольцевого зазора спиральными завихрителями сравнение проводилось относительно определения коэффициентов гидравлического сопротивления, угла закрутки потока и среднего коэффициента теплоотдачи.

Согласование результатов расчетов с экспериментальными данными работы [15] по распределению эффективной вязкости и полной скорости потока в винтообразном канале демонстрировалось выше на рисунках 21 и 22 в разделе 3.2.1. Совпадение расчетных результатов по определению гидравлического сопротивления винтообразных каналов с результатами экспериментальных измерений получено также для опытных данных работ [224–226].

В качестве примера на рис. 24, *a*, *b* представлено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными работы Н. С. Гупты и А. В. Дейта [224], где по измеренному перепаду давления определялись коэффициенты гидравлического сопротивления в кольцевых каналах с соотношениями радиусов R_2/R_1 , равными 2,44 и 1,64, при использовании полностью перекрывающих кольцевой зазор спиральных ленточных вставок с различными шагами закрутки. Эксперименты проводились на воздухе в диапазоне чисел Рейнольдса $10^4 \leq Re \leq 5 \cdot 10^4$. Приведенные на рис. 24 иллюстрации показывают хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов по определению гидрав-

лического сопротивления винтообразных каналов при различных шагах навивки спирали S (см. рис. 23), определяющих средний угол закрутки потока θ .

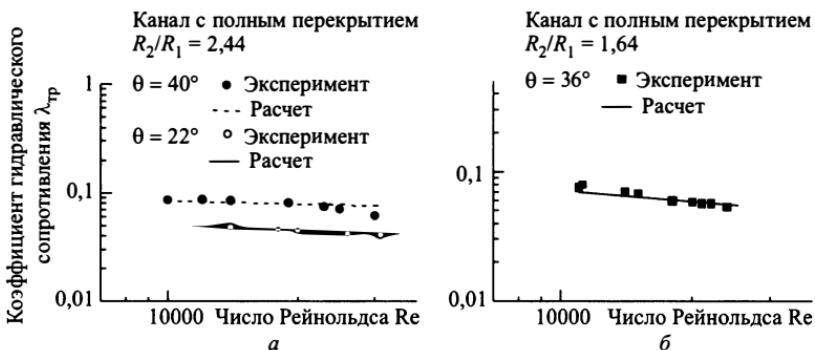


Рис. 24. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления винтообразных каналов от числа Рейнольдса Re при различных отношениях радиусов вогнутой и выпуклой поверхностей каналов R_2/R_1 и шагах закрутки спиральной вставки S : $a - R_2/R_1 = 2,44$; $b - R_2/R_1 = 1,64$. θ — средний угол закрутки потока и спирали: $\theta = \arctg \frac{\pi(R_1 + R_2)}{S}$; $Re = \bar{u}_z d_h / \nu$. Эксперимент — данные работы [224]

Для тестирования предложенного метода гидродинамического расчета при неполном перекрытии кольцевого зазора спиральными элементами использовались данные работ [24, 26, 57, 113, 210, 227, 228], полученные при проведении гидравлических испытаний или обобщении опытных данных для кольцевых каналов с непрерывно расположеными по длине спиральными завихрителями различной конфигурации: проволочными навивками, спиральным оребрением различного профиля, а также с внутренними гофрированными или винтообразно профилированными трубами.

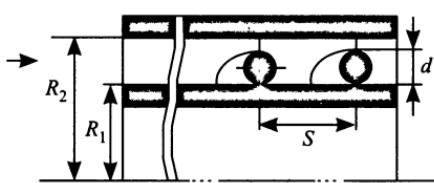


Рис. 25. Схема кольцевого канала со спиральной проволочной навивкой

воды при температуре 25–30 °С и давлении до $8 \cdot 10^5$ Па. Описание экспериментальной установки и техники измерений приводится в работе [113]. Схематическая геометрия исследованных каналов показана на рис. 25.

Систематические экспериментальные исследования по определению гидравлического сопротивления и степени закрутки потока в кольцевых каналах с проволочными навивками различной геометрии были проведены В. М. Кузовым и Г. Д. Кузовым на открытом гидродинамическом контуре для однофазного течения

Таблица 3.1

d , мм	R_1 , мм	R_2 , мм	S , мм	L , мм
0,5	15,55	17,9	20	800
1,0			40	
1,25			80	
1,32			160	
			360	

В экспериментах варьировались: диаметр проволоки d (или степень загромождения проходного сечения канала $\varepsilon = d/(R_2 - R_1)$) и шаг навивки спиралей S . Значения геометрических параметров каналов указаны в табл. 3.1. Сравнение результатов расчетов с полученными экспериментальными данными демонстрируется на рис. 26–29.

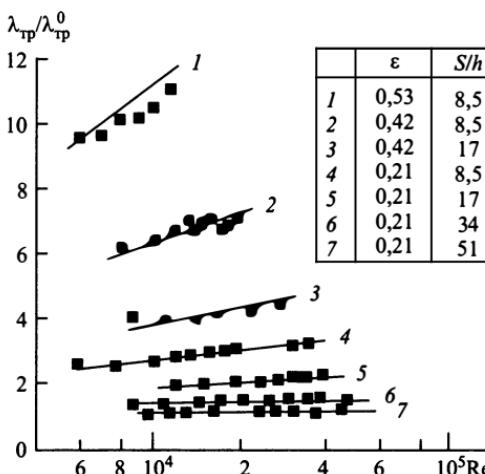


Рис. 26. Изменение относительного увеличения коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0$ от числа Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu}$ для кольцевого канала с отношением радиусов $R_2/R_1 = 1,15$ при использовании однозаходных проволочных спиралей различной геометрии. $\varepsilon = d/h$; d — диаметр проволоки; $h = R_2 - R_1$; $\lambda_{TP}^0 = 0,316Re^{-0,25}$ — коэффициент гидравлического сопротивления гладкого кольцевого канала

На рис. 26 представлено изменение относительного увеличения гидравлического сопротивления кольцевого канала со спиральной проволочной навивкой в зависимости от числа Рейнольдса при различном загромождении проходного сечения канала ε и варьировании шагов навивки спирали S .

Характер зависимости величины гидравлического сопротивления канала от загромождения ε при различных шагах закрутки спиралей S проиллюстрирован на рис. 27.

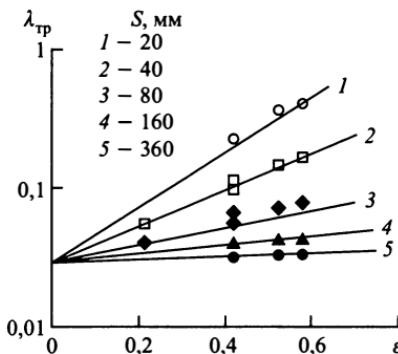


Рис. 27. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления кольцевого канала со спиральной проволочной навивкой λ_{tp} от загромождения $\varepsilon = d/h$ при различных шагах навивки проволочных спиралей S ($R_2/R_1 = 1,15$, $Re = 10^4 - 5 \cdot 10^4$)

Приведенное на рис. 26, 27 сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей говорит о работоспособности предложенного метода расчета в широком диапазоне изменения геометрических и режимных параметров течения, при котором гидравлическое сопротивление каналов может изменяться более, чем на порядок.

Сопоставление расчетных зависимостей по степени закрутки потока с данными экспериментальных измерений, представленное на рис. 28, показывает, что, хотя отличие результатов расчета от эксперименталь-

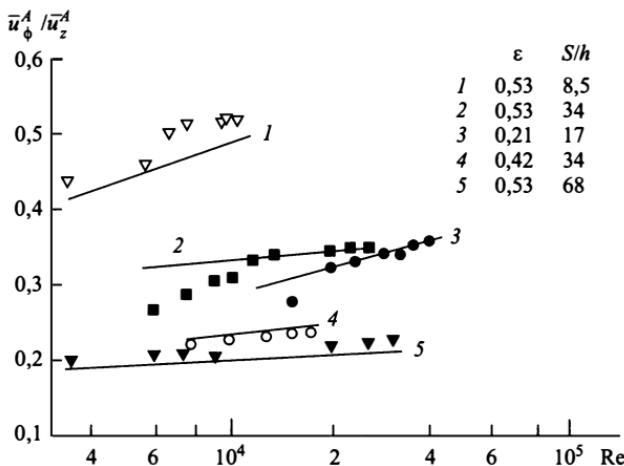


Рис. 28. Изменение интенсивности закрутки потока $\bar{U} = \bar{u}_\phi^A / \bar{u}_z^A$ в узком кольцевом канале с отношением радиусов $R_2/R_1 = 1,15$ от числа Рейнольдса $Re = \bar{u}_z d_h / \nu$ при различных загромождениях канала $\varepsilon = d/h$ и относительных шагах закрутки спиральных навивок S/h

ных данных достигает 30%, оно лежит в пределах погрешности измерений. В экспериментах измерение средних по ширине кольцевого зазора значений тангенциальной скорости потока \bar{u}_ϕ^A и угла закрутки потока $\bar{\alpha}$ проводилось с помощью метода визуализации потока, основанного на фиксации траекторий движения пузырьков аргона, инжектируемых

в поток через отверстия диаметром 0,5 мм, равномерно распределенные по периметру на внутренней поверхности кольцевого канала [113]. Для определения отклонений траекторий движения пузырьков газа от продольной оси канала в конце рабочего участка по периметру внешней прозрачной трубы, образующей кольцевой канал, была нанесена координатная шкала с ценой деления 0,5 мм.

Некоторое расхождение расчетных и экспериментальных значений средней степени закрутки потока $\bar{U} = \bar{u}_\phi^A / \bar{u}_z^A$, полученное для наибольшего загромождения канала $\epsilon = 0,53$, объясняется тем, что в данном случае представлены результаты расчетов отношений средних по ширине кольцевого канала значений окружной \bar{u}_ϕ^A и продольной \bar{u}_z^A компонент скорости, определяющих средний угол закрутки потока $\bar{\alpha} = \arctg(\bar{u}_\phi^A / \bar{u}_z^A)$. Локальный же угол закрутки потока может существенно изменяться в радиальном направлении, как будет показано ниже на рис. 33, что косвенно подтверждается в данной серии экспериментов.

$$\bar{U} = \bar{u}_\phi^A / \bar{u}_z^A.$$

Рис. 29 иллюстрирует хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов по определению зависимости среднего угла закрутки потока $\bar{\alpha}$ в кольцевых каналах от угла навивки спиралей θ при различных загромождениях канала ϵ .

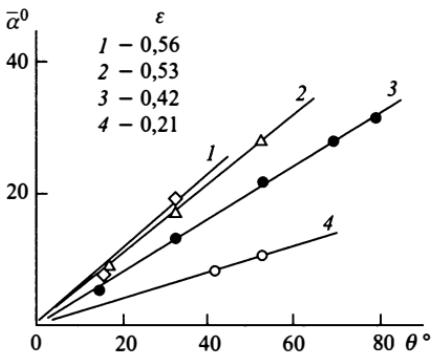


Рис. 29. Изменение угла закрутки потока $\bar{\alpha}$ в зависимости от угла навивки проволочных спиралей θ , размещенных на выпуклой поверхности кольцевого канала с отношением радиусов $R_2/R_1 = 1,15$ и выполненных из проволоки различного диаметра d (см. табл. 3.1); $\epsilon = d/h$; $h = R_2 - R_1$

Большой объем экспериментальных исследований по изучению гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах с частичным перекрытием кольцевого зазора спиральными гофрами был проведен С. Гаримеллой и Р.Н. Кристенсеном [219]. Форма исследованных каналов представлена на рис. 30.

Гидравлическим испытаниям было подвергнуто 23 канала, геометрические параметры которых варьировались в следующих пределах: заходность гофров m изменялась от 3 до 5, угол навивки гофров θ — от 42° до 61° , загромождение канала ϵ , определяемое как отношение высоты гребня гофры к ширине кольцевого зазора, изменялось от 0,24 до 0,70 и отношение радиусов вогнутой и выпуклой поверхностей канала R_2/R_1 — от 1,63 до 2,84.

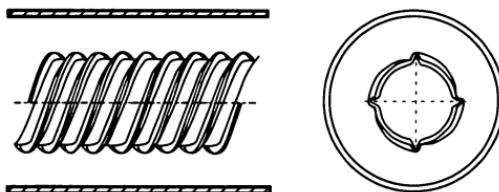


Рис. 30. Кольцевой канал, сформированный трубой с гладкой поверхностью и размещенной внутри нее трубой с четырехзаходными спиральными гофрами [219]

Эксперименты проводились на воде для различных режимов течения от ламинарного до развитого турбулентного течения. Здесь используется сравнение только с результатами, полученными для развитого турбулентного течения.

Тестовые расчеты по предложенной методике, выполненные с помощью программы «CIRCAN», показали хорошее согласование с опытными данными как для абсолютных значений коэффициентов гидравлического сопротивления, так и для относительного увеличения сопротивления при изменении числа Рейнольдса. Примеры сравнения результатов расчетов и экспериментов представлены на рис. 31. В табл. 3.2 даются геометрические параметры каналов, для которых приводятся примеры сопоставления расчетных и экспериментальных результатов. Номера каналов соответствуют обозначениям, принятым в работе [219].

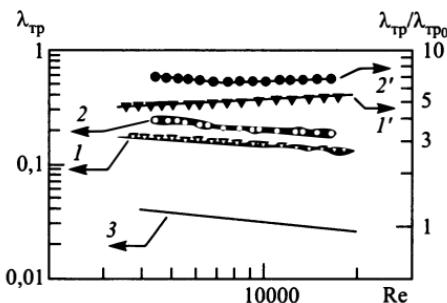


Рис. 31. Гидравлическое сопротивление в кольцевых каналах с внутренней спирально гофрированной трубой. Сравнение с экспериментальными данными, полученными С. Гаримеллой и Р.Н. Кристенсеном [219] для каналов A01T02 (кривые 1, 1') и A01T04 (кривые 2 и 2'). Кривые 1, 2 — зависимости $\lambda_{TP}(Re)$ (левая шкала); кривые 1', 2' — зависимости $(\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0)(Re)$ (правая шкала); 3 — зависимость $\lambda_{TP}^0(Re)$ для гладкого кольцевого канала

Как показывает рис. 31, предложенный метод расчета дает возможность воспроизвести различный характер зависимостей относительного увеличения гидравлического сопротивления $\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0$ в рассматриваемых каналах от числа Рейнольдса, выявленный на основе экспериментов. Так, для канала A01T04 (кривая 2') зависимость $\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0$, остан-

Таблица 3.2

Номер канала	Загромождение ε	Угол навивки $\theta, {}^\circ$	$R_1, \text{мм}$	$R_2, \text{мм}$	R_2/R_1	Шаг $S, \text{мм}$	Заходность m
A01T02	0,44	60,7	7,7	12,6	1,63	31,1	5
A01T04	0,63	54,2	7,0	12,6	1,81	39,8	3
A125T12	0,30	43,1	8,2	14,3	1,65	61,0	4

ваясь приблизительно на одном уровне, имеет тенденцию к снижению в области чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^4$, а для канала A01T02 (кривая 1') явно выражено монотонное возрастание относительного увеличения гидравлического сопротивления с числом Рейнольдса. Такой же характер имели кривые на рис. 26, полученные для однозаходных проволочных навивок.

При проведении гидравлических испытаний каналов, показанных на рис. 30, авторами работы [219] особо отмечался тот факт, что в области расположения спиральных гофров направление скорости потока не совпадает с направлением гофров, а вдали от гофрированной стенки — с направлением продольной оси канала. Как пишут авторы, «движение жидкости происходит по спирали при угле закрутки потока относительно продольной оси канала, отличном от угла навивки гофров. Более того, начинаясь в углублении между гофрами, течение не следует вдоль него на значительном расстоянии, а обтекает выступ, двигаясь по спиральной траектории» (с. 66 [219]). Это явление отмечалось и раньше в работе тех же авторов [229], а также в работах, посвященных гидродинамике и теплообмену в каналах со спирально-гофрированными поверхностями [230, 231] и др. К сожалению, кроме качественных наблюдений, количественных прецизионных измерений профилей скорости потока в кольцевых каналах со спирально-гофрированными поверхностями в работах [219, 229] проведено не было.

Предложенный в настоящей работе метод расчета позволяет получить количественные оценки влияния геометрии спиральных завихрителей на поле скорости и локальный угол закрутки потока, а также оценить влияние гидродинамики потока на теплоотдачу. В качестве иллюстрации на рис. 31–33 представлены примеры расчета, проведенного для одного из исследованных в работе [219] каналов — канала A125T12 с геометрическими параметрами, указанными в табл. 3.2.

На рис. 32 демонстрируется распределение тангенциальной u_ϕ , продольной u_z и полной скорости потока u , полученные при числе Рейнольдса $Re = 2 \cdot 10^4$.

Показанные на рис. 33 зависимости локального угла закрутки потока $\alpha(r)$, полученные при различных числах Рейнольдса, указывают на сложный нерегулярный характер изменения угла закрутки потока, а,

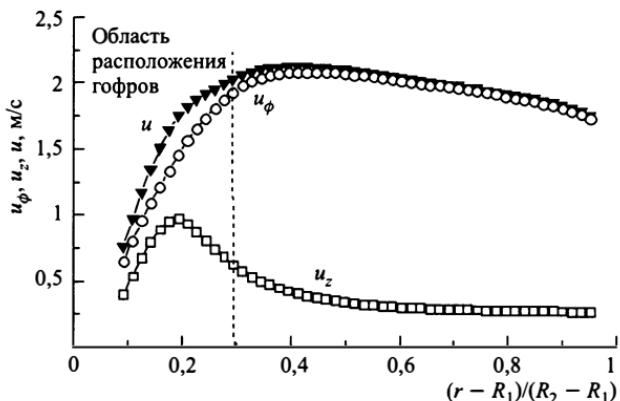


Рис. 32. Радиальные распределения полной скорости потока $u = \sqrt{u_\phi^2 + u_z^2}$ и ее тангенциальной u_ϕ и продольной u_z компонент в кольцевом канале со спиральными гофрами при числе Рейнольдса $Re = 2 \cdot 10^4$. Отношение радиусов канала $R_2/R_1 = 1,65$; загромождение $\epsilon = 0,3$; угол навивки гофров $\theta = 43,1^\circ$, число заходов $m = 4$

следовательно, и скоростного распределения в области расположения гофров.

Благодаря возможности выявления гидродинамических особенностей течения в области расположения завихрителей, предложенный в настоящей работе метод расчета теплообмена позволяет учесть вклад двух механизмов в процесс интенсификации теплоотдачи: за счет

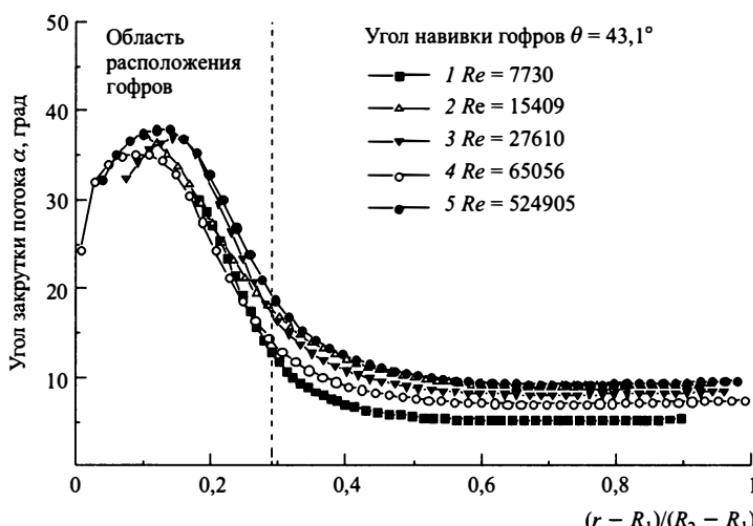


Рис. 33. Изменение локального угла закрутки потока α по ширине кольцевого зазора для канала А125Т12 при различных числах Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu}$

закрутки потока, создаваемой завихрителями вблизи теплоотдающей поверхности, и за счет эффекта оребрения или развития самой поверхности.

Для канала A125T12 характер изменения числа Нуссельта в зависимости от числа Рейнольдса показан на рис. 34.

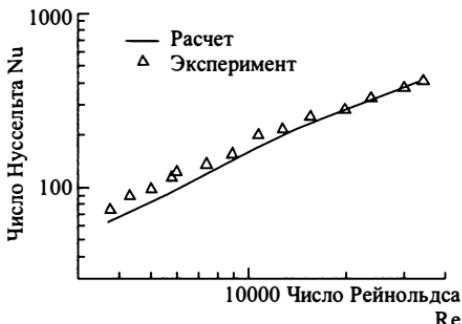


Рис. 34. Изменение числа Нуссельта Nu при изменении числа Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu}$ для канала A125T12 при обогреве внутренней гофрированной поверхности

Верификация предложенного метода расчета теплоотдачи на выпуклой и вогнутой поверхностях при закрутке потока спиральными завихрителями в кольцевых каналах проводилась на основе сравнения результатов расчета теплообмена с опытными данными для винтообразных каналов, полученными в экспериментальных исследованиях [225–226, 232–233].

В работах В. М. Шимониса, В. П. Щукаса, П. С. Пошкакса [225, 226] исследовалась местная теплоотдача в винтообразных каналах (рис. 23) в условиях гидродинамически стабилизированного течения воздуха. Опыты проводились для широкого диапазона изменения геометрических и режимных параметров:

$$D/h = 5,5\text{--}72; \quad b/h = 2,4\text{--}18,5; \quad Re = 10^3\text{--}2 \cdot 10^5,$$

где D — параметр кривизны канала: $D = 0,5(d_1 + d_2)/\sin^2 \theta$; θ — средний угол закрутки спиральной ленточной вставки: $\theta = \arctg(0,5\pi(d_1 + d_2)/S)$; $b = S \sin \theta$ — ширина и $h = 0,5(d_2 - d_1)$ — высота винтообразного канала.

На рис. 35–37, 39, 40 представлено сравнение полученных расчетных зависимостей чисел Нуссельта для выпуклой Nu_1 и вогнутой Nu_2 поверхностей кольцевых каналов со спиральными вставками, полностью перекрывающими ширину кольцевого зазора, с экспериментальными данными работ [225–226].

Геометрические параметры исследованных каналов указаны в табл. 3.3.

По характеру изменения экспериментальных данных по теплоотдаче, представленных на рис. 2 в работе [226] для всех шести каналов (табл. 3.3), авторы упомянутой работы делают вывод, что переход к турбулентному течению на вогнутой и выпуклой поверхностях происходит при разных числах Рейнольдса, и длина переходной области

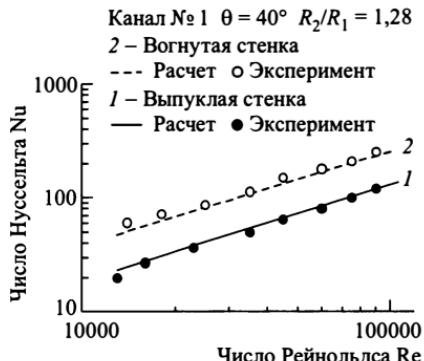


Рис. 35. Теплоотдача в винтообразном канале № 1 (табл. 3.3).
 $D/h = 19,4$; $b/h = 18,5$

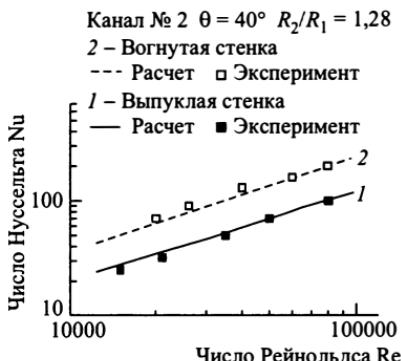


Рис. 36. Теплоотдача в винтообразном канале № 2 (табл. 3.3).
 $D/h = 20,1$; $b/h = 5,9$

имеет разную протяженность. Так, в каналах 1–3 переход на вогнутой поверхности заканчивается при $Re = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu} \approx 2 \cdot 10^4$, а на выпуклой, в каждом из этих каналов, соответственно при $Re \approx 2 \cdot 10^4$, $Re \approx 2 \cdot 10^4$ и $Re \approx 6 \cdot 10^4$. В канале 5 он происходит соответственно при $Re \approx 2 \times 10^4$ и $Re \approx 9 \cdot 10^4$, а в канале 6, имеющем наименьшую кривизну, при $Re \approx 10^4$ и $Re \approx 2 \cdot 10^4$ соответственно. Для канала 4 в исследованном диапазоне чисел Рейнольдса делать заключение о наступлении режима развитого турбулентного течения вообще проблематично.

Рис. 35–40 показывают, что для режимов установившегося турбулентного течения в каналах 1–3, 5 и 6 сравнение результатов расчетов с данными экспериментальных измерений свидетельствует об их совпадении в пределах экспериментальной погрешности.

В качестве примера на рис. 38 для канала 3 приводятся результаты расчета эффективной вязкости μ_{ef} , полученные с использованием различных зависимостей (3.14)–(3.18) для определения пространствен-

Таблица 3.3

№ канала	Заходность спирали m	Угол навивки $\theta, {}^\circ$	$R_1, \text{мм}$	$R_2, \text{мм}$	R_2/R_1	Шаг навивки $S, \text{мм}$	Заграждение ε
1	1	40	14	18	1,28	120	1
2	3	40	14	18	1,28	120	1
3	6	40	14	18	1,28	120	1
4	1	72	12	18	1,5	30	1
5	1	55	14	18	1,28	70	1
6	3	29	16	18	1,13	192	1

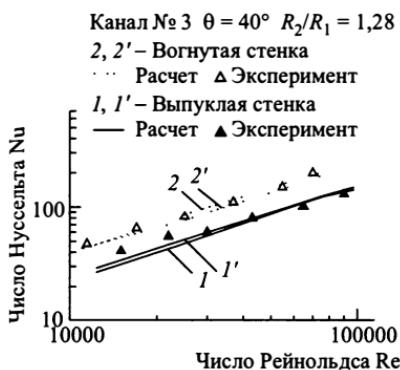


Рис. 37. Теплоотдача в винтообразном канале № 3 (табл. 3.3). $D/h = 19,2$; $b/h = 2,4$. 1, 2 – расчет эффективной вязкости μ_{ef} с использованием зависимостей (3.14)–(3.16); 1', 2' – расчет μ_{ef} с использованием зависимости (3.17)

ного масштаба $l(r)$ (см. п. 3.2.1). Как видно из рис. 37, относительная погрешность расчетов с учетом использования различных зависимостей для $l(r)$ (исключая зависимость (3.18)) для режимов развитого турбулентного течения не превышает $\pm 10\%$. Поэтому можно сказать, что погрешность расчетной оценки коэффициентов теплообмена лежит в пределах погрешности экспериментальных измерений, которую в среднем можно оценить $\pm 20\%$. При этом следует заметить, что при использовании зависимости (3.17), благодаря улучшению сходимости итерационного процесса, существенно уменьшалось время счета задачи.

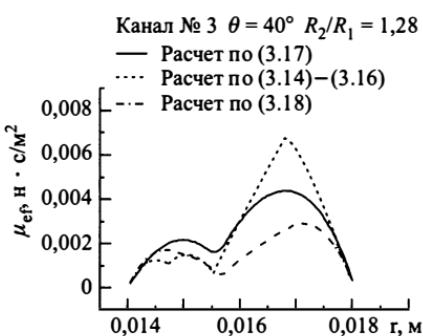


Рис. 38. Распределение эффективной вязкости μ_{ef} в канале № 3 (табл. 3.3)

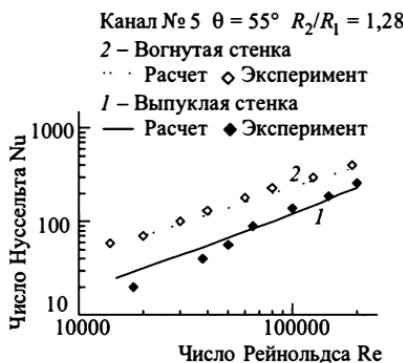


Рис. 39. Теплоотдача в винтообразном канале № 5 (табл. 3.3).
 $D/h = 12,1$; $b/h = 13,8$

Проведенное тестирование показало, что предложенный метод расчета дает надежные результаты и с успехом может быть использован для оценки параметров гидродинамики и теплообмена при развитом турбулентном течении в кольцевых каналах с закруткой потока при условии, что радиус кривизны линий тока осредненного течения не менее, чем в 7–8 раз превосходит характерный размер канала (в данном случае – ширину кольцевого зазора) и не может быть

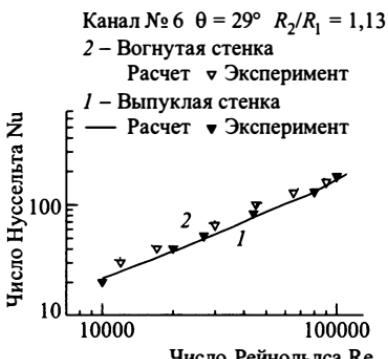


Рис. 40. Теплоотдача в винтообразном канале №6 (табл. 3.3).

$$D/h = 71,9; b/h = 14,1$$

сил инерции (см. гл. 1, п. 1.3.3), что приводит к возникновению детерминированных вихревых структур, препятствующих турбулентному перемешиванию слоев жидкости и обуславливающих их температурную стратификацию. Ниже, в гл. 5 вопрос о возможности существования макровихревых структур при высоких числах Рейнольдса рассматривается отдельно.

Следует добавить, что для всех рассмотренных выше каналов в режиме развитого турбулентного течения теплоотдача на вогнутой поверхности выше, а на выпуклой поверхности ниже, чем для гладких кольцевых каналов. Теплоотдача в гладком кольцевом канале при турбулентном течении может быть оценена согласно выражению, полученному в работе [236]: $Nu = 0,0225Re^{0,8}Pr^{0,6}$. Соответствующие зависимости приводятся на рис. 2 работы [226] и располагаются между экспериментальными точками (и между расчетными кривыми на рис. 35–37, 39–40), полученными для вогнутой и выпуклой поверхностей исследованных винтообразных каналов.

Систематические экспериментальные исследования влияния закрутки потока на интенсивность теплосъема с вогнутой и выпуклой поверхностей энергонапряженных кольцевых каналов тепловыделяющих сборок ядерных реакторов были проведены Э. А. Болтенко [232–233]. Опыты проводились на водяном стенде высокого давления. В качестве экспериментальных участков использовались электрообогреваемые модели, в которых нагрев трубок достигался путем непосредственного пропускания тока через стенки. Роль закручивателей выполняли дистанционирующие проволочные навивки, полностью перекрывающие ширину кольцевого зазора (см. рис. 2, г).

В экспериментах, сравнение с результатами которых представлено на рис. 41–43, теплоотдача на вогнутой и выпуклой поверхностях измерялась в кольцевом канале с отношением радиусов $R_2/R_1 = 1,3$ в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 10^3–10^5$ при давлении $P = 7,5$ –

использован для винтообразных каналов, характерные размеры которых сравнимы с их кривизной. Так, для канала 4, отношение среднего радиуса кривизны которого $\bar{R}_k = D/2$ к высоте канала h (ширине кольцевого зазора) равнялось 2,75, а отношение ширины к высоте канала $b/h = 4,2$, отличие расчетных и экспериментальных результатов превысило $\pm 20\%$. Можно предположить, что существенное снижение теплоотдачи у выпуклой стенки при течении в таких каналах связано с возрастанием интенсивности вторичных течений, формирующихся под действием

12,0 МПа и отношении тепловых потоков на стенках $q_{c2}/q_{c1} = 1,5$. Отличие геометрии области течения теплоносителя для трех рассмотренных на рис. 41–43 случаев связано только с изменением относительного шага закрутки однозаходной проволочной спирали S/d_h , где d_h — гидравлический диаметр канала¹⁾.

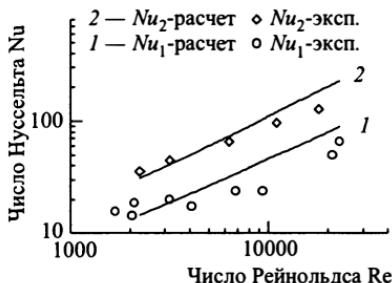


Рис. 41. Зависимость чисел Нуссельта для выпуклой Nu_1 и вогнутой Nu_2 поверхностей кольцевого канала с однозаходной проволочной спиралью при $S/d_h = 5$. Средний угол закрутки потока $\bar{\alpha} = 68^\circ$, $R_2/R_1 = 1,3$

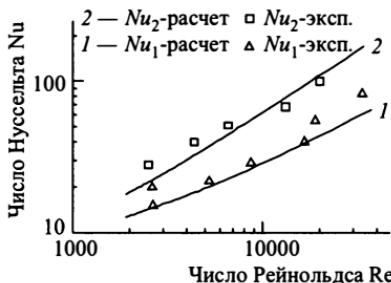


Рис. 42. Зависимость чисел Нуссельта для выпуклой Nu_1 и вогнутой Nu_2 поверхностей кольцевого канала с однозаходной проволочной спиралью при $S/d_h = 7$. Средний угол закрутки потока $\bar{\alpha} = 61^\circ$, $R_2/R_1 = 1,3$

Сравнение экспериментальных и расчетных результатов, представленных на рис. 41, показало, что для каналов с минимальным относительным шагом закрутки проволочной спирали $S/d_h = 5$, при котором средний угол закрутки потока равен 68° , расчет дает несколько завышенные результаты. Это связано с рассмотренным выше ограничением применимости используемого метода расчета из-за сравнимости высоты h и среднего радиуса кривизны \bar{R}_k винтообразного канала, по которому течет теплоноситель. В данном случае отношение $\bar{R}_k/h = 4,7$.

Рис. 42 демонстрирует приемлемое совпадение результатов расчетов и экспериментов в пределах характерной погрешности экспериментального определения коэффициента теплоот-



Рис. 43. Зависимость чисел Нуссельта для выпуклой Nu_1 и вогнутой Nu_2 поверхностей кольцевого канала с однозаходной проволочной спиралью при $S/d_h = 15$. Средний угол закрутки потока $\bar{\alpha} = 40^\circ$, $R_2/R_1 = 1,3$

¹⁾ Для каналов с однозаходными проволочными навивками гидравлический диаметр равен $d_h = 2(R_2 - R_1) \frac{1 - d/4(R_2^2 - R_1^2) \cos \theta}{1 + 0,5(R_1 + R_2) \cos \theta}$.

дачи $\pm 20\%$, хотя для данного относительного шага закрутки проволочной спирали $S/d_h = 7$ средний угол закрутки потока $\bar{\alpha}$ составляет 61° и отношение радиуса кривизны \bar{R}_k винтообразного канала к ширине кольцевого зазора h по-прежнему остается низким: $\bar{R}_k/h = 5,3$.

Для канала с максимальным относительным шагом навивки проволочной спирали $S/d_h = 15$ (рис. 43) при числах Рейнольдса $Re > 2 \cdot 10^4$ в экспериментах были получены аномально низкие значения чисел Нуссельта Nu как у выпуклой, так и у вогнутой поверхностей канала. При этом средний угол закрутки потока $\bar{\alpha}$ составляет 40° , а отношение $\bar{R}_k/h = 9,8$. Как показало тестирование на основе сравнения с экспериментальными данными работ [5–7, 51, 15, 225, 226], расчетный метод для данной геометрии винтообразного канала дает надежные результаты для однофазного течения теплоносителя. Поэтому объяснить снижение теплоотдачи для обеих поверхностей канала до значений, меньших, чем для гладкого кольцевого канала, скорее всего можно тем, что в данном случае в экспериментах Э.А. Болтенко исследовались условия течения пароводяной смеси, близкие к критическим, для которых характерно проявление термодинамической неравновесности и гидродинамической неустойчивости потока (из-за возможности локального изменения теплофизических свойств теплоносителя, двухфазности потока и т. д.), что может приводить к режиму ухудшенного теплообмена.

В целом, проведенное сравнение показывает, что предложенный метод расчета теплоотдачи применим для различных теплоносителей при их однофазном течении в кольцевых каналах со спиральными завихрителями различной геометрии как полностью, так и лишь частично перекрывающими ширину кольцевого зазора.

Выводы к главе 3

Предложенный в настоящей главе метод расчета гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах со спиральными завихрителями дает возможность рассчитать гидравлическое сопротивление кольцевых каналов с различными закручивающими устройствами и теплоотдачу у выпуклой и вогнутой поверхностей канала при однофазном закрученном турбулентном течении теплоносителя. Метод позволяет оценить влияние геометрии завихрителей на распределение осредненных полей скорости и температуры в кольцевых каналах, а также рассчитать теплоотдачу при произвольном соотношении тепловых потоков на стенах канала.

Вычислительный алгоритм гидродинамического расчета основан на численном решении осредненных дифференциальных уравнений и организации сложного итерационного процесса. Рассмотрены вопросы улучшения сходимости и минимизации времени счета задачи о распределении полей скорости и давления при произвольном по радиусу расположении завихрителей.

Для оценки теплоотдачи в кольцевых каналах с завихрителями получены интегральные соотношения в форме модифицированных интегралов Лайона. Это дает возможность расчетным путем определить коэффициенты теплоотдачи у выпуклой и вогнутой поверхностей канала при произвольном соотношении тепловых нагрузок, используя преимущество аналитических решений — минимальное время счета и универсальность относительно формы и области расположения завихрителей.

С помощью предложенного метода расчета, наряду с определением относительного увеличения гидравлического сопротивления каналов при использовании спиральных интенсификаторов теплообмена, можно оценить вклад в процесс интенсификации теплообмена двух составляющих: закрутки потока, генерируемой спиральными завихрителями, и эффекта оребрения или развития поверхности. Это дает возможность решать оптимизационные задачи с точки зрения выбора геометрии завихрителей, обеспечивающей повышение теплоэнергетической эффективности и надежности работы ядерно-энергетических установок, а также снижение их массогабаритных характеристик.

Верификация предложенного метода расчета проведена на основе сравнения с результатами экспериментальных исследований гидродинамики и теплообмена в кольцевых каналах с непрерывными по длине спиральными завихрителями. Как предельный случай применения расчетного метода рассмотрено его использование для винтообразных каналов. Проведенное сравнение показало хорошее согласование результатов расчетов и экспериментов в исследованной области режимных параметров как для кольцевых каналов с частичным перекрытием их ширины спиральными закручивателями, так и для используемой на практике геометрии винтообразных каналов.

Метод может быть рекомендован для развитого турбулентного течения теплоносителя в кольцевых каналах со спиральными завихрителями в следующем диапазоне изменения геометрических и режимных параметров:

- отношение радиусов поверхностей кольцевых каналов: $R_2/R_1 = 1,1\text{--}3,0$;
- угол закрутки спиральных элементов: $\theta = 0\text{--}90^\circ$;
- загромождение канала: $\varepsilon = 0,08\text{--}1,0$;
- число заходов спиральных элементов: $m = 1\text{--}6$ (для гофрированных поверхностей m может быть больше 6 и имеет только технологические ограничения);
- отношение среднего радиуса кривизны каналов \bar{R}_k при $\varepsilon = 1$ (для винтообразных каналов) к ширине кольцевого зазора h : $\bar{R}_k/h = 7\text{--}\infty$;
- диапазон чисел Рейнольдса $Re = 5 \cdot 10^3\text{--}10^6$.

Реализация вычислений осуществляется с помощью пакета программ, включающего программу гидродинамического расчета CIRCAN и программу теплового расчета LAYON.

Г л а в а 4

МЕТОД РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА В ТРУБАХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ЗАВИХРИТЕЛЯМИ

4.1. Постановка задачи. Вывод расчетных уравнений

4.1.1. Введение

Для энергетических, теплообменных и технологических установок с каналами большой протяженности в целях достижения максимальной энергетической эффективности целесообразно организовать закрутку потока таким образом, чтобы значительно увеличить теплоотдачу при минимальном увеличении гидравлического сопротивления.

Целью исследования, результаты которого представлены в настоящей главе, являлась разработка физически обоснованной математической модели процессов гидродинамики и теплообмена неустановившихся закрученных течений в каналах с локальными завихрителями различной геометрии и создание на этой основе инженерного метода расчета теплогидравлических характеристик каналов для того, чтобы можно было оценить, как локальные или периодически расположенные завихрители различных видов влияют на поле скоростей, закрутку потока, теплопередачу и падение давления в каналах.

В качестве характерной геометрии каналов с завихрителями, создающими закрутку потока вблизи теплопередающей поверхности при умеренном увеличении мощности на прокачивание, рассматривается геометрия круглых каналов с локальными периодически расположенными спиральными завихрителями, выполненными в виде многозаходного спирального оребрения внутренней поверхности трубы, как показано на рис. 44. Существуют, а также можно предложить и новые конструкции завихрителей, для которых данный метод расчета будет справедлив. Например, спиральные пружинные вставки, проволочные навивки, трубы с зонами спирально профилированной, накатанной или гофрированной поверхности и другие конструкции, упоминаемые в п. 1.2 гл. 1 (рис. 1) и в обзорах отечественных и зарубежных авторов [6, 7, 17, 24, 26–30]. Длина зон чередующихся участков с завихрителями и без них может быть произвольной и должна выбираться на основании полученных расчетных рекомендаций таким образом, чтобы интенсификация тепломассообмена достигалась при минимальном уве-

личении гидравлического сопротивления. В качестве расчетных объектов могут рассматриваться и аналогичные каналы с непрерывными по всей длине завихрителями, а также каналы с различными фронтовыми устройствами на входе, в которых реализуется затухающее закрученное течение теплоносителя.

Закрученное течение при периодическом расположении завихрителей, не полностью перекрывающих проходное сечение канала (рис. 44), является неустановившимся и характеризуется изменяющимися по длине канала полями скорости и давления. В зоне расположения завихрителей l_1 закрутка будет нарастать, достигая максимального значения на выходе из этой зоны, а в зоне отсутствия завихрителей l_2 — убывать до определенного уровня, пока поток не достигнет следующего участка с закручивающими элементами.

В настоящей главе предложен метод расчета, который можно отнести к интегрально-параметрическим методам [50, 218]. Использование таких методов позволяет избежнуть сложностей, связанных с описанием поля рейнольдсовых напряжений в каждой точке пространства и решением уравнений сдвигового слоя в форме дифференциальных уравнений в частных производных. Вместо этого, за счет интегрирования по пространственной координате, система расчетных уравнений сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с продольной координатой в качестве независимой переменной и параметрами профиля скорости и давления в качестве зависимых переменных.

Предлагаемый метод расчета труб с локальными завихрителями основан на применении модели трансформации вихря, подробное описание которой будет дано ниже. Эта модель дает возможность проследить динамику изменения полей скорости, давления и температуры в цилиндрических каналах как в области нарастающей интенсивности крупномасштабной циркуляции потока в зоне расположения завихрителей l_1 , так и в области затухания закрученного потока l_2 .

В систему основных расчетных уравнений метода входят осредненные интегральные уравнения сохранения импульса, потока вихря и энергии, полученные на основе пространственно осредненных дифференциальных уравнений (2.36)–(2.39) при использовании параметрического описания компонент скорости, и замыкающие феноменологиче-

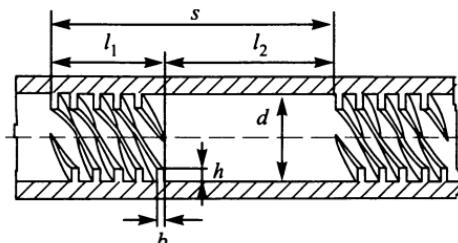


Рис. 44. Схема канала с периодически расположенными локальными завихрителями. S — шаг расположения участков с закручивающими элементами; l_1 — область расположения завихрителей (зона генерации закрутки); l_2 — длина участка на шаге S , где завихрители отсутствуют (зона затухания закрутки)

ские соотношения для определения компонент тензора сопротивления (см. п. 2.3.2) и скоростных формпараметров модели.

4.1.2. Вывод интегральных уравнений

Для получения интегральных уравнений сохранения импульса за-крученного потока в канале с завихрителями проинтегрируем уравнения (2.36)–(2.38) по сечению канала, предварительно умножив уравнение (2.37) на r , и принимая условие стационарности:

$$\begin{aligned} - \int_0^{R_0} \rho u_\phi^2 dr + \int_0^{R_0} \frac{\partial(r u_z u_r)}{\partial z} r dr = -P(R_0) R_0 + \int_0^{R_0} P dr + \\ + R_0 \tau_{zz}(R_0) - \int_0^{R_0} \tau_{\phi\phi} dr + \int_0^{R_0} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} r dr + \int_0^{R_0} f_r r dr, \quad (4.1) \end{aligned}$$

$$\int_0^{R_0} \frac{\partial(\rho u_\phi u_z)}{\partial z} r^2 dr = R_0^2 \tau_{r\phi}(R_0) + \int_0^{R_0} \frac{\partial \tau_{z\phi}}{\partial z} r^2 dr + \int_0^{R_0} f_\phi r^2 dr, \quad (4.2)$$

$$\int_0^{R_0} \frac{\partial \rho u_z^2}{\partial z} r dr = - \int_0^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} P z dr + R_0 \tau_{rz}(R_0) + \int_0^{R_0} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} r dr + \int_0^{R_0} f_z r dr, \quad (4.3)$$

где τ_{ij} ($i, j = r, \phi, z$) — компоненты тензора эффективных поверхностных напряжений (2.35), переобозначенные для удобства записи, как это было сделано в гл. 3, п. 3.1; P — давление; τ_{ij} и P являются функциями радиальной r и продольной z координат; R_0 — внутренний радиус канала ($R_0 = d/2$ на рис. 44).

Для стационарных условий осредненное уравнение неразрывности (2.39) дает прямую связь между радиальной и осевой компонентами скорости:

$$u_r(r, z) = -\frac{1}{\rho r} \int_0^r r \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} dr. \quad (4.4)$$

Оценка порядка величины членов уравнений (4.1)–(4.3) показывает, что можно пренебречь изменением импульса за счет диффузионного рассеяния вдоль канала, а также членами, содержащими радиальную компоненту скорости u_r , величина которой, как следует из уравнения (44) значительно меньше других компонент скорости. Это дает возможность упростить уравнения (4.1)–(4.3), которые при условии неизменности границы канала $R_0 = \text{const}$ примут вид:

$$-\int_0^{R_0} \rho u_\phi^2 dr = -P(z, R_0) R_0 + \int_0^{R_0} P(z, r) dr + \int_0^{R_0} f_z r dr, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \rho u_\phi u_z r^2 dr = R_0^2 \tau_{r\phi}(R_0) + \int_0^{R_0} f_\phi r^2 dr, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \rho u_z^2 r dr = -\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} P(z, r) r dr + R_0 \tau_{rz}(R_0) + \int_0^{R_0} f_z r dr. \quad (4.7)$$

Уравнения (4.5) и (4.7) выражают закон сохранения импульса потока в радиальном и продольном направлениях, а уравнение (4.6), являясь уравнением сохранения момента импульса относительно продольной оси z в закрученном потоке, показывает, что изменение осевой составляющей момента импульса потока $M = 2\pi \int_0^{R_0} \rho u_\phi u_z r^2 dr$ вдоль оси z обусловлено действием моментов силы трения на стенке и окружной компоненты силы сопротивления f_ϕ .

Для характеристики интенсивности закрутки потока в каналах с переменным по радиусу полем скорости наиболее часто используется интегральный параметр закрутки Y (1.1) (см. п. 1.3.1), определяемый как отношение осевой составляющей потока момента импульса M к произведению осевой составляющей потока импульса K на радиус канала (R_0):

$$Y = \left(\int_0^{R_0} \rho u_\phi u_z r^2 dr \right) / \left(\int_0^{R_0} \rho u_z^2 r dr \right) = \frac{M}{R_0 K}. \quad (4.8)$$

Изменение интегрального параметра закрутки по длине канала с локальными завихрителями можно определить, зная, как изменяются поля скоростей и давления в канале:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dz} = \frac{1}{M} \frac{dM}{dz} - \frac{1}{K} \frac{dK}{dz}, \quad (4.9)$$

где dM/dz и dK/dz определяются в соответствии с уравнениями (4.6) и (4.7):

$$\frac{dM}{dz} = R_0^2 \tau_{r\phi}(R_0) + \int_0^{R_0} f_\phi r^2 dr, \quad (4.10)$$

$$\frac{dK}{dz} = -\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} P(z, r) r dr + R_0 \tau_{rz}(R_0) + \int_0^{R_0} f_z r dr. \quad (4.11)$$

Уравнение (4.5) дает связь только между интенсивностью окружной скорости и радиальным градиентом давления, не имея достаточной информативности для описания скоростного поля в закрученном потоке. В связи с этим для теоретического анализа изменения скоростного поля закрученного потока и для замыкания системы расчетных уравнений значительно удобнее использовать уравнение сохранения потока вихря

в угловом направлении. Это уравнение можно получить, используя уравнение Гельмгольца, которое не содержит функции давления P и для стационарных условий имеет вид:

$$(\mathbf{u}\nabla)\boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega}\nabla)\mathbf{u} = \text{rot}(\text{Div } \vec{\sigma}), \quad (4.12)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{u}$, $\text{Div } \vec{\sigma}$ — дивергенция тензора поверхностных напряжений (2.4).

Осредненное по угловой координате φ уравнение для окружной компоненты вихря ω_ϕ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\rho u_r^2}{r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{u_\phi^2}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \rho u_z u_r}{\partial z} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 \tau_{rr}}{\partial z \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{rz}}{\partial z^2} - \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 \tau_{zz}}{\partial r \partial z} + \frac{\partial f_r}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial r}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где u_i , τ_{ij} , f_i ($i, j = r, \phi, z$) — осредненные по угловой координате ϕ компоненты скорости потока, тензора эффективных поверхностных напряжений и силы сопротивления соответственно (см. п. 2.2.3).

Интегрируя уравнение (4.13) по r , получим интегральное уравнение для окружной компоненты вихря:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \left(\frac{\rho u_r^2}{r} - \frac{\rho u_\phi^2}{r} \right) dr + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{R_0} \rho u_r u_z dr - \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_0^{R_0} = \\ = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \frac{\tau_{rr} - \tau_{\phi\phi}}{r} dr + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{rr} \Big|_0^{R_0} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{R_0} \tau_{rz} dr - \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} \Big|_0^{R_0} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \Big|_0^{R_0} + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} f_r dr - f_z \Big|_0^{R_0}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Принимая во внимание, что $u_r(R_0) = 0$, а компоненты τ_{rr} и $\tau_{\phi\phi}$ пренебрежимо малы по сравнению с остальными членами уравнения (4.14), получим окончательный вид интегрального уравнения для окружной компоненты вихря:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^R \frac{\rho(u_r^2 - u_\phi^2)}{r} dr + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^R \rho u_z u_r dr - \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_0^R = \\ = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{R_0} \tau_{rz} dr - \frac{\partial(r\tau_{rz})}{r \partial r} \Big|_0^{R_0} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \Big|_0^{R_0} + \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-h}^{R_0} f_r dr - f_z \Big|_{R_0-h}^{R_0}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

здесь учтено, что компоненты силы сопротивления f_r, f_z имеют отличные от нуля значения только в области кольцевого слоя, где располагаются завихрители: $R_0 - h \leq r \leq R_0$ (см. п. п. 2.3.1–2.3.2).

Итак, для решения задачи о динамике изменения скоростного поля закрученного потока в канале с завихрителями получена следующая система интегральных уравнений: уравнения (4.6), (4.7) и уравнение (4.15), выражающие соответственно законы сохранения момента импульса, импульса и окружной компоненты вихря.

4.1.3. Описание профиля окружной скорости закрученного потока. Предварительный анализ

Идеализированный профиль. Как уже говорилось в гл. 1 (п. 1.3.2), многочисленные экспериментальные исследования показали, что для закрученных течений в каналах с интенсивностью закрутки, характеризуемой интегральным параметром $Y > Y^*$ (1.1), при $Y > Y^*$ ($Y \approx 0,23$) характерно автомодельное распределение окружной скорости по радиусу канала, близкое по форме к распределению скорости в идеальном вихре (1.2): $u_\phi = \omega r$ при $0 < r < r_\omega$, $u_\phi = u_{\phi\omega} r_\omega / r$ при $r_\omega \leq r \leq R$ (обозначения соответствуют рис. 5). Такое описание является двухпараметрическим, неизвестными параметрами в нем будут угловая скорость в области квазитвердого вращения ω и радиус максимальной окружной скорости r_ω , определяющий границу между областями квазитвердого вращения 1 и квазипотенциального течения 2 (см. рис. 5).

В силу того, что идеализированный профиль (1.2) качественно близок к реальному профилю окружной скорости u_ϕ , используем его, чтобы оценить, как связаны и изменяются параметры r_ω и ω по мере затухания закрутки.

Подставляя соотношения (1.2) в выражение для осевой составляющей потока момента импульса M , получим:

$$\begin{aligned}
 M &= 2\pi \int_0^{r_\omega} \rho u_z \omega r^3 dr + 2\pi \int_{r_\omega}^{R_0} \rho u_z \frac{u_{\phi\omega} r_\omega}{r} r^2 dr = \\
 &= 2\pi \int_0^{R_0} \rho u_z u_{\phi\omega} r_\omega r dr + 2\pi \int_0^{r_\omega} [\rho u_z \omega r^3 - \rho u_z u_{\phi\omega} r_\omega r] dr = \\
 &= G u_{\phi\omega} r_\omega - 2\pi \int_0^{r_\omega} \rho u_z r \omega (r_\omega^2 - r^2) dr = G \omega r_\omega^2 - 2\pi \omega \int_0^{r_\omega} \rho u_z r (r_\omega^2 - r^2) dr, \\
 M &= \omega \left(G r_\omega^2 - 2\pi \int_0^{r_\omega} \rho u_z (r_\omega^2 - r^2) r dr \right), \tag{4.16}
 \end{aligned}$$

где G — массовый расход жидкости через канал,

$$G = 2\pi \int_0^{R_0} \rho u_z r dr,$$

ω — угловая скорость в области квазитвердого вращения.

Воспользовавшись интегральным уравнением сохранения момента импульса (4.6), получим зависимость для изменения искомых параметров ω и r_ω по длине канала с затухающим закрученным течением:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \omega \left[\frac{Gr_\omega^2}{2\pi} - \int_0^{r_\omega} \rho u_z (r_\omega^2 - r^2) r dr \right] \right\} = R_0^2 \tau_{r\phi} \Big|_{r=R_0}, \quad (4.17)$$

где ω и r_ω являются функциями продольной координаты z , $\tau_{r\phi}$ — касательное напряжение на стенке, а u_z является функцией r и z .

Если $r_\omega = R$, т. е. максимум скорости $u_\phi(r)$ лежит на стенке, что соответствует слабой интенсивности закрутки ($Y \leq Y^*$), то для изменения ω по z получим:

$$\frac{\partial M}{\partial z} = \frac{\partial \omega}{\partial z} \left[\frac{GR_0^2}{2\pi} - \int_0^{R_0} \rho u_z (R_0^2 - r^2) r dr \right] = \frac{\partial \omega}{\partial z} \int_0^{R_0} \rho u_z r^3 dr = R_0^2 \tau_{r\phi} \Big|_{r=R_0}. \quad (4.18)$$

Квазитвердый характер вращения закрученного потока в центральной области канала и характер распределения окружной скорости в периферийной области, близкий к квазипотенциальному, при котором приближенно выполняется условие постоянства циркуляции $\Gamma = u_\phi r \approx \text{const}$, подтверждается рядом специальных исследований [5, 6, 18, 39, 42]. Это дает возможность предположить, что использование идеализированного профиля скорости в указанных областях, исключая окрестность вблизи точки максимума профиля $u_\phi(r)$, позволяет приблизенно оценить распределение момента силы трения в закрученном потоке.

Представляя касательное напряжение в виде (2.63): $\tau_{r\phi} = \mu_{\text{ef}} r \frac{\partial(u_\phi/r)}{\partial r}$, где μ_{ef} — эффективная вязкость, и используя описание профиля скорости в идеализированном вихре (1.2), получим:

$$\begin{aligned} \tau_{r\phi} &= 0 \text{ при } 0 \leq r < r_\omega - \delta \text{ в области квазитвердого вращения,} \\ \tau_{r\phi} &= \frac{-2\mu_{\text{ef}} u_\phi \omega r_\omega}{r^2} = -2\mu_{\text{ef}} \omega \left(\frac{r_\omega}{r} \right)^2 \text{ при } r_\omega + \delta < r \leq R, \end{aligned} \quad (4.19)$$

где δ — полуширина окрестности в области максимума реального профиля $u_\phi(r)$, в которой наблюдается наибольшее отличие от идеализированного профиля (1.2).

Момент силы трения, приходящийся на единицу длины канала, имеет единственную отличную от нуля составляющую в продольном направлении: $m_z = \tau_{r\phi} 2\pi r^2$.

Используя зависимости (4.19), для приближенной оценки момента силы трения будем иметь:

$$m_z = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq r < r_{\omega-\delta} \\ -4\pi\mu_{\text{ef}}\omega r_{\omega}^2 \approx \text{const} & \text{при } r_{\omega} + \delta < r \leq R. \end{cases} \quad (4.20)$$

Первоначальный вариант параметрического описания реального профиля окружной скорости, который мог бы быть использован при решении интегральных уравнений (4.6), (4.7) и (4.15), был предложен в работе [237].

Для описания динамики изменения скоростного поля при неуставновившемся закрученном течении жидкости в канале в работе [237] была апробирована методика расчета, основанная на двухпараметрическом представлении профиля окружной скорости закрученного потока $u_{\phi}(r)$, скорректированном в соответствии с обобщением экспериментальных зависимостей, полученных различными авторами, следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{\phi}(r, z) &= \omega(z)r \left[1 - \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_{\omega}(z)} \right)^{n-1} \right] \text{ при } 0 \leq r \leq r_{\omega}, \\ u_{\phi}(r, z) &= a + br + cr^2 + dr^3 \text{ при } r_{\omega} < r < R_0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где $\omega(z)$ — угловая скорость в области квазивердого вращения, n — эмпирический коэффициент: $n \approx 4$; коэффициенты a, b, c, d являются функциями параметров ω и r_{ω} и определяются из условий сшивки профилей, постоянства циркуляции вблизи стенки и достижения максимума скорости при $r = r_{\omega}$.

В качестве граничного условия для замыкания задачи в области затухания закрутки использовалась теоретическая зависимость, полученная в результате приближенного аналитического решения уравнения (4.10) и хорошо согласующаяся с результатами экспериментальных исследований А. А. Халатова [4] и других авторов [42, 43, 238, 239]:

$$u_{\phi 0}(z) = u_{\phi 0}(0) \frac{z}{R_0} \exp \left(-\frac{0.237}{Re_z^{0.25}} (U_0^2 + 1)^{0.375} \right), \quad (4.22)$$

где $U_0 = (u_{\phi 0}(0))/(u_{z0}(0))$ — степень закрутки потока на стенке на выходе из завихрителя ($z = 0$ соответствует начальному сечению участка l_2); $u_{\phi 0}(z)$, $u_{z0}(z)$ — отличные от нуля значения окружной и продольной компонент осредненной скорости потока на стенке, соответствующие профилю скорости со скольжением, полученному в предположении постоянства эффективной вязкости по сечению канала [259]; $Re_z = \frac{\bar{u}_z d}{\nu}$ — число Рейнольдса.

Для определения связи между параметрами ω и r_ω брались эмпирические соотношения, такие, как (1.7), (1.8) или полученное в работе [4] соотношение:

$$\frac{u_{\phi 0}(z)}{u_{z0}(z)} = 1,18(Y(z))^{0.76}, \quad (4.23)$$

что не приводило к качественному изменению результатов расчета.

Использование подхода, основанного на применении описания (4.21)–(4.23) для расчета окружной компоненты скорости и численном решении интегральных уравнений (4.6), (4.7) и (4.15) относительно определения динамики изменения полей скорости и давления в затухающем закрученном потоке показало, что выбор в качестве определяющего параметра радиуса максимума окружной скорости r_ω не совсем оправдан, так как при ослаблении закрутки зона максимума скорости становится более размытой и на величину Y влияет не столько перемещение r_ω , сколько величина отношения максимального значения окружной скорости к ее значению на границе $\frac{u_{\phi \max}(z)}{u_{\phi 0}(z)}$ или отношения $\frac{\omega(z)R}{u_{\phi 0}(z)}$. К тому же, был сделан вывод о необходимости использования параметрического описания также и для продольной компоненты осредненной скорости потока $u_z(r)$, чтобы учесть влияние радиального градиента давления, зависящего от величины тангенциальной скорости $u_\phi(r)$, на изменение распределения продольной скорости в канале.

Экспериментальные данные различных авторов по измерению профиля окружной компоненты скорости в закрученных потоках фактически подтверждают наличие крупномасштабной вихревой структуры потока в размере диаметра всего канала. Сделанные в работе [210] теоретические оценки показали, что энергия сформировавшегося в канале продольного крупномасштабного вихря на один-два порядка превосходит энергию крупных вихрей в зонах отрыва потока при использовании завихрителей, и на три-четыре порядка выше энергии, аккумулируемой пристеночными вихревыми структурами, о которых говорилось в гл. 1 (п. 1.5.2). Поскольку, как отмечается в работе [127], любая завихренность поперек потока подавляется более интенсивной завихренностью в направлении потока, то можно предположить, что наличие зон отрывного течения в каналах со спиральными завихрителями при невысоких загромождениях не оказывает большого влияния на форму профиля осредненной скорости.

В работе [210] было получено также приближенное аналитическое решение для определения положения границы r_ω между зонами квазиверного и квазипотенциального вращения, соответствующей максимуму окружной скорости u_ϕ . Задача решалась на основе рассмотрения интегральных балансов сохранения импульса, момента импульса и массы при использовании соотношений (4.16)–(4.20) и профиля (1.2). Вид

полученного решения определяется зависимостями:

$$\frac{r_\omega}{R_0} = \left(\frac{-X + (X^2 + 4X)^{0.5}}{2} \right)^{0.5}, \quad X = \frac{U^{1.75}}{2\sqrt{1+U^{1.5}}}, \quad (4.24)$$

где r_ω — радиальная координата, соответствующая максимуму окружной скорости u_ϕ ; R_0 — внутренний радиус круглого канала; $U = \frac{u_{\phi 0}(z)}{u_{z0}(z)}$ — степень закрутки потока, соответствующая тангенсу угла закрутки потока на стенке ($U = \tan \theta_\theta$, см. п. 1.3).

На рис. 45 представлено сравнение приближенного решения (4.24), полученного для идеализированного вихря, с результатами экспери-

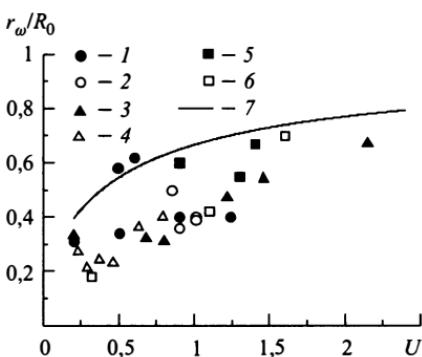


Рис. 45. Зависимость положения относительной координаты максимума r_ω/R_0 профиля тангенциальной компоненты скорости закрученного потока в трубе от степени закрутки потока на стенке $U = u_{\phi 0}(z)/u_{z0}(z)$. Экспериментальные данные соответствуют работам: 1 — [7, 240], 2 — [241], 3 — [242], 4 — [42], 5 — [43], 6 — [239], 7 — расчет по формулам (4.24)

ментальных измерений различных авторов. Проведенное сравнение показывает, что полученное аналитическое решение (4.24) соответствует верхней границе разброса экспериментальных данных, причем при увеличении интенсивности закрутки потока различие между теоретической зависимостью и экспериментальными данными уменьшается. Вместе с тем, систематически завышенная расчетная оценка отношения r_ω/R_0 по сравнению с экспериментальными значениями говорит о неэффективности применения теоретического анализа, основанного на использовании идеализированного профиля (1.2) для получения количественных результатов.

Заключить проведенный предварительный анализ можно следующими выводами.

Обобщение накопленной к настоящему времени экспериментальной информации позволяет говорить, что для широкого диапазона изменения чисел Рейнольдса, соответствующего турбулентному режиму течения жидкости в каналах:

- существует характерная для крупномасштабного вихря автомодельность формы профиля тангенциальной (окружной) компоненты осредненной скорости закрученного потока;
- существует взаимосвязь между распределениями тангенциальной и продольной компонент скорости по радиусу канала, выявляемая при изменении интенсивности закрутки потока;

— существует взаимосвязь между изменением продольного и радиального градиентов давления и поля скорости закрученного течения в канале.

Указанные экспериментальные факты и проведенный предварительный расчетный анализ привели к созданию модели *трансформации вихря*, рассматривающей закрученное течение в канале с позиций существования крупномасштабной вихревой структуры закрученного потока. К описанию и обоснованию этой модели мы и переходим в следующем разделе данной главы.

4.2. Модель трансформации вихря

Подход к решению задачи расчета динамики изменения полей скорости, давления и температуры в каналах с локальными завихрителями основан на использовании модели трансформации вихря. Разработке и применению этой модели для решения задач гидродинамики и теплообмена в каналах с закручающими устройствами были посвящены работы [206, 207, 237, 212, 243–245].

4.2.1. Основные положения

Модель трансформации вихря заключает в себе три основных положения:

- параметрическое описание тангенциальной и продольной компонент осредненной скорости закрученного потока;
- переход от решения дифференциальных уравнений относительно локальных компонент скорости и давления к решению осредненных интегральных уравнений относительно скоростных формпараметров модели;
- использование замыкающих эмпирических соотношений для учета эффекта анизотропии сопротивления в каналах с завихрителями, не полностью перекрывающими их проходное сечение.

4.2.2. Система расчетных уравнений

В систему расчетных уравнений модели входят осредненные интегральные уравнения сохранения импульса (4.6), момента импульса (4.7) и потока вихря (4.15), уравнение энергии и замыкающие феноменологические соотношения для определения компонент тензора сопротивления и внутреннего скоростного формпараметра модели.

Для стационарного потока несжимаемой жидкости система основных уравнений модели трансформации вихря имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \rho u_\phi u_z r^2 dr = R_0^2 \tau_{r\phi}(R_0) + \int_0^{R_0} f_\phi r^2 dr, \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \rho u_z^2 r dr = -\frac{R_0}{2} \frac{\partial \bar{P}^a}{\partial z} + R_0 \tau_{rz}(R_0) + \int_0^{R_0} f_z r dr, \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{R_0} \frac{\rho(u_r^2 - u_\phi^2)}{r} dr + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{R_0} \rho u_z u_r dr - \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_0^{R_0} = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{R_0} \tau_{rz} dr - \frac{\partial(r \tau_{rz})}{r \partial r} \Big|_0^{R_0} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \Big|_0^{R_0} + \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-h}^{R_0} f_r dr - f_z \Big|_{R_0-h}^{R_0}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\rho c_p u_z F \frac{\partial T}{\partial z} = K_l(T_2 - T), \quad (4.28)$$

где u_i — компоненты осредненной скорости потока; f_i — компоненты силы сопротивления; τ_{ij} — компоненты тензора осредненных поверхностных напряжений;

$$\bar{P}^a(z) = \frac{2}{R_0^2} \int_0^{R_0} P(r, z) r dr$$

— осредненное давление в поперечном сечении, которое зависит только от координаты z ; R_0 — внутренний радиус канала; u_i , P , τ_{ij} , f_i , ($i, j = r, \phi, z$) являются функциями r и z ; F — площадь теплопередающей поверхности; T_2 — температура с внешней стороны канала, K_l — коэффициент теплопередачи.

В безразмерном виде, который используется для численного решения задачи, уравнения (4.25)–(4.27) записываются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho u_\phi u_z R^2 dR = \tau_{r\phi} \Big|_{R=1} + R_0 \int_0^1 f_\phi R^2 dR, \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho u_z^2 R dR = -\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}^a}{\partial Z} + \tau_{rz} \Big|_{R=1} + R \int_0^1 f_z R dR, \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho \frac{u_z^2 - u_\phi^2}{R} dR + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \int_0^1 \rho u_z u_r dR - \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial Z} \Big|_0^1 = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \int_0^1 \tau_{rz} dR - \frac{\partial(R \tau_{rz})}{R \partial R} \Big|_0^1 - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial Z} \Big|_0^1 + \frac{R \partial}{\partial Z} \int_{1-h/R_0}^1 f_r dR - R f_z \Big|_{1-h/R_0}^1, \end{aligned} \quad (4.31)$$

где $R = r/R_0$ и $Z = z/R_0$ — безразмерные радиальная и осевая координаты.

Способ описания силы сопротивления \mathbf{f} является универсальным для обоих методов расчета, рассматриваемых в гл. 3 и 4. Поэтому для расчета труб с локальными завихрителями произвольной формы используются те же замыкающие феноменологические соотношения для определения компонент тензора сопротивления k_{ij} в описании силы сопротивления: $f_i = -k_{ij}u_j$ (суммирование по j), которые приводятся в гл. 2 (п. 2.3), и которые были использованы в гл. 3 для расчета кольцевых каналов со спиральными завихрителями.

4.2.3. Параметрическое описание поля скорости

Параметрическое описание тангенциальной компоненты скорости. Как показал предварительный анализ (п. 4.1.3), описание реального профиля окружной (тангенциальной) скорости $u_\phi(r)$ можно упростить, и вместо соотношений (4.21) с разграничением по r_ω использовать единую полиномиальную зависимость:

$$u_\phi(R, Z) = a_0 + a_1R + a_2R^m + a_3R^n, \quad (4.32)$$

где $R = r/R_0$ и $Z = z/R_0$ безразмерные координаты.

Значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3 можно получить из следующих условий:

$$\begin{aligned} u_\phi(0, Z) &= 0; \quad u_\phi(1, Z) = u_{\phi 0}(Z); \\ \frac{\partial u_\phi}{\partial R} \Big|_{R=0} &= \omega R_0; \quad \frac{\partial(u_\phi R)}{\partial R} \Big|_{R=1} = 0, \end{aligned} \quad (4.33)$$

где $u_{\phi 0}$ — тангенциальная скорость на стенке, которая является одним из модельных параметров и зависит только от осевой координаты Z , ω — угловая скорость вращения потока в центральной области канала.

В соответствии с условиями (4.33) тангенциальная компонента скорости принимает вид:

$$u_\phi(R, Z) = u_{\phi 0}(Z)[f_1(R) + q(Y)f_2(R)], \quad (4.34)$$

где f_1 и f_2 функции, зависящие от радиальной координаты:

$$\begin{aligned} f_1(R) &= \frac{1}{n-m}[(n+1)R^m - (m+1)R^n]; \\ f_2(R) &= \frac{1}{n-m}[(n-m)R - (n-1)R^m + (m-1)R^n]; \end{aligned} \quad (4.35)$$

$q = \frac{\omega R_0}{u_{\phi 0}}$ — внутренний параметр модели, который зависит от координаты Z и является функцией интенсивности закрутки потока $Y(Z)$. По своей сути $q(Y)$ является формпараметром, связанным с пространственной структурой крупномасштабного вихря. В данной концепции решения задачи этот скоростной формпараметр модели является одним из замыкающих параметров, и для наилучшего согласования с экспери-

ментальными результатами должен определяться с помощью эмпирических зависимостей или на основе физически оправданной гипотезы.

Наилучшее согласование с экспериментальными данными различных авторов [6, 7, 39, 42, 43, 239, 241, 242, 246] по измерению профиля окружной компоненты скорости $u_\phi(r)$ для затухающих закрученных потоков в интервале чисел Рейнольдса, соответствующем турбулентному режиму течения, было достигнуто при значениях $m = 2,0$ и $n = 2,9$ в формулах (4.32), (4.35) и при использовании следующих аппроксимирующих зависимостей для описания внутреннего параметра модели $q(Y)$:

$$\begin{aligned} q(Y) &= -0,5Y/(Y - 0,258) \text{ при } Y < 0,25, \\ q(Y) &= 20e^{-0,97Y} \text{ при } Y \geq 0,25, \end{aligned} \quad (4.36)$$

где интегральный параметр закрутки Y определяется по формуле (4.8).

Для протяженных каналов замкнутых гидродинамических контуров, имеющих место, например, в ядерно-энергетических установках, при использовании закручивающих устройств, частично перекрывающих проходное сечение каналов, наиболее характерным режимом является гидродинамически стабилизированный режим течения с уставновившейся закруткой потока. В этом случае, как было показано в работе [245], для описания внутреннего скоростного формпараметра $q = \omega R_0/u_{\phi_0}$ можно использовать физическую гипотезу, основанную на результатах исследований, проведенных под руководством И. И. Новикова [2, 3, 235, 247–249], в которых было показано, что критическая скорость поступательного движения закрученного потока вязкой несжимаемой жидкости равна скорости распространения длинных центробежных волн.

Предполагая, что при достижении режима гидродинамической стабилизации потока в протяженных каналах со спиральными завихрителями средняя расходная скорость потока \bar{u}_z соответствует критической скорости продольного движения u_z^* закрученного потока [2]:

$$\bar{u}_z \approx u_z^* = u_\phi(r_\omega) \sqrt{\frac{R_0^2 - r_\omega^2}{2r_\omega^2}}, \quad (4.37)$$

а взаимосвязь продольного и радиального градиентов давления определяет автомодельную форму профиля окружной скорости, что характерно для существования крупномасштабной вихревой структуры потока, можно получить следующее замыкающее соотношение для определения скоростного формпараметра модели трансформации вихря q :

$$q = 0,5[1 + (1 + 4\bar{u}_z^2/u_{\phi 0}^2)^{0,5}], \quad (4.38)$$

где \bar{u}_z — средняя расходная скорость в канале; $u_{\phi 0}$ — экстраполированная тангенциальная скорость на стенке (см. рис. 5) или значение тангенциальной компоненты осредненной скорости потока на стен-

ке, соответствующее профилю скорости со скольжением, полученному в предположении постоянства эффективной вязкости [259].

Итак, в результате параметрического представления (4.34) тангенциальной компоненты осредненной скорости закрученного потока появилось два модельных параметра: экстраполированная тангенциальная скорость на стенке $u_{\phi 0}(R_0, Z)$ и внутренний формпараметр модели $q = \omega R_0 / u_{\phi 0}$, определяемый зависимостями (4.36) для неустановившейся закрутки потока или (4.38) для режима течения с установившейся закруткой потока.

Параметрическое описание продольной компоненты скорости. Анализ экспериментальных зависимостей, полученных для профиля осевой компоненты скорости $u_z(R)$, показал, что для его описания должен быть использован полином не ниже третьей степени, так как при высоких значениях интенсивности закрутки потока наблюдается перегиб профиля $u_z(R)$, соответствующий появлению зоны рециркуляционного течения. Поэтому для параметрического представления продольной компоненты осредненной скорости закрученного потока использовалась следующая полиномиальная зависимость:

$$u_z(R, Z) = c_0 + c_1 R + c_2 R^2 + c_3 R^3, \quad (4.39)$$

где $R = r/R_0$ — безразмерный радиус.

Три из четырех неизвестных коэффициентов полинома (4.39) c_0, c_1, c_2, c_3 могут быть определены из условий симметрии профиля (4.40), постоянства расхода жидкости (4.41) и условия сохранения градиента скорости в пристенной области, соответствующего турбулентному режиму течения (4.42):

$$\frac{\partial u_z}{\partial R} \Big|_{R=0} = 0, \quad (4.40)$$

$$2\pi \int_0^1 \rho u_z R dR = \bar{u}_z \rho \pi R_0^2, \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial R} \Big|_{R=1} = -\frac{u_z(R_0)}{l_{ex}}. \quad (4.42)$$

В последнем случае используется понятие *длины экстраполяции* l_{ex} ¹⁾ осредненного профиля $u_z(R)$ (в работе [259] аналогичный параметр назван *длиной скольжения*). По своему смыслу линейная длина экстраполяции l_{ex} определяет то расстояние от границы области течения (внутренней стенки канала), на котором значение скорости, соответствующее асимптотическому решению, (т. е. профилю скорости со скольжением на стенке, полученному в предположении постоянства

¹⁾ Использование понятия *длины экстраполяции* весьма распространено в различных разделах теоретической физики, связанных с теорией переноса, в частности, — в астрофизике и в теории нейтронно-физических расчетов [250].

эффективной вязкости), обращается в ноль при его линейной экстраполяции за границу.

С другой стороны, полиномиальная зависимость, описывающая распределение осевой компоненты скорости закрученного потока в канале $u_z(R, Z)$, может быть представлена в виде суммы двух полиномов, описывающих профиль скорости незакрученного турбулентного потока и неравномерность изменения скоростного распределения, обусловленную закруткой:

$$u_z(R, Z) = u_z^0(R) + u_z^{sw}(R, Z), \quad (4.43)$$

где $u_z^0(R)$ — асимптотический профиль скорости со скольжением [259], описывающий турбулентный незакрученный поток; $u_z^{sw}(R, Z)$ — профиль, характеризующий неравномерность распределения продольной скорости в закрученном потоке.

Вид профиля продольной скорости $u_z^0(R)$, соответствующий диффузионному приближению (т. е. условию постоянства эффективной вязкости по сечению канала) и описывающий турбулентное незакрученное течение, соответствует параболической зависимости и может быть найден при использовании полинома второй степени:

$$u_z^0(R) = b_0 + b_1 R + b_2 R^2, \quad (4.44)$$

коэффициенты которого b_0, b_1, b_2 определяются из следующих условий:

$$\left. \frac{\partial u_z^0}{\partial R} \right|_{R=0} = 0; \quad 2\pi \int_0^1 \rho u_z^0 R dR = \bar{u}_z^0 \rho \pi R_0^2; \quad (4.45)$$

$$\frac{u_z^0 \max}{\bar{u}_z^0} = 1 + 3,48 \frac{V^*}{\bar{u}_z^0}, \quad (4.46)$$

$$\text{где } \frac{V^*}{\bar{u}_z^0} = \sqrt{\frac{\lambda_{TP}}{8}}, \quad \lambda_{TP} = \frac{0,316}{Re_z^{0,25}}, \quad Re_z = \frac{\bar{u}_z^0 \cdot 2R_0}{\nu}.$$

Первые два условия (4.45) идентичны условиям (4.40) и (4.41), а третье условие (4.46) характеризует неравномерность распределения скорости по сечению круглого канала, соответствующую экспериментальным данным И. Никурадзе [244] по измерению профилей осредненной скорости для установившегося турбулентного течения в трубах.

Используя соотношения (4.45), (4.46), для профиля $u_z^0(R)$ получим:

$$u_z^0(R) = \bar{u}_z^0 [1 + Q(1 - 2R^2)], \quad (4.47)$$

где

$$Q = 3,48 \frac{V^*}{\bar{u}_z^0} = 3,48 \sqrt{\frac{\lambda_{TP}}{8}}. \quad (4.48)$$

Величина коэффициента Q характеризует относительное превышение максимального значения скорости над ее средним значением в радиальном распределении: $Q = (u_z^0 \max - \bar{u}_z^0)/\bar{u}_z^0$ и определяет длину экстраполяции профиля. Выражение для длины экстраполяции l_{ex}^0

профиля $u_z^0(R)$ можно получить, используя полученную зависимость (4.47):

$$l_{ex}^0 = -u_z^0(R_0) / \left(\frac{\partial u_z^0}{\partial R} \Big|_{R=1} \right) \Rightarrow l_{ex}^0 = \frac{(1-Q)R_0}{4Q}. \quad (4.49)$$

(Заметим в скобках, что для ламинарного течения $Q = 1$ и $l_{ex}^0 = 0$).

Полагая, что при турбулентном режиме течения закон трения на стенке для закрученного и незакрученного потоков отличается незначительно и соответствует зависимости Блазиуса, используем полученное выражение (4.49) для оценки длины экстраполяции l_{ex} профиля продольной компоненты скорости закрученного потока $u_z(R, Z)$ в граничном условии (4.42).

Таким образом, с помощью граничных условий (4.40)–(4.42), а также полученных выражений (4.47) и (4.49) полиномиальная зависимость (4.39) для профиля $u_z(R, Z)$ преобразуется к виду (4.43):

$$u_z(R, Z) = \bar{u}_z^0[1 + Q(1 - 2R^2)] + D(Z)f_3(R), \quad (4.50)$$

где первое слагаемое в правой части полученного выражения соответствует профилю $u_z^0(R)$ в описании (4.43), а второе — $u_z^{sw}(R, Z)$; \bar{u}_z^0 — средняя расходная скорость в канале, $f_3(R)$ определяет отличие формы профиля закрученного потока от формы скоростного распределения в незакрученном потоке и имеет следующий вид:

$$f_3(R) = (7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3, \quad (4.51)$$

а неизвестный параметр $D(Z)$ характеризует амплитуду неравномерности распределения осевой скорости по радиусу канала, которая зависит от координаты Z .

Параметр $D(Z)$ — амплитуда неравномерности осевой скорости закрученного потока, является третьим скоростным формпараметром модели трансформации вихря и определяется в процессе вычислений.

4.2.4. Оценка эффективной вязкости

В данной формулировке задачи (п. 4.2.2) необходимость оценки эффективной вязкости связана только с определением величины касательных напряжений на стенке $\tau_{r\phi}(R_0)$, $\tau_{rz}(R_0)$ и $\tau_{zz}(R_0)$, так как они фигурируют в постановочных интегральных уравнениях (4.25)–(4.27). Эти компоненты касательных напряжений соответствуют компонентам тензора эффективных поверхностных напряжений \vec{S}^{ef} (см. гл. 2) и, согласно выражениям (2.63), могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} \tau_{r\phi}(R_0) &= \mu_{ef} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) \right) \Big|_{R_0}, \\ \tau_{rz}(R_0) &= \mu_{ef} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \Big|_{R_0}, \\ \tau_{zz}(R_0) &= \mu_{ef} \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{R_0}, \end{aligned} \quad (4.52)$$

где $u_{i,(i=r,\phi,z)}$ — компоненты осредненной по угловой координате скорости потока, μ_{ef} — эффективная вязкость.

Для оценки эффективной вязкости в выражениях (4.52) принималось, что $\mu_{\text{ef}} \approx \rho V^* l$, где l — аналог длины пути смещения, определяемый как обычная аппроксимация для развитого турбулентного потока в трубе, а динамическая скорость V^* рассчитывалась по полному касательному напряжению на стенке:

$$V^* = \left(\frac{\tau_{rz}^2(R_0) + \tau_{r\phi}^2(R_0)}{\rho^2} \right)^{0.25}, \quad (4.53)$$

где

$$\tau_{r\phi}(R_0) = \frac{\lambda_{TP}}{8} \rho u_w u_\phi(R_0), \quad \tau_{rz}(R_0) = \frac{\lambda_{TP}}{8} \rho u_w u_z(R_0), \quad (4.54)$$

$u_w = \sqrt{u_\phi^2(R_0) + u_z^2(R_0)}$ — значение полной скорости на стенке, соответствующее профилям со скольжением, (здесь можно еще раз подчеркнуть, что только использование ненулевых граничных условий для осевой и окружной компонент скорости согласуется с условием постоянства эффективной вязкости); λ_{TP} — коэффициент гидравлического сопротивления, определяемый в соответствии с решением уравнения (4.26) относительно падения давления \bar{P}^a в канале, полученным в процессе совместного решения системы расчетных уравнений (4.25)–(4.28):

$$\lambda_{TP} = \frac{\partial \bar{P}^a}{\partial z} \frac{2d}{\rho \bar{u}_z^2}, \quad (4.55)$$

где \bar{u}_z — средняя расходная скорость, d — внутренний диаметр канала.

Приведенная в настоящем разделе оценка эффективной вязкости может быть использована для обоих типов зон: как в зоне расположения завихрителей с нарастающей закруткой потока (l_1), так и в зоне без завихрителей с затухающей закруткой (l_2) (см. рис. 4.4).

Следует заметить, что в большинстве публикаций, касающихся экспериментального изучения закрученных течений, принимаются ненулевые граничные условия для осевой и окружной компонент скорости на стенке. Это автоматически означает, что оценка эффективной вязкости (как постоянной величины, не зависящей от поперечной координаты) может быть сделана по измеренным в эксперименте перепаду давления и углу закрутки потока на стенке.

4.3. Влияние завихрителей на теплообмен

Интенсификация теплообмена при использовании в каналах завихрителей, как уже указывалось в аналитическом обзоре гл. 1, обусловлена совместным действием трех механизмов: усиления конвективного переноса за счет увеличения скорости жидкости в пристенной области

благодаря закрутке потока; эффекта оребрения или развития поверхности, если завихрители являются частью теплопередающей поверхности и эффекта турбулизации или периодического обновления пограничного слоя.

Большинство завихрителей, такие, как винтовое оребрение, пластинчатые спиральные вставки, проволочные спирали, спиральные гофры или глубокая спиральная накатка, являются, по существу, интенсификаторами конвективного теплообмена, так как их поперечные размеры значительно превосходят толщину вязкого подслоя и переходной области. Предложенный в настоящей главе метод расчета предназначен именно для такого типа завихрителей. С его помощью можно непосредственно оценить вклад первых двух механизмов в интенсификацию теплоотдачи, полагая, что эффект турбулизации пограничного слоя вблизи теплопередающей поверхности остается таким же, как в случае отсутствия закрутки потока.

Рассматривая уравнение энергии в интегральном виде (4.28), приведенном к форме обыкновенного дифференциального уравнения относительно изменения температуры жидкости вдоль канала, необходимо ввести описание коэффициента теплопередачи с учетом влияния завихрителей. В уравнении (4.28) коэффициент теплопередачи, приходящийся на единицу длины канала, определялся согласно выражению:

$$K_l = \frac{\beta}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_{ef}} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}} + \frac{1-\beta}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}}, \quad (4.56)$$

где $\beta = \frac{bm}{\pi d_1}$ — часть периметра поверхности теплообмена, занятая захватывающими элементами; m — заходность спирального завихрителя; b — толщина ребра или характерный поперечный размер спирального элемента; d_1 , d_2 — внутренний и внешний диаметры канала без завихрителей; α , α_{ef} , α_2 — коэффициенты теплоотдачи от потока к стенке канала в неоребренной зоне α , в оребренной зоне α_{ef} и с внешней стороны канала α_2 .

Разработанная методика гидродинамического расчета позволяет оценить переменную по длине канала полную скорость потока в пристенной области $u_w(R_0, Z)$:

$$u_w(R_0, Z) = \sqrt{u_\phi^2(R_0, Z) + u_z^2(R_0, Z)}. \quad (4.57)$$

Это дает возможность учсть влияние закрутки потока на увеличение коэффициента теплоотдачи α , рассчитываемого в общем случае для турбулентного течения в гладких каналах по зависимости Дитуса-Бёлтера:

$$Nu_0 = 0,023 Re^{0.8} Pr^{0.4}, \quad \alpha = Nu_0 \frac{\lambda}{d_1}, \quad (4.58)$$

где число Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_1}{\nu}$ определяется по средней расходной скорости \bar{u}_z и внутреннему диаметру d_1 канала, Pr — число Прандтля. Эффект увеличения скорости течения в пристенной области за счет закрутки потока может быть учтен при использовании зависимости (4.58), в которой число Рейнольдса зависит от полной скорости потока в пристенной зоне (4.57) и гидравлического диаметра канала: $Re = \frac{u_w d_h}{\nu} = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu \cos \bar{\alpha}_{sw}}$, где $\bar{\alpha}_{sw}$ — средний угол закрутки потока в пристенной зоне.

Присутствие в каналах завихрителей с относительным шагом расположения спиральных элементов $t_0 > 10$ ($t_0 = t/h$, где t — расстояние между спиральными элементами по направлению скорости обтекания, определяемое по формуле (1.26), h — высота обтекаемых элементов) также, как и в случае использования турбулизаторов, приводит к периодическому чередованию зон отрыва и присоединения погрека, т. е. обновлению и дополнительной турбулизации пограничного слоя. Вопрос об учете влияния на интенсификацию теплообмена механизма турбулизации пограничного слоя до сих пор считается одним из наиболее сложных как в плане экспериментов, так и математического моделирования, так как связан с проблемами исследования отрывных течений, изучением условий формирования вихревых структур и динамики их изменения и взаимодействия в пристенной области. Ввиду отсутствия в настоящее время единых подходов к моделированию сложных обменных процессов в области, непосредственно примыкающей к стенке, для проведения практических расчетов, как пишут авторы работы [178], «приходится иметь дело с необходимостью применять наиболее простые варианты, но таким образом, чтобы они достаточно хорошо привязывались к опытам». Расчетные рекомендации по оценке коэффициента теплоотдачи в каналах при использовании турбулизаторов, высота которых сравнима с толщиной пристенной зоны, включающей вязкий подслой и переходную область, основаны, как правило, на использовании положений гидротепловой аналогии с учетом влияния числа Прандтля и геометрии турбулизаторов на соотношение толщин теплового и гидродинамического пограничных слоев. Такие рекомендации содержатся, например, в работах [26, 28, 57, 79, 88, 178].

В настоящей работе эффект турбулизации пограничного слоя учитывался, исходя из следующих соображений. Поскольку динамическая скорость на стенке V^* (4.53) является масштабной характеристикой, определяющей уровень турбулентных пульсаций скорости (или среднюю скорость вихревого движения) вблизи стенки, зависимость для коэффициента теплоотдачи (4.58) можно преобразовать к виду, характерной скоростью описания процесса энергетического обмена в котором будет динамическая скорость V^* . Для этого переопределим число Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_1}{\nu}$, входящее в формулу (4.58), по динамической

скорости V^* с учетом закона трения на стенке для развитого турбулентного течения.

Учитывая, что

$$V^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \bar{u}_z \sqrt{\frac{\lambda_{TP}^0}{8}} = \bar{u}_z \left(\frac{0,316}{8} \right)^{0.5} \left(\frac{\bar{u}_z d}{\nu} \right)^{-0.125},$$

где λ_{TP}^0 — коэффициент гидравлического сопротивления гладкого канала определяется по формуле Блазиуса: $\lambda_{TP}^0 = 0,316 \cdot (\bar{u}_z d / \nu)^{-0.25}$, для числа Рейнольдса $Re = \frac{\bar{u}_z d_1}{\nu}$ получим:

$$Re = \left(\frac{V^* d_1}{\nu} \right)^{8/7} \left(\frac{8}{0,316} \right)^{4/7} \approx 6,34 (Re_{V^*})^{8/7}, \quad (4.59)$$

где $Re_{V^*} = \frac{V^* d_1}{\nu}$ — число Рейнольдса, характеризующее движение в пристенной области.

Определяя в модели трансформации вихря коэффициент гидравлического сопротивления канала λ_{TP} по полному перепаду давления (4.55) (с учетом затрат сил давления на преодоление трения, сопротивления завихрителей и перестройку профилей скорости): $\lambda_{TP} = \frac{\partial P^a}{\partial z} \frac{2d_1}{\rho \bar{u}_z^2}$, для динамической скорости на стенке получим:

$V^* = \bar{u}_z \sqrt{\frac{\lambda_{TP}}{8}}$. Используем это значение динамической скорости для определения числа Рейнольдса (4.59), предполагая, что характер подобия процессов переноса импульса и энергии в пристенном слое соответствует развитому турбулентному течению в канале, описываемому зависимостью (4.58). Это дает возможность оценить относительное увеличение числа Нуссельта Nu в канале с завихрителями по сравнению с числом Нуссельта Nu_0 для гладкого канала за счет эффекта турбулизации пристенного слоя следующим образом:

$$\psi_t = \frac{Nu}{Nu_0} = \left(\frac{\lambda_{TP}}{\lambda_{TP}^0} \right)^{0.457}, \quad (4.60)$$

где λ_{TP} и λ_{TP}^0 — коэффициенты гидравлического сопротивления канала с завихрителями и гладкого канала, соответственно.

Условия теплообмена на внешней поверхности канала могут быть самыми разными. Например, в задаче оптимизации геометрии каналов пиролизных печей, которая будет рассмотрена ниже в качестве одного из примеров применения предложенного в настоящей главе метода расчета, при использовании в качестве внешнего охладителя насыщенного водяного пара коэффициент теплоотдачи α_2 определялся следующим образом:

$$\alpha_2 = 4,32 (P^{0.14} + 1,28 \cdot 10^{-2} P^2) q_F^{0.7}, \quad (4.61)$$

где P — давление в паровой рубашке (в МПа), q_F — плотность теплового потока.

Если спиральные завихрители выполняют функцию оребрения или являются элементами развития поверхности, то эффективный коэффициент теплоотдачи в зоне расположения завихрителей α_{ef} можно оценить, используя зависимость, полученную в работе [222]:

$$\alpha_{\text{ef}} = \frac{\alpha}{\sqrt{\text{Bi}}} \frac{\sqrt{\text{Bi}} + \operatorname{th} \frac{2h}{b} \sqrt{\text{Bi}}}{1 + \sqrt{\text{Bi}} \operatorname{th} \frac{2h}{b} \sqrt{\text{Bi}}}, \quad (4.62)$$

где $\text{Bi} = \frac{\alpha b}{2\lambda}$ — число Био; b, h — ширина и высота ребра; λ — теплопроводность материала ребра.

Зависимость (4.62) получена в результате аналитического решения задачи теплопроводности для ребер с малым числом Био ($\text{Bi} \ll 1$, что соответствует наиболее распространенным на практике условиям), когда для расчета распределения температуры по высоте ребра может быть использовано одномерное приближение. Считая, что тепловой поток из стенки в ребро пропорционален разнице температур между основанием и вершиной ребра, можно получить выражение (4.62), которое означает, что влияние ребра эквивалентно заданию на поверхности стенки в месте присоединения ребра эффективного коэффициента теплоотдачи α_{ef} .

Теоретически можно показать, что эффективность оребрения не связана с неограниченным увеличением высоты ребра. Преобразовав выражение (4.62), получим:

$$\frac{\alpha_{\text{ef}}}{\alpha} = \frac{th\gamma}{\sqrt{\text{Bi}}}, \quad (4.63)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\text{Bi}}}{1 - \sqrt{\text{Bi}}} + \frac{2h}{b} \sqrt{\text{Bi}}. \quad (4.64)$$

На рис. 46 показано, как изменяется $\alpha_{\text{ef}}/\alpha$ в зависимости от γ . По характеру этой зависимости можно заключить, что условием ограничения высоты ребра при $\text{Bi} < 1$ служит следующее: $\gamma = 2,5$, откуда с учетом зависимости (4.64) следует, что критическим отношением $(h/b)_{\max}$, превышение которого приводит к снижению теплогидравлической эффек-

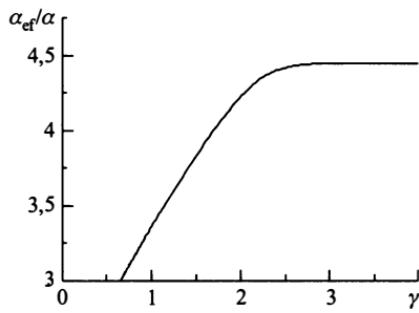


Рис. 46. Влияние параметра γ (4.64) на относительное увеличение коэффициента теплоотдачи $\frac{\alpha_{\text{ef}}}{\alpha}$ при оребрении трубы

тивности каналов с завихрителями, является следующее:

$$\left(\frac{h}{b}\right)_{\max} = \frac{0,25}{\sqrt{\text{Bi}}} \left(5 - \ln \frac{1 + \sqrt{\text{Bi}}}{1 - \sqrt{\text{Bi}}} \right). \quad (4.65)$$

Для оценки числа Нуссельта на внутренней поверхности канала со спиральными завихрителями Nu с учетом возможного вклада всех трех механизмов интенсификации теплообмена (влияния закрутки, эффекта развития поверхности и дополнительной турбулизации пристенной области) может быть предложена следующая зависимость:

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}_z^{0,8} \text{Pr}^{0,4} (\cos \bar{\alpha}_{sw})^{-0,8} \psi_t \left[1 + \beta \left(\frac{\alpha_{\text{ef}}}{\alpha} - 1 \right) \right], \quad (4.66)$$

где $\text{Re}_z = \frac{\bar{u}_z d_h}{\nu}$ определяется по средней расходной скорости \bar{u}_z и гидравлическому диаметру d_h канала с завихрителями; $\bar{\alpha}_{sw}$ — средний угол закрутки потока в кольцевом слое, где расположены завихрители; значение угла $\bar{\alpha}_{sw}$ определяется в результате гидродинамического расчета и имеет величину, меньшую, чем угол навивки спиральных элементов θ ; значения остальных параметров даются формулами (4.60), (4.63), (4.64).

Сравнение результатов расчета теплоотдачи в каналах с завихрителями по предложенной в настоящем разделе методике с экспериментальными данными разных авторов приводится ниже, в п. 4.5, после описания вычислительного алгоритма метода расчета.

4.4. Вычислительный алгоритм метода гидротеплового расчета труб с локальными завихрителями

На основе предложенных принципов математического моделирования и использования модели трансформации вихря автором разработан метод инженерного расчета закрученных течений в круглых каналах с произвольной геометрией завихрителей [260].

Вычислительный алгоритм решения задачи о расчете динамики изменения полей скоростей, давления и температуры в каналах с завихрителями основан на приведении уравнений (4.25)–(4.28) к обыкновенным дифференциальным уравнениям, которые определяют изменение по длине канала двух параметров скоростного распределения u_ϕ и D , градиента давления $\partial P^a / \partial z$ и температуры потока T .

Система конечно-разностных расчетных уравнений для численного решения задачи была получена путем использования параметрического описания поля скорости закрученного потока (п. 4.2.3) и приведения исходных уравнений модели (4.28)–(4.31), записанных в безразмерном виде, к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно формпараметров скоростного распределения, давления и температуры.

Процедура приведения уравнений модели трансформации вихря (4.29)–(4.31) к конечно-разностному виду дается в Приложении 3.

Уравнения решаются численно методом Рунге – Кутта [252]. На каждом шаге разбиения по длине в конечно-разностном представлении системы дифференциальных уравнений организуется многоступенчатый итерационный процесс по уточнению коэффициентов тензора сопротивления и расчетных параметров задачи. Более подробное описание вычислительного алгоритма содержится в работе [260].

Алгоритм расчета универсален и справедлив для обоих типов зон: зоны расположения завихрителей l_1 с нарастающей закруткой потока и зоны без завихрителей l_2 с затухающей закруткой (рис. 44).

Основой программного комплекса является программа «LOCVORT», предназначенная для расчета гидродинамики труб с локальными завихрителями, выполненными в виде периодически расположенного многозаходного спирального оребрения, спиральных вставок или проволочных навивок, которые могут располагаться в произвольной области сечения и имеют поперечный размер меньший, чем радиус трубы.

Результатами расчетов являются распределения всех трех компонент скорости, угла закрутки потока и давления по длине и радиусу канала, рассчитываются также коэффициенты гидравлического сопротивления и теплоотдачи при варьировании геометрических параметров завихрителей.

4.5. Верификация метода расчета гидродинамики и теплообмена труб с локальными завихрителями.

Сравнение расчетных и экспериментальных результатов

Верификация расчетного метода основана на сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными и заключается в проверке работоспособности предложенной математической модели (модели трансформации вихря) и доказательстве обоснованности выбора феноменологических гипотез и соотношений, использованных для ее замыкания. Для сравнения использовались данные работ различных авторов по измерению профилей скорости затухающих закрученных потоков в круглых каналах, падения давления и интенсификации теплоотдачи в каналах со спиральными закручивающими устройствами различной конфигурации.

Работоспособность модели трансформации вихря, в частности, связана с точностью описания таких параметров модели, как компоненты тензора сопротивления, зависящие от коэффициентов сопротивления трения и давления закручающих элементов с различной формой поперечного сечения, обтекаемых под углом в стесненных потоках, а также внутреннего скоростного формпараметра модели q . Сравнение

с экспериментами по обоснованию описания такого рода феноменологических замыкающих характеристик выполнялось в предшествующих работах [99, 206, 244, 245].

Предложенный в настоящей главе метод расчета, являясь по своему характеру интегральным методом, предназначен, прежде всего, для определения таких интегральных параметров течений, как коэффициент гидравлического сопротивления и коэффициент теплоотдачи в каналах со спиральными завихрителями произвольной формы при турбулентном режиме течения однофазного закрученного потока.

На рис. 47 приводится сопоставление расчетных значений коэффициентов гидравлического сопротивления λ_{TP} с экспериментальными данными, полученными разными авторами для труб со спиральными завихрителями, отличающимися формой и геометрическими параметрами в пределах каждой конфигурации (высотой, углом навивки, заходностью). Экспериментальные и расчетные значения λ_{TP} соответствуют развитому турбулентному режиму течения. Во всех случаях рассматривались каналы с непрерывно расположенными по длине завихрителями. Отличие расчетных и экспериментальных значений коэффициентов гидравлического сопротивления не превышает 20 %.

Выше в п. 4.2.3 настоящей главы были рассмотрены способы описания внутреннего скоростного формпараметра модели трансформации

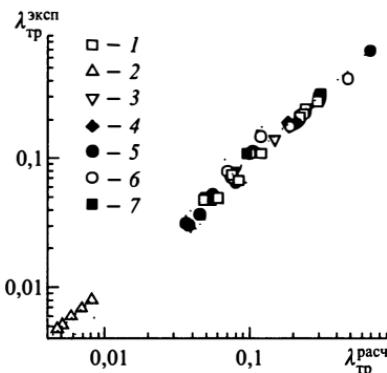


Рис. 47. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений коэффициента гидравлического сопротивления труб со спиральными завихрителями: 1 — глубокая спиральная накатка [28]: $\varepsilon = 0,5$; $\theta = 31\text{--}68^\circ$; $m = 1\text{--}4$; $Re = 0,5 \times 10^4\text{--}1,8 \cdot 10^5$; 2 — низкое многозаходное спиральное оребрение (гофрирование поверхности) [28]: $\varepsilon = 0,08\text{--}0,10$; $\theta = 8\text{--}27^\circ$; $m = 30\text{--}50$; $Re = 10^4\text{--}10^5$; 3 — проволочные спирали [253]: $\varepsilon = 0,19$; $\theta = 58,4\text{--}68,4^\circ$; $m = 1$; $Re = 4 \times 10^4, 6 \cdot 10^5$; 4 — спиральная накатка [234, 254]: $\varepsilon = 0,11\text{--}0,13$; $\theta = 41\text{--}82^\circ$; $m = 1\text{--}4$; $Re = 10^4\text{--}7 \cdot 10^4$; 5 — пластинчатые спирали [28, 261]: $\varepsilon = 0,25\text{--}0,4$; $\theta = 14,1\text{--}68,3^\circ$; $m = 1$; $Re = 1,5 \cdot 10^4\text{--}6,4 \cdot 10^4$; 6 — проволочные спирали [28]: $\varepsilon = 0,29\text{--}0,44$; $\theta = 31\text{--}68^\circ$; $m = 1$; $Re = 3,2 \cdot 10^4\text{--}4,5 \cdot 10^4$; 7 — витые профилированные трубы [255]: $\varepsilon = 0,12\text{--}0,17$; $\theta = 31,8\text{--}61,5^\circ$; $m = 3$; $Re = 3,1 \cdot 10^4\text{--}4,4 \cdot 10^4$.

вихря q . Для режимов затухающего закрученного течения верификация расчетного метода в плане возможности использования замыкающих соотношений (4.36) для описания параметра q основывается на сравнении расчетных и экспериментально измеренных профилей окружной и осевой составляющих скорости закрученного потока. Такое сравнение будет проиллюстрировано ниже.

Сравнение расчетов с использованием замыкающего соотношения (4.38), справедливого для режима установившегося закрученного течения, с результатами экспериментов, ввиду отсутствия в доступной автору литературе экспериментальных данных по измерению профилей скорости в каналах с непрерывно расположенным спиральными завихрителями, может быть проведено только относительно интегральной характеристики течения, какой является коэффициент гидравлического сопротивления.

На рис. 48–50 демонстрируется сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными по изменению коэффициентов гидравлического сопротивления каналов с непрерывными спиральными завихрителями различной геометрии в зависимости от числа Рейнольдса. Представленные примеры иллюстрируют хорошее совпадение расчетных кривых с данными экспериментов для широкого диапазона изменения геометрических параметров завихрителей и степени заграждения канала.

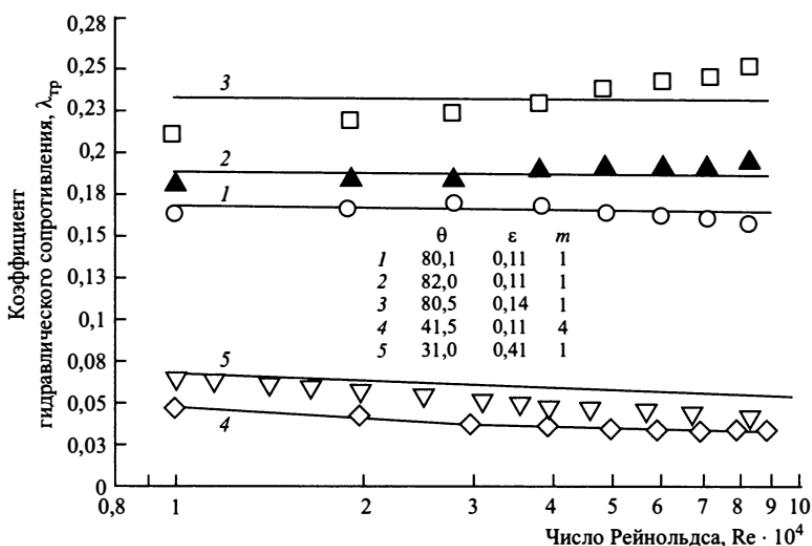


Рис. 48. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса для труб со спиральной накаткой. Экспериментальные данные, соответствующие кривым 1–4, получены в работе [254], 5 – в работе [28]. Теплоноситель – вода

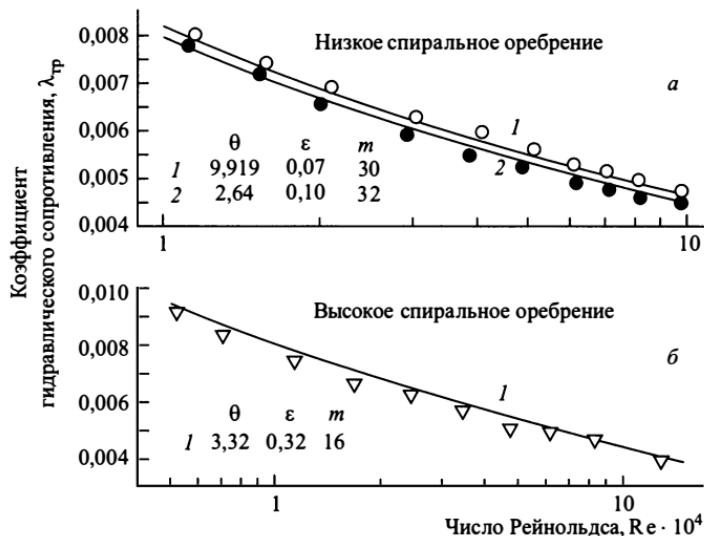


Рис. 49. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса. Экспериментальные данные работы [28], полученные для труб со спиральным оребрением различной геометрии. Теплоноситель — вода

Ключевым моментом в обосновании предложенной модели трансформации вихря служит экспериментальное подтверждение характера изменения профилей окружной $u_\phi(r)$ и продольной $u_z(r)$ компонент скорости при переменной интенсивности закрутки потока. Проводилось

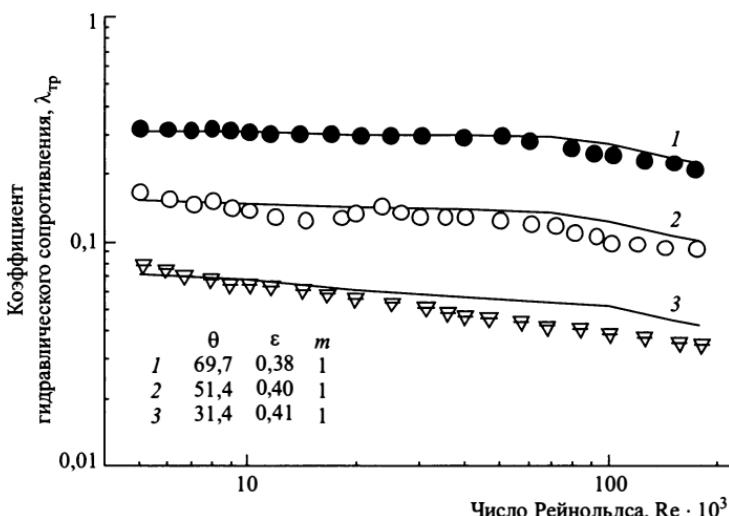


Рис. 50. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса для спирально накатанных труб. Эксперимент — данные работы [28]

сравнение результатов расчетов по определению полей скоростей в закрученном потоке проводилось с экспериментальными данными работ [6, 7, 39, 42, 43, 239, 240–242]. Анализ экспериментальных данных по измерению профилей окружной и продольной компонент осредненной скорости в затухающих закрученных течениях, полученных разными авторами для одних и тех же значений интенсивности закрутки, показал, что рассогласование результатов экспериментов может достигать 100 %. (В частности, об этом свидетельствуют данные, представленные на рис. 45). Рис. 51 иллюстрирует расхождение в данных, полученных авторами работ [7] и [42] при измерении профиля окружной компоненты скорости, соответствующего одному и тому же интегральному параметру закрутки Y . Как показывает рис. 51, расчетная кривая профиля окружной компоненты скорости лежит между двумя экспериментально измеренными профилями.

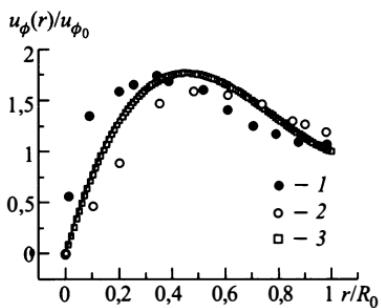


Рис. 51. Сравнение результатов расчета безразмерного профиля окружной скорости закрученного потока $u_\phi(r)/u_{\phi 0}$ с экспериментальными данными различных авторов для одного и того же интегрального параметра закрутки $Y = 0,79$. 1, 2 – экспериментальные данные (воздух): 1 – Сено, Нагата [42], 2 – А. А. Халатов [7]; 3 – расчет

Несмотря на такую неоднозначность, чтобы продемонстрировать полученные расчетные результаты, для сравнения были выбраны данные работы [42], отличающейся наибольшей информативностью и тщательностью проведенного исследования для затухающего закрученного потока воздуха в трубах. Закрутка потока генерировалась в специальной камере, расположенной перед рабочим участком. Измерения были проведены в гладких и шероховатых трубах на достаточном удалении от входа в канал, где уже устанавливался автомодельный профиль окружной скорости. При расчетах по предложенному в данной работе методу учитывалось влияние различной степени шероховатости поверхности канала на его гидравлическое сопротивление. Вместе с тем, и расчеты и эксперименты фактически не выявили влияния шероховатости на изменение формы скоростного распределения закрученного потока при интенсивности закрутки $Y > 0,3$, что авторы работы [42] подчеркивали особо.

На рис. 52–54 приводятся типичные распределения безразмерных тангенциальной и осевой компонент скорости и циркуляции скорости для различных значений интенсивности закрутки. Показанные на этих рисунках безразмерные профили даны для трех случаев изменяющейся в процессе затухания интенсивности закрутки Y , для которой

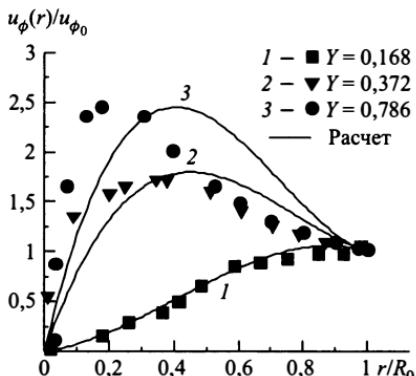


Рис. 52. Сравнение результатов расчета и экспериментов [42] по определению безразмерного профиля окружной скорости для различной интенсивности закрутки потока

были получены экспериментальные кривые: максимальной (кривые 3, $Y = 0,786$), средней (кривые 2, $Y = 0,372$) и минимальной (кривые 1, $Y = 0,168$). Величина радиальной компоненты скорости $u_r(r)$ для всех точек радиуса была существенно меньше значений тангенциальной и осевой компонент скорости, сравнимых между собой по порядку величины, и в данном диапазоне значений Y для затухающего закрученного потока воздуха составляла величину, на три-четыре порядка меньшую средней расходной скорости потока в канале: $|\bar{u}_r/\bar{u}_z| \leq 10^{-3}$.

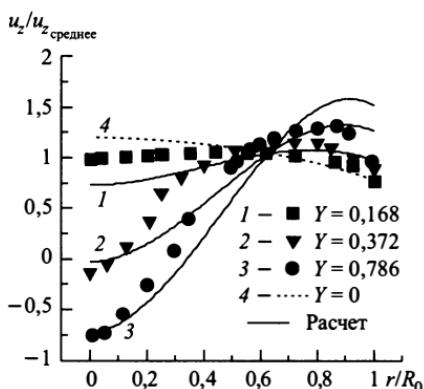


Рис. 53. Сравнение результатов расчета и экспериментов [42] по определению безразмерного профиля осевой скорости для различной интенсивности закрутки потока

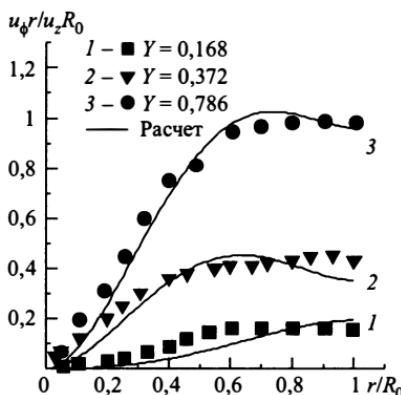


Рис. 54. Сравнение результатов расчета и экспериментов [42] по определению безразмерного профиля циркуляции окружной скорости для различной интенсивности закрутки потока

Как показывает рис. 53, увеличение интенсивности закрутки потока Y выше порогового значения $Y > Y^*$ ($Y^* = 0,25-0,3$) приводит к существенной трансформации профиля продольной осредненной скорости $u_z(r)$ и возникновению рециркуляционного течения с отрицательной продольной скоростью $u_z < 0$ в центральной части канала (кривая 3). При этом, несмотря на количественные отличия, качественный характер радиальных распределений окружной компоненты скорости потока $u_\phi(r)$ и ее циркуляции $\Gamma = 2\pi u_\phi(r)r$ не изменяется. В связи с описы-ва-

емым явлением предложенная расчетная модель и получила название *модели трансформации вихря*.

Принимая во внимание, что представленные на рис. 51–54 расчетные кривые соответствуют приблизительно средним значениям разброса экспериментальных данных, полученных различными авторами (см. приведенный выше список работ), можно сделать вывод о работоспособности предложенной расчетной модели.

Как было показано в п. 4.3, рассматриваемый метод расчета позволяет учесть вклад конвективного переноса за счет закрутки потока в процесс теплообмена при использовании закручивающих устройств в трубах. Тепловой расчет основан на решении гидродинамической задачи, в результате которой определяются поля скорости и давления в канале (радиальное и продольное распределение) и, в частности, угол закрутки потока в области расположения завихрителей, выполняющих роль оребрения. Сравнение результатов расчета с использованием зависимости (4.66) для определения увеличения теплоотдачи в каналах с завихрителями по сравнению с гладкими каналами за счет эффектов закрутки потока и развития теплоотдающей поверхности представлено на рис. 55, 56. Геометрические параметры каналов и завихрителей указаны в табл. 4.1.

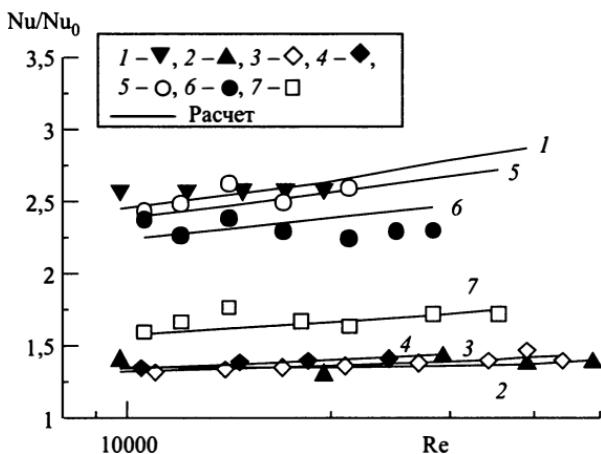


Рис. 55. Относительное увеличение теплоотдачи при изменении числа Рейнольдса $Re = 9 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^4$ в каналах с различными закручивающими устройствами (Nu , Nu_0 – числа Нуссельта для канала с завихрителем и гладкого канала, соответственно). Цифры указывают номер канала в табл. 4.1. Экспериментальные данные работы [28]

На рис. 55 представлены примеры сравнения результатов расчета и экспериментов по определению относительного увеличения числа Нуссельта при использовании спиральных завихрителей различной геометрии. Сопоставление полученных зависимостей показывает, что один и тот же эффект увеличения теплоотдачи можно получить,

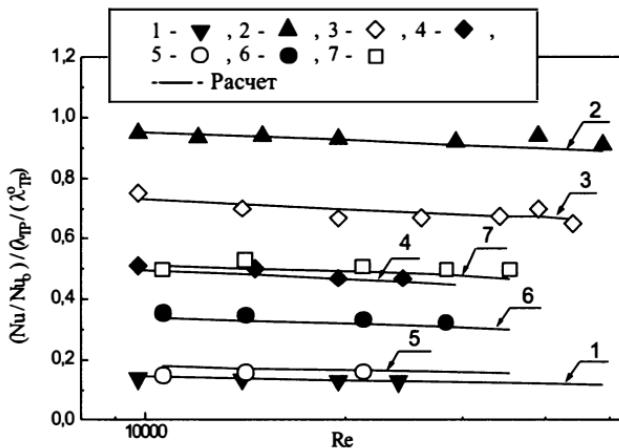


Рис. 56. Соотношение относительного увеличения теплоотдачи и гидравлического сопротивления $\frac{Nu/Nu_0}{\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0}$ в каналах с различными закручивающими устройствами (см. табл. 4.1 и рис. 55; λ_{TP} , λ_{TP}^0 — коэффициенты гидравлического сопротивления канала с завихрителем и гладкого канала, соответственно). Экспериментальные данные работы [28]

используя завихрители, существенно отличающиеся геометрическими параметрами и приводящие к различному относительному увеличению гидравлического сопротивления канала. Так, например, кривые 2, 3, 4, указывающие приблизительно на один и тот же уровень интенсификации теплоотдачи в канале, относятся к использованию пластинчатой спирали и спиральных накаток с различной заходностью, кривые 1, 5 — к пластинчатой и проволочной спиралям с различным углом навивки.

Таблица 4.1

№	Внутр. радиус трубы R_0 , мм	Высота спирального элемента h , мм	Загромождение канала $\varepsilon = h/R_0$	Угол навивки спирали θ , °	Число заходов спирали	Тип завихрителя
1	10	4	0,4	72,3	1	Пластинчатые спирали
2	10	4	0,4	17,4	1	
3	10	4	0,4	38,1	1	Сpirальная накатка
4	10	4	0,4	44	4	
5	6,9	3	0,435	59,5	1	Проволочные спирали
6	6,9	3	0,435	48,5	1	
7	6,9	2	0,29	40,8	1	

В то же время рис. 56 показывает, что, если учитывать гидравлическое сопротивление, вносимое завихрителями, то может оказаться, что устройства, дающие максимальное увеличение теплоотдачи, оказываются неэффективными с точки зрения гидравлических потерь. Это, например, относится к кривым 1, 5.

Рис. 56 демонстрирует также общую для всех завихрителей тенденцию к снижению относительного увеличения теплоотдачи по сравнению с относительным ростом гидравлического сопротивления при возрастании числа Рейнольдса. При этом можно заметить, что, чем меньше угол навивки спиральных элементов θ (при приблизительно одинаковом загромождении канала ε), тем меньше относительные потери на прокачивание теплоносителя и выше теплогидравлическая эффективность использования закручивающих устройств. Вопрос о выборе критериев оценки теплогидравлической эффективности применения завихрителей в каналах различного назначения не является однозначным, поэтому ниже в гл. 6 он будет рассмотрен отдельно. Здесь же на примерах, представленных на рис. 55, 56, проиллюстрирована возможность применения разработанного метода расчета для количественного анализа влияния завихрителей на теплогидравлические характеристики каналов.

Возможность применения расчетного анализа, основанного на предложенных принципах математического моделирования, рассматривалась также для предельного случая геометрии спиральных завихрителей — использования скрученной ленты, полностью перекрывающей диаметр канала [256]. Пример сравнения расчетных и экспериментальных результатов, соответствующих этому случаю, представлен на рис. 57. В работе [257] исследовалось влияние закручивающих вставок на теплоотдачу при движении воды сверхкритического давления в трубе с существенной неравномерностью теплового потока по периметру. Условия проведения экспериментов соответствовали закону тепловыделения $q(\varphi) = q_m(1 + \psi \cos \varphi)$ при амплитуде неравномерности тепловыделения по периметру канала $\psi = 0,33$ и средней плотности теплового потока $q_m = 280 \text{ КВт}/\text{м}^2$. При расчетах для условий неравномерной по периметру канала плотности теплового потока уравнение энергии приводилось к виду (1.41).

Рис. 57 показывает, что при отсутствии закручивающей вставки разница температур в противоположных точках периметра (при углах $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$) резко возрастает по длине канала (расчетные кривые 1, 2, экспериментальные данные — кружки) и на длине 3 м превышает 200°C . Применение стальной ленты толщиной 0,8 мм, шириной 21 мм, скрученной в виде спирали под углом $12^\circ\text{--}15^\circ$ к продольной оси, не только предотвращает перегрев поверхности, но и снижает неравномерность температуры стенки с 30°C на входе в канал до 20°C на выходе (расчетные кривые 3, 4, эксперимент — треугольники). Определяющую роль при этом, как показывают

расчетные оценки, играет конвективный перенос за счет закрутки потока.

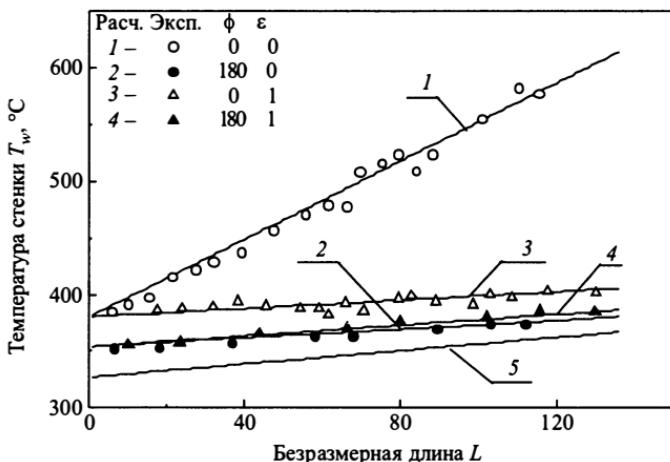


Рис. 57. Сопоставление температурных режимов трубы с неравномерным обогревом периметра при отсутствии и использовании закручивающей вставки в условиях ухудшенной теплоотдачи: $P = 24,5 \text{ МПа}$, $d = 21,9 \text{ мм}$, $S/d = 12-15$, $\rho u = 480 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, $\psi = 0,33$, $q_m = 280 \text{ КВт}/\text{м}^2$; 1-4 — расчетные кривые, 5 — температура теплоносителя, значки — экспериментальные данные Б. Я. Каменецкого [257], d — диаметр трубы, S — шаг закрутки ленты

Выводы к главе 4

Для физико-математического моделирования гидродинамики и теплообмена однофазных закрученных течений в трубах с локальными завихрителями предложена модель трансформации вихря, основанная на выявленной многочисленными экспериментальными исследованиями общей закономерности закрученных течений в каналах, указывающей на существование крупномасштабной вихревой структуры потока в масштабе всего канала.

Эта модель дает возможность проследить динамику изменения полей скорости, давления и температуры в цилиндрических каналах как в области нарастающей интенсивности крупномасштабной циркуляции потока в зоне расположения завихрителей, так и в области затухания закрученного потока.

Разработанный на основе модели трансформации вихря метод гидротеплового расчета труб с завихрителями произвольной геометрии относится к интегро-параметрическим методам. В систему основных расчетных уравнений метода входят осредненные интегральные уравнения сохранения импульса, потока вихря и энергии, полученные на основе пространственно осредненных дифференциальных уравнений

при использовании параметрического описания компонент скорости, и замыкающие феноменологические соотношения для определения компонент тензора сопротивления и скоростного формпараметра модели.

Получены расчетные соотношения, позволяющие учесть вклад различных механизмов в процесс интенсификации теплообмена при использовании завихрителей в каналах: влияния закрутки потока на усиление конвективного переноса, эффекта оребрения или развития поверхности и эффекта турбулизации пограничного слоя.

Вычислительный алгоритм метода основан на численном решении системы расчетных уравнений методом Рунге – Кутта, организации многоступенчатого итерационного процесса и является универсальным для обоих типов зон: зоны расположения завихрителей с нарастающей закруткой потока и зоны без завихрителей с затухающей закруткой.

Верификация предложенного метода расчета, проведенная на основе сравнения результатов расчета с экспериментальными данными различных авторов по измерению профилей скорости закрученных потоков, определению коэффициентов гидравлического сопротивления и теплопередачи, может служить обоснованием применения данного метода для инженерных расчетов.

Для реализации вычислений разработан расчетный комплекс VORTEX, включающий в себя пакет программ, написанных на языке ФОРТРАН. Результатами расчетов являются распределения всех трех компонент скорости,угла закрутки потока и давления по длине и радиусу канала, рассчитываются также коэффициенты гидравлического сопротивления и теплоотдачи при варьировании геометрических параметров завихрителей.

Предложенный метод математического моделирования и разработанный комплекс расчетных программ могут служить эффективным инструментом для определения оптимальной геометрии закручивающих устройств в каналах ЯЭУ и других теплоэнергетических установок, что существенно снижает затраты на проведение физических экспериментов.

Г л а в а 5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ГРОМЕКИ – БЕЛЬТРАМИ ДЛЯ АНАЛИЗА УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ МАКРОВИХРЕВОЙ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИХ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ВЫСОКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Введение

Целью физико-математического моделирования при разработке представленных в гл. 3, 4 методов расчета являлась задача обеспечения их адекватности и работоспособности для наиболее важных с практической точки зрения режимов развитого турбулентного течения в каналах, когда интенсивность вторичных течений мала, и можно считать, что поток не обладает сложной внутренней макровихревой структурой.

В гл. 1 (п. 1.3.3) говорилось об условиях возникновения макровихревого режима на криволинейных поверхностях при переходе от ламинарного режима течения к турбулентному. Этот режим определял нижнюю границу диапазона чисел Рейнольдса для разработанных методов расчета и был исключен из рассмотрения. Вопрос же о существовании условий, когда на фоне развитого турбулентного течения при высоких числах Рейнольдса могут появляться устойчивые макровихревые структуры, до сих пор остается открытым. Для того, чтобы приблизиться к пониманию этой проблемы и выявить, какие физические факторы влияют на структуру закрученных вихревых потоков в трубах и кольцевых каналах, были предприняты теоретические исследования, результаты которых представлены в гл. 5 и 6 книги.

В гл. 5 рассмотрена возможность применимости теории винтовых потоков для исследования вихревой структуры реальных высокоскоростных закрученных течений в случае преобладания сил инерции над силами вязкости. На основе полученного в работе [266] аналитического решения для описания винтового течения (потока Громеки–Бельтрами) в полубесконечном кольцевом канале проведено расчетное исследование влияния интенсивности завихренности потока и геометрических параметров каналов, образованных цилиндрическими поверхностями, на вихревую структуру закрученных течений [267].

5.1. Перенос завихренности

Для теоретического анализа скоростного поля закрученного потока в каналах наиболее целесообразно рассматривать общий вид уравнения движения жидкости — уравнение динамики сплошной среды в напряжениях:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = \rho \mathbf{P}_v + \operatorname{Div} \vec{\sigma}, \quad (5.1)$$

где \mathbf{u} — мгновенное значение вектора локальной скорости потока, \mathbf{P}_v — вектор плотности объемных сил, $\vec{\sigma}$ — тензор поверхностных напряжений, $\operatorname{Div} \vec{\sigma}$ — вектор плотности распределения объемного действия поверхностных сил или, согласно обозначению, принятому в монографии [85], дивергенция тензора поверхностных напряжений (см.(2.4)). В цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) последний член в уравнении (5.1) может быть представлен в виде:

$$\operatorname{Div} \vec{\sigma} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z},$$

где $\sigma_r, \sigma_\phi, \sigma_z$ — результирующие поверхностные напряжения для соответствующих координатных поверхностей.

Для вязкой несжимаемой жидкости уравнение (5.1) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = \mathbf{P}_v - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P - \nu \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{u}). \quad (5.2)$$

При условии потенциальности объемных сил ($\mathbf{P}_v = -\nabla \Pi$) уравнение (5.2) преобразуется к виду, содержащему трехчлен Бернулли:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + [\omega \mathbf{u}] = -\operatorname{grad} \left(\frac{u^2}{2} + \Pi + \frac{P}{\rho} \right) - \nu \operatorname{rot} \omega, \quad (5.3)$$

где ω — локальная завихренность или вектор вихря:

$$\omega = \operatorname{rot} \mathbf{u}. \quad (5.4)$$

Применение операции rot к обеим частям уравнения (5.2) с учетом условия несжимаемости $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ и тождества $\operatorname{div} \omega \equiv 0$ приводит к уравнению, описывающему распределение завихренности в жидкости:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \omega - (\omega \nabla) \mathbf{u} = \nu \nabla^2 \omega. \quad (5.5)$$

Векторное уравнение (5.5) определяет поле мгновенных значений локальных компонент вектора скорости потока \mathbf{u} и вектора вихря скорости ω , связанных соотношением (5.4), не содержит давление и может быть использовано для любых режимов течения [85, 262]. Уравнение (5.5) наглядно показывает, что ни объемные силы (в частности сила тяжести), ни силы давления не оказывают прямого воздействия на вихревую структуру потока, и лишь силы вязкости, обусловленные молекулярным переносом, приводят к диффузии завихренности.

Являясь по сути уравнением движения, записанным в форме Гельмгольца, уравнение (5.5) показывает также, что существование и перенос завихренности возможны как в идеальной, так и в вязкой жидкости. Разница заключается лишь в том, что циркуляционное движение в идеальной жидкости может существовать бесконечно долго, не требуя для своего поддержания затрат энергии, а в потоке вязкой жидкости будет затухать из-за необратимых потерь энергии на вязкое трение. Следует заметить, что вязкость может служить и для формирования закрученных течений. В работе [262] показано, что механизм возникновения завихренности в первоначально покоящейся жидкости связан с условием прилипания жидкости на непроницаемых границах. «Пелена завихренности» на твердой границе является тем источником, из которого завихренность при действии вязкости распространяется внутрь жидкости.

Отвлекаясь от того, как будет идти процесс формирования или затухания закрутки (этому вопросу посвящено большое количество работ, упоминаемых, например, в монографии [7]), для выявления качественной картины изменения вихревой структуры закрученных течений в зависимости от интенсивности завихренности потока можно воспользоваться теорией винтового движения жидкости, основы которой были заложены талантливым русским гидромехаником И. С. Громекой в его докторской диссертации в 1881 году и итальянским математиком Е. Бельтрами в 1889 г.

И. С. Громека рассмотрел два случая вихревого установившегося движения жидкости [21], при которых а) вихревые линии всегда перпендикулярны к траекториям и б) вихревые линии совпадают с траекториями движения частиц жидкости. Первый случай движения связан с существованием системы поверхностей, ортогональных линиям тока. Во втором случае Громекой было получено, что динамическое условие сохранения интеграла Д. Бернулли $B = u^2/2 + \Pi + P/\rho = \text{const}$ влечет за собой кинематическое соотношение, определяющее условие винтового движения невязкой жидкости:

$$\text{rot } \mathbf{u} = k\mathbf{u}, \quad (5.6)$$

где \mathbf{u} — вектор полной локальной скорости потока, а k — параметр, характеризующий интенсивность вращения потока (потенциальный поток является частным случаем винтового потока при $k = 0$).

Именно этот случай движения может быть интересен с точки зрения исследования структуры высокоскоростных закрученных потоков в силу следующих соображений.

Для реальных потоков вязкой жидкости в каналах различных технических устройств, как правило, характерен развитый турбулентный режим течения при числах Рейнольдса $Re = 10^4 - 10^6$. Известно, что при таком режиме неравномерность скоростного профиля за пределами вязкого подслоя и переходной области с возрастанием числа Re падает. Резкое изменение скорости сосредоточено при этом в очень узкой

области вблизи стенки. Как показано в работе [259], при числе Рейнольдса $Re = 10^5$ изменение скорости от нуля на стенке до половины средней скорости происходит в слое толщиной 1/150 радиуса круглого канала, в то время, как отношение максимальной к средней скорости потока в канале равно 1,17. Такое распределение скорости дало возможность в работе [259] без потери точности практических расчетов исключить из рассмотрения узкую пристенную область, использовав условие скольжения для описания скоростного профиля. Приведенный факт был замечен и ранее О.Ф. Васильевым и использован в его монографии [263] для обоснования применимости теории винтового движения жидкости к расчету маловязких течений. На основании проведенного им теоретического анализа в сопоставлении с экспериментами О.Ф. Васильев приходит к заключению, что чем больше турбулизован поток, чем больше число Рейнольдса, тем большую точность будут давать уравнения винтовых потоков в силу того, что для течений с равномерным распределением скорости по сечению канала постоянная Бернулли приблизительно одинакова для всех линий тока и поток можно рассматривать как винтовой.

5.2. Винтовое течение в каналах

Поток Громеки – Бельтрами можно рассматривать как идеализацию вихревого движения реальной несжимаемой жидкости при условии преобладания сил инерции над силами вязкости. Система расчетных уравнений для описания однородного винтового потока может быть получена из общих уравнений (5.3)–(5.5) в приближении стационарного движения невязкой несжимаемой жидкости, для которого выполняется условие (5.6) при сохранении интеграла Бернулли во всей области течения. Физически это означает, что вихревые линии совпадают с траекториями движения частиц жидкости и являются винтовыми линиями.

При выполнении условия (5.6) уравнение неразрывности $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ удовлетворяется автоматически, и для анализа вихревой структуры осесимметричного потока можно использовать уравнения:

$$-\frac{\partial u_\phi}{\partial z} = ku_r, \quad (5.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_\phi)}{\partial r} = ku_z, \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} = ku_\phi. \quad (5.9)$$

Подставляя (5.7) и (5.8) в (5.9), получим уравнение для окружной компоненты скорости u_ϕ :

$$\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + u_\phi \left(k^2 - \frac{1}{r^2} \right) = 0. \quad (5.10)$$

5.2.1. Решение для кольцевого канала

Рассмотрим течение вращающейся жидкости, в полубесконечном кольцевом канале с радиусами поверхностей r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$). Для осесимметричного потока тангенциальная компонента скорости u_ϕ является функцией координат r и z , поэтому решение уравнения (5.10) можно искать в виде: $u_\phi(r, z) = U_0(r) + U_\phi(r, z)$, где $U_0(r) = u_\phi(r, 0)$ – распределение u_ϕ на входе в канал, $U_\phi(r, z) = u_\phi(r, z) - u_\phi(r, 0)$ – относительное изменение окружной скорости. Подставляя $U_\phi(r, z)$ в уравнение (5.10) и переходя к безразмерным координатам $R = r/r_2$, $Z = z/r_2$ (выражая при этом k через безразмерный параметр K : $k = K/r_2$), сведем задачу определения скоростного поля в канале к решению уравнения:

$$\frac{\partial^2 U_\phi}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_\phi}{\partial R} + U_\phi \left(K^2 - \frac{1}{R^2} \right) = -f(R), \quad (5.11)$$

где

$$f(R) = \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial (R U_0)}{\partial R} \right) + U_0 K^2, \quad (5.12)$$

с граничными условиями:

$$U_\phi(R_1, Z) = 0, \quad U_\phi(R_2, Z) = 0, \quad (5.13)$$

$$U_\phi(R, 0) = 0, \quad U_\phi(R, \infty) < \infty, \quad (5.14)$$

где $R_1 = r_1/r_2$, $R_2 = r_2/r_2 = 1$.

Первая пара граничных условий (5.13) получена из условий непроницаемости на обеих поверхностях канала ($u_r(r_1, z) = 0$, $u_r(r_2, z) = 0$), из которых, согласно уравнению (5.10), следует, что окружная скорость u_ϕ остается постоянной на каждой из стенок канала при изменении z и равной значению на входе. Вторая пара условий (5.14) относится к заданию профиля окружной скорости на входе и ограниченности его на бесконечности.

Решение краевой задачи (5.11)–(5.14) получено методом разделения переменных с использованием принципа суперпозиции [264] и представляется в виде ряда:

$$U_\phi(R, Z) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(Z) G_n(R). \quad (5.15)$$

Вид собственных функций $G_n(R)$ определялся из решения задачи о собственных значениях уравнений:

$$R^2 G_n'' + RG_n' + G_n(\mu_n^2 R^2 - 1) = 0, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (5.16)$$

с граничными условиями $G_n(R_1) = 0$ и $G_n(R_2) = 0$, эквивалентными условиям (5.13), и выражается следующим образом:

$$G_n(R) = Y_1(\mu_n R) - J_1(\mu_n R_1) Y_1(\mu_n R) / Y_1(\mu_n R_1), \quad (5.17)$$

где $R_1 = r_1/r_2$, J_1 , Y_1 — функции Бесселя первого и второго рода первого порядка, а собственные значения μ_n являются корнями уравнений

$$J_1(\mu_n)Y_1(\mu_n R_1) - J_1(\mu_n R_1)Y_1(\mu_n) = 0. \quad (5.18)$$

Для функций $\Phi_n(Z)$ получены уравнения

$$\Phi_n'' - (\mu_n^2 - K^2)\Phi_n = -f_n, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (5.19)$$

где f_n — коэффициенты разложения правой части уравнения (5.11) по собственным функциям $G_n(R)$:

$$f_n = \int_{R_1}^1 f(R)G_n(\mu_n R)RdR / \int_{R_1}^1 G_n^2(\mu_n R)RdR. \quad (5.20)$$

Окончательно решение для течения винтового потока жидкости в кольцевом канале можно представить в виде:

$$u_\phi(R, Z) = U_0(R) + \sum_{n=1}^m \frac{f_n G_n(\mu_n R)}{\mu_n^2 - K^2} \left[1 - \frac{\cos(Z\sqrt{K^2 - \mu_n^2} - \varphi_n)}{\cos \varphi_n} \right] + \\ + \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{f_n G_n(\mu_n R)}{K^2 - \mu_n^2} [\exp(-Z\sqrt{\mu_n^2 - K^2}) - 1], \quad (5.21)$$

где $G_n(R)$, μ_n и f_n определяются по уравнениям (5.17), (5.18) и (5.20), $\varphi_n \neq \pi/2 + \pi n$.

Полученное аналитическое решение (5.21) дает возможность проанализировать влияние геометрии кольцевого канала на вихревую структуру течения и в предельном случае при $r_1 \rightarrow 0$ совпадает с решением, полученным в работе [265] для полубесконечной круглой трубы.

5.2.2. Анализ результатов

Расчеты проводились для кольцевых каналов во всем диапазоне изменения отношения радиусов $0 < r_1/r_2 < 1$. При $r_1/r_2 \rightarrow 0$ картина течения приближалась к случаю течения в круглой трубе [265], а при $r_1/r_2 \rightarrow 1$ соответствовала течению в плоской щели. Варьировалась форма начальных распределений тангенциальной скорости на входе $U_0(R)$ и интенсивность завихренности K .

В табл. 5.1 представлены значения собственных чисел задачи μ_n , полученные в результате решения уравнения (5.20) для различной геометрии каналов.

Как показывает таблица 5.1, значения собственных чисел задачи μ_n зависят от отношения радиусов цилиндрических поверхностей канала r_1/r_2 , причем при увеличении этого отношения значения μ_n для $n = idem$ возрастают. Так, для $r_1/r_2 = 0,1$ $\mu_1 = 3,95$, $\mu_2 = 7,33$, ...; для $r_1/r_2 = 0,5$ $\mu_1 = 6,39$, $\mu_2 = 12,63$, ...; а для $r_1/r_2 = 0,9$ $\mu_1 = 31,43$,

Таблица 5.1

Значения μ_n для кольцевых каналов с различным
отношением радиусов $R_1 = r_1/r_2$

N	$\mu_n (R_1 = 0,1)$	$\mu_n (R_1 = 0,5)$	$\mu_n (R_1 = 0,9)$
1	3,95	6,39	31,43
2	7,33	12,63	62,83
3	10,75	18,89	—
4	14,19	25,17	—
5	17,65	31,43	—
6	21,11	37,71	—
7	24,57	43,99	—
8	28,05	50,29	—
9	31,53	56,57	—
10	35,01	62,85	—
11	38,49	69,13	—
12	41,97	75,41	—
13	45,45	—	—
14	48,95	—	—
15	52,43	—	—

$\mu_2 = 62,83$. Это существенным образом сказывается на вихревой структуре течения.

Параметр K в (5.21) можно связать с локальным углом закрутки α спиральных (винтовых) траекторий движения частиц жидкости. Согласно [262], интенсивность завихренности k в (5.6)–(5.10) можно трактовать как отношение циркуляции $u_\phi r$ к функции тока (расходу) $\psi = u_z r^2/2$. Тогда для K получим:

$$K = \frac{2u_\phi r_2}{ru_z}, \quad (5.22)$$

откуда $\operatorname{tg} \alpha = u_\phi/u_z = \text{const} \cdot r$ при $K = \text{const}$. Аналогичный результат можно получить и из уравнения (5.8). Это изменение локального угла закрутки вихревых нитей по радиусу канала приводит к формированию макровихревой структуры потока.

Из решения (5.21) следует, что при малых интенсивностях вращения $K < \mu_1$ поперечный масштаб макровихревой структуры потока соответствует ширине кольцевого зазора, а продольный стремится к бесконечности (см. рис. 58, 60). Профили всех трех компонент скорости при этом описываются параболами.

При приближении значения параметра K к значению μ_1 формируется зона возвратного течения вблизи внутренней поверхности кольцево-

го канала и в центральной части трубы (см. рис. 58, 60). При увеличении K до значений $\mu_1 < K < \mu_2$ наблюдается структурная реорганизация потока в поперечном и продольном направлениях: появляются два слоя торOIDальных вихрей с противоположным вращением и безразмерным шагом расположения вдоль оси z $t_1 = 2\pi/\sqrt{K^2 - \mu_1^2}$. Примеры расчета для кольцевого канала с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$ при стремлении параметра интенсивности завихренности K к первому (μ_1) и второму (μ_2) корням уравнения (5.18) представлены на рис. 58–63. Рис. 60, 61 демонстрируют качественное изменение структуры потока

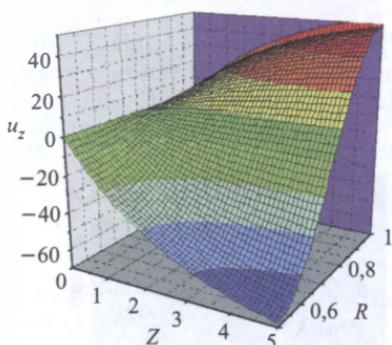


Рис. 58. Распределение продольной скорости $u_z(R, Z)$ в кольцевом канале при $K = 6,38$, $r_1/r_2 = 0,5$

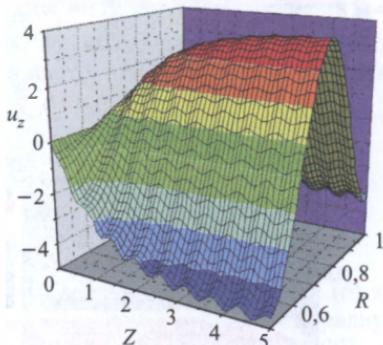
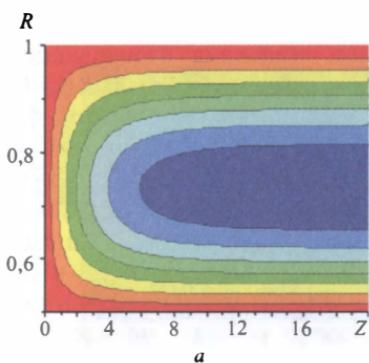
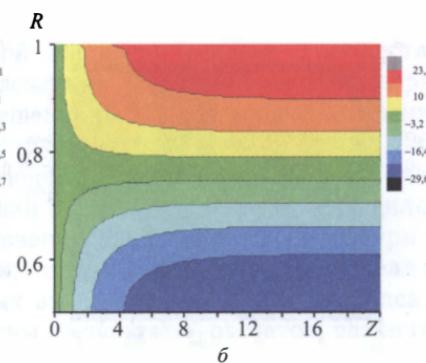


Рис. 59. Распределение продольной скорости $u_z(R, Z)$ в кольцевом канале с $r_1/r_2 = 0,5$ при $K = 12,6$ ($K \rightarrow \mu_2$, $t_1 = 0,58$)

с увеличением интенсивности завихренности K при переходе через первый корень μ_1 , а рис. 62, 63 — через второй корень μ_2 .



$u_\phi(R, Z)$ – изотахи в плоскости (R, Z)



$u_z(R, Z)$ – изотахи в плоскости (R, Z)

Рис. 60. Распределение окружной $u_\phi(R, Z)$ (а) и продольной $u_z(R, Z)$ (б) компонент скорости винтового потока в кольцевом канале с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$

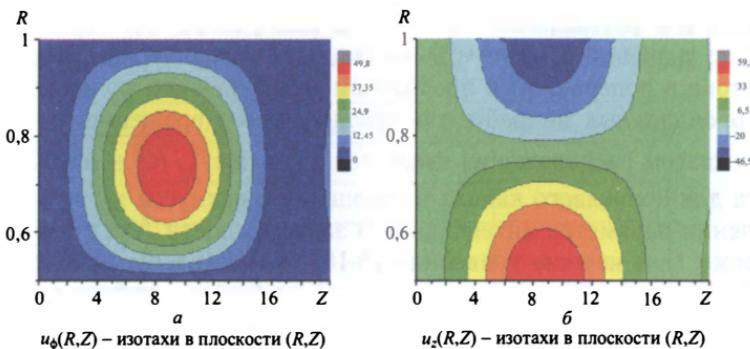


Рис. 61. Распределение окружной $u_\phi(R, Z)$ (а) и продольной $u_z(R, Z)$ (б) компонент скорости винтового потока в кольцевом канале с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$ при $K = 6,40$ ($K \rightarrow \mu_{1+}$, $\mu_1 = 6,39$)

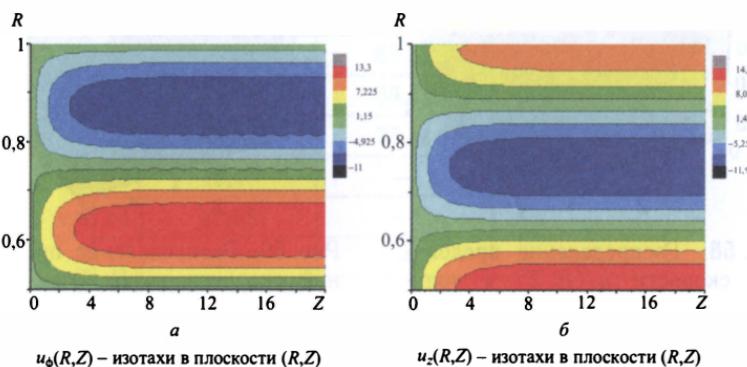


Рис. 62. Распределение окружной $u_\phi(R, Z)$ (а) и продольной $u_z(R, Z)$ (б) компонент скорости винтового потока в кольцевом канале с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$ при $K = 12,62$ ($K \rightarrow \mu_{2-}$, $\mu_2 = 12,63$)

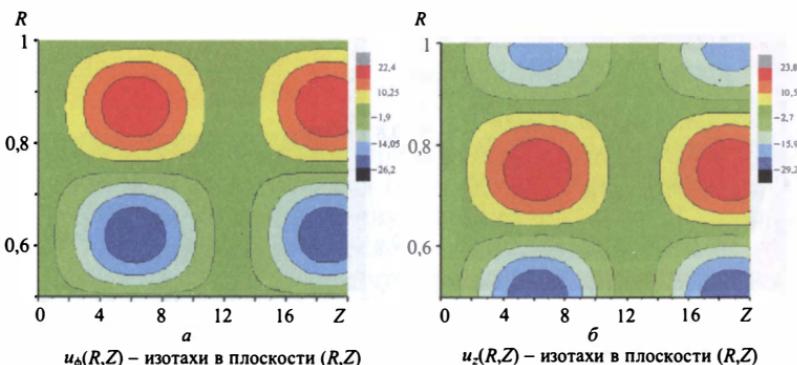


Рис. 63. Распределение окружной $u_\phi(R, Z)$ (а) и продольной $u_z(R, Z)$ (б) компонент скорости винтового потока в кольцевом канале с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$ при $K = 12,64$ ($K \rightarrow \mu_{2+}$, $\mu_2 = 12,63$)

В области $\mu_{n-1} < K < \mu_n$ течение разбивается по радиусу на n слоев с продольным масштабом торoidalных вихрей $l = t_{n-1}r_2 = 2\pi r_2 / \sqrt{K^2 - \mu_{n-1}^2}$. Профили компонент скорости описываются при этом кривыми n -го порядка, а поток приобретает мелкомасштабную вихревую структуру (см. рис. 64).

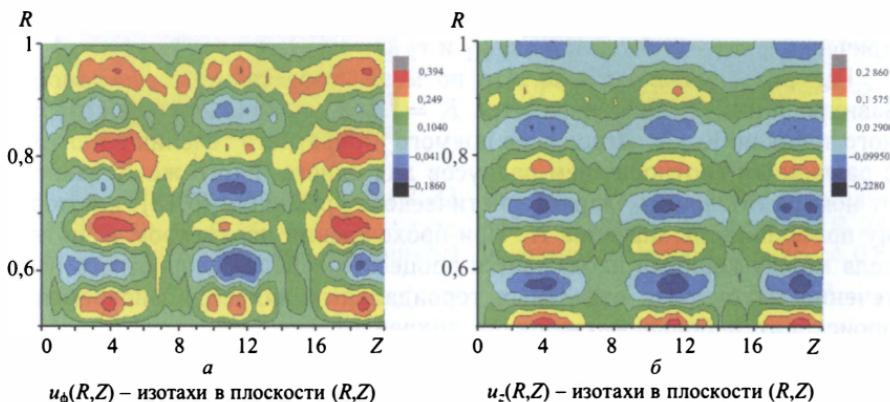


Рис. 64. Распределение окружной $u_\phi(R, Z)$ (а) и продольной $u_z(R, Z)$ (б) компонент скорости винтового потока в кольцевом канале с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$. При $K = 47$ (между корнями $\mu_7 = 43,99$ и $\mu_8 = 50,29$)

5.3. Влияние интенсивности завихренности на структуру закрученных потоков в цилиндрических каналах

Аналитические решения наиболее удобны для выявления общих закономерностей тех или иных физических явлений. В данном случае, хотя возможность аналитического описания сложного поступательно-вращательного движения реальной жидкости связана с существенной идеализацией течения и привлечением теории Громеки–Бельтрами [21], полученное аналитическое решение (5.21) для кольцевого канала, так же как решение для круглой трубы, приведенное в работе [265], могут быть использованы для изучения влияния интенсивности завихренности потока, граничных условий и формы скоростного профиля на входе в канал на условия возникновения макровихревой структуры потока и рециркуляционного движения в кольцевых каналах и трубах при режимах течения, характеризуемых высокими числами Рейнольдса.

В данном разделе представлены результаты расчетов различных вариантов винтовых течений в трубах и кольцевых каналах. Распределение окружной скорости потока на входе в канал $U_0(r) = u_\phi(r, 0)$ задавалось различными способами: в виде вихря Рэнкина – Бюргерса (1.3), в форме полиномиальной зависимости (4.32)–(4.35), а также в виде свободного вихря с законом вращения $U_0(r) \sim \text{const}/r$.

Проведенные расчеты показали, что форма начального распределения скорости на входе в канал слабо влияет на структуру закрученного течения, причем это влияние ограничивается расстоянием в несколько калибров вниз по потоку и уменьшается при увеличении интенсивности завихренности потока. На распределение скоростного поля закрученного течения в кольцевом канале наибольшее влияние оказывают интенсивность завихренности потока и соотношение радиусов цилиндрических поверхностей канала r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$).

Расчеты показали также, что по мере возрастания интенсивности завихренности потока (параметра $K = k/r_2$) возникают зоны возвратного течения. Количество слоев прямого и обратного течения в каналах с различным соотношением радиусов для одного и того же K зависит от номера n корня μ_n характеристического уравнения (5.18), к которому приближается значение K . При прохождении параметром K интервала между корнями наблюдается процесс «распада» скоростного поля течения на систему отдельных тороидальных вихрей. Одновременно происходит небольшое смещение вихрей от внешней стенки к внутренней и вдоль внешней стенки образуется еще одна область течения, характеризующаяся определенной структурой. Образовавшиеся вихри дробятся на все более мелкие, и, в конце концов, сливаются в сплошные слои при приближении параметра K к следующему корню уравнения (5.18). Направление течения в соседних слоях противоположное, т. е. области расположения по радиусу слоев с прямым и возвратным течением жидкости чередуются.

Следует отметить тот факт, что при переходе через корень происходит инверсия потоков, т. е. скорости меняют знак на противоположный.

К иллюстрациям, представленным на рис. 58–64, для полноты картины можно добавить рис. 65 и 66, демонстрирующие явление дробления вихрей при увеличении интенсивности завихренности между точками бифуркаций (корнями μ_n уравнения (5.18)).

На рис. 65 показано, как меняется поле тангенциальной скорости $u_\phi(R, Z)$ при значении параметра K , соответствующем середине интервала между первым и вторым корнями μ_n уравнения (5.18) для кольцевого канала с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,5$.

На рис. 66 представлено распределение продольной скорости $u_z(R, Z)$ для того же канала на некотором удалении от первого корня в интервале $\mu_1 < K < \mu_2$. Сравнение с рис. 58, 59 говорит о существенном изменении вихревой структуры потока при изменении интенсивности завихренности.

Расчетный анализ показывает, что появление режима течения с макровихрями тороидальной формы в узком кольцевом канале при $r_1/r_2 \rightarrow 1$ маловероятно. Как следует из табл. 5.1, для кольцевого канала с отношением радиусов $r_1/r_2 = 0,9$ существуют всего лишь два корня, имеющие большие значения, и для формирования макровихревой структуры поток должен обладать очень высокой степенью завихренности.

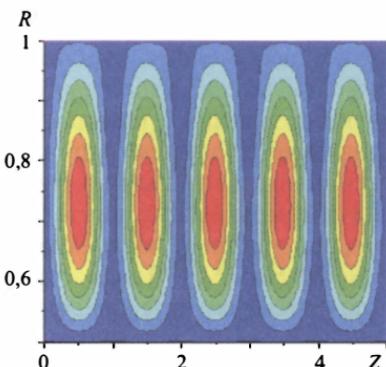


Рис. 65. Распределение $u_\phi(R, Z)$: $K = 9,0$, $\mu_1 < K < \mu_2$ ($R = r/r_2$, $Z = z/r_2$ — безразмерные координаты)

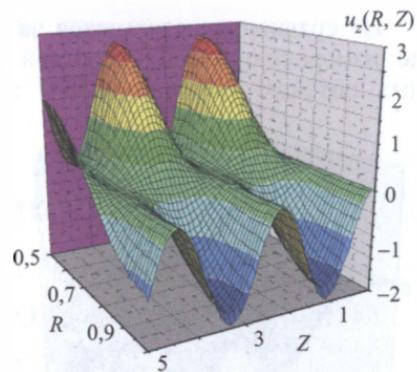


Рис. 66. Распределение продольной компоненты скорости $u_z(R, Z)$ в кольцевом канале с $r_1/r_2 = 0,5$ при $K = 7,0$, $\mu_1 < K < \mu_2$

Во втором предельном случае при $r_1/r_2 \rightarrow 0$ картина течения приближается к случаю течения в круглой трубе. В табл. 5.2 приведены величины первых пяти значений μ_n для трубы. По сравнению с кольцевым каналом μ_n имеют минимальные значения, что приводит к возможности образования макровихревых структур при меньших интенсивностях завихренности потока.

Таблица 5.2
Значения μ_n для трубы

μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
3,832	7,016	10,173	13,324	16,471

На рис. 67 показано распределение линий тока винтового потока в трубе при $K \rightarrow \mu_2$. В проекции на плоскость (R, Z) функция тока $\psi = u_z r^2 / 2$ имеет такой же вид, как и угловая составляющая скорости $u_\phi(R, Z)$ с соблюдением некоторой пропорциональности. На рисунке хорошо различимы два слоя тороидальных вихрей с противоположным вращением, имеющие тенденцию к слиянию в отдельные слои.

Рис. 68 иллюстрирует перераспределение расхода по сечению трубы при возникновении макровихревой структуры течения.

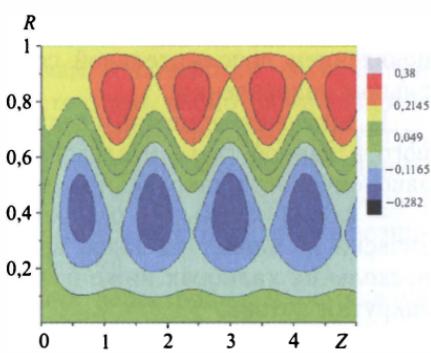


Рис. 67. Распределение линий тока в трубе при $K = 6,5$. ($R = r/R_0$, $Z = z/R_0$ — безразмерные координаты, R_0 — радиус трубы)

Из сравнения результатов расчета с экспериментальными данными по измерению полей скоростей в реальных закрученных турбулентных потоках (см. рис. 52–54) можно сделать вывод, что структура закрученных течений в каналах, характеризуемая профилем окружной скорости, представленным на рис. 5, подобна рассмотренному винтовому течению при значении параметра за-вихренности $K < \mu_1$. Такая структура соответствует установившемуся макровихревому течению в канале, имеющему форму вытянутого вдоль продольной оси канала тороида, с двойным вращением: как целое тороид вращается вокруг продольной оси канала и, в то же время, осуществляется вращение в радиальной плоскости. Частицы жидкости в тороидальном вихре оказываются вовлечеными в простран-

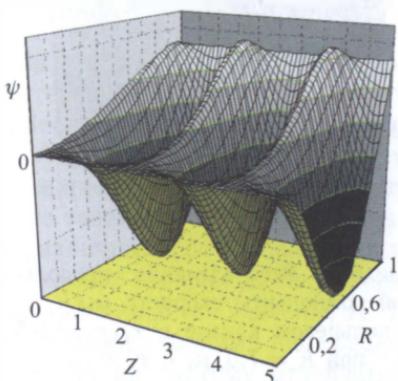


Рис. 68. Распределение функции тока $\psi = u_z r^2 / 2$ при $r_1/r_2 \rightarrow 0$ и $K = 5$

ственno-криволинейное движение, которое можно разложить на поступательное вдоль оси канала и сложное вращательное, характеризуемое двумя взаимно перпендикулярными составляющими угловой скорости: в направлении продольной оси канала z и в направлении угловой координаты ϕ . Соотношение частот вращения в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, в основном, и определяет внутреннюю структуру закрученных течений.

Следует заметить, что при неустановившемся закрученном течении в каналах (в случаях плавно или резко изменяющейся по длине площади проходного сечения канала, нарастания или генерации закрутки) вихревая структура течения еще более усложняется и характеризуется появлением дополнительной составляющей угловой скорости в радиальном направлении.

В заключение можно сделать вывод, что на основании проведенного в данной главе исследования могут быть объяснены следующие закономерности закрученных течений:

- форма начального распределения скорости за завихрителем практически не влияет на закон вращения потока, устанавливающийся на нескольких калибрах ниже по течению и зависящий от интенсивности закрутки потока,

- при достижении определенной интенсивности вращения могут существовать неустойчивые режимы течения с образованием системы тороидальных и спиральных вихрей,

- существует пороговое значение интенсивности закрутки потока, при котором возникает рециркуляционное движение жидкости в канале.

Глава 6

ГЕНЕРАЦИЯ СПИРАЛЬНОСТИ И КРИТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ ОДНОФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ

Введение

В настоящее время все более важное значение в теоретической и прикладной теплофизике приобретают проблемы, связанные с изучением условий возникновения и устойчивости крупномасштабных вихревых структур в пространственно криволинейных или неоднородных потоках, имеющих место в элементах теплоэнергетических и двигательных аппаратов. Наблюдения показывают, что крупные локальные вихреобразования могут создаваться при турбулентном течении в потоках, ограниченных неподвижными непроницаемыми поверхностями, при резком изменении величины и направления скоростей течения, при изменении геометрии проходного сечения каналов, обтекания тел и препятствий, что способствует отрывам и поворотам потока, при течении в криволинейных каналах. Вместе с тем, несмотря на разнообразие условий возникновения детерминированных вихревых структур, анализ имеющегося обширного экспериментального материала, данный в работе [268], позволяет сделать определенные выводы об общих закономерностях формирования и топологических особенностях возникающих крупномасштабных вихреобразований.

Для определения критических условий перестройки поля течения в реальной гидродинамической системе, обуславливающих возникновение крупномасштабных вихреобразований, необходимо рассмотреть вопрос об условиях генерации спиральности H . Как будет показано ниже, наличие спиральности в вихревом потоке приводит к формированию устойчивых вихревых структур и позволяет говорить о топологической картине течения, обеспечивающей минимум диссипативных потерь.

6.1. Понятие спиральности. Вывод уравнения спиральности

Под термином «спиральность», введенном первоначально в теоретической физике, в настоящем случае подразумевается скалярное произведение локальных компонент скорости и завихренности потока¹⁾:

$$H = (\mathbf{u}\boldsymbol{\omega}), \quad (6.1)$$

где \mathbf{u} — вектор локальной скорости потока, $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{u}$ — вектор локальной завихренности. Речь может идти о движении любой среды, обладающей свойством текучести — жидкости, газа, расплава.

Вводимая таким образом величина является скаляром, локальной энергетической характеристикой потока и имеет размерность ускорения. Уравнение, описывающее изменение спиральности в вихревых течениях, дает возможность проанализировать, какие факторы влияют на перераспределение механической энергии потока между поступательной и вращательной составляющими движения, а, следовательно, и на изменение вихревой структуры течения.

Уравнение для скорости изменения спиральности (6.2)

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla H = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{P}_v + \text{grad} \frac{u^2}{2} - \frac{1}{\rho} \text{grad } P) + \\ + \mathbf{u} \text{rot } \mathbf{P}_v - \nu \boldsymbol{\omega} \text{rot } \boldsymbol{\omega} - \nu \mathbf{u} \text{rot}(\text{rot } \boldsymbol{\omega}) \quad (6.2)$$

может быть получено в результате сложения уравнения движения вязкой жидкости (5.2)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = \mathbf{P}_v - \frac{1}{\rho} \text{grad } P - \nu \text{rot}(\text{rot } \mathbf{u}),$$

умноженного скалярно на $\boldsymbol{\omega}$, и уравнения (5.5)

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega}\nabla)\mathbf{u} = \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega},$$

описывающего распределение завихренности $\boldsymbol{\omega}$, умноженного на \mathbf{u} .

Наиболее универсальной формой уравнений, описывающих любые физические процессы, является безразмерная форма уравнений, так как очевидно, что явления в природе не зависят от выбора масштабов физических величин, а, следовательно, от системы единиц измерений.

С целью выявления определяющих критериев на процесс формирования устойчивых спиральных вихревых структур с отличным от нуля значением спиральности $H = \mathbf{u}\boldsymbol{\omega}$ приведем уравнение (6.2) к безразмерному виду.

¹⁾ В работе [23] аналогичная величина названа плотностью спиральности. Мы будем придерживаться выбранной терминологии, так как в противном случае нужно было бы говорить о «плотности скорости» и «плотности завихренности». Здесь же имеются ввиду локальные свойства среды.

6.1.1. Приведение к безразмерному виду

Выберем в качестве масштабов характерные для рассматриваемых процессов размер l_0 , скорость u_0 и время t_0 . Используя эти величины, образуем безразмерные переменные:

$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{u}}{u_0}, \quad \mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}}{l_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad (6.3)$$

и выразим размерные параметры через безразмерные:

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}u_0, \quad \mathbf{r} = \mathbf{R}l_0, \quad t = \tau t_0. \quad (6.4)$$

Учитывая соотношения (6.4), получим:

$$H = \mathbf{u} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{u} = \frac{u_0^2}{l_0} \mathbf{U} \nabla \mathbf{U}, \quad \boldsymbol{\omega} = \frac{u_0}{l_0} \nabla \mathbf{U}, \quad (6.5)$$

и уравнение скорости изменения спиральности (6.2) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{u_0^2}{l_0 t_0} \frac{\partial H}{\partial \tau} + \frac{u_0^3}{l_0^2} \mathbf{U} \nabla H &= \frac{u_0}{l_0} (\nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{P}_v) + \frac{u_0^3}{l_0^2} \nabla \mathbf{U} \operatorname{Grad} \frac{U^2}{2} - \frac{u_0}{l_0^2 \rho} \nabla \mathbf{U} \operatorname{Grad} P + \\ &+ \frac{u_0}{l_0} (\mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{P}_v) - \nu \frac{u_0^2}{l_0^3} (\nabla \mathbf{U}) \cdot (\nabla \nabla \mathbf{U}) - \nu \frac{u_0^2}{l_0^3 \rho} \mathbf{U} (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}), \end{aligned} \quad (6.6)$$

где $H = \frac{H}{u_0^2 l_0} = \mathbf{U}(\nabla \mathbf{U})$ — безразмерная величина спиральности, а знаки ∇ , Grad подразумевают дифференцирование по безразмерной координате.

Следует заметить, что в случае потенциальности объемных сил $\mathbf{P}_v = -\operatorname{grad} \Pi$, $\nabla \mathbf{P}_v \equiv 0$, четвертое слагаемое в правой части уравнения (6.6) становится равным нулю. Ограничивааясь в данном рассмотрении действием гравитационных сил, выразим плотность объемных сил как $\mathbf{P}_v = \mathbf{g}$.

Разделив все члены уравнения (6.6) на u_0^3/l_0^2 — множитель при конвективном члене в левой части уравнения, получим:

$$\begin{aligned} \frac{l_0}{u_0 t_0} \frac{\partial H}{\partial \tau} + \mathbf{U} \nabla H &= \frac{l_0 \mathbf{g}}{u_0^2} (\nabla \mathbf{U}) + \nabla \mathbf{U} \operatorname{Grad} \frac{U^2}{2} - \frac{1}{u_0^2 \rho} \nabla \mathbf{U} \operatorname{Grad} P - \\ &- \frac{\nu}{u_0 l_0} (\nabla \mathbf{U}) \cdot (\nabla \nabla \mathbf{U}) - \frac{\nu}{u_0 l_0} \mathbf{U} (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}), \end{aligned} \quad (6.7)$$

где множители при различных членах уравнения соответствуют следующим безразмерным комплексам:

- критерию гомохромности $\text{Ho} = \frac{t_0 u_0}{l_0}$;
- числу Фруда $\text{Fr} = \frac{u_0^2}{g l_0}$;
- числу Эйлера $\text{Eu} = \frac{P_\infty}{u_0^2 \rho}$, (P_∞ — давление на бесконечности); (6.8)
- числу Рейнольдса $\text{Re} = \frac{u_0 l_0}{\nu}$.

Учитывая соотношения (6.5), (6.8), и, выражая $\nabla \mathbf{U} = H \mathbf{e}_u / U$ ($H = \mathbf{U}(\nabla \mathbf{U}) = |\mathbf{U}|(\mathbf{e}_u \cdot \nabla \mathbf{U}) = U(\mathbf{e}_u \cdot \nabla \mathbf{U})$), из уравнения (6.7), получим безразмерное уравнение скорости изменения спиральности в критериальном виде:

$$\frac{1}{Ho} \frac{\partial H}{\partial \tau} + \mathbf{U} \nabla H = \frac{He_u}{U} \left[\frac{1}{Fr} \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} + \text{Grad} \frac{U^2}{2} - Eu \frac{\text{Grad} P}{P_\infty} - \frac{1}{Re} (\nabla \nabla \mathbf{U}) \right] - \frac{1}{Re} U \mathbf{e}_u (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}). \quad (6.9)$$

При значении критерия гомохромности $Ho = l_0/(u_0 t_0) = 1$ (в случае взаимозависимости выбранных масштабов: $t_0 = l_0/u_0$) левую часть уравнения (6.9) можно представить как полную производную спиральности по времени $\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \tau} + \mathbf{U} \nabla H$, и уравнение для спиральности H в безразмерном виде примет вид:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{H}{U} \left[\frac{l_0}{u_0^2} \mathbf{e}_u \mathbf{g} + \mathbf{e}_u \text{Grad} \frac{U^2}{2} - \frac{1}{u_0^2 \rho} \mathbf{e}_u \text{Grad} P - \frac{\nu}{u_0 l_0} \mathbf{e}_u (\nabla \nabla \mathbf{U}) \right] - \frac{\nu}{u_0 l_0} U \mathbf{e}_u (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}), \quad (6.10)$$

где \mathbf{e}_u — единичный вектор в направлении линии тока, а двукратное и трехкратное употребление значка ∇ означает: $\nabla \nabla \mathbf{U} = \text{Rot}(\text{Rot} \mathbf{U})$ и $\nabla \nabla \nabla \mathbf{U} = \text{Rot}(\text{Rot}(\text{Rot} \mathbf{U}))$, (Rot подразумевает дифференцирование по безразмерной координате).

Уравнение (6.10) показывает, что величина полной производной спиральности по времени зависит от соотношения между изменениями вдоль линии тока кинетической энергии потока, плотности действия объемных сил, градиента давления и работы против сил молекулярного трения (диссипативных потерь).

Из уравнения (6.10) следует, что при отсутствии спиральности (условие $H = 0$ соответствует ламинарному течению, при котором $\mathbf{u} \perp \boldsymbol{\omega}$) ее генерация зависит только от сил молекулярной вязкости.

Если в начальный момент времени поле скорости описывается сложной функцией пространственных координат, допускающей трехкратное дифференцирование, то из уравнения (6.10) получим:

$$\frac{dH}{dt} = - \frac{\nu}{u_0 l_0} \mathbf{U} (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}) \text{ или } \frac{dH}{dt} = - \frac{1}{Re} \mathbf{U} (\nabla \nabla \nabla \mathbf{U}). \quad (6.11)$$

6.1.2. Связь спиральности с интенсивностью завихренности

Появление спиральности, т. е. выполнение условия:

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \neq 0, \quad (6.12)$$

обуславливается рядом причин: особенностями геометрии каналов, влиянием массовых сил, появлением температурных неоднородностей

и т. д. Условие (6.12) напрямую соотносится с условием винтового движения Громеки (5.6):

$$\text{rot } \mathbf{u} = k\mathbf{u},$$

где $\omega = \text{rot } u$ — локальная завихренность: $\omega = \text{rot } u$, \mathbf{u} — вектор полной локальной скорости потока, k — интенсивность завихренности, характеризующая отношение циркуляции $u_\phi r$ к функции тока (расходу) $\psi = u_z r^2/2$.

Физически это означает, что вихревые линии совпадают с траекториями движения частиц жидкости и являются винтовыми линиями.

При скалярном домножении обеих частей уравнения (5.6) на \mathbf{u} получим:

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} = k(\mathbf{u})^2. \quad (6.13)$$

Таким образом, связь размерных параметров спиральности H и интенсивности завихренности k такова:

$$H = ku^2, \quad (6.14)$$

а в безразмерном виде:

$$H = KU^2, \quad (6.15)$$

где $H = \frac{H}{u_0^2} l_0$; $K = kl_0$; $U = |\mathbf{U}| = \frac{u}{u_0}$, $u = |\mathbf{u}|$.

По определению скалярного произведения спиральность H можно представить как

$$H = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} = |\mathbf{u}| |\boldsymbol{\omega}| \cos \alpha, \quad (6.16)$$

где α — угол между направлениями векторов \mathbf{u} и $\boldsymbol{\omega}$. При винтовом движении, когда вектора \mathbf{u} и $\boldsymbol{\omega}$ коллинеарны, $\alpha = \pi n$, где $n = 0, 1, \dots$, $\cos \alpha$ может принимать значения ± 1 (знаки «+» или «-» связаны с понятием «киральности» и соответствуют правовинтовому или левовинтовому вращению).

Из соотношений (6.13), (6.16) следует, что $|\mathbf{u}| |\boldsymbol{\omega}| \cos \alpha = k |\mathbf{u}|^2$ и

$$\cos \alpha = \frac{k |\mathbf{u}|}{|\boldsymbol{\omega}|}. \quad (6.17)$$

Соотношение (6.17) показывает, что в случае прецессии вектора угловой скорости вращения жидкой частицы относительно направления скорости частицы такое движение можно свести к эквивалентному винтовому движению: $\boldsymbol{\omega} = k^* \mathbf{u}$, где $k^* = k / \cos \alpha$.

6.2. Теоретический анализ

В зависимости от выбранных масштабов, характеризующих движение жидкости, уравнение спиральности в виде (6.6)–(6.7) или (6.9)–(6.10) может быть использовано для описания процессов генерации и диссипации спиральных вихревых структур. Удобство теоретического анализа на основе решения уравнения спиральности состоит

ит в том, что условия возникновения устойчивых крупномасштабных вихревых структур могут быть предсказаны не на основе численного решения векторных уравнений (5.2), (5.5), что представляет известную проблему, а с помощью уравнения (6.2), записанного относительно скалярной величины H (или безразмерных уравнений (6.6)–(6.10)).

6.2.1. Некоторые свойства вихревых течений с ненулевой спиральностью. Уравнение энергии для винтового течения

Как показано в работе [271], термодинамическое состояние конденсированных сред может определяться их внутренней симметрией. Характеристикой внутренней симметрии является параметр порядка [272]. Можно предположить, что изменение параметра порядка для закрученного потока жидкости, приводящее к образованию его внутренней детерминированной вихревой структуры, может быть связано с наличием спиральности.

Условие винтового движения жидкости (5.6) соответствует термодинамическому условию минимума диссипативных потерь в рассматриваемой системе. Это следует из закона сохранения энергии. Как известно, выражением этого закона для движущейся жидкости в рамках модели сплошной среды является дифференциальное уравнение сохранения энергии [85], имеющее следующий вид:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(c_v T + \frac{u^2}{2} \right) = \rho \mathbf{P}_v \mathbf{u} - \operatorname{div} \left\{ \rho \mathbf{u} \left(i + \frac{u^2}{2} \right) - \mu \operatorname{grad} \left(u^2 + \frac{i}{Pr} \right) - \mu [\omega \mathbf{u}] + \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \mathbf{u} \right\}, \quad (6.18)$$

где ρ — плотность, $c_v T$ — внутренняя и $u^2/2$ — кинетическая энергия единицы массы жидкости, \mathbf{P}_v — вектор плотности объемных сил, $i = c_p T = c_v T + P/\rho$ — энтальпия жидкости, μ — коэффициент динамической вязкости, $Pr = \mu c_p / \lambda$ — число Прандтля, λ — коэффициент теплопроводности, T — температура, P — давление, c_p , c_v — удельные теплоемкости жидкости при постоянном давлении и объеме соответственно.

В уравнении (6.18) вязкая диссипация описывается тремя последними членами в фигурной скобке в правой части уравнения. При винтовом движении вязкой несжимаемой жидкости $[\omega \mathbf{u}] = 0$, число диссипативных членов сокращается, а само уравнение сохранения энергии принимает более простой вид:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(c_v T + \frac{u^2}{2} \right) = \rho \mathbf{P}_v \mathbf{u} - \operatorname{div} \left\{ \rho \mathbf{u} \left(i + \frac{u^2}{2} \right) - 2\mu \operatorname{grad} \frac{u^2}{2} - \lambda \operatorname{grad} T \right\}. \quad (6.19)$$

Таким образом, как следует из уравнения (6.19), при винтовом движении жидкости диссипация энергии за счет действия сил вязкого трения возможна только в случае изменения кинетической энергии потока.

Согласно современным моделям, описывающим процесс генерации вихревых структур [273, 274], наличие спиральности может обуславливать гидродинамический альфа-эффект (α -эффект) [132, 275], т. е. появление гидродинамических неустойчивостей в масштабах больших по сравнению с турбулентными масштабами.

Этот эффект наиболее важен для быстрых реакторов с жидкокометаллическим теплоносителем, так как при движении электропроводной жидкости, к которой относится жидкокометаллический теплоноситель, индуцируется магнитное поле. Согласно данным работы [276], на существующих реакторах типа БН-600 с натриевым теплоносителем магнитное число Рейнольдса R_m весьма значительно и составляет $R_m = \mu_0 \sigma U L \approx 40$ (для электропроводящей жидкости в качестве аналога вязкости выступает величина $\nu_m = 1/\mu_0 \sigma$, которую иногда называют *магнитной вязкостью*, μ_0 — магнитная проницаемость, σ — электрическая проводимость жидкости, U — расходная скорость, L — характерный пространственный размер).

Анализ, проведенный в работе [276], основанный на экспериментальных данных, показывает, что при определенных значениях магнитного числа Рейнольдса, превышающих некое критическое значение ($R_m > R_m^{kp}$), возникает самогенерация магнитного поля, которая может привести как к существенно нестационарным пульсационным режимам работы теплогидравлического тракта, так и к полному запиранию расхода теплоносителя с выделением всей мощности циркуляционных насосов в виде джоулевых потерь на участке самовозбуждения.

Установлено, что необходимым условием возникновения «аномальной» ЭДС (или, как еще называют это явление, α -ЭДС, динамо-эффекта) является ненулевая спиральность поля скорости: $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \neq 0$. Поэтому, например, участки трубопроводов главного центробежного насоса, содержащие винтовую компоненту движения, могут быть одной из возможных областей возбуждения.

6.2.2. Переход к винтовому движению

Рассмотрим явление кризиса гидродинамической устойчивости на примере движения жидкости между двумя соосными цилиндрами, внутренний из которых приведен во вращение. Это известный пример тейлоровской неустойчивости (см. рис. 6.9).

Решая уравнение (5.2) с учетом уравнения неразрывности $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ при условии $\rho = \operatorname{const}$, для случая установившегося стационарного движения жидкости, согласно [270], для осевой и радиальной компонент скорости получим: $u_z = 0$, $u_r = 0$, а распределение тангенциальной скорости потока u_ϕ по радиусу в пределах кольцевого зазора будет иметь вид:

$$u_\phi = \frac{\omega_1 r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2} \right), \quad (6.20)$$

где r_1 , r_2 — внутренний и внешний радиусы кольцевого канала, ω_1 — угловая скорость вращения внутреннего цилиндра.

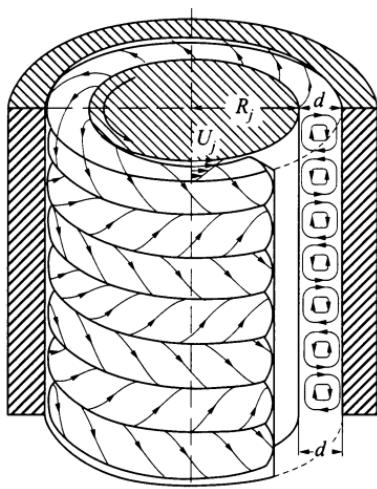


Рис. 69. Вихри Тейлора [36]

Из решения не следует, что полученная зависимость (6.20) имеет какие-либо особенности или ограничения. Вместе с тем известно, что в действительности при интенсивности вращения внутреннего цилиндра, соответствующей критическому числу Тейлора $\text{Ta} = \frac{u_\phi(r_1)d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{r_1}} = 41,3$, $d = r_2 - r_1$, происходит резкая перестройка поля течения с образованием системы тороидальных вихрей (см. рис. 69, 70, г).

В целях определения условий критической перестройки поля течения, связанной с упомянутым выше эффектом, предлагается использовать решение (5.21) для винтового течения жидкости в кольцевом канале.

На рис. 70, а–в представлены результаты расчета, полученные с помощью теории Громерки – Бельтрами, отображающие перестройку поля скорости в кольцевом канале, что соответствует визуализированной в работе [36] картине течения (рис. 70, г).

Рис. 71 иллюстрирует тот факт, что характерной особенностью скоростного поля винтового течения является постоянство полной скорости потока u в радиальном направлении (рис. 71, а), в то время, как осевая u_z , тангенциальная u_ϕ и, в меньшей степени, радиальная u_r компоненты скорости претерпевают изменения, причем u_z изменяется также и по направлению (рис. 71, б).

Теоретический анализ, проведенный в гл. 5, показывает, что кризисная перестройка внутренней структуры закрученного потока в кольцевых каналах происходит при достижении интенсивностью завихренности потока K значения, соответствующего первому собственному числу μ_1 краевой задачи (5.11)–(5.14). При этом характер течения резко меняется: оно приобретает ярко выраженную структуру в форме тороидальных вихрей с одинаковым азимутальным и противоположным меридиональным вращением (рис. 69).

Качественное совпадение структуры винтового потока с реальной картиной течения (рис. 70, г) свидетельствует о том, что в вязкостных потоках при кризисной перестройке течения основную часть объема канала занимают бездиссипативные вихревые структуры, а эффект вязкой диссиляции вынесен на границу крупномасштабных вихрей.

Явление кризисной перестройки поля течения не ограничивается единственным рассмотренным выше критическим переходом, а заключается в том, что при определенных значениях интенсивности завих-

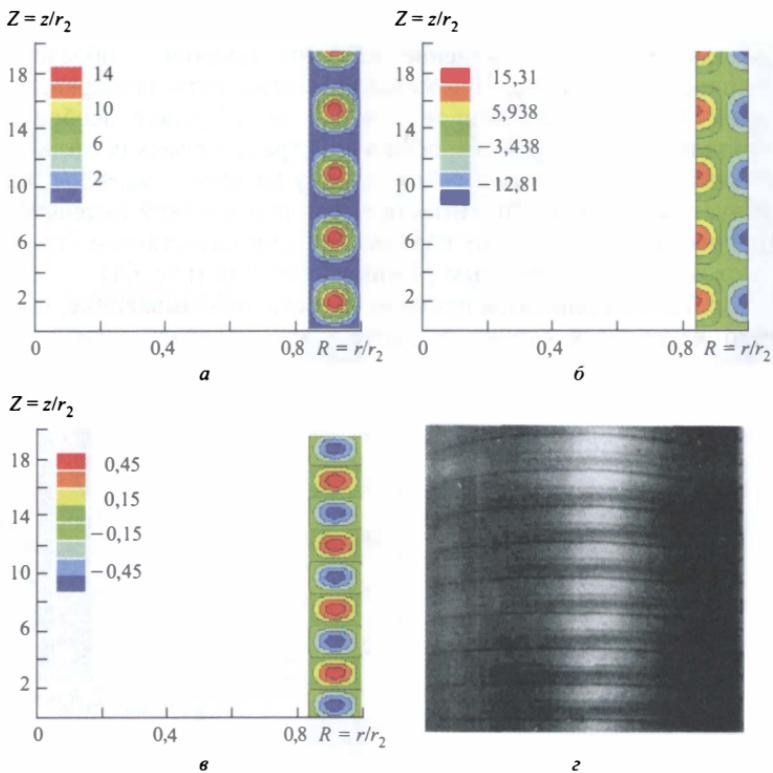


Рис. 70. Распределение *a* — тангенциальной u_ϕ , *б* — продольной u_z , *в* — радиальной u_r компонент скорости винтового потока в кольцевом канале при $K = 20,0$; $\mu_1 = 19,65$; $K = k/r_2 = 2u_\phi r_2/(ru_z) \rightarrow \mu_{1+}$; $R_1 = r_1/r_2 = 0,84$; *г* — визуализация течения [36]

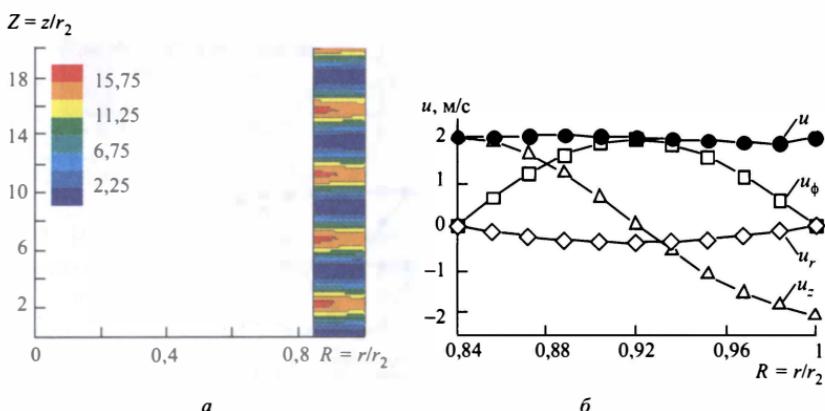


Рис. 71. *a* — распределение полной скорости u по радиусу и длине кольцевого канала; *б* — профили u_ϕ , u_z , u_r и u по ширине кольцевого зазора. $K = 20,0$; $\mu_1 = 19,65$; $R_1 = r_1/r_2 = 0,84$; $Z = 5$

ренности потока K , достигающих значений особых точек $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ происходит резкое изменение картины течения с образованием новых вихревых структур. При малой интенсивности завихренности — значениях $K < \mu_1$ закрученное течение не обладает особенностью и распределение окружной скорости в пространстве между цилиндрами соответствует квазипотенциальному закону вращения $u_\phi \sim 1/r$, что соответствует решению (6.20). Вместе с тем, при высокой интенсивности завихренности потока $K > \mu_7$ картина течения качественно становится весьма схожей с турбулентным режимом течения (рис. 64).

На рис. 72–75 приведены примеры расчета, показывающие, насколько резко изменяется структура потока при переходе интенсивности

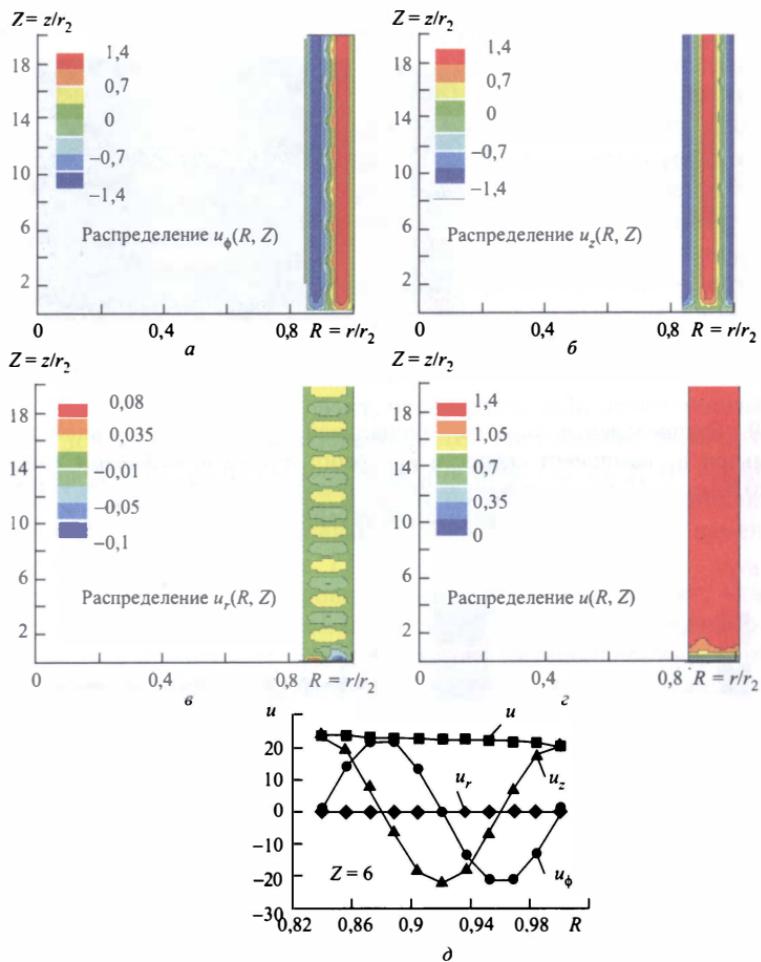


Рис. 72. Второй критический переход (перед корнем $\mu_2 = 39,29$). Распределения тангенциальной u_ϕ , продольной u_z , радиальной u_r и полной u скорости винтового потока при $K = k/r_2 = 2u_\phi r_2/(ru_z) \rightarrow \mu_2^-$; $K = 39,20$

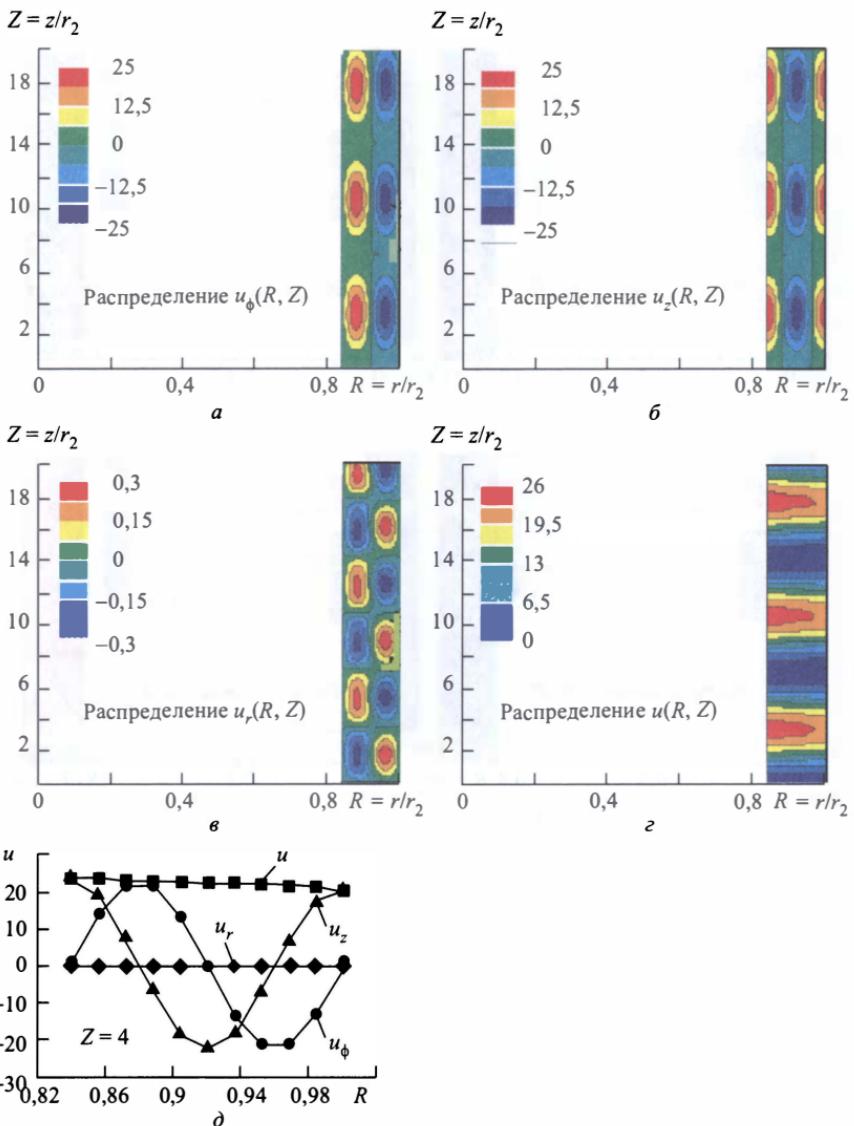


Рис. 73. Второй критический переход (за корнем $\mu_2 = 39,29$). Распределения тангенциальной u_ϕ , продольной u_z , радиальной u_r и полной u скорости винтового потока при $K = k/r_2 = 2u_\phi r_2/(ru_z) \rightarrow \mu_{2+}; K = 39,30$

завихренности K через критические значения, равные μ_2 и μ_3 . Расчет выполнен на основе использования аналитического решения (5.21), для течения в канале кольцевой геометрии с соотношением радиусов $R_1 = r_1/r_2 = 0,84$, что соответствует течению, визуализированному в работе [36]. Графики в нижней части рисунков демонстрируют,

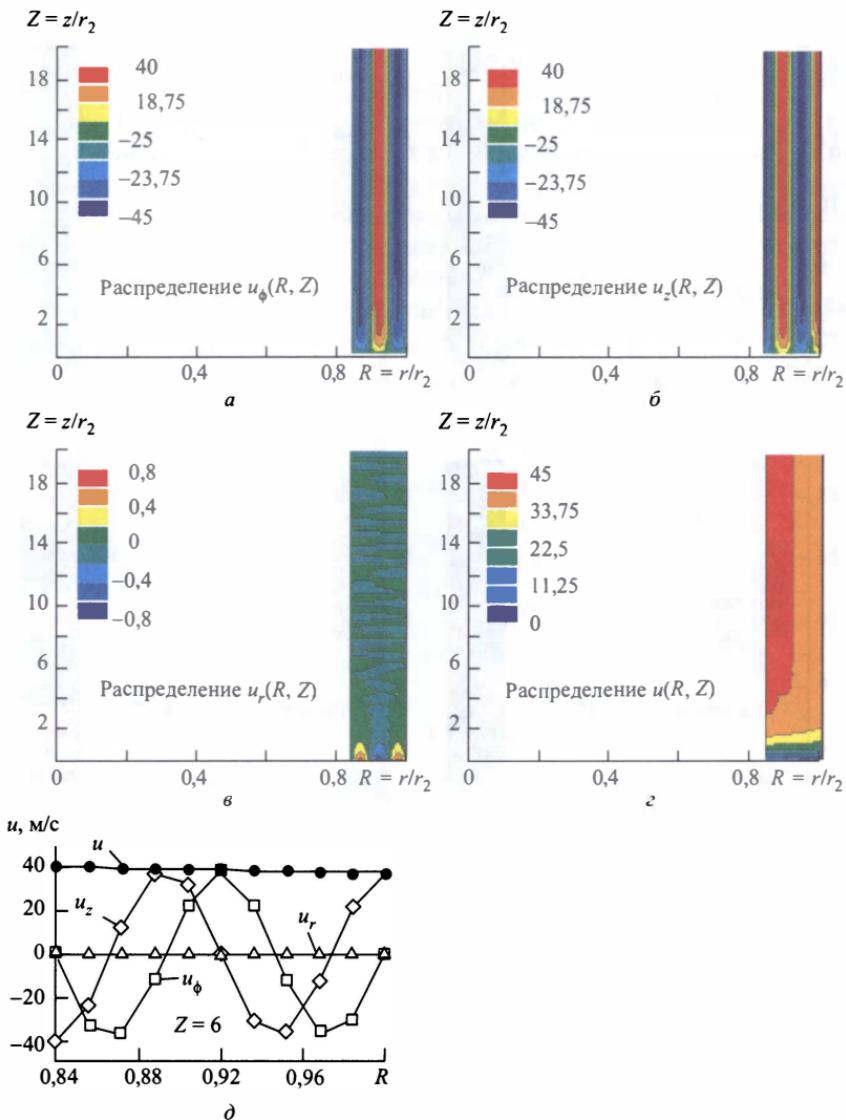


Рис. 74. Третий критический переход (перед корнем $\mu_3 = 58,91$). Распределения тангенциальной u_ϕ , продольной u_z , радиальной u_r и полной u скорости винтового потока при $K = k/r_2 = 2u_\phi r_2/(ru_z) \rightarrow \mu_{3-}; K = 58,90$

что при резком изменении отдельных компонент скорости по радиусу и длине кольцевого канала, полная скорость по радиальной координате остается практически постоянной, а, следовательно, вязкая диссипация в области тороидальных вихрей отсутствует. Представленные примеры расчета отличаются только параметром K , определяющим интенсивность завихренности вблизи критических переходов.

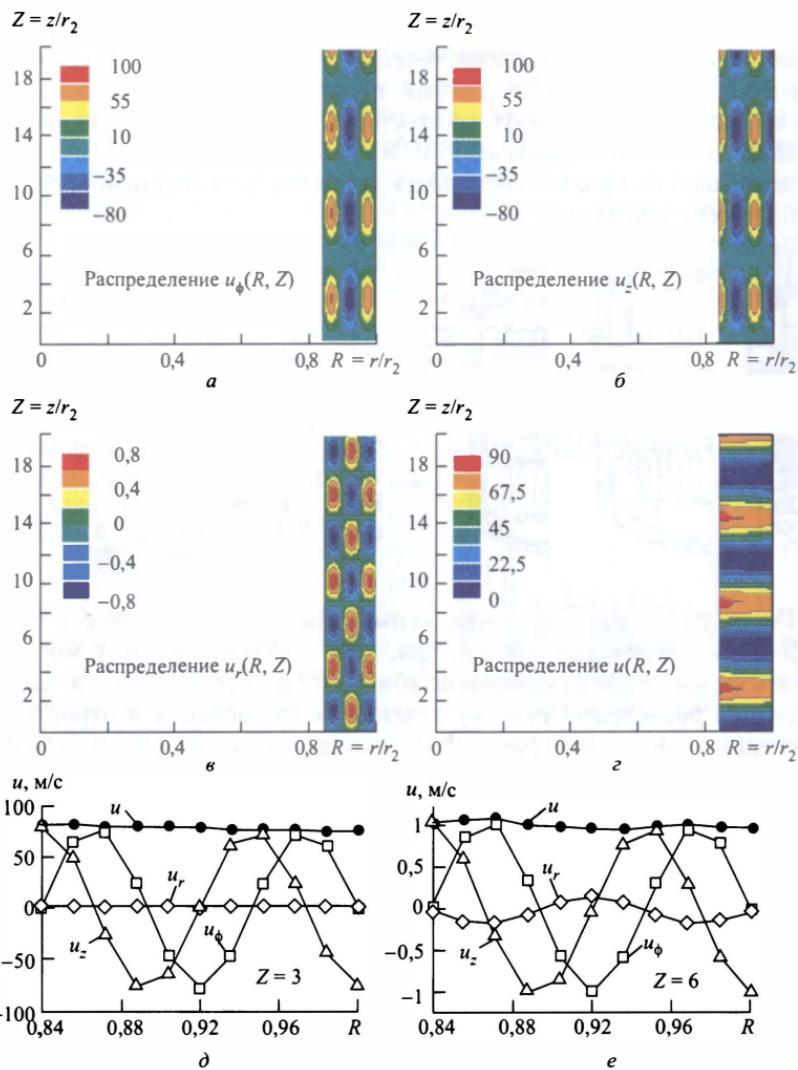


Рис. 75. Третий критический переход (за корнем $\mu_3 = 58,91$). Распределения тангенциальной u_ϕ , продольной u_z , радиальной u_r и полной u скорости винтового потока при $K = k/r_2 = 2u_\phi r_2/(ru_z) \rightarrow \mu_{3+}$; $K = 58,92$

6.3. Самопроизвольная закрутка теплоносителя в коллекторных системах ядерно-энергетических установок

Характерной особенностью конструкции коллекторов корпусных ядерных реакторов, к которым относятся реакторы типа ВВЭР и БН, является наличие опускного участка, имеющего кольцевую геометрию

проходного сечения, и зон петлевого ввода теплоносителя с формированием импактного струйного течения (см. рис. 76). Анализ экспериментальных данных, проведенный в работах [269, 280], показывает, что общим для раздающих коллекторных систем реакторов типа БН и ВВЭР с жидкокометаллическим и водяным охлаждением является относительно низкая интенсивность процесса перемешивания петлевых потоков теплоносителя.

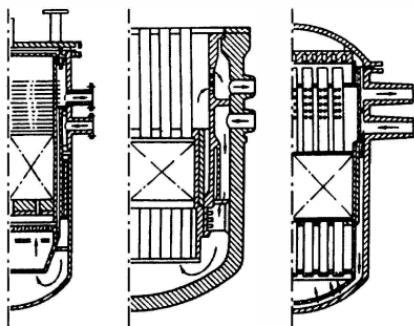


Рис. 76. Различная геометрия коллекторных систем корпусных ядерных реакторов. Схемы проточных трактов различных модификаций реактора ВВЭР-440. (Рис. 5.4. из книги Б. Д. Гусева, Р. И. Калинина, А. Я. Благовещенского [279])

Результаты гидравлических испытаний, представленные в работах [279–284], свидетельствуют о том, что в таких системах могут возникать устойчивые крупномасштабные вихреобразования, не соответствующие расчетному режиму течения теплоносителя и отрицательно влияющие как на нейтронно-физические, так и на тепломассообменные процессы в ядерных реакторах. На рис. 77 показаны примеры крупномасштабных коллекторных вихреобразований, зафиксированных различными авторами.

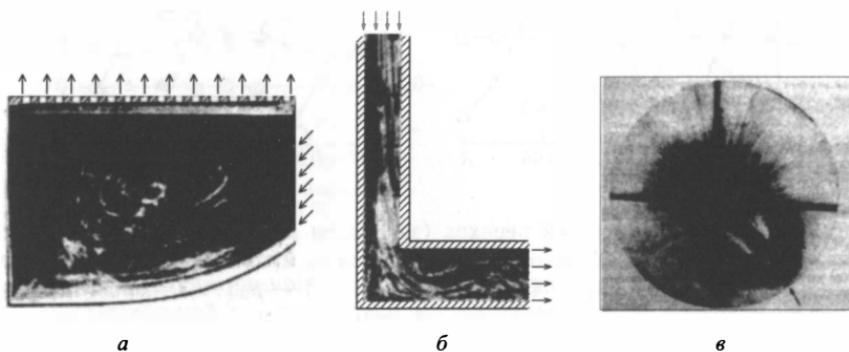


Рис. 77. Примеры типичных коллекторных вихреобразований [279]: а — крупномасштабный вихрь, образующийся при повороте потока с выходом в расширяющийся объем напорного коллектора (С. А. Логвинов и сотрудники); б — вихреобразования в прямоугольном колене (В. А. Решетов); в — два вихря противоположного вращения у днища напорного коллектора корпусного ядерного реактора (стрелкой показано направление радиального подвода теплоносителя) (Б. Н. Габрианович и сотрудники)

Наличие в турбулентных потоках устойчивых локальных вихреобразований, препятствующих перемешиванию теплоносителя на входе в активную зону, может приводить к реактивностным авариям за счет эффектов захолаживания теплоносителя или снижения концентрации борного поглотителя [280]. К проблемам обеспечения безопасности ядерно-энергетических установок (ЯЭУ) следует отнести также задачи предотвращения условий вихреобразований, при которых может происходить захват газа на всасывающей линии насоса или выделение растворенных газов, что приводит к срыву вынужденной циркуляции теплоносителя [278].

Одной из актуальных задач гидродинамики ядерно-энергетических установок с жидкостными теплоносителями является объяснение и математическое моделирование эффекта закрутки потока в напорных камерах коллекторов ядерных реакторов [268, 277]. Возникающие здесь крупномасштабные вихри приводят к неравномерностям в распределении расхода теплоносителя по радиусу активной зоны реактора [285].

Как показано на рис. 78, помимо возникновения торового вихря, обусловленного резким поворотом потока при выходе теплоносителя из выпускной кольцевой заэкранной области реактора, в нижнем круговом коллекторе может возникать центральный вихрь с вертикальной осью, приводящий к уменьшению расхода по наиболее энергонапряженным каналам активной зоны из-за снижения давления в центральной области коллектора. В зависимости от условий ввода теплоносителя в реактор в напорной части коллектора может образовываться несколько вихрей с вертикальной осью [279, 281–284].

Одна из первых целенаправленных попыток математического моделирования сложных вихревых течений с крупномасштабной циркуляцией потока в коллекторах ядерных реакторов была предпринята А. Н. Патрашевым [286]. Согласно предложенному в работе [286] под-

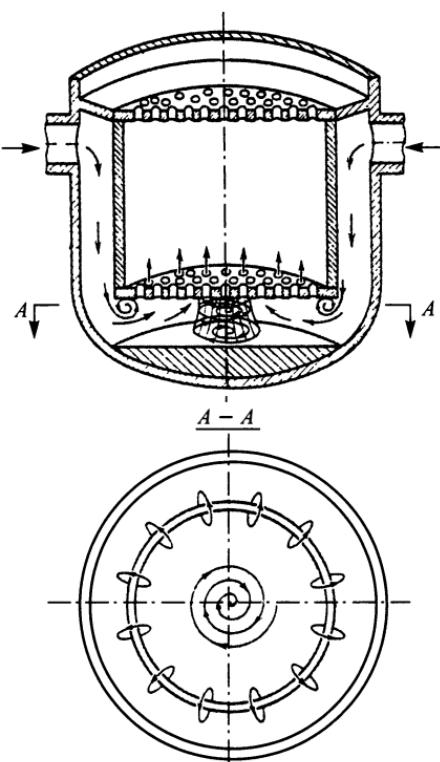


Рис. 78. Схема течения теплоносителя в коллекторе [286]

ходу, при наличии в потоке крупных локальных вихреобразований вся область течения делилась на потенциальную и вихревую. Осредненное по времени турбулентное течение между крупными локальными вихрями на значительном расстоянии от них считалось потенциальным. При этом допущении поле скоростей в этих областях при течении несжимаемой жидкости описывалось уравнением Лапласа, а в качестве граничных условий использовались условия для потенциала скорости, определяемые задаваемыми параметрами обтекаемых тел или ограничивающих поверхностей. Сложность метода расчета заключалась в том, что в самой постановке задачи неизвестными являлись координаты крупных локальных вихрей и их напряжения (под этим термином в работе [286] понимался суммарный вихревой поток или циркуляция скорости по замкнутому контуру, охватывающему вихревую область). Вместе с тем, основываясь на накопленных экспериментальных фактах, авторы более поздней работы [279] сделали вывод, что крупные коллекторные вихри чувствительны к изменению геометрии области течения и режимам подачи теплоносителя, и по своей природе являются проявлением гидродинамической неустойчивости, когда «незначительные причины вызывают значительные последствия».

Проведенный в гл. 1 анализ современного состояния проблемы расчетного моделирования сложных турбулентных течений показал, что применение моделей турбулентности различного класса к расчету закрученных течений весьма проблематично. Поэтому по-прежнему актуальной остается задача разработки новых математических моделей, основанных на более глубоком понимании физики закрученных течений.

В настоящем разделе книги приводятся некоторые результаты исследований, предпринятых с целью развития методов математического моделирования и построения адекватной математической модели сложного вихревого движения теплоносителя на основе выявления факторов, влияющих на формирование закрутки потока и возникновение детерминированных вихревых структур в коллекторных системах ядерных реакторов с тяжелыми теплоносителями.

В работе [287] предложен новый подход для решения коллекторных задач о течении однофазного теплоносителя. Особенность этого подхода состоит в том, что с его помощью может быть решена задача вихревого движения в области любой сложной геометрии. При этом вся зона течения разбивается на отдельные подзоны, в которых выделяются пристенные области, оказывающие основное влияние на генерацию завихренности при изменении величины и направления скорости потока в соответствии с изменением геометрии области течения. За пределами пристенных областей течение жидкостно-металлических теплоносителей при высоких числах Рейнольдса ($Re > 10^5$) может проявлять характер невязкого течения. При наличии спиральности на границе пристенного слоя, т. е. при отличном от нуля скалярном произведении вектора полной скорости потока \mathbf{u} и вектора завихренности $\boldsymbol{\omega}$: $\mathbf{u}\boldsymbol{\omega} \neq 0$, предполагается, что течение основного потока приобретает

характер винтового движения, т. е. подчиняется условию Громеки (5.6): $\text{rot } \mathbf{u} = k\mathbf{u}$, где \mathbf{u} — вектор полной локальной скорости потока, k — интенсивность завихренности вдоль линии тока, характеризующая отношение циркуляции скорости к расходу.

Как было отмечено в п. 6.2.1 настоящей главы, генерация спиральности в потоках теплоносителей может обуславливать появление гидродинамических неустойчивостей в масштабах, больших по сравнению с турбулентными масштабами (гидродинамический альфа-эффект). Поэтому на данном этапе в задачу первоочередных физических исследований для замыкания параметров разрабатываемой математической модели входит систематизация экспериментальных данных, обнаруживающих связь наличия в потоке спиральности и появление устойчивых крупномасштабных вихреобразований.

В настоящее время вопрос о сопоставимости результатов расчетов, проводимых с помощью высокотехнологичных программных продуктов типа пакета FLUENT, с реальной картиной течения существенным образом зависит от использованного способа замыкания расчетных уравнений (т. е. выбора модели турбулентности, постановки граничных условий, описания пристеночных функций и внесения эмпирических поправок) и потому остается открытым.

Появление не предусмотренной номинальным режимом течения самопроизвольной закрутки потока в коллекторных системах можно отнести к эффекту возникновения вторичных течений. Как показано в работе [268], а также в гл. 1, определяющим условием появления вторичных вихрей (вихрь Тейлора, Тейлора – Гёртлера, парных вихрей в изогнутых каналах и т. д.), является наличие в потоке отличной от нуля спиральности.

Для анализа условий, способствующих развитию вторичной завихренности и переходу к винтовому характеру движения в области образования крупномасштабных вихревых структур, целесообразно воспользоваться результатами, полученными в предыдущих разделах данной главы. Выявление факторов, способствующих генерации спиральности в высокоскоростных течениях, позволило решить ряд коллекторных задач и уточнить постановку граничных условий.

В качестве иллюстрации возможностей использования пакета FLUENT ниже, на рис. 79–83 представлены примеры расчета полей скорости и давления теплоносителя на участках входа теплоносителя в коллектор и перехода из опускной кольцевой заэкранной области коллектора в напорную камеру перед входом в активную зону. Расчеты, выполненные Ю.Н. Токаревым [277], проводились с помощью пакета FLUENT для упрощенной осесимметричной модели коллектора. Конфигурация трехмерной расчетной области показана на рис. 79. Количество расчетных ячеек составляло $8 \cdot 10^5$, ячейки имели тетраэдральную форму. Минимальный и максимальный линейные размеры ячеек при разбиении составили $2 \cdot 10^{-7}$ м и $6 \cdot 10^{-4}$ м, соответственно. Для повышения точности расчетов вблизи обтекаемых поверхно-

стей создавались сгущения расчетной сетки. Для замыкания использовалась модель турбулентности для рэнольдсовых напряжений RSM (Reynolds Stress Model).

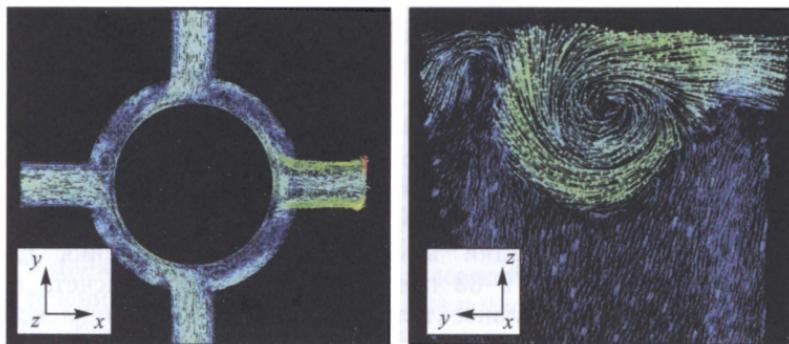


Рис. 79. Схема расчетной области

В качестве первого примера рассмотрен случай течения в коллекторе с вводом одинакового расхода жидкокометаллического теплоносителя (натрия) через 4 входных патрубка. Условие осесимметричного подвода теплоносителя осложнено тем, что в правом боковом патрубке (см. рис. 80, а) течение имеет закрутку, т. е. отличную от нуля радиальную (относительно цилиндрической системы координат, связанной с коллектором) составляющую завихренности ($\omega_r = \text{rot}_r \mathbf{u} \neq 0$). Течение в трех остальных подводящих патрубках соответствует условию $\omega_r = 0$.

Рассмотрим несколько тестовых задач, соответствующих случаям течения, которые могут иметь место при петлевом подключении, пусковом и переходных режимах работы реактора, из-за возникновения закручивающего момента за счет конструктивных особенностей или эксплуатационных дефектов теплогидравлического тракта, из-за рассогласованности работы насосов.

В качестве первого примера рассмотрен случай течения в коллекторе с вводом одинакового расхода жидкокометаллического теплоносителя (натрия) через 4 входных патрубка. Условие осесимметричного под-



а

б

Рис. 80. Результаты расчета скоростного поля потока во входной части коллектора: а — скоростное поле в поперечном сечении коллектора на уровне подводящих трубопроводов (в правом входном патрубке поток закручен, в остальных трех — прямолинейное движение); б — фрагмент скоростного распределения в вертикальном сечении коллектора, соответствующем середине ширины опускной щели на уровне расположения входного патрубка с закруткой потока. Теплоноситель — натрий

На рис. 80, б представлено скоростное распределение в потоке натрия в вертикальном цилиндрическом слое с радиусом, соответствующим середине опускной щели коллектора на уровне правого входного патрубка с закруткой потока (см. рис. 80, а).

Длина и направление стрелок указывают величину и направление вектора результирующей скорости потока. Как видно из рис. 80, б, помимо явно выраженного струйного течения с правовинтовой закруткой, переходящего затем в опускное течение, наблюдается менее интенсивное подъемное течение. Число Рейнольдса, соответствующее средней расходной скорости потока при опускном течении натрия в кольцевой щели, составляло $5 \cdot 10^6$.

На рис. 81 представлено распределение поля давления в вертикальном (а) и горизонтальном (б) сечениях коллектора для условий рассматриваемого примера течения с неоднородным распределением завихренности на входе.

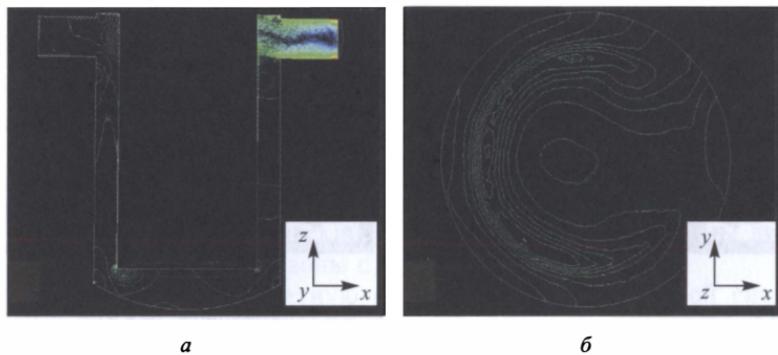


Рис. 81. Распределение поля давления: а — в вертикальном сечении коллектора; б — в горизонтальном сечении перед входом в активную зону

На рис. 82 показаны скоростные распределения в нижней и верхней частях напорного коллектора. Как видно из рис. 82, а, на дне напорного коллектора возникает интенсивное закрученное течение, что указывает на формирование вихря с вертикальной осью. В то же время, на выходе из коллектора перед входом в активную зону, как показывает рис. 82, б, помимо подъемного вертикального течения теплоносителя, формируется горизонтальное течение, направленное в сторону входного патрубка с закруткой потока (см. рис. 80, а).

На рис. 83, а, б представлены примеры расчета поля скорости в тех же сечениях напорного коллектора, что и на рис. 82, а, б, для случая, когда течение во всех четырех патрубках имело различную по величине радиальную завихренность ω_r . Расход во всех подводящих трубопроводах также считался одинаковым. Такая картина течения может соответствовать условию рассогласования частот при нестационарном режиме работы насосов, а также неидентичности геометрических параметров трубопроводов при петлевом подводе.

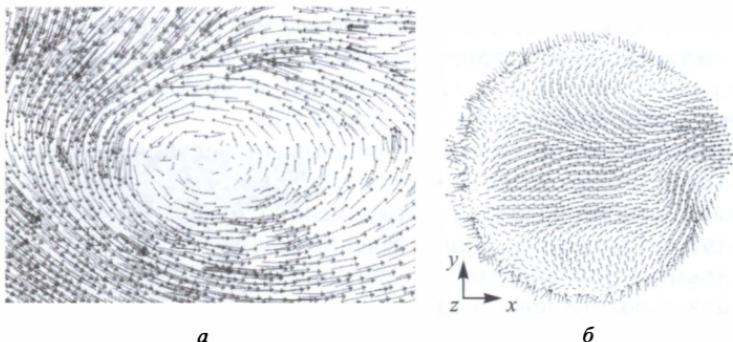


Рис. 82. Скоростные распределения при закрутке потока в правом входном патрубке: *а* — в нижней (донной) части напорного коллектора; *б* — в верхней части напорного коллектора перед входом в активную зону

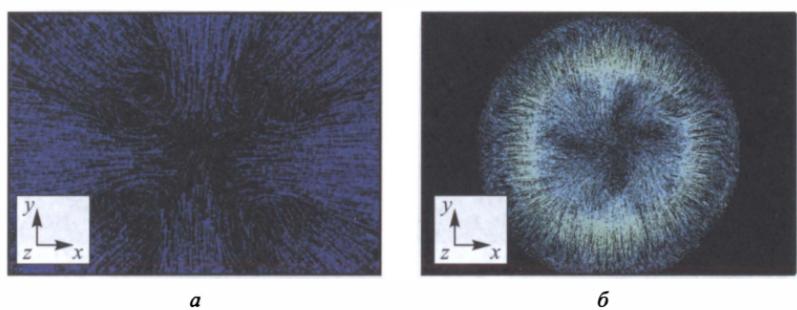


Рис. 83. Скоростные распределения при нестационарном режиме изменения поля завихренности на входе в опускной участок коллектора: *а* — в нижней (донной) части напорного коллектора; *б* — в верхней части напорного коллектора перед входом в активную зону

Как показали вычислительные эксперименты, причиной появления тангенциальной составляющей скорости, направленной по периметру обечайки, является наличие радиальных составляющих скорости и завихренности (т. е. отличной от нуля спиральности) при петлевом вводе теплоносителя в опускной участок коллектора. Это связано с тем, что работа серийных насосов создает одинаковое направление закрутки потока в каждой петле, обусловленное изменением момента импульса среды, сообщаемого насосами.

Проведенный теоретический анализ позволяет предложить следующую последовательность расчетов для определения критических условий возникновения крупномасштабных вихрей.

В случае потенциальности поля объемных сил при установившемся винтовом движении теплоносителя из уравнения для скорости изменения спиральности (6.2), имеющего в данном случае смысл уравнения баланса спиральности при выполнении условия (5.6) можно получить

зависимость для интенсивности завихренности потока k :

$$k\mathbf{u}(\mathbf{P}_v + \operatorname{grad} \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P) = 2\nu k^3 |\mathbf{u}|^2, \quad (6.21)$$

откуда

$$k = \sqrt{\frac{(\mathbf{P}_v + \operatorname{grad} \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P)\mathbf{e}_u}{2\nu|\mathbf{u}|}}, \quad (6.22)$$

где \mathbf{e}_u — единичный вектор в направлении линии тока.

Кризисная перестройка скоростного поля течения теплоносителя может произойти при достижении параметром k величины, соответствующей первому собственному значению краевой задачи μ_1 , зависящему от геометрии канала. Как показывает выражение (6.22), увеличению интенсивности завихренности k способствует наличие отрицательного градиента давления, увеличение кинетической энергии потока и уменьшение вязкости. Последнее обстоятельство объясняет тот факт, что эффекту самопроизвольного образования крупномасштабных вихрей в коллекторных системах корпусных реакторов в наибольшей степени подвержены жидкокометаллические теплоносители, обладающие наименьшим коэффициентом кинематической вязкости ν .

Последовательность расчетов для предсказания критических условий заключается в следующем:

1. Весь теплогидравлический тракт коллекторной системы должен быть разбит на отдельные зоны с характерной геометрией.
2. Рассматривая конкретную конструкцию коллекторной системы, при заданном расходе теплоносителя можно оценить величину интенсивности завихренности потока k по формуле (6.22) для каждой из характерных зон, начиная от входа в опускной участок коллектора.
3. Заданные геометрические параметры системы и известные граничные условия позволяют получить решение краевой задачи (5.11)–(5.14) на собственные значения для винтового потока для каждой из зон, т. е. вычислить корни уравнения (5.18), соответствующие особым точкам в распределении (5.21).
4. Сравнение интенсивности завихренности реального потока k с собственными значениями краевой задачи μ_n дает возможность предсказать возможность образования крупномасштабных вихрей в отдельных элементах коллекторной системы, а также объяснить причину нежелательных явлений, связанных с влиянием эффектов вихреобразования на искажение расчетного поля давления.

Выводы

Проведенный теоретический анализ указывает на существование общих закономерностей формирования детерминированной внутренней вихревой структуры высокоскоростных (турбулентных) течений в сложных каналах и в закрученных потоках.

Получены уравнения для скорости изменения спиральности в динамической жидкостной системе. Для проведения инженерных расчетов уравнения представлены в размерном, безразмерном и критериальном виде.

Удобство теоретического анализа на основе решения уравнения скорости изменения спиральности состоит в том, что условия возникновения устойчивых крупномасштабных вихревых структур могут быть предсказаны с помощью уравнения, записанного относительно скалярной величины.

Рассмотрены условия критического перехода к винтовому характеру течения закрученного потока и кризисной перестройки скоростного поля течения, связанной с изменением вихревой структуры потока.

Предложена новая физическая модель вихревого движения жидкости, наглядно демонстрирующая, что внутренняя вихревая структура потока обусловлена минимизацией диссипативных потерь в динамической жидкостной системе.

Результаты проведенного теоретического анализа позволяют объяснить ряд явлений: эффект самопроизвольной закрутки потока в коллекторах корпусных ядерных реакторов; причину возникновения значительного увеличения неравномерности радиального распределения давления на входе в активную зону для жидкometаллических теплоносителей по сравнению с водным теплоносителем; кризисную перестройку скоростного поля течения с образованием крупномасштабных вихревых структур при течении в криволинейных каналах и спиральных вихрей на криволинейных поверхностях.

Глава 7

ПОВЫШЕНИЕ ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ КАНАЛОВ ЯЭУ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЗАКРУЧИВАЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Привлекательность использования закручивающих устройств в энергонапряженных каналах ядерно-энергетических установок (ЯЭУ) связана с возможностью комплексного решения задач повышения безопасности и эффективности работы ядерных реакторов и теплообменного оборудования. Закручивающие устройства в каналах ЯЭУ могут быть использованы как в целях интенсификации теплообмена, так и для предотвращения локальных перегревов и повышения надежности и безопасности работы различных систем контура циркуляции теплоносителя.

Закрутка потока во многих случаях способствует устранению негативных явлений, снижающих безопасность работы энергонапряженных систем, отличающихся малыми теплотехническими запасами. Так, например, в условиях работы реакторов с водой под давлением предельный уровень мощности и скорость ее изменения определяются из условий, обеспечивающих предотвращение кризиса теплообмена на поверхности твэлов. Опасность возникновения кризиса связана с неравномерностью энерговыделения в активных зонах реакторов, с непредвиденным разбросом геометрических и технологических параметров тепловыделяющих элементов активной зоны, а также с аварийными ситуациями, приводящими к снижению или потере расхода теплоносителя. Применение закрученных потоков приводит к интенсификации тепло- и массообменных процессов, способствует выравниванию температурных неравномерностей за счет конвективного перемешивания, стабилизации и устойчивости течений.

Генерация закрутки потока в каналах может обеспечиваться не только специально предназначенными для этого закручивающими устройствами, но и с помощью дистанционирующих устройств, оребрения, развития и профилирования поверхностей. При этом, помимо того, что закрутка потока в каналах, создаваемая с помощью завихрителей, относится к *пассивным* методам интенсификации теплообмена, т. е.

не требует дополнительных внешних источников энергии (см. гл. 1), использование различных функциональных устройств для закручивания потока приводит к повышению экономичности дорогостоящего оборудования.

В настоящей главе предлагается связать выбор критерия эффективности, на основе которого определяется оптимальная геометрия завихрителей, с целевым назначением применения завихрителей в каналах ЯЭУ.

7.1. Способы оценки теплогидравлической эффективности каналов с закручивающими устройствами

Предложенные в гл. 3 и 4 инженерные методы расчетного моделирования сложных закрученных течений в кольцевых каналах и трубах с завихрителями различной геометрии позволяют получить количественные оценки влияния завихрителей на изменение полей скорости, давления, температуры, а также на увеличение гидравлического сопротивления и теплоотдачи в тепловыделяющих каналах ЯЭУ. Определение оптимальных геометрических параметров завихрителей связано с выбором критерия эффективности и может быть проведено на основе вычислительного эксперимента, что позволяет снизить объем дорогостоящих экспериментов.

Выбор критерия эффективности зависит от цели применения закручивающих устройств и не является однозначным. В качестве целей могут быть выбраны: снижение массогабаритных характеристик установок, увеличение их полезной мощности, снижение потерь на собственные нужды, повышение надежности и безопасности работы, снижение экономических и материальных затрат. Этому вопросу посвящено огромное количество публикаций и, в частности, работы [24–29, 255, 288]. Проблемы повышения теплогидравлической эффективности тепловыделяющих каналов ядерных реакторов рассматриваются в работах [113, 116, 289, 290].

Известны различные рекомендации по определению вида критерия эффективности. Так в работах Г.А. Дрейцера ([29, 255] и др.) рекомендуется рассматривать отношение объемов сравниваемых аппаратов с интенсификацией и без интенсификации. На основе этих рекомендаций вводится критерий:

$$\Psi_1 = \frac{(\alpha/\alpha_0)^{1.4}}{(\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0)^{0.4}}, \quad (7.1)$$

где α — средний коэффициент теплоотдачи и λ_{TP} — коэффициент гидравлического сопротивления для каналов с интенсификацией теплообмена; α_0 , λ_{TP}^0 — те же параметры для гладких каналов без интенсификации теплообмена.

Согласно рекомендациям Р. Вебба [26], и используя предложения Эндрюса и Флэтчера [288], для определения критерия теплогидравлической эффективности при условии постоянства теплового потока можно рассматривать соотношение двух параметров: мощности на прокачку теплоносителя N , отнесенной к единице объема V аппарата (N/V) и тепловой мощности $Q_T = \alpha F \Delta t$, отнесенной к единице объема и единичной разности температур ($Q_T/(V \Delta t) = \alpha F/V$). В этом случае оценка эффективности канала с интенсификацией теплообмена по сравнению с гладким каналом может быть выражена критерием:

$$\Psi_2 = \left(\frac{\alpha F/V}{N/V} \right) / \left(\frac{\alpha_0 F_0/V_0}{N_0/V_0} \right) = \left(\frac{N_0/V_0}{N/V} \right) / \left(\frac{\alpha_0 F_0/V_0}{\alpha F/V} \right), \quad (7.2)$$

который должен быть больше единицы в случае положительного эффекта применения интенсифицирующих устройств и меньше единицы в случае ухудшения теплогидравлической эффективности за счет преобладающего увеличения потерь мощности на прокачку теплоносителя. (В формуле (7.2) α — коэффициент теплоотдачи, F — площадь поверхности теплообмена; индекс «0» относится к гладкому каналу).

При условии равномерного распределения теплового потока на тепловыделяющей поверхности теплогидравлическая эффективность каналов с завихрителями, оцениваемая с помощью критериев (7.1), (7.2), в большинстве случаев соответствует значениям Ψ_1 и Ψ_2 , не превышающим единицу, что говорит об опережающем росте гидравлического сопротивления по сравнению с ростом теплоотдачи. Этот факт был отмечен Г. А. Дрейцером в работе [29] на основании анализа большого массива экспериментальных данных по эффективности применения непрерывных шnekовых и ленточных завихрителей в трубах при турбулентных режимах течения и может быть подтвержден теоретически на основании расчетных соотношений, полученных А. С. Корсуном и О. В. Митрофановой в работах [104, 116, 196].

Согласно подходу, предложенному в этих работах (см. п. 1.6), аналитическая зависимость, описывающая увеличение коэффициента гидравлического сопротивления кольцевых каналов с закручивающими устройствами λ_{TP} по сравнению с гладкими каналами λ_{TP}^0 , имеет вид:

$$\frac{\lambda_{TP}}{\lambda_{TP}^0} = \left(\frac{d_{h_0}}{d_h} \right)^{0.25} \frac{\cos(\theta - \bar{\alpha})}{\cos \theta (\cos \bar{\alpha})^{1.75}}, \quad (7.3)$$

где d_h , d_{h_0} — гидравлические диаметры канала с завихрителями и гладкого канала, соответственно; θ — средний угол навивки спиральных элементов, $\bar{\alpha}$ — средний по ширине канала угол закрутки потока.

Характер зависимости (7.3) указывает на то, что наименьшее увеличение гидравлического сопротивления соответствует полному перекрытию ширины кольцевого зазора завихрителем, когда средний угол закрутки потока равен среднему углу навивки спиральной ленты или

шнека. В этом случае выражение (7.3) преобразуется к виду:

$$\frac{\lambda_{TP}}{\lambda_{TP}^0} = \left(\frac{d_{h_0}}{d_h} \right)^{0.25} \frac{1}{(\cos \theta)^{2.75}}. \quad (7.4)$$

Используя соотношение (7.4), при условии постоянства физических свойств жидкости можно оценить величину отдельных членов выражения (7.2), а именно, изменение отношений удельной мощности на прокачку теплоносителя и удельной тепловой мощности, необходимой для заданного подогрева теплоносителя:

$$\frac{N_0/V_0}{N/V} = \frac{\lambda_{TP}^0}{\lambda_{TP}} \left(\frac{\text{Re}_0}{\text{Re}} \right)^3 \left(\frac{d_h}{d_{h_0}} \right)^4 = \left(\frac{d_h}{d_{h_0}} \right)^{1.25} (\cos \theta)^{2.75}, \quad (7.5)$$

$$\frac{\alpha_0 F_0 / V_0}{\alpha F / V} = \frac{\alpha_0}{\alpha} \frac{d_h}{d_{h_0}} = \left(\frac{d_h}{d_{h_0}} \right)^{1.2} (\cos \theta)^{0.8}, \quad (7.6)$$

где $\text{Re} = \frac{u_z d_h}{\nu \cos \theta} = \text{Re}_0 \frac{d_h}{d_{h_0} \cos \theta}$, и свести выражение (7.2) для критерия эффективности Ψ_2 к форме:

$$\Psi_2 = \left(\frac{d_h}{d_{h_0}} \right)^{0.05} (\cos \theta)^{1.95}, \quad (7.7)$$

которая показывает, что, если плотность теплового потока на поверхности канала постоянна, то $\Psi_2 < 1$ для любых углов навивки спиралей в диапазоне $0 < \theta < \pi/2$, так как гидравлический диаметр канала с завихрителями всегда меньше гидравлического диаметра гладкого канала: $d_h < d_{h_0}$. Поэтому, если говорить об использовании шнековых вставок или скрученных лент в качестве интенсификаторов теплообмена в каналах с равномерным распределением плотности теплового потока, то их применение при турбулентном режиме течения, особенно при высоких числах Рейнольдса порядка 10^5 , оказывается неэффективным с точки зрения увеличения энергетических потерь, что согласуется с выводами работы [29].

С другой стороны, при неравномерном распределении плотности теплового потока в тепловыделяющих каналах ядерно-энергетических установок (ЯЭУ), обогреваемых каналах теплообменников и других энергонапряженных систем именно использование закручивающих устройств может приводить к повышению теплогидравлической эффективности и надежности их работы. В этом случае выбор целевой функции для определения критерия теплогидравлической эффективности становится несколько иным и должен быть продиктован, прежде всего, соображениями обеспечения безопасной и устойчивой работы энергетической установки.

Рассмотрим это на конкретном примере использования закручивающих устройств в тепловыделяющих сборках (ТВС) активных зон ядерных реакторов (ЯР).

7.2. Выбор критерия эффективности для решения задач повышения безопасности и эффективности работы ЯЭУ

Характерной особенностью активных зон ядерных реакторов является неравномерность тепловыделения в объеме активной зоны, обусловленная неравномерным распределением потока нейтронов в продольном и радиальном направлениях. В общем виде сложный характер тепловыделения по длине и периметру каналов ТВС подчиняется зависимости (1.48). Среди различных типов завихрителей, описанных в п. 1.2 гл. 1, наибольшее распространение в активных зонах ЯР получили спиральные проволочные навивки. В кольцевых каналах ТВС некоторых типов реакторов с водой под давлением проволочные спирали выполняют функцию дистанционирования тепловыделяющих элементов (твэлов) в ТВС. Схематически кольцевые каналы с дистанционирующими проволочными спиралами изображены на рис. 2, в, г и на рис. 15.

Неравномерности тепловыделения в активных зонах ЯР приводят к неравномерности распределения температуры теплоносителя, поверхностей каналов, образованных трубчатыми твэлами, и самой топливной композиции в направлении азимутальной ϕ и продольной z координат, что снижает тепловую производительность каналов ТВС. В этом случае именно закрутка потока, генерируемая с помощью закручивающих устройств, играет основную роль в выравнивании температурных неравномерностей и предупреждении локальных перегревов за счет перемешивания теплоносителя по периметру каналов, что способствует повышению тепловой эффективности тепловыделяющих сборок. Более того, если закручивающие устройства не полностью перекрывают ширину каналов, то дополнительная турбулизация потока также способствует интенсификации теплообмена.

Для каналов со сложным законом тепловыделения основной эффект влияния закрутки на улучшение теплового режима, заключающийся в выравнивании температурных неоднородностей в азимутальном направлении, дает возможность обеспечить дополнительный запас до уровня опасных температур или повысить тепловую мощность ТВС. В этом случае, как было показано в работах [113, 116, 196], для определения оптимальной геометрии закручивающих устройств следует использовать критерий, учитывающий влияние завихрителей на снижение коэффициентов перегрева.

Коэффициенты перегрева вводятся в рассмотрение согласно рекомендациям А. Я. Крамерова и Я. В. Шевелева [291] и удобны тем, что не зависят от тепловой мощности каналов. Определяются они следующим образом:

$$K_i = \frac{T_i^{\max} - T_f^{\text{in}}}{\Delta T_f}, \quad (7.8)$$

где значения температур T_i^{\max} являются предельно допустимыми температурами и означают либо максимальное значение температуры поверхности теплообмена, либо поверхности контакта топлива с оболочкой твэла, либо максимальную температуру твэла; T_f^{in} — температура теплоносителя на входе в канал; ΔT_f — средний подогрев теплоносителя на длине канала.

В качестве параметра эффективности используется отношение:

$$\Omega = W_0/W, \quad (7.9)$$

где W_0 , W — относительные затраты мощности на прокачивание теплоносителя в гладком канале и канале со спиральной проволочной навивкой: $W_0 = N_0/Q_{T0}$, $W = N/Q_T$ (N_0 , N — мощности на прокачивание теплоносителя и Q_{T0} , Q_T — тепловые мощности для соответствующих каналов).

Учитывая, что мощность на прокачивание теплоносителя N и тепловая мощность канала Q_T определяются согласно выражениям:

$$N = (\zeta_c + \zeta_r) \frac{u_z^2}{2} G, \quad (7.10)$$

$$Q_T = G C_p \Delta T_f, \quad (7.11)$$

где u_z , G — средняя расходная скорость и расход теплоносителя через канал, $\zeta_c = \lambda_{TP}(l/d_h)$ — коэффициент сопротивления трения канала; ζ_r — коэффициент сопротивления остальной части контура, приведенный к значению средней расходной скорости в канале, можно получить следующее выражение для критерия эффективности:

$$\Omega = \frac{K_0}{K} \frac{(1+\chi)}{(\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0 + \chi)}, \quad (7.12)$$

где K_0 , K — коэффициенты перегрева; λ_{TP} , λ_{TP}^0 — коэффициенты гидравлического сопротивления для канала с навивкой и без навивки, соответственно; $\chi = \zeta_r/\zeta_{c0}$ — отношение коэффициента сопротивления контура циркуляции теплоносителя, не считая активной зоны, к коэффициенту сопротивления гладкого тепловыделяющего канала.

Условие эффективности использования спиральной навивки:

$$\Omega \geq 1 \quad (7.13)$$

эквивалентно выполнению неравенства:

$$\frac{K_0}{K} \geq \frac{(\lambda_{TP}/\lambda_{TP}^0 + \chi)}{(1+\chi)}. \quad (7.14)$$

Если диаметр проволоки меньше ширины кольцевого зазора ($\varepsilon < 1$), то интенсивность закрутки потока изменяется по длине канала от нуля до максимального значения U_∞ , которое соответствует интегральному параметру закрутки Y , полученному в результате решения гидродинамической задачи при произвольном соотношении радиусов кольцевого

канала (см. гл. 3), или определяется зависимостями (1.42)–(1.43) для узких кольцевых каналов. Длина участка l_H , на котором устанавливается предельное значение интенсивности закрутки потока, может быть оценена с помощью зависимости (1.45).

Расчетный анализ, проведенный в работе [116] для узких кольцевых каналов в постановке (1.39)–(1.43), показал, что критерий эффективности Ω является сложной функцией геометрических и режимных параметров:

$$\Omega = \Omega(\Phi, U_\infty L, \psi, \frac{\vartheta^{\max}}{\Delta T_f}, \chi, \theta, l^*), \quad (7.15)$$

где параметр Φ определяет число оборотов теплоносителя на длине канала с учетом длины стабилизации закрутки l_H :

$$\Phi = U_\infty L \left[1 - \frac{l_H}{l} \left(1 - \exp \left(-\frac{l}{l_H} \right) \right) \right], \quad (7.16)$$

произведение $U_\infty L$ равно углу поворота теплоносителя в радианах, на который поворачивается поток при прохождении всей длины канала (U_∞ определяется по формуле (1.42), $L = l/\bar{R}$ – безразмерная длина канала); ψ – амплитуда неравномерности теплового потока по угловой координате ϕ или эксцентризитет при законе тепловыделения (1.48); $\vartheta^{\max}/\Delta T_f$ – отношение максимального температурного напора между стенкой и жидкостью $\vartheta^{\max} = T_w^{\max} - T_f$ к подогреву ΔT_f теплоносителя в канале; χ – см. выше (7.12); θ – угол навивки спирали; l^* – характеристическая длина (1.44).

Критерий эффективности Ω имеет максимальное значение при оптимальном значении Φ_{opt} параметра (7.16).

Рис. 84, *a*, *b* иллюстрирует зависимость критерия эффективности Ω от параметра Φ для кольцевых каналов ТВС с дистанционирующими спиральными различной геометрии при законе тепловыделения (1.48) и различных комбинациях перечисленных выше параметров. Расчеты были выполнены для узких кольцевых каналов с отношением диаметров $d_2/d_1 = 1,2$ и безразмерной длиной $L = 60$ (см. рис. 15). Значение безразмерной амплитуды азимутальной неравномерности теплового потока бралось равным $\psi = 0,1$, а для параметра χ принимались значения 0; 1 или ∞ . Диаметр d (или загромождение $\epsilon = d/H$) и угол навивки проволочных спиралей θ варьировались. Число Рейнольдса соответствовало постоянному значению массового расхода жидкости при режиме развитого турбулентного течения теплоносителя.

Все представленные на рис. 84, *a*, *b* кривые, за исключением кривой 3 на рис. 84, *b*, имеют максимум, соответствующий приблизительно одной и той же величине параметра Φ : $\Phi = \Phi_{\text{opt}} \approx 5$.

Сравнение кривых на рис. 84, *a* показывает, что уменьшение отношения $\vartheta^{\max}/\Delta T_f$ – температурного напора к подогреву теплоносителя в канале – приводит к усилению положительного влияния спиральных вставок на тепловую эффективность каналов.

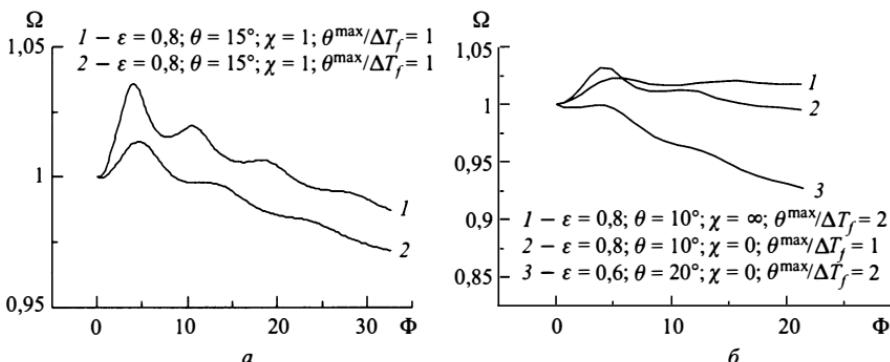
Рис. 84. Изменение критерия эффективности Ω в зависимости от параметра Φ

Рис. 84, б демонстрирует, что, если в контуре циркуляции теплоносителя преобладающими являются потери давления в активной зоне реактора ($\xi_c \gg \xi_r$, $\chi \rightarrow 0$, кривая 2), то максимум критерия эффективности Ω соответствует оптимальной величине интенсивности закрутки потока $U_{\infty}^{\text{opt}} \approx 0,08$ и использование спиральных проволочных вставок является эффективным ($\Omega \geq 1$) для $0 < \Phi < 17$ и $0 < U_{\infty} \leq 0,3$. При доминирующем гидравлическом сопротивлении части контура циркуляции теплоносителя вне активной зоны ($\xi_r \gg \xi_c$, $\chi \rightarrow \infty$, кривая 3) применение закручивающих устройств всегда приводит к положительному эффекту. А вот использование дистанционирующей проволочной спирали с параметрами, соответствующими кривой 3, не эффективно.

Поскольку тепловая мощность Q_T тепловыделяющего канала прямо пропорциональна подогреву теплоносителя ΔT_f (см. 7.11), то ее увеличение, как это следует из определения (7.8), связано с уменьшением коэффициентов перегрева K_i при фиксированных значениях температуры теплоносителя на входе в канал T_f^{in} и максимальных допустимых температурах поверхности и объема твэлов T_i^{max} .

С другой стороны, при одном и том же значении тепловой мощности канала Q_T (или подогрева ΔT_f), уменьшение коэффициентов перегрева приводит к снижению уровня максимальных температур твэлов, т. е. к повышению надежности и безопасности работы тепловыделяющих сборок.

Проведенные вычисления показали, что оптимальная интенсивность закрутки потока в канале U_{∞}^{opt} соответствует одному обороту теплоносителя на длине канала. Оптимальная величина интенсивности установившейся закрутки потока U_{∞}^{opt} определяется из соотношения (7.16), где $\Phi = \Phi_{\text{opt}}$, с учетом длины стабилизации закрутки l_H . В свою очередь, U_{∞}^{opt} и l_H зависят от геометрических параметров ε, θ, m и формы спиральных элементов.

Рис. 85 иллюстрирует соотношение между углом навивки спиральной вставки θ и углом закрутки потока α , а рис. 86 — изменение

длины стабилизации закрутки l_H с числом Рейнольдса для различных значений загромождения канала ε .

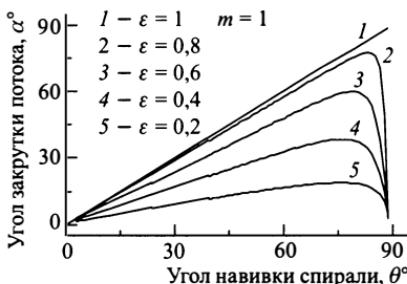


Рис. 85. Зависимость угла закрутки α от угла навивки спирали θ

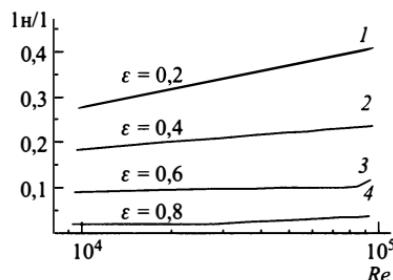


Рис. 86. Изменение относительной длины начального участка l_H/l в зависимости от числа Рейнольдса при различном загромождении канала ε . (l_H — длина стабилизации закрутки, l — длина канала)

Изменение наклона кривых 3 и 4 на рис. 86 (при числах Рейнольдса $Re \approx 8,3 \cdot 10^4$ и $Re \approx 3 \cdot 10^4$, соответственно) может быть объяснено более ранним переходом к критическому режиму обтекания при высокой степени загромождения ширины канала завихрителем. Набор геометрических параметров спиральных вставок, обеспечивающих одну и ту же интенсивность закрутки U_∞^{opt} , может быть различным. Поэтому при определении оптимальной геометрии завихрителей в расчет должны приниматься дополнительные соображения, связанные с функциональными особенностями рассматриваемых каналов. Например, при дистанционировании твэлов в ТВС с помощью проволочных спиралей в качестве дополнительного условия оптимизации может быть принято условие уменьшения массы спиралей.

На рис. 87 представлены расчетные кривые для изменения массы дистанционирующей спиральной навивки в зависимости от создаваемого ею загромождения канала ε . Кривая 1 соответствует однозаходной навивке, кривая 2 — трехзаходной. Обе кривые получены при выполнении условия оптимальности: критерий эффективности достигает максимального значения: $\Omega = \max\{\Omega\}$ при обеспечении оптимальной закрутки потока U_∞^{opt} .

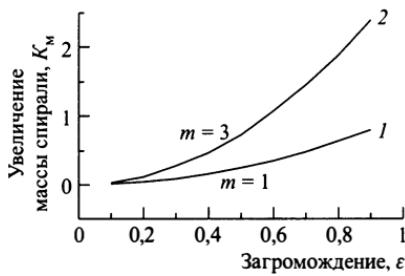


Рис. 87. Относительное увеличение массы дистанционирующих спиралей, создающих оптимальную закрутку потока, с ростом загромождения ε : 1 — однозаходная спираль ($m = 1$), 2 — трехзаходная спираль ($m = 3$)

Коэффициент увеличения массы K_M имеет смысл отношения массы проволочной спирали с диаметром проволоки, меньшем ширины кольцевого зазора $d < H$ ($\epsilon < 1$), к массе однозаходной проволочной спирали, полностью перекрывающей ширину канала $d = H$ ($\epsilon = 1$). Приведенные на рис. 87 кривые показывают, что использование многозаходных спиральных вставок неэффективно, так как масса дистанционирующей спиральной навивки (а, следовательно, и бесполезный захват нейтронов) для кривой 2 значительно возрастает по сравнению с кривой 1. В то же время, при использовании однозаходных спиралей, не полностью перекрывающих ширину кольцевого зазора, оптимум теплогидравлической эффективности достигается при снижении металлоемкости конструкции за счет уменьшения веса дистанционирующих устройств.

7.3. Оптимизация геометрии дистанционирующих устройств в кольцевых каналах ТВС

Оптимизация геометрии спиральных дистанционирующих элементов в кольцевых каналах ТВС может быть проведена с помощью вычислительного эксперимента на базе разработанных методов и программ расчета с помощью предложенного анализа условий эффективности использования закручивающих устройств. В качестве конкретного примера рассмотрим кольцевой канал с внутренней тепловыделяющей стенкой, образованный твэлом и обечайкой (рис. 15).

Геометрические параметры кольцевого канала:

длина $L = 900$ мм,

внутренний диаметр $d_1 = 13$ мм,

внешний диаметр $d_2 = 15$ мм.

Заданные теплогидравлические параметры:

теплоноситель — вода,

давление теплоносителя на входе $P_{\text{вх}} = 85$ ат,

энталпия на входе $i_{\text{вх}} = 141,7$ ккал/кг,

энталпия на выходе $i_{\text{вых}} = 296,7$ ккал/кг,

расход теплоносителя: 1) $G = 0,35$ т/час, 2) $G = 0,12$ т/час,

распределение энерговыделения по длине канала косинусоидальное с уровнем тепловыделения на концах канала, составляющим 60% от максимального,

неравномерность энерговыделения по периметру канала:

1) 15%, 2) 25%.

Для описания сложного закона тепловыделения по длине и периметру канала, удовлетворяющего заданным условиям, получены следующие соотношения:

$$q(\varphi, z) = q_m \sin \left(0,6 \frac{\pi z}{l} + 0,2\pi \right) (1 + \psi \cos \varphi), \quad (7.17)$$

где

$$q_m = \frac{0.3\pi\bar{q}_1}{\cos(0.2\pi)}, \quad \bar{q}_1 = \frac{G\Delta i}{\pi d_1 l}, \quad (7.18)$$

q_m — средняя по периметру плотность теплового потока в зоне максимального тепловыделения при $z = l/2$, z — продольная координата, l — длина канала, \bar{q}_1 — средняя плотность тепловыделения, определяемая по заданным значениям расхода теплоносителя G , разности энтальпий на выходе и входе $\Delta i = i_{\text{вых}} - i_{\text{вх}}$ и диаметра тепловыделяющей поверхности d_1 . Амплитуда азимутальной неравномерности теплового потока ψ бралась равной 0,075 (или 0,125).

Безразмерная длина канала L , определяемая как отношение длины l к среднему радиусу кольцевого канала, составляла $L = 2l/(r_1 + r_2) = 128$.

При заданном сложном законе тепловыделения (7.17)–(7.18) после температуры поверхности твэла при отсутствии закрутки потока теплоносителя отличается сильной неравномерностью. Расчеты показали, что для неравномерности энерговыделения по периметру канала $\psi = 0,125$ (см. (7.17)) при расходе теплоносителя $G=0,35$ т/час максимальная неравномерность температурного поля в твэле соответствует сечению с безразмерной координатой $Z = 97$ ($Z = 2z/(r_1 + r_2)$) и составляет $72,6^\circ\text{C}$, а максимальная неравномерность температуры теплоносителя достигается на выходе из канала и составляет $37,4^\circ\text{C}$.

Использование дистанционирующих спиралей, не полностью перекрывающих ширину кольцевого зазора, приводит к закрутке потока теплоносителя. В данном случае кольцевой канал можно считать узким, так как $d_2/d_1 = 1,16$, и интенсивность закрутки потока оценивать отношением средней по сечению канала окружной скорости потока \bar{u}_ϕ к расходной скорости \bar{u}_z , т. е.

величиной $U = \bar{u}_\phi/\bar{u}_z$.

На рис. 88 представлена типичная зависимость изменения максимальной температуры стенки твэла T_w от степени закрутки потока U . Расчеты показывают, что снижение уровня максимальных температур в твэле (не только поверхности оболочки твэла, но и топливной композиции) носит немонотонный характер. Минимальное значение температуры достигается приблизительно при $U = 0,06$, что соответствует одному обороту теплоносителя на длине канала.

Рис. 89 демонстрирует эффект влияния закрутки теплоносителя на уменьшение неравномерности температуры поверхности твэла (температуры оболочки твэла, которая является внутренней поверхно-

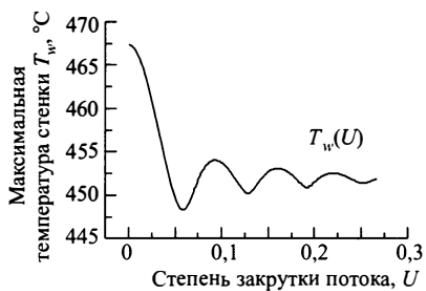


Рис. 88. Изменение максимальной температуры тепловыделяющей поверхности кольцевого канала T_w в зависимости от степени закрутки потока U

стью кольцевого канала) в канале с амплитудой азимутальной неравномерности тепловыделения $\psi = 0,075$ и расходом теплоносителя $G = 0,35$ т/час. На каждой из двух иллюстраций (а) и (б) представлены кривые распределения температуры внутренней поверхности кольцевого канала по продольной координате, соответствующие четырем точкам периметра, расположенным с интервалом в 90° .

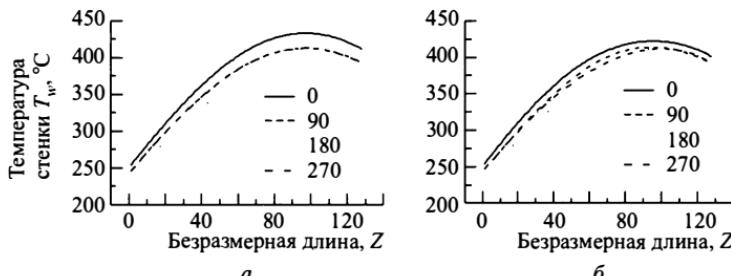


Рис. 89. Распределение температуры поверхности оболочки твэла по длине и периметру канала: а) — при отсутствии закрутки потока, б) — при оптимальной закрутке потока дистанционирующей спиралью

На рис. 89, а показано распределение температуры поверхности оболочки твэла по длине и периметру канала в отсутствие закрутки потока ($U = 0$). Неравномерность температуры по периметру в этом случае равна 41°C .

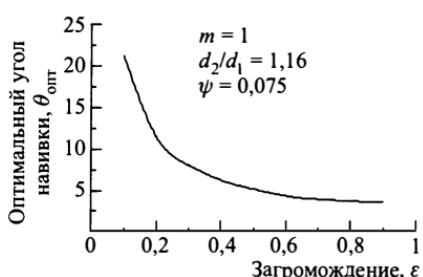
Рис. 89, б иллюстрирует тот факт, что использование дистанционирующих спиралей, обеспечивающих слабую закрутку потока $U = 0,06$, соответствующую максимальному значению параметра эффективности

Ω (7.12), позволяет снизить неравномерность температуры оболочки твэла по периметру канала до уровня 19°C в опасном сечении при $Z = 97$.

Оптимальная геометрия дистанционирующих спиралей соответствует кривой, изображенной на рис. 90. Результаты расчета, представленные в таком виде, показывают, что оптимальный угол навивки спирали θ_{opt} зависит от соотношения диаметра проволоки d и ширины кольцевого зазора H ,

Рис. 90. Зависимость оптимального угла навивки спирали θ_{opt} от загромождения канала $\varepsilon = d/H$

т. е. от загромождения канала $\varepsilon = d/H$. Следует отметить, что оптимальный угол навивки спиралей θ_{opt} во всем реальном диапазоне изменения степени загромождения канала $0,2 \leq \varepsilon \leq 1$ имеет небольшие значения, уменьшаясь приблизительно от 15° при $\varepsilon \approx 0,2$ до 5° при $\varepsilon \approx 0,6$, оставаясь на этом же уровне ($\theta_{\text{opt}} \approx 5^\circ$) и при больших



загромождениях. При этом, как было показано в предыдущем разделе (п. 7.2), наибольшей эффективностью обладают однозаходные спирали.

7.4. Примеры решения оптимизационных задач на основе вычислительных экспериментов

Проиллюстрируем возможности разработанных расчетных методов и программ для решения практических задач, имеющих различную техническую направленность. В качестве примеров рассмотрим задачи повышения безопасности работы парогенерирующих каналов ядерно-энергетических установок, снижения массогабаритных характеристик авиационных теплообменников и совершенствования конструкции химико-технологических каналов.

7.4.1. Интенсификация теплообмена в парогенерирующих каналах ТВС

В данном разделе представлены некоторые результаты расчетного исследования, предпринятого с целью ответа на вопрос: какая геометрия интенсификаторов теплообмена является предпочтительной для повышения безопасности работы парогенерирующих каналов ЯЭУ, работающих в режиме ухудшенного теплообмена. Проблема безопасности здесь рассматривается с точки зрения предотвращения опасных локальных перегревов твэлов в условиях дисперсного режима течения пароводяной эмульсии в тепловыделяющих каналах активной зоны при реализации аварийных режимов работы реактора.

В целях улучшения теплового режима работы твэлов, избежания перегревов, уменьшения и выравнивания неравномерностей температуры стенок каналов предлагается использовать спиральные закручивающие элементы, выполненные в виде локальных или непрерывных по длине спиральных завихрителей. Задача отыскания оптимальной геометрии завихрителей, позволяющей получить максимально возможное в данных условиях падение температуры стенки при минимальном увеличении перепада давления по длине канала, решалась на основе проведения вычислительного эксперимента с помощью расчетного метода, описанного в гл. 4.

Предполагалось, что в аварийной ситуации в активной зоне реактора может возникать дисперсный режим течения теплоносителя. Этот режим характеризуется высокими паросодержаниями, когда жидкую фазу в виде мелких капель диспергирована в несущей паровой фазе. В последние годы исследования в области теплообмена и гидродинамики дисперсных пароводяных потоков привлекают все большее внимание не только в России, но и за рубежом именно в связи с проблемой обеспечения безопасности работы ядерно-энергетических установок. В содержательном обзоре Чена [296], посвященном этой теме, было отмечено, что наши знания по таким вопросам дисперсных течений, как термодинамическая неравновесность потока, перегрев пара, механизмы

теплопереноса в пристенной области еще весьма несовершенны. В то же время, в инженерных расчетах обычно пренебрегается эффектами передачи тепла за счет излучения и взаимодействия капель со стенками канала, и с успехом используется однофазное приближение.

Такое заключение дало возможность для рассматриваемых условий высоких паросодержаний и давлений, превышающих 7,0 МПа, использовать модель гомогенизации потока и применить метод расчета, изложенный в гл. 4. Расчетный алгоритм этого метода был адаптирован к условиям течения пароводяной эмульсии в каналах с завихрителями. В расчетах принималось, что расходное паросодержание $x > 0,63$, а объемное паросодержание $\beta > 0,97$. Коэффициент теплоотдачи и поле температур в парогенерирующем канале при дисперсном режиме течения пароводяной смеси рассчитывались с учетом рекомендаций, данных в справочнике П.Л. Кириллова и соавторов [285] для закривленного течения.

Для сложного закона тепловыделения, соответствующего зависимостям (7.17), (7.18), были проведены вариантные теплогидравлические расчеты парогенерирующих каналов со спиральными интенсификаторами теплообмена. При выборе вида интенсификаторов важную роль играло то обстоятельство, что закрутка потока, генерируемая спиральными элементами, может приводить к осаждению капель жидкости на стенке, способствуя ее охлаждению. Цель расчета состояла в определении оптимальной конфигурации закручивающих устройств в виде спиральных накаток или оребрения применительно к тепловыделяющим каналам, работающим в аварийном режиме при предельно допустимых тепловых нагрузках.

В процессе вычислительного эксперимента сравнивались следующие способы размещения завихрителей: в виде спирального оребрения или накатки по всей длине канала; в виде периодически расположенных зон со спиральным оребрением или накаткой; при выполнении спиральной накатки, обеспечивающей один оборот теплоносителя на длине канала и при размещении спиральной накатки или оребрения только в центральной области канала. Фрагментарно результаты расчетов приводились в работах [243, 244, 290, 292].

Специфика рассматриваемых каналов связана с тем, что температура стенки канала изменяется приблизительно так же, как и тепловыделение — по синусоидальному закону, и максимум температуры стенки приходится примерно на середину канала. Сравнение теплогидравлической эффективности каналов с различными типами завихрителей проводилось при условии постоянства расхода пароводяной смеси и тепловой мощности канала. Критерий эффективности Ω рассматривался с точки зрения минимизации потерь мощности на прокачку теплоносителя при требуемом снижении уровня максимальной температуры поверхности твэла при заданном законе тепловыделения.

Рис. 91 показывает, что уменьшение разницы между максимальными температурами стенки в гладком и спирально оребренном каналах

$\Delta T_w^{\max} = T_{w,0}^{\max} - T_w^{\max}$ сопровождается снижением критерия эффективности Ω . Представленные на рисунке зависимости для критерия эффективности Ω показывают также, что, чем выше угол навивки спиральных элементов θ , тем меньше значение Ω из-за увеличения потерь давления. Рост загромождения ε усугубляет эту тенденцию.

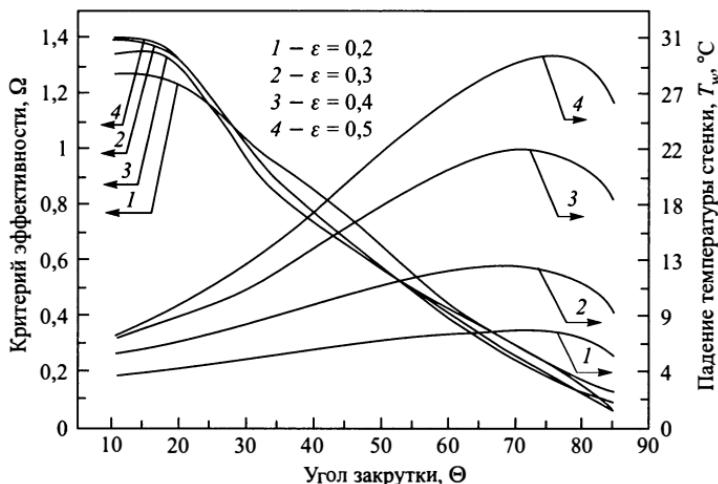


Рис. 91. Оптимизационная диаграмма закрученного потока. Зависимость критерия эффективности Ω и разности максимальных температур стенки гладкого и спирально оребренного по всей длине канала ΔT_w^{\max} от угла закрутки спиральных элементов θ

Согласно полученной оптимизационной диаграмме можно заключить, что наиболее предпочтительными для рассмотренных случаев являются: угол навивки спиральных элементов $\theta = 32^\circ$ для загромождения $\varepsilon = 0,4$; угол $\theta = 40^\circ$ для загромождения $\varepsilon = 0,3$ и $\theta = 53^\circ$ для $\varepsilon = 0,2$. Увеличение средней массовой скорости потока приводит к уменьшению теплогидравлической эффективности канала. Следует заметить, что закрутка потока в любом случае оказывает дополнительное благоприятное воздействие на тепловой режим парогенерирующих каналов, так как действие центробежных сил способствует осаждению капель жидкости на стенке.

На рис. 92 приводится сравнение влияния различных вариантов размещения завихрителей в канале на снижение уровня максимальной температуры тепловыделяющей поверхности. Максимальная температура стенки соответствует гладкому каналу (кривая 1) при падении давления в канале $\Delta P_0 = 6170 \text{ Н/м}^2$. Для трубы со спирально оребренной внутренней поверхностью (кривая 2) и двух других геометрий канала (3, 4) максимальная температура поверхности имеет одно и то же значение. Относительное увеличение перепада давления в канале для кривой 2 по сравнению с гладким каналом составляет $\Delta P / \Delta P_0 = 2,41$. Кривая 3 относится к геометрии спирального оребрения, обеспечи-

вающего степень закрутки потока, соответствующую одному обороту теплоносителя на длине канала. Относительное увеличение потерь давления в этом случае равно $\Delta P/\Delta P_0 = 2,02$. Кривая 4 соответствует выявленной предпочтительной геометрии расположения завихрителей, когда только наиболее энергонапряженная средняя часть канала имеет спиральное оребрение. Для этой геометрии относительное увеличение потерь давления на прокачивание теплоносителя наименьшее и равно $\Delta P/\Delta P_0 = 1,76$.

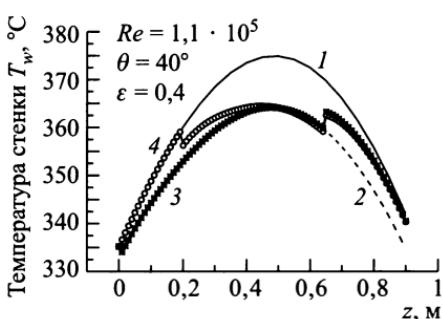


Рис. 92. Распределение температуры тепловыделяющей поверхности по длине канала: 1 — гладкая труба; 2 — спиральная накатка по всей длине канала; 3 — спиральная накатка при $0 < z < 0,65$ м, гладкая труба при $0,65$ м $< z < 0,9$ м; 4 — спиральная накатка при $0,2$ м $< z < 0,65$ м, гладкая труба при $0 < z < 0,2$ м и $0,65$ м $< z < 0,9$ м (ε — загромождение канала, θ — угол навивки спирали)

Для всех рассмотренных случаев в расчетах принимались следующие исходные данные: средняя плотность теплового потока $\bar{q} = 1,6 \text{ МВт}/\text{м}^2$; средняя массовая скорость потока $\bar{\rho u} = 440 \text{ кг}/\text{м}^2 \text{ с}$; давление на входе в канал 7,0 МПа; длина канала 0,9 м; внутренний диаметр гладкой трубы 7 мм.

Таким образом, в результате проведенного вычислительного эксперимента показано, что даже в условиях ухудшенного теплообмена при аварийном режиме работы канала завихрители позволяют снизить температуру стенки более чем на 10°C при допустимом увеличении перепада давления на длине канала. Выбор оптимальной геометрии завихрителей способствует увеличению теплотехнических запасов и обеспечивает повышение надежности и безопасности работы ядерно-энергетических установок. Вместе с тем, снижение уровня максимальных температур сопровождается увеличением потерь мощности на прокачку теплоносителя по сравнению с гладкими каналами.

7.4.2. Улучшение массогабаритных характеристик авиационного теплообменника

Современный летательный аппарат оснащен большим количеством различных устройств, в каналах которых протекают теплообменные процессы. Одним из таких устройств являются воздухо-воздушные теплообменники.

Охлаждение воздуха в системе кондиционирования летательного аппарата производится в том случае, если количество поступающего с воздухом тепла превышает тепловые потери кабины или отсека. На

современных летательных аппаратах охлаждение является необходимым, так как без него полет становится невозможным. Одним из основных методов охлаждения является охлаждение наружным атмосферным воздухом, продуваемым через воздухо-воздушный теплообменник.

Наддув кабин реактивных самолетов производится воздухом, отбираемым от одной из промежуточных ступеней компрессора самолетного двигателя. Атмосферный воздух проходит через воздухозаборник, очищается от механических примесей в фильтре и поступает в компрессор двигателя. Основная масса воздуха после сжатия в компрессоре направляется в камеру сгорания самолетного двигателя, а часть его отбирается в систему кондиционирования пассажирского салона и кабины экипажа. Воздух, поступающий в систему кондиционирования, первоначально охлаждается в воздухо-воздушном теплообменнике забортным воздухом, подаваемым под скоростным напором. Воздухо-воздушный теплообменник устанавливается в специальном туннеле и обычно является начальным элементом турбохолодильной установки, за которым следует турбохолодильник, в котором воздух окончательно охлаждается.

Так как теплообменник находится на летательном аппарате, то для него важнейшими являются требования минимальных габаритов и массы. Уменьшение мощности, потребляемой системой кондиционирования, приводит к снижению расходов на топливо и увеличивает полезную нагрузку самолета, что делает применение интенсификации теплообмена исключительно полезным в конструировании транспортных теплообменных установок.

Внутреннее аэродинамическое сопротивление теплообменной установки складывается из сопротивления трения воздуха о стенки входного и выходного участков туннеля и о стенки охлаждающих элементов теплообменника, местных сопротивлений на входе в туннель и теплообменник и на выходе из них. Если установка помещена не внутри самолета, а полностью или частично выступает за его контуры, то, кроме внутреннего, появляется и внешнее аэродинамическое сопротивление. Помимо затрат энергии на преодоление этих сопротивлений, энергия затрачивается на провоз как самой теплообменной установки, так и дополнительной массы конструкции самолета, которая связана с увеличением площади его несущих поверхностей.

К наиболее важным характеристикам теплообменных аппаратов транспортных установок относятся: габаритные размеры или объем аппарата, его масса, тепловая мощность и мощность на прокачку теплоносителя. Для сравнения аппаратов с интенсификацией и без нее нужно, чтобы у сравниваемых аппаратов были одинаковыми принцип конstrukции аппаратов, геометрические формы и определяющие размеры поверхностей теплообмена. Для трубчатых теплообменников необходимо равенство диаметров труб, шагов размещения труб и одинаковые схемы движения теплоносителей [29].

В качестве примера практического применения разработанного в гл. 4 метода расчета рассмотрим задачу об интенсификации теп-

лообмена в трубках воздухо-воздушного теплообменника с помощью спиральных завихрителей.

Расчет воздухо-воздушного теплообменника с гладкими трубками проводился согласно рекомендациям работы [293] с учетом следующей схемы движения потоков воздуха: охлаждающий воздух проходит в межтрубном пространстве в направлении, перпендикулярном оси трубы; охлаждаемый воздух поступает в коллектор, откуда распределяется по трубкам.

Задавались следующие условия:

1. Количество тепла отбираемого от кабинного воздуха $Q = 16220 \text{ Вт}$.

2. Расход кабинного воздуха $G = 300 \text{ кг/час}$.

3. Температура кабинного воздуха на входе в теплообменник $t_{\text{вх}} = 350^\circ\text{C}$.

4. Давление кабинного воздуха на входе в теплообменник $P = 1176 \text{ КН/м}^2$.

5. Скорость полета $U_{\text{max}} = 1125 \text{ км/час}$, температура за бортом $t_h = -56,5^\circ\text{C}$.

6. Кабинный нагнетатель может обеспечить превышение давления над номинальным падением давления в теплообменнике не более чем в 2,5 раза для соответствующей среднерасходной скорости.

7. Охлаждающие элементы выполнены из никелевых трубок с внутренним диаметром $d = 3,6 \text{ мм}$ и толщиной стенки $\delta = 0,15 \text{ мм}$.

Так как основу конструкции воздухо-воздушного теплообменника составляют тонкостенные трубы и числа Рейнольдса горячего и холодного воздуха невелики, то для интенсификации теплообмена целесообразно использовать эффекты закрутки и развития поверхности, которые можно обеспечить за счет применения спиральной накатки труб (рис. 93, а).

На рис. 93, б представлены расчетные зависимости изменения интенсивности закрутки потока по продольной координате для различных геометрий спиральной накатки.

Преимущество использования труб со спиральной накаткой обусловлено тем, что накатка технологична и проста в исполнении, создает эффект оребрения как с внутренней так и с внешней стороны, не приводя к увеличению массы трубок; за счет гладкости выступов при накатке достигается меньшее гидравлическое сопротивление, чем при использовании других закручивающих устройств.

Так как диаметр и толщина используемых трубок малы, то это налагает ограничение на высоту выступов накатки. В расчетах высота выступов принималась равной $h = 0,8 \text{ мм}$, а их угол навивки $\theta = 60^\circ$.

Вычислительный эксперимент проводился на основе использования программы AIRVORT, являющейся специализированной модификацией программы LOCVORT. В расчетах варьировалось соотношение длин зон накатанной и гладкой поверхности (рис. 93, а). Полученные значения коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления

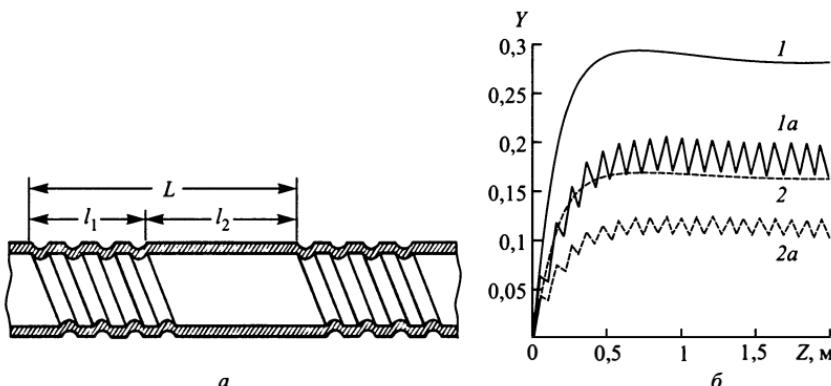


Рис. 93. Канал с периодически расположенной спиральной накаткой: а — схема расчетного канала; б — изменение интенсивности закрутки потока Y (1.1) вдоль канала для различной геометрии спиральной накатки: 1 — $l_1/L = 1$, $\theta = 60^\circ$; 1а — $l_1/L = 0,5$, $\theta = 60^\circ$; 2 — $l_1/L = 1$, $\theta = 30^\circ$; 2а — $l_1/L = 0,5$, $\theta = 30^\circ$

сравнивались с их значениями для гладких труб аналогичных геометрических размеров.

Полученные результаты показали, что в рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса $3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$ гидравлическое сопротивление при увеличении длины накатанной поверхности растет более быстрыми темпами, чем увеличение теплоотдачи. Соответственно растет и мощность на прокачку.

Рис. 94 демонстрирует влияние относительной длины зон спирально накатанной поверхности на изменение разности между относительным увеличением коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи. Так, относительное увеличение коэффициента теплоотдачи α/α_0 при полной накатке ($l_1/L = 1$) на 74–77% соответствует повышению гидравлического сопротивления на 215–250% (в зависимости от числа Рейнольдса). Из этого можно сделать вывод, что нецелесообразно использовать накатку на всей длине канала, выгоднее применять периодически расположенную накатку, для которой соотношение между ростом сопротивления и теплоотдачей ниже (см. рис. 94). Экспериментальные данные, представленные на рис. 94, относятся к непрерывной накатке на всей длине канала и подтверждают сделанные расчетные оценки.

Так как по заданным условиям кабинный нагнетатель не может обеспечить повышение перепада давления в трубке более, чем в 2,5 раза по сравнению с гладкими трубками, т. е. $\xi/\xi_0 \leq 2,5$, то для дальнейших расчетов была выбрана следующая геометрия канала: $l_1/L = 0,5$ ($l_1 = 0,05$ м, $L = 0,1$ м), которая удовлетворяет указанному соотношению ξ/ξ_0 во всем используемом диапазоне чисел Re .

Для расчета теплообменника с интенсифицированной теплоотдачей были взяты трубы с диаметром и шагом расположения таким же,

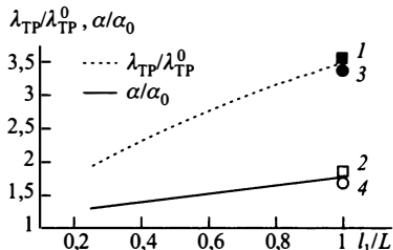


Рис. 94. Влияние отношения l_1/L на относительное увеличение коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи в трубах с периодически расположенной спиральной накаткой: $\theta = 60^\circ$, $h/d = 0,22$, $m = 1$; и сравнение с экспериментальными данными: 1, 2 — Михаил В. К. [28], 3, 4 — Будов В. М., Дмитриев С. М. [30]

как и для теплообменника с гладкими трубками. Общая конструкция, входные параметры и схема движения теплоносителей также остались неизменными. В расчете учитывалось увеличение поверхности теплообмена за счет спиральной накатки как со стороны горячего воздуха, так и со стороны холодного ($\varphi_{kp} = 1,09$). С помощью программы AIR-VORT вычислялись коэффициенты теплоотдачи α , гидравлического сопротивления λ_{TP} , теплопередачи K , изменение температуры по длине канала (рис. 95) и необходимая для передачи заданного количества тепла длина трубок по горячему воздуху. Критерием окончания работы программы являлось достижение температуры, равной температуре горячего воздуха на выходе из теплообменника T_{out} . Результаты расчетов представлены на рис. 95, 96.

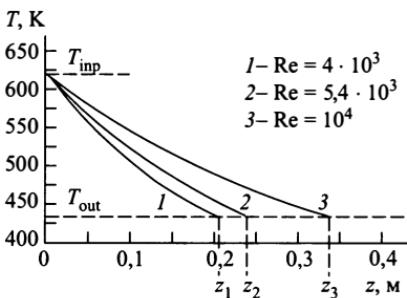


Рис. 95. Изменение температуры охлаждаемого воздуха по длине канала с периодически расположенной спиральной накаткой при различных числах Рейнольдса. $l_1/L = 0,5$, $\theta = 60^\circ$, $h/d = 0,22$, $m = 1$; z_1, z_2, z_3 — требуемые длины трубок с накаткой при соответствующих числах Рейнольдса

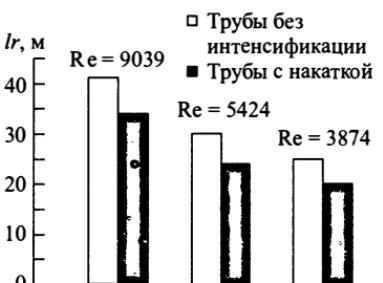


Рис. 96. Сравнение необходимой длины гладких трубок и трубок с накаткой

Рис. 95, 96 показывают, что накатка позволяет уменьшить длину трубок воздухо-воздушного теплообменника во всем рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса. Как видно из представленных графиков, накатка обеспечивает снижение объема (а, следовательно, и массы), занимаемого теплообменником, примерно на 17–20% при росте сопротивления на прокачку кабинного горячего воздуха на 86–119%. Однако суммарная мощность, которая складывается из

мощности, затрачиваемой на преодоление лобового и внутреннего сопротивления и мощности, связанной с нагнетанием горячего воздуха через теплообменник, оказывается для данного теплообменника с накатанными трубками меньше на 10–20%, чем для теплообменника с гладкими трубками.

Для оценки эффективности применения трубок со спиральной накаткой использовался критерий (7.1), характеризующий зависимость отношения объема теплообменника с интенсификацией к объему такого же теплообменника с гладкими трубками от соотношения относительного увеличения коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи: $V/V_0 = \Psi_1^{-1}$. Расчеты показали, что с увеличением среднерасходной скорости воздуха эффективность интенсификации несколько уменьшается.

Итак, можно сделать вывод, что применение простого в технологическом отношении, дешевого способа интенсификации теплообмена за счет спиральной накатки труб приводит к сокращению объема, занимаемого теплообменником, что особенно важно для транспортных установок.

7.4.3. Уменьшение длины технологических каналов пиролизных печей

В качестве примера прикладного использования разработанного в гл. 4 расчетного метода рассматривалась также задача охлаждения пирогазовой смеси в технологических каналах пиролизных печей. Цель проведенного вычислительного эксперимента заключалась в выборе такой геометрии завихрителей, при которой длина технологического канала L могла бы быть максимально сокращена при сохранении технологического режима охлаждения пирогаза от 1100 К до 563 К.

Расчеты проводились для двух труб с внутренним диаметром 168 мм и 152 мм и толщиной стенки 9 мм при двух расходах пирогаза 2,8 т/час и 5,6 т/час. Для интенсификации теплообмена предлагалось использовать спиральные завихрители, периодически или непрерывно расположенные по длине канала в виде участков с винтовым оребрением, как показано на рис. 44. При расчетах варьировались высота ребер, их толщина, заходность, шаг расположения и длина зон с закручивающими ребрами, а также угол навивки спиральных элементов.

Расчеты подтвердили вывод, сделанный на основе анализа, проведенного в п. 4.3 гл. 4, что увеличение высоты ребра свыше определенного предела, соответствующего условию (4.65) (в данном случае предельная высота оребрения составляла 3 см) не оказывает существенного влияния на возрастание коэффициента теплопередачи за счет повышения α_{ef} .

Алгоритм расчета соответствовал описанию, данному в п. 4.4. В процессе итераций корректировались значения коэффициентов теплопередачи и уточнялись значения теплофизических параметров в за-

висимости от изменения локальных значений температуры и давления.

Коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности технологического канала α_2 при выбранном способе охлаждения пирогазовой смеси, соответствующем использованию в качестве внешнего охладителя насыщенного водяного пара при давлении $P = 30$ атм, определялся по формуле (4.61).

На входе в канал и в области поворота потока на 180° в U-образных технологических каналах пиролизной печи учитывались местные сопротивления.

Расчетное исследование показало, что, начиная с четвертой зоны расположения завихрителей, обеспечивается определенный уровень и установленный характер изменения интенсивности закрутки вниз по потоку. При этом вид полученных зависимостей аналогичен кривым, представленным на рис. 93, б.

Проведенные расчеты скоростного и температурного полей вnominalном канале без использования локальных завихрителей и расчеты технологического канала с использованием локальных завихрителей дают возможность заключить, что совместное действие двух факторов — закрутки потока и оребрения — приводит к заметному эффекту интенсификации теплообмена. Это позволяет сократить длину технологических каналов и уменьшить массогабаритные характеристики пиролизных печей.

Результаты расчетов с использованием программного комплекса «VORTEX» представлены на рис. 97.

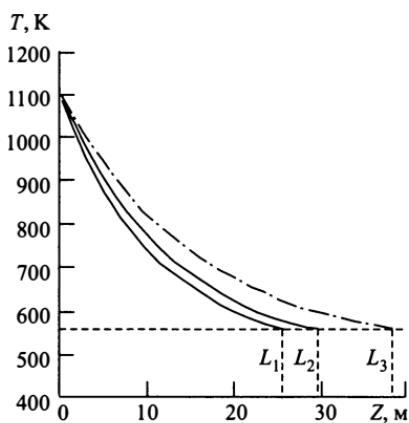


Рис. 97. Распределение температуры охлаждаемого пирогаза по длине технологического канала: 1 — $d = 0,168$ м, $S = 0,5$ м, $l_1 = 0,3$ м, $h = 0,03$ м, $b = 0,5$ мм, $m = 3$, $\theta = 45^\circ$; $L_1 = 27,3$ м; 2 — $d = 0,168$ м, $S = 1,0$ м, $l_1 = 0,3$ м, $h = 0,02$ м, $b = 0,5$ мм, $m = 1$, $\theta = 45^\circ$; $L_2 = 31,8$ м; 3 — гладкий канал без завихрителей $L_3 = 38,4$ м; L_1, L_2, L_3 — требуемая длина технологического канала пиролизной печи для охлаждения пирогаза от 1100 К до 563 К для случаев 1, 2, 3 соответственно

Предложенные в гл. 3, 4 методы расчета были использованы также для отработки технологии организации направленных газовых потоков в утилизаторе тепла нитрозных газов, подогревателе хвостовых нитрозных газов и расширительной колонне при проведении пусконаладочных и ремонтных работ [294].

Выводы к главе 7

Представленный в настоящей главе анализ, разработанные расчетные методики и программы могут быть использованы при проведении исследований по обоснованию возможности интенсификации теплообмена посредством обеспечения закрутки потока в каналах со сложным законом тепловыделения. Расчетное моделирование процессов гидродинамики и теплообмена в каналах с различными функциональными устройствами, приводящими к закрутке потока (такими, как дистанционирующие проволочные навивки, винтовое оребрение, локальные завихрители) дает возможность с помощью вычислительных экспериментов без проведения большого объема дорогостоящих экспериментальных работ указать оптимальную геометрию закручивающих устройств, при которой можно получить максимальный эффект повышения теплоотдачи при допустимом увеличении потерь на прокачивание теплоносителя.

Применительно к ядерно-энергетическим установкам использование предложенных расчетных методов позволяет на основе выбора целевой функции определить оптимальную геометрию дистанционирующих элементов в кольцевых каналах, образованных твэлами, обосновать возможность повышения тепловой мощности и надежности работы ТВС за счет снижения азимутальной температурной неравномерности в твэлах, провести вычислительные эксперименты по выбору оптимальной геометрии завихрителей для интенсификации теплообмена в каналах теплообменных аппаратов.

Заключение

В монографии представлены результаты исследований в области изучения гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в сложных каналах активных зон и теплообменного оборудования ЯЭУ.

Проведен анализ накопленной к настоящему времени обширной информации об использовании закручивающих устройств (завихрителей) в каналах различных технических устройств и сделаны следующие обобщения:

- систематизированы данные о видах завихрителей и их использовании для интенсификации теплообмена в цилиндрических каналах;
- выявлены основные закономерности и физические особенности турбулентных закрученных потоков в каналах с завихрителями;
- выделены основные факторы, влияющие на вихревую структуру потока, гидравлическое сопротивление и теплообмен в каналах с завихрителями; рассмотрен ряд эффектов, приводящих к изменению величины профильного сопротивления обтекаемых спиральных элементов; получен ряд новых обобщающих зависимостей по учету влияния выделенных факторов на сопротивление завихрителей в каналах;
- дан анализ различных подходов к построению расчетных методов сложных турбулентных течений.

Разработана методология расчетного моделирования сложных турбулентных закрученных течений в каналах с закручивающими устройствами, заключающая в себе использование феноменологического подхода и разработку принципов построения физико-математических моделей сложных течений, в основе которых лежат выявленные общие закономерности и особенности физической природы рассматриваемых вихревых течений.

Разработана общая концепция построения математических моделей, основанная на применении процедуры пространственного осреднения трехмерных уравнений динамики сплошной среды в каналах цилиндрической геометрии при наличии в них завихрителей произвольной формы. Совместно с разработкой процедуры пространственного осреднения решены вопросы описания эффективных коэффициентов переноса, постановки граничных условий и формулировки замыкающих феноменологических соотношений для описания силового воздействия завихрителей на поток.

На основе предложенных принципов расчетного моделирования разработан метод расчета гидродинамики и теплообмена для кольцевых

каналов с произвольным соотношением радиусов и непрерывными по длине спиральными завихрителями, имеющими различную форму и частично или полностью перекрывающими ширину канала. Метод дает возможность:

- рассчитать гидравлическое сопротивление кольцевых каналов с различными закручивающими устройствами и теплоотдачу у выпуклой и вогнутой поверхностей канала при однофазном закрученном турбулентном течении теплоносителя;

- оценить влияние геометрии завихрителей на интенсивность закрутки потока и распределение осредненных полей скорости, давления и температуры в кольцевых каналах;

- оценить вклад в процесс интенсификации теплообмена двух составляющих: закрутки потока, генерируемой спиральными завихрителями, и эффекта оребрения или развития поверхности, что позволяет использовать разработанный метод для решения оптимизационных задач.

Для оценки теплоотдачи в кольцевых каналах с завихрителями получены интегральные соотношения в форме модифицированных интегралов Лайона. Это позволяет расчетным путем определить коэффициенты теплоотдачи у выпуклой и вогнутой поверхностей канала при произвольном соотношении тепловых нагрузок. Полученные аналитические решения универсальны относительно формы и области расположения завихрителей.

Как предельный случай использования разработанного расчетного метода обосновано его применение для расчета параметров гидродинамики и теплообмена в винтообразных каналах, ширина кольцевого зазора в которых полностью перекрыта спиральными элементами.

Проведена верификация предложенного метода расчета гидродинамики и теплообмена кольцевых каналов с произвольной геометрией завихрителей, основанная на сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными различных авторов. Сравнение показало хорошее согласование расчетных и экспериментальных результатов в исследованной области режимных параметров как для кольцевых каналов с частичным перекрытием их ширины спиральными закручивателями, так и для винтообразных каналов.

Для описания процессов гидродинамики и теплообмена при движении однофазных закрученных потоков в трубах с локальными завихрителями предложена модель трансформации вихря.

На основе применения модели трансформации вихря разработан интегрально-параметрический метод гидротеплового расчета труб с локальными завихрителями произвольной геометрии. Метод дает возможность:

- рассчитать распределения всех трех компонент осредненной скорости, угла закрутки потока и давления по длине и радиусу канала;

- описать поля скорости и давления в закрученном потоке, соответствующие рециркуляционному режиму течения при высоких интенсивностях закрутки потока;
- определить коэффициенты гидравлического сопротивления и теплоотдачи при варьировании геометрических параметров завихрителей;
- учесть вклад различных механизмов в процесс интенсификации теплообмена при использовании завихрителей в каналах.

Верификация предложенного метода расчета, проведенная на основе сравнения результатов расчета с экспериментальными данными различных авторов по измерению профилей скорости закрученных потоков, определению коэффициентов гидравлического сопротивления и теплоотдачи, может служить обоснованием применения данного метода для инженерных расчетов.

Получено аналитическое решение для описания винтового течения в полубесконечном кольцевом канале с произвольным соотношением радиусов. Это дало возможность выявить топологические особенности внутренних закрученных течений и использовать теорию винтовых потоков (теорию Громеки–Бельтрами) для анализа условий существования детерминированной макровихревой структуры закрученных потоков в цилиндрических каналах при высоких числах Рейнольдса.

Для определения критических условий перестройки поля течения в гидродинамической системе рассмотрен вопрос об условиях генерации спиральности. Показано, что наличие спиральности в вихревом потоке приводит к формированию устойчивых вихревых структур и позволяет говорить о топологической картине течения, обеспечивающей минимум диссипативных потерь.

Получены уравнения для скорости изменения спиральности в динамической жидкостной системе. Уравнения представлены в размерном, безразмерном и критериальном виде. Анализ условий кризисной перестройки скоростного поля течения теплоносителя дан на основе решения задачи о винтовом движении жидкости.

Предложена физическая модель вихревого движения жидкости, позволяющая ответить на ряд вопросов, долгое время остававшихся без ответа: объяснить эффект самопроизвольной закрутки потока в коллекторах корпусных ядерных реакторов, выявить причины возникновения значительного увеличения неравномерности радиального распределения давления на входе в активную зону для жидкокометаллических теплоносителей по сравнению с водным теплоносителем; объяснить механизм генерации спиральных вихревых структур в криволинейных каналах и на криволинейных поверхностях.

Рассмотрена проблема оценки теплогидравлической эффективности каналов с закручивающими устройствами. Предложен критерий эффективности использования закручивающих устройств в энергонапряженных каналах активных зон ядерных реакторов со сложным законом тепловыделения.

Рассмотрены способы решения оптимизационных задач на основе проведения вычислительных экспериментов. Универсальность разработанных расчетных методов относительно изменения формы и области расположения завихрителей дает возможность провести сравнительный анализ влияния различных устройств, генерирующих закрутку потока, на гидравлическое сопротивление и теплоотдачу в каналах, а также указать оптимальную геометрию завихрителей, соответствующую выбранной целевой функции оптимизации.

Проведено расчетное исследование по обоснованию возможности интенсификации теплообмена в кольцевых каналах тепловыделяющих сборок (ТВС) ядерных реакторов со сложным законом тепловыделения посредством обеспечения закрутки потока в каналах с помощью дистанционирующих спиралей оптимальной геометрии. Установлено, что для каналов со сложным законом тепловыделения основной эффект влияния закрутки на улучшение теплового режима, заключающийся в выравнивании температурных неоднородностей в азимутальном направлении, дает возможность обеспечить дополнительный запас до уровня опасных температур или повысить тепловую мощность ТВС.

Решен ряд оптимизационных задач, имеющих различную техническую направленность. На примерах решения задач 1) — об оптимизации геометрии дистанционирующих устройств в кольцевых каналах ТВС ЯЭУ и 2) — о выборе оптимальной геометрии завихрителей для интенсификации теплообмена в парогенерирующих каналах ТВС показано, что использование закручивающих устройств в энергонапряженных каналах ядерно-энергетических установок связано с возможностью комплексного решения проблем повышения безопасности и эффективности работы ядерных реакторов. Закручивающие устройства в каналах ЯЭУ могут быть использованы как в целях интенсификации теплообмена, так и для предотвращения локальных перегревов в сборках тепловыделяющих элементов. Решены также задачи: 3) — о снижении массогабаритных характеристик авиационного воздухо-воздушного теплообменника и 4) — об уменьшении длины технологических каналов пиролизных печей.

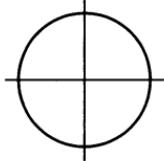
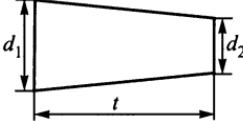
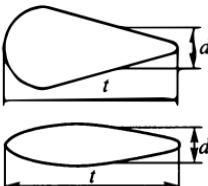
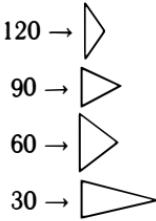
Проведенное всестороннее сравнение расчетных результатов с данными экспериментальных измерений показало их хорошее совпадение в диапазоне чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^3 - 10^6$, что может служить обоснованием применения разработанных методов расчета для определения теплогидравлических характеристик каналов с завихрителями при развитом турбулентном течении однофазных теплоносителей.

Приложение 1

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ C_D ДЛЯ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ¹⁾

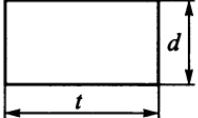
Таблица 1

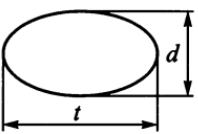
Двумерные профили

1. Круговой цилиндр		C_d	Re
		1,2	$10^4 < \text{Re} < 2 \cdot 10^5$
		0,3–0,9	$2 \cdot 10^5 < \text{Re} < 2 \cdot 10^6$
		0,9	$2 \cdot 10^6 < \text{Re} < 10^7$
2. Трапециoidalный профиль		C_d	Re
		0,53	$5 \cdot 10^5$
3. Каплеобразный профиль		C_d	Re
		0,053	$1 \cdot 10^6$
		0,125	
		0,19	
		0,2	$> 5 \cdot 10^4$
4. Распорки в трубе (плоскопараллельное обтекание)		C_d	Re
		1,8	
		2,0	$2 \cdot 10^5$
		2,1	
		2,0–2,1	

¹⁾ Использованы экспериментальные и справочные данные работ [97, 115, 295].

5. Квадратный брус		C_d	Re	α
		2,0	$> 10^4$	0
		1,43		10
		1,35		20
		1,50		30
		1,52		40
		1,54		50

6. Прямоугольный профиль		C_d	Re	t/d
		0,1	$3 \cdot 10^3 - 10^4$	3,5

7. Удлиненный эллипсоид		C_d	Re	t/d
		0,09	$> 10^5$	2
		0,06		3
		0,06		4
		0,07		5
		0,08		6
		0,1		8
		0,14		12
		0,16		14
		0,19		20

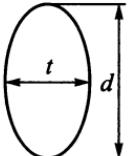
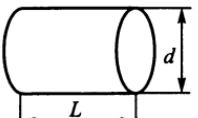
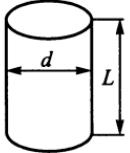
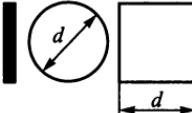
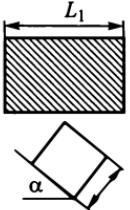
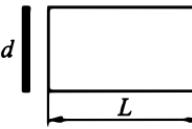
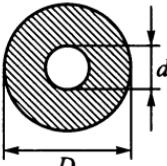
8. Сплющенный эллипсоид		C_d	Re	d/t
		0,6	$< 4,5 \times 10^5$	$4/3$

Таблица 2
Пространственные тела

9. Круговой цилиндр, обтекаемый параллельно образующей		C_d	Re	L/d
		0,91	$5 \cdot 10^5$	1,0
		0,85		2,0
		0,87		4,0
		0,99		7,0

10. Круговой цилиндр, обтекаемый перпендикулярно образующей		C_d	Re	L/d
		0,63	$8,8 \cdot 10^4$	1,0
		0,68		2,0
		0,74		5,0
		0,82		10,0
		0,98		40,0
		1,2		∞
11. Круглый или квадратный диск		C_d	Re	
		1,16	$6,2 \cdot 10^3$	
12. Квадратный брус (пространственное обтекание)		C_d	Re	α
		1,58	$5 \cdot 10^5$	0
		1,12		10
		0,8		20
		0,87		30
		0,89		40
		0,9		50
13. Прямоугольная пластина		C_d	Re	L/d
		1,16	$2 \cdot 10^5$	1,0
		1,16		2,0
		1,18		2,8
		1,19		4,0
		1,21		5,0
		1,29		10,0
		1,40		20,0
		2,00		∞
14. Шайба		C_d	Re	d/D
		1,16	$3,6 \cdot 10^5$	0,0
		1,16		0,1
		1,16		0,2
		1,18		0,3
		1,20		0,4
		1,22		0,5
		1,25		0,6
		1,40		0,7
		1,78		0,8
		1,92		0,9

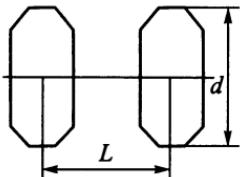
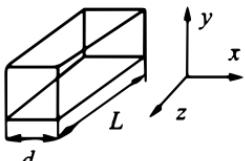
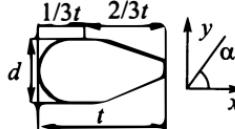
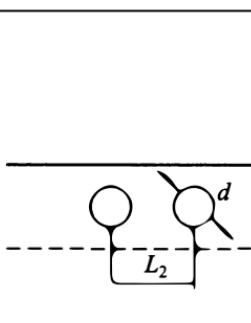
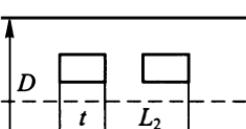
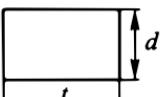
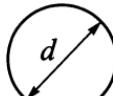
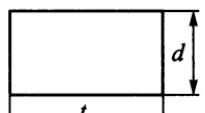
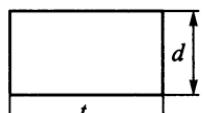
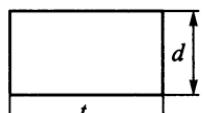
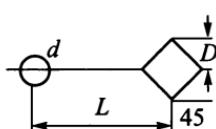
15. Две круглые пластины друг за другом		C_d	Re	L/d
		1,11	$5 \cdot 10^5$	0
		0,93		1,0
		0,78		1,5
		1,04		2,0
		1,52		3,0
16. Призматическое тело квадратного сечения		C_x	Re	L/d
		0,57	$> 5 \cdot 10^5$	0,15
		0,67		0,20
		0,77		0,30
		0,90		0,50
		1,05		1,00
		1,20		2,00
		1,40		5,00
		2,00		∞
17. Тело вращения		C_x	Re, α	$t_{cp} = t/d$
		0,05–0,10	$(5\text{--}6) \cdot 10^5$	3
		0,05–0,12		4
		0,06–0,15		5
		0,075–0,18		6
18. Пара круговых цилиндров в трубе		C_d	Re	L_2/d
		0,6	$> 10^5$	1,0
		0,6		1,5
		0,76		2,0
		1,1		2,5
		1,44		3,0
		1,5		4,0
		1,52		5,0
		1,62		10,0
		1,82		20,0
		1,92		30,0
		2,0		50,0
		2,06		100,0

Таблица 3

Различные профили в продольном ряду (обтекание в трубе большого диаметра)

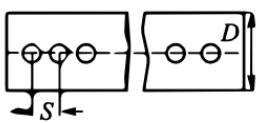
19. Квадратный профиль		C_d	Re, $t/d = 2,2$	L_2/d
	0,1	$> 10^5$	2,0 5,0 10,0 20,0 30,0 40,0 50,0 60,0 70,0 100,0	2,0
	0,17			5,0
	0,28			10,0
	0,45			20,0
	0,60			30,0
	0,71			40,0
	0,80			50,0
	0,85			60,0
	0,88			70,0
	0,88			100,0
20. Круговой цилиндр		C_d	Re	L_2/d
	0,4	$> 10^5$	2,0 5,0 10,0 20,0 30,0 40,0 50,0 60,0 70,0 100,0	2,0
	0,53			5,0
	0,70			10,0
	0,88			20,0
	1,00			30,0
	1,10			40,0
	1,17			50,0
	1,20			60,0
	1,20			70,0
	1,20			100,0
21. Прямоугольный профиль		C_d	Re	L_2/d
	0,05	$> 10^5$	2,0 5,0 10,0 20,0 30,0 40,0 50,0 60,0 70,0 100,0	2,0
	0,11			5,0
	0,12			10,0
	0,12			20,0
	0,12			30,0
	0,12			40,0
	0,12			50,0
	0,12			60,0
	0,12			70,0
	0,12			100,0

22. Обтекание прямоугольной призмы, если перед ней на расстоянии L находится стержень с диаметром d



C_d	L/D	d/D
2,2	2	0,1
2,01	2,2	0,21
1,9	2,4	0,3
1,7	2,8	0,42
1,4	3,2	0,53
1,21	3,4	0,6
$Re = 5 \cdot 10^5$		

23. Плоско-параллельное обтекание ряда цилиндров в трубе



$d, \text{мм}$	S	n	C_d	ε	Re
8	12	8	0,35	0,40	$> 10^5$
	24	4	0,50	0,61	
	36	3	0,75	0,74	
12	24	4	0,59	0,54	$> 10^5$
	36	3	0,66	0,67	
	48	2	0,72	0,78	
18	24	4	0,5	0,57	$> 10^5$
	36	3	0,71	0,68	
	48	2	0,87	0,85	
	60	1	0,93	0,95	

S — шаг между трубками,
 n — число трубок,
 $\varepsilon = d/D$ — загромождение

Приложение 2

ВЫВОД ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕНЗОРА СОПРОТИВЛЕНИЯ $k_{\eta\eta}$ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ВИНТООБРАЗНОМ КАНАЛЕ

Зависимость для определения $k_{\eta\eta}$ может быть получена из рассмотрения баланса сил, действующих на жидкость в винтообразном канале. Схематическое изображение канала и принятые обозначения представлены на рис. 98.

Уравнение баланса сил, связывающее трение и градиент давления имеет вид

$$2\bar{\tau} \left(h + \frac{S \sin \theta}{m} \right) = \left| \frac{\partial P}{\partial \eta} \right| h \frac{S \sin \theta}{m}, \quad (1)$$

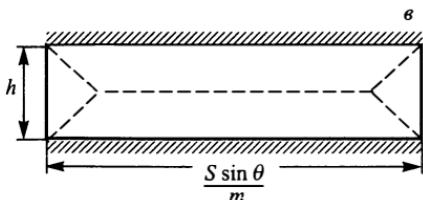
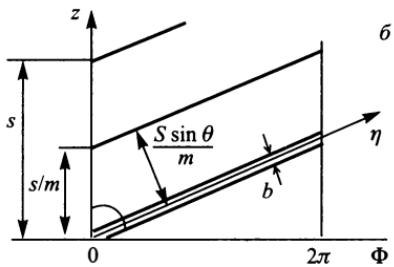
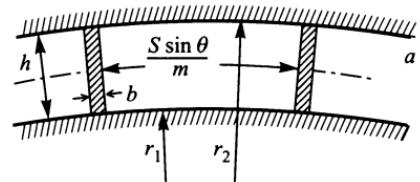


Рис. 1. Винтообразный канал: а — фрагмент поперечного сечения канала, б — развертка по продольной z и угловой ϕ координатам, в — упрощенная расчетная схема канала. S — шаг навивки закручивающей спирали, m — заходность спирали, h — ширина кольцевого зазора или высота винтообразного канала, b — ширина спиральной вставки

где S — шаг спирали, m — число заходов спирали; R_2, R_1 — внешний и внутренний радиусы кольцевого канала; $h = R_2 - R_1$; $\bar{\tau}$ — среднее значение касательного напряжения на поверхности винтообразного канала

$$\bar{\tau} = \frac{\lambda_{fr}^0 \psi}{8} \rho u_\eta^2, \quad (2)$$

$\lambda_{fr}^0 = 0,316/\text{Re}_\eta^{0,25}$ — гидравлическое сопротивление плоского канала, $\text{Re}_\eta = u_\eta d_h / \nu$,

$$\Psi = 1 + \frac{1}{\lambda_{fr}^0} 0,0385 \sqrt{\frac{d_h \sin^2 \theta}{R_1 + R_2}}$$

— поправочный множитель для учета влияния кривизны винтового канала согласно обобщениям работы [5]; d_h — гидравлический диаметр канала

$$d_h = 2h \frac{\left(1 - \frac{mb}{\pi(R_2 + R_1) \cos \theta}\right)}{\left(1 + (h-b) \frac{m}{\pi(R_2 + R_1) \cos \theta}\right)}. \quad (3)$$

Касательное напряжение на боковой поверхности ребер $\bar{\tau}_p$ можно связать со средним касательным напряжением в канале $\bar{\tau}$, принимая упрощенную схему течения, показанную на рис. 98, в. Считая, что положения линий максимальной скорости и нулевых напряжений в прямоугольном канале при установившемся течении жидкости приблизительно совпадают и соответствуют положению штриховой линии на рис. 98, в, можно записать:

$$2\bar{\tau}_p h = 2 \left| \frac{\partial P}{\partial \eta} \right| \frac{h^2}{4}, \quad (4)$$

где $h^2/4$ — площадь заштрихованного треугольника на рис. 98, в.

Выражая $|\partial P / \partial \eta|$ через $\bar{\tau}$ из уравнения (3.21) для $\bar{\tau}_p$ получим

$$\bar{\tau}_p = \frac{\bar{\tau}}{A}, \quad A = \frac{2}{1 + \frac{hm}{S \sin \theta}}. \quad (5)$$

Учитывая, что f_η имеет смысл силы, действующей на жидкость со стороны ребер и отнесенной к единице объема:

$$f_\eta = \frac{\bar{\tau}_p 2h \frac{dz}{\cos \theta} m}{\pi(R_2^2 - R_1^2) dz} = \frac{\bar{\tau} 2hm}{A \pi \cos \theta (R_2^2 - R_1^2)}, \quad (6)$$

и, с другой стороны, $f_\eta = k_{\eta\eta} u_\eta$, для $k_{\eta\eta}$ получим

$$k_{\eta\eta} = \frac{\lambda_{fr}^0 \Psi \rho u_\eta m}{4 A \pi \cos \theta (R_1 + R_2)}. \quad (7)$$

Приложение 3

ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ ТРАНСФОРМАЦИИ ВИХРЯ К КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОМУ ВИДУ

Исходными уравнениями для численного решения задачи о расчете динамики изменения полей скорости, давления и температуры в каналах с локальными завихрителями являются уравнения (4.25)–(4.28). Для удобства изложения повторим здесь запись (4.29)–(4.31) первых трех уравнений этой системы, приведенных к безразмерному виду:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho u_\phi u_z R^2 dR = \tau_{r\phi} \Big|_{R=1} + R_0 \int_0^1 f_\phi R^2 dR, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho u_z^2 R dR = -\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}^a}{\partial Z} + \tau_{rz} \Big|_{R=1} + R \int_0^1 f_z R dR, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho \frac{u_z^2 - u_\phi^2}{R} dR + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \int_0^1 \rho u_z u_r dR - \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial Z} \Big|_0^1 = \\ & = \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \int_0^1 \tau_{rz} dR - \frac{\partial(R\tau_{rz})}{R\partial R} \Big|_0^1 - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial Z} \Big|_0^1 + \frac{R\partial}{\partial Z} \int_{1-h/R_0}^1 f_r dR - R f_z \Big|_{1-h/R_0}^1, \end{aligned} \quad (3)$$

где $R = r/R_0$ и $Z = z/R_0$ — безразмерные радиальная и осевая координаты.

Для получения решения уравнений (1)–(3) относительно искомых параметров модели, которыми являются два скоростных формпараметра: $u_{\phi 0}$ — экстраполированная тангенциальная скорость на стенке и $D(Z)$ — амплитуда неравномерности осевой скорости в закрученном потоке, а также градиент давления $\frac{\partial \bar{P}^a}{\partial Z}$, при приведении уравнений (1)–(3) к конечно-разностному виду используем параметрическое опи-

сание тангенциальной $u_\phi(R, Z)$ и осевой $u_z(R, Z)$ скоростей, полученное в п. 4.2.3:

$$\begin{aligned} u_\phi(R, Z) &= u_{\phi 0}[f_1(R) + qf_2(R)], \\ f_1(R) &= \frac{1}{n-m}[(n+1)R^m - (m+1)R^n], \\ f_2(R) &= \frac{1}{n-m}[(n-m)R - (n-1)R^m + (m-1)R^n], \\ q &= \frac{\omega R_0}{u_{\phi 0}}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u_z(R, Z) &= \bar{u}_z^0[1 + Q(1 - 2R^2)] + D(Z)f_3(R), \\ f_3(R) &= (7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3, \\ Q &= 3,48 \frac{V^*}{\bar{u}_z^0} = 3,48 \sqrt{\frac{\lambda_{TP}}{8}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где m и n — показатели степеней в полиномиальном разложении профиля окружной скорости $u_\phi(R, Z)$, λ_{TP} — коэффициент гидравлического сопротивления в гладком канале при отсутствии закрутки потока.

Из согласования с экспериментальными данными разных авторов по определению величины и положения максимума окружной скорости можно положить $m = 2$ и $n = 3$.

Приведем уравнение (1) к конечно-разностному виду. Для этого подставим в интеграл в левой части уравнения параметрическое описание скоростей (4), (5):

$$\begin{aligned} \int_0^1 u_\phi u_z R^2 dR &= \int_0^1 u_{\phi 0} [aR^{m+2} - bR^{n+2} + q(R^3 - cR^{m+2} + dR^{n+2})] \times \\ &\times [\bar{u}_z(1 + Q - 2QR^2) + D(Z)((7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3)] dR, \\ a &= \frac{n+1}{n-m}, \quad b = \frac{m+1}{n-m}, \quad c = \frac{n-1}{n-m}, \quad d = \frac{m-1}{n-m}. \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 u_{\phi 0} \bar{u}_z [aR^{m+2} - bR^{n+2} + q(R^3 - cR^{m+2} + \\ &+ dR^{n+2})] (1 + Q - 2QR^2) dR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^1 u_{\phi 0} D(Z) [aR^{m+2} - bR^{n+2} + q(R^3 - cR^{m+2} + \\ &+ dR^{n+2})] ((7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3) dR. \end{aligned}$$

После интегрирования этих выражений с учетом вышеприведенных соотношений получим

$$I_1 = u_{\phi 0} \bar{u}_z (1 + Q) \left[\frac{a}{m+3} - \frac{b}{n+3} + q \left(\frac{1}{4} - \frac{c}{m+3} + \frac{d}{n+3} \right) \right] - 2Qu_{\phi 0} \bar{u}_z \left[\frac{a}{m+5} - \frac{b}{n+5} + q \left(\frac{1}{6} - \frac{c}{m+5} + \frac{d}{n+5} \right) \right],$$

$$I_2 = u_{\phi 0} D(Z) \left[(7 - 3Q) \left(\frac{a}{m+3} - \frac{b}{n+3} + q \left(\frac{1}{4} - \frac{c}{m+3} + \frac{d}{n+3} \right) \right) - 6(5 - Q) \left[\frac{a}{m+5} - \frac{b}{n+5} + q \left(\frac{1}{6} - \frac{c}{m+5} + \frac{d}{n+5} \right) \right] + 20 \left[\frac{a}{m+6} - \frac{b}{n+6} + q \left(\frac{1}{7} - \frac{c}{m+6} + \frac{d}{n+6} \right) \right] \right].$$

Обозначим

$$XW = \frac{a}{m+3} - \frac{b}{n+3} + q \left(\frac{1}{4} - \frac{c}{m+3} + \frac{d}{n+3} \right),$$

$$XY = \frac{a}{m+5} - \frac{b}{n+5} + q \left(\frac{1}{6} - \frac{c}{m+5} + \frac{d}{n+5} \right),$$

$$XZ = \frac{a}{m+6} - \frac{b}{n+6} + q \left(\frac{1}{7} - \frac{c}{m+6} + \frac{d}{n+6} \right).$$

Тогда интегралы I_1 и I_2 будут иметь вид

$$I_1 = u_{\phi 0} \bar{u}_z (1 + Q) XW - 2u_{\phi 0} \bar{u}_z Q XY,$$

$$I_2 = u_{\phi 0} D(Z) [(7 - 3Q) XW + 6(Q - 5) XY + 20XZ]$$

а интеграл в левой части уравнения (1) выражается следующим образом:

$$\int_0^1 u_\phi u_z R^2 dR = u_{\phi 0} \{ \bar{u}_z [(1 + Q) XW - 2Q XY] + D(Z) [(7 - 3Q) XW + 6(Q - 5) XY + 20XZ] \}, \quad (6)$$

где $u_{\phi 0}$ — экстраполированная тангенциальная скорость на стенке.

Введем еще одно обозначение:

$$L = \bar{u}_z [(1 + Q) XW - 2Q XY] + D(Z) [(7 - 3Q) XW + 6(Q - 5) XY + 20XZ].$$

Представим первое слагаемое в правой части уравнения (1), а именно касательное напряжение в безразмерном виде: $\tau_{r\varphi} = \frac{\mu}{R_0} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial R} - \frac{u_\varphi}{R} \right)$,

воспользовавшись параметрическим описанием окружной скорости

$$\begin{aligned}\tau_{r\phi} = \frac{\mu u_{\phi 0}}{R_0} & \{(amR^{m-1} - bnR^{n-1} + q(1 - cmR^{m-1} + dnR^{n-1})) - \\ & -(aR^{m-1} - bR^{n-1} + p(1 - cR^{m-1} + dR^{n-1}))\} = \frac{\mu u_{\phi 0}}{R_0} \{a(m-1)R^{m-1} - \\ & - b(n-1)R^{n-1} + q(d(n-1)R^{n-1} - c(m-1)R^{m-1})\}.\end{aligned}$$

При $R = 1$, получим

$$\tau_{r\phi} \Big|_{R=1} = \frac{\mu u_{\phi 0}}{R_0} \{a(m-1) - b(n-1) + q(d(n-1) - c(m-1))\}. \quad (7)$$

Учитывая все преобразования, сделанные выше, запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{u_{\phi 0}(2)L(D(2)) - u_{\phi 0}(1)L(D(1))}{dZ} \rho = \frac{\mu}{2R_0} (u_{\phi 0}(1) + u_{\phi 0}(2)) \{a(m-1) - \\ - b(n-1) + q(d(n-1) - c(m-1))\} + R_0 \frac{FF(1) + FF(2)}{2}, \quad (8)$$

где $FF = \int_0^1 f_\varphi R^2 dR$ – интеграл в правой части уравнения (1).

Далее, используя те же параметрические описания окружной (4) и осевой (5) скоростей, приведем уравнение (2) к конечно-разностному виду.

Внося скорость u_z под знак производной во втором слагаемом в левой части уравнения (2): $u_z \frac{\partial u_z}{\partial Z} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \frac{\partial u_z^2}{\partial Z} \Big|_0^1$, учитывая, что

$$\begin{aligned}u_z^2 = \bar{u}_z^2 [1 + 2Q(1 - 2R^2) + Q^2(1 - 4R^2 + 4R^4)] + \\ + 2\bar{u}_z^2 D(Z)(1 + Q - 2QR^2)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3] + \\ + D^2(Z)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3]^2\end{aligned}$$

и вводя обозначения:

$$I_1 = 1 + 2Q(1 - 2R^2) + Q^2(1 - 4R^2 + 4R^4) \Big|_0^1 = -4Q,$$

$$I_2 = (1 + Q - 2QR^2)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3] \Big|_0^1 = 2(Q - 5),$$

$$I_3 = [(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3]^2 \Big|_0^1 = 8(3Q - 5),$$

получим

$$\begin{aligned}u_z \frac{\partial u_z}{\partial Z} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}_z^2}{\partial Z} (-4Q) + \frac{\partial(\bar{u}_z D(Z))}{\partial Z} 2(Q - 5) + \left| \frac{1}{2} \frac{\partial D^2(Z)}{\partial Z} \right| 8(3Q - 5) = \\ = -4Q \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} + 2(Q - 5) \left[D(Z) \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} + \bar{u}_z \frac{\partial D(Z)}{\partial Z} \right] + 8(3Q - 5) D(Z) \frac{\partial D(Z)}{\partial Z}.\end{aligned} \quad (9)$$

Преобразуем выражения для членов уравнения (2), содержащих касательные напряжения τ_{rz} и τ_{zz} :

$$\begin{aligned}\tau_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} &= \frac{\mu}{R_0} \frac{\partial u_z}{\partial R} = \frac{\mu}{R_0} \frac{\partial}{\partial R} [\bar{u}_z(1 + Q(1 - 2R^2)) + \\ &+ D(Z)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3]] = \\ &= \frac{\mu}{R_0} [\bar{u}_z(-4QR) + D(Z)(-12(5 - Q)R + 60R^2)],\end{aligned}\quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial R} = \frac{\mu}{R_0} [-4Q\bar{u}_z + D(Z)(12(Q - 5) + 120R)], \quad (11)$$

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial(R\tau_{rz})}{\partial R} \right|_0^1 &= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial R} + \frac{\tau_{rz}}{R} = \left\{ \frac{\mu}{R_0} [-4Q\bar{u}_z + D(Z)(12(Q - 5) + 120R)] + \right. \\ &\left. + \frac{\mu}{R_0} [-4Q\bar{u}_z + D(Z)(12(Q - 5) + 60R)] \right\} \Big|_0^1 = 180 \frac{\mu}{R_0} D(Z),\end{aligned}\quad (12)$$

$$\begin{aligned}\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} &= 2\frac{\mu}{R_o} \frac{\partial u_z}{\partial Z} = 2\frac{\mu}{R_o} \frac{\partial}{\partial Z} [\bar{u}_z(1 - Q(1 - 2R^2)) + \\ &+ D(Z)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3]] = 2\frac{\mu}{R_o} \left[\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} (1 + Q(1 - 2R^2)) + \right. \\ &\left. + \frac{\partial D(Z)}{\partial Z} [(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3] \right],\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial Z} \right|_0^1 &= 2\frac{\mu}{R_0} \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} (1 + Q(1 - 2R^2)) + \right. \\ &\left. + \frac{\partial D(Z)}{\partial Z} [(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3] \right\} = \\ &= -4\frac{\mu}{R_0} Q \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial Z^2} + 4\frac{\mu}{R_0} (3Q - 5) \frac{\partial^2 D(Z)}{\partial Z^2} = 0.\end{aligned}\quad (14)$$

В результате уравнение (2) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}-\rho \frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \frac{u_\varphi^2}{R} dR + 4\rho Q \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} - 2\rho(Q - 5) \left[D(Z) \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial Z} + \bar{u}_z \frac{\partial D(Z)}{\partial Z} \right] - \\ - 4\rho(3Q - 5) \frac{\partial^2 D(Z)}{\partial Z^2} = -180 \frac{\mu}{R_0} D(Z) - R_0 f_z \Big|_{1-\frac{h}{R}}^1.\end{aligned}\quad (15)$$

Представив выражения для первого и последнего членов уравнения (15) в виде:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_0^1 \rho \frac{u_\varphi^2}{R} dR = \rho \frac{FX(2) - FX(1)}{\partial Z}$$

и

$$f_z \Big|_{1-h/R}^1 = FZ(1) - FZ(2),$$

и, расписывая частные производные для \bar{u}_z и $D(Z)$ в виде разностей значений этих функций на концах интервала dZ в конечной (2) и начальной (1) точках, получим конечно-разностный вид уравнения (2):

$$\begin{aligned} \frac{FX(2) - FX(1)}{dZ} - 2Q \frac{\bar{u}_z^2(2) - \bar{u}_z^2(1)}{dZ} + 2(Q-5)D(1) \frac{\bar{u}_z(2) - \bar{u}_z(1)}{dZ} + \\ + \frac{D(2) - D(1)}{dZ} [2(Q-5)\bar{u}_z(1) + 8(3Q-5)D(1)] = \\ = 180 \frac{\mu}{\rho R_0} D(1) + \frac{R_0}{\rho} (FZ(2) - FZ(1)). \quad (16) \end{aligned}$$

Рассмотрим уравнение (3). После введения обозначений

$$YK(Z) = \int_0^1 \rho u_z^2 R dR, \quad FZ = \int_0^1 f_z R dR \text{ и } \bar{P}^a = \frac{1}{\pi} \int_0^1 2\pi P R dR \quad (17)$$

это уравнение примет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial Z} YK(Z) = -\frac{\partial}{\partial Z} \frac{\bar{P}^a}{2} + \tau_{rz} \Big|_{R=1} + R_0 \frac{FZ(1) + FZ(2)}{2}. \quad (18)$$

Находя касательное напряжение τ_{rz} по профилю осевой скорости

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\mu}{R_0} \frac{\partial u_z}{\partial R} = \frac{\mu}{R_0} \frac{\partial}{\partial R} [\bar{u}_z(1 + Q(1 - 2R^2)) + \\ + D(Z)[(7 - 3Q) - 6(5 - Q)R^2 + 20R^3]] = \\ = \frac{\mu}{R_0} [\bar{u}_z(-4QR) + D(Z)(-12(5 - Q)R + 60R^2)], \end{aligned}$$

получим значение τ_{rz} на стенке:

$$\tau_{rz} \Big|_{R=1} = \frac{\mu Q}{R_0} (12D(Z) - 4\bar{u}_z). \quad (19)$$

Окончательно в конечно-разностном виде уравнение (3) может быть представлено следующим образом:

$$\frac{YK(2) - YK(1)}{dZ} = -\frac{1}{2} \frac{\bar{P}^a(2) - \bar{P}^a(1)}{dZ} + \frac{\mu Q}{R_0} [12D(1) - 4\bar{u}_z] + R_0 FZ. \quad (20)$$

Список литературы

1. Новиков И.И. Термодинамика. М.: Машиностроение, 1984. — С. 316–366.
2. Новиков И.И., Борзяк А.Н. Экспериментальное исследование поступательно-вращательного течения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе // Измерительная техника. 1966. № 12. С. 15–20.
3. Новиков И.И., Скобелкин В.И., Абрамович Г.Н., Клячко Л.А. Закономерность расхода жидкости в закрученном потоке (эффект максимального расхода закрученного потока жидкости) / Открытие № 389 внесено в Гос. реестр открытий 18.10.1990 г. по заявке № ОТ-11080 от 27.02.1985.
4. Гольдштик М.А. Вихревые потоки. — Новосибирск.: Наука, 1981. — 366 с.
5. Щукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1980. — 331 с.
6. Щукин В.К., Халатов А.А. Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах. — М.: Машиностроение, 1982. — 200 с.
7. Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. — Киев: Наукова Думка, 1989. — 192 с.
8. Кутателадзе С.С., Волков Э.П., Терехов В.И. Аэродинамика и теплomассообмен в ограниченных вихревых потоках. — Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1987. — 282 с.
9. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки / Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 588 с.
10. Меркулов А.П. Вихревой эффект и его применение в технике. — М.: Машиностроение, 1969. — 183 с.
11. Суслов А.Д., Иванов С.В., Мурашкин А.В., Чижиков Ю.В. Вихревые аппараты. — М.: Машиностроение, 1985. — 256 с.
12. Кузнецов В.И. Теория и расчет эффекта Ранка. — Омск: Изд-во ОмГТУ, 1995. — 217 с.
13. Гуцол А.Ф. Эффект Ранка // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167. № 6. С. 665–687.
14. Арбузов В.А., Дубнищев Ю.Н., Лебедев А.В., Правдина М.Х., Яворский Н.И. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, № 23. С. 84–90.
15. Устименко Б.П. Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях. — Алма-Ата: Наука, 1977. — 226 с.
16. Каменьщиков Ф.Т., Решетов В.А., Рябов А.Н. Вопросы механики вращающихся потоков и интенсификация теплообмена в ЯЭУ. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 176 с.

17. Назмеев Ю.Г. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей. — М.: Энергоатомиздат, 1996. — 304 с.
18. Sloan D.G., Smith Ph.J., Smoot L.D. Modelling of Swirl in Turbulent Flow Systems // Prog. Energy Combust. Sci. 1986, V. 12. P. 163–250.
19. Пуанкаре А. Теория вихрей. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — 160 с. (*Poincare H. Theorie des Tourbillons.* — Paris, 1893.)
20. Жуковский Н.Е. Собрание сочинений. Т. IV. — М.: Гостехиздат, 1948.
21. Громека И.С. Собрание сочинений. — М.: АН СССР, 1952.
22. Сэффмэн Ф.Дж. Динамика вихрей. — М.: Научный мир, 2000. — 376 с.
23. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. — Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. — 504 с.
24. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. — 3-е изд. — М.: Машиностроение. 1990. — 205 с.
25. Коваленко Л.М., Глушков А.Ф. Теплообменники с интенсификацией теплоотдачи. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 240 с.
26. Webb R.L. Principles of Enhanced Heat Transfer. — N. Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1994. — 556 с.
27. Bergles A.E. The Encouragement and Accommodation of High Heat Fluxes // Proc. 2nd European Thermal-Sciences and 14th UIT National Heat Transfer Conf. Rome, Italy, 29–31 May, 1996. V. 1. P. 3–11.
28. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. — Л.: Энергия, 1980. — 144 с.
29. Дрейцер Г.А. Эффективность использования закрутки потока для интенсификации теплообмена в трубчатых теплообменных аппаратах // Теплоэнергетика. 1997. № 11. С. 61–65.
30. Будов В.М., Дмитриев С.М. Форсированные теплообменники ЯЭУ. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 176 с.
31. Ахмедов Р.Б. Аэродинамика закрученной струи. — М.: Энергия, 1977. — 238 с.
32. Болтенко Э.А. Патент России 1540426 МКИ³F28F13/12. Теплопередающее устройство / Заявка № 4423162/24-06 от 07.05.88. Открытия. Изобретения. 1992. № 31.
33. Котов Ю.В., Кротов В.В., Филиппов Г.А. Оборудование атомных электростанций. — М.: Машиностроение. 1982.
34. Мигай В.К., Фирсова Э.В. Теплообмен и гидравлическое сопротивление пучков труб. — Л.: Наука, Ленингр. отд-е, 1986.
35. Вилемас Ю., Пошкас П. Теплоотдача в газоохлаждаемых каналах при воздействии термогравитационных и центробежных сил. — Вильнюс: Академия, 1992. — 240 с.
36. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
37. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. — М.: Физматгиз, 1960. — 715 с.
38. Алисов Р.З., Исламов В.М., Лукьянов В.И., Осиленко Ю.И. К вопросу оценки степени закрутки поступательно-вращательно движущихся потоков // Вихревой эффект и его промышленное применение. — Куйбышев, 1981. — С. 333–337.

39. Ito S., Ogawa K., Kuroda C. Turbulent Swirling Flow in a Circular Pipe / J. Chem. Engineering, Japan. 1980. V. 13, № 1. P. 6–10.
40. Гольдштик М.А., Штерн В.Н., Яворский Н.И. Вязкие течения с парадоксальными свойствами. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1989. — 336 с.
41. Хигир Б. Распределение скорости и статического давления в закрученных воздушных струях, вытекающих из кольцевых и расширяющихся сопел // Теорет. основы инж. расчетов. 1964. № 4. С. 185–194.
42. Senoo Y., Nagata T. Swirl Flow in Long Pipes with Different Roughness // Bulletin of the JSME. 1972. V. 15, № 90. P. 1514–1521.
43. Хей, Вест Теплообмен в трубе с закрученным потоком // Тр. amer. об-ва инж.-мех. / Рус. пер. / Сер. С. Теплопередача. № 3. — М.: Мир, 1975. — С. 100–106.
44. Кубо И., Гоулдин Ф.К. Численный расчет закрученного турбулентного течения // Теорет. основы инж. расчетов. 1975. № 3. С. 127–133.
45. Algifri A.H., Bhardwaj R.K., Rao Y.V. Heat transfer in turbulent decaying flow in a circular pipe // Int. J. Heat and mass transfer. 1988. V. 31, № 8. P. 1563–1568.
46. Смитберг Е., Лэндис Ф. Трение и характеристики теплообмена при вынужденной конвекции в трубах с завихрителями из скрученной ленты // Теплопередача. 1964. № 1, С. 52–62.
47. Lopina R.F., Bergles A.E. Heat Transfer and Pressure Drop in Tape Generated Swirl Flow of Single-Phase Water // J. Heat Transfer. Transection of the ASME, August. 1969. P. 434–441.
48. Manglik R.M., Ranganathan C. Visualization of Swirl Flows Generated by Twisted-Tape Inserts in Circular Tubes // Proc. World Conf. on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics ExHFT 4. Brussels, June 2–6, 1997. V. 3. P. 1631–1636.
49. Seymour E.V. Fluid Flow Through Tubes Containing Twisted Tapes // The Engineer. 1966. № 222. P. 634–642.
50. Брэдшоу П., Себеси Т., Фернгольц Г.-Г. и др. Турбулентность / Под ред. П. Брэдшоу / Пер. под ред. Н.Г. Васецкой, А.В. Колесникова, В.И. Расшупкина. / Под ред. А.С. Гиневского — М.: Машиностроение, 1980. — 343 с.
51. Вилемас Ю., Пожкас П. Теплоотдача в газоохлаждаемых каналах при воздействии термогравитационных и центробежных сил. — Вильнюс: Академия, 1992. 240 с.
52. Deen W.R. Fluid motion in a curved channel // Proc. Roy. Soc., A. 1928. V. 121.
53. Gortler H. Dreidimensionales zur Stabilitätstheorie laminarer Granzschichten // ZAMM. 1955. V. 35. S. 326–364.
54. Taylor G.I. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders // Phil. Trans. A. 1923. V. 223. P. 289–293.
55. Stuart J.T. On the nonlinear mechanics of hydro-dynamic stability // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. P. 1–21.
56. Shakouchi T., Aoki T. Three-Dimensional, Turbulent, Round-Wall Jet along a Semi-Circular Concave Surface (Effects of the Radius of Curvature) //

- Proc. World Conf. on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics ExHFT 4. Brussels, June 2–6, 1997. V. 3. P. 1783–1790.
57. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Конн И.З., Мякочин А.С. Эффективные поверхности теплообмена. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 408 с.
58. Royds R. Heat Transmission by Radiation, Conduction and Convection / First edition. — London, England: Constable and Co., 1921.
59. Терехов В.И., Калинина С.В., Мишвидобадзе Ю.М. Экспериментальное исследование развития течения в канале с полусферической каверной // Сибирский физ.-техн. журнал. 1992. Вып. 1. С. 77–85.
60. Исаев С.А., Леонтьев А.И., Усачев А.Е. Численное исследование механизма вихревой интенсификации тепломассообменных процессов в окрестности поверхности с лункой // ИФЖ. 1998. Т. 71, № 3. С. 484–490.
61. Комаров П.Л., Поляков А.Ф. Исследование характеристик турбулентности и теплообмена за обратным уступом в щелевом канале. — Препринт / ИВТАН № 2-396. — М., 1996. — 70 с.
62. Косенков В.И., Гладышев А.А., Егоров А.В. Особенности теплообмена рециркуляционных областей при обтекании прямого уступа // Тр. Второй Российской национальной конф. по теплообмену. Т. 2. — М.: Изд. МЭИ, 1998. — С. 158–160.
63. Терехов В.И., Ярыгина Н.И. Теплообмен в отрывных областях турбулизованных потоков // Тр. Второй Российской национальной конф. по теплообмену. Т. 2. — М.: Изд. МЭИ, 1998. — С. 244–247.
64. Simpson R.L. Обзор некоторых явлений, возникающих при отрыве турбулентного потока // Теоретические основы инженерных расчетов. 1981. Т. 103, № 4. С. 131–148.
65. Simpson R.L. Summary Report on the Colloquium on Flow Separation / Project SQUID Report SMU-3-PU, 1979.
66. Sears W.R., Tellionis D.P. Boundary-Layer Separation in Unsteady Flow // SIAM J. Applied Math. 1975. V. 28, № 1. 1975.
67. Peake D.J., Tobak M. Three-Dimensional Interactions and Vortical Flows with Emphasis on High Speeds. — AGARDograph 252, 1980.
68. Lighthill M.J. Attachment and Separation in Three-Dimensional Flow // Laminar Boundary Layers / Ed. L. Rosenhead. — Oxford Univ. Press, 1963. — P. 72–82.
69. Arman B., Rabas T.J. Prediction of the Pressure drop in Transverse, Repeated-Rib Tubes with Numerical Modeling // Fouling and Enhancement Interactions. V. 164. — N. Y.: ASME HTD, 1991. — P. 93–99.
70. Arman B., Rabas T.J. Disruption Shape Effects on the Performance of Enhanced Tubes with the Separation and Reattachment Mechanism // Enhanced Heat Transfer. V. 202. — N. Y.: ASME HTD, 1992. — P. 67–76.
71. Lin C.K., Kline S.J., Jonston J.P. An Experimental Study of Turbulent Boundary Layer on Rough walls / Report MD-15 Department of Mechanical Engineering Stanford Univ. — Stanford, California, July, 1966. — 171 p.
72. Maull D.J., East L.F. Three dimensional flow in cavities // J. Fluid Mech. 1963. V. 16. P. 620.

73. Eaton J.K., Jonston J.P. Turbulent Flow Reattachment: An Experimental Study of the Flow and Structuire Behind a Back-Facing Step / Report MD-39. Dep. of Mechanical Engineering. Stanford Univ., 1980.
74. Адамс Э.В., Джонстон Д.П. Структура течения в пристеночной зоне турбулентного отрывного течения // Аэрокосмическая техника. 1989. № 5. С. 3–13.
75. Bradshaw P., Wong F.Y.F. The Reattachment and Relaxation of a Turbulent Sheer Layer // J. Fluid Mech. 1972. V. 52. Pt. 1. P. 113–139.
76. Ким Д., Клейн С.Д., Джонстон Д.П. Исследование присоединения турбулентного сдвигового слоя: обтекание обратного уступа // Теоретические основы инженерных расчетов. 1980. Т. 102, № 3. С. 124–132.
77. Делленбак П., Мецгер Д., Найцель Г. Теплообмен в турбулентном за-крученном потоке за участком резкого осесимметричного расширения круглой трубы // Теплопередача. 1988. № 2. С. 51–60.
78. Ramberg S.E. The effects of yaw and finit length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders // J. Fluid Mech. 1983. V. 128. P. 81–107.
79. Левченко Ю.Д. Гидродинамика турбулентного потока в трубах с регу-лярной шероховатостью стенок // Теплофизические исследования. Сб. статей / Под ред. А.Д. Ефанова, Ф.А. Козлова. — Обнинск: ГНЦ РФ ФЭИ, 1999. — 284 с.
80. Субботин В.И., Ибрагимов М.Х., Ушаков П.А., Бобков В.П., Жу-ков А.В., Юрьев Ю.С. Гидродинамика и теплообмен в атомных энергети-ческих установках (основы расчета). — М.: Атомиздат, 1975. 408 с.
81. Гарсия А., Спэрроу Е. Турбулентный теплообмен за участком резкого сужения канала типа обращенной вперед ступеньки // Теплопередача. 1988. № 2. С. 60–66.
82. Matsubara K., Suzuki K., Treidler E.B., Suzuki H., Mae Y. Unsteady Flow and Heat Transfer in a Channel with Two Ribs Attached to One Wall // Proc. Tenth Intern. Heat Transfer Conf. Brighton, UK, 1994. V. 6. P. 73–78.
83. Короткин А.И. О трехмерном характере поперечного обтекания кругово-го цилиндра // Ученые записки ЦАГИ. 1973. Т. 4, № 5. С. 26–33.
84. Идельчик И.Е. Некоторые эффекты и парадоксы в аэродинамике и гид-равлике. — М.: Машиностроение, 1982. — 96 с.
85. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Наука, 1970. — 904 с.
86. Кокорев Л.С., Корсун А.С., Костюнин Б.Н., Петровичев В.И., Струэн-зе Р.Л. Влияние вторичных течений на распределение скорости и гид-равлическое сопротивление турбулентных потоков жидкости в некруглых каналах // Вопросы теплофизики ядерных реакторов. Вып. 2. — М.: Атомиздат, 1969. — С. 85–100.
87. Жукаускас А., Жугжда И. Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости. — Вильнюс: Мокслас. — 1979. — 237 с.
88. Webb R.L., Eckert E.R.G., Goldstein R.J. Heat Transfer and Friction in Tubes with Repeated-Rib Roughness // Int. J. Heat Mass Transfer. 1971. V. 14. P. 601–617.

89. Webb R.L., Eckert E.R.G., Goldstein R.J. Generalized Heat Transfer and Friction Correlations for Tubes with Repeated-Rib Roughness // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15. P. 180–184.
90. Терехов В.И., Ярыгина Н.И., Дьяченко А.Ю., Шапорин А.В. Особенности вихреобразования и теплообмена в трехмерных поперечных траншеях // Тепломассообмен ММФ 2000 (Тр. IV Минского международного форума). — Минск: АНК «ИТМО им. А.В. Лыкова» НАНБ, 2000. — Т. 1. С. 28–35.
91. Dalton C. Allen and Vincenti blockage corrections in a wind tunnel // AIAA Journal. 1971. V. 9, № 9. P. 1864–1865.
92. Ramamurthy A.S., Ng C.P. Effect of blockage on steady force coefficients // The Engineering Mechanics Division. Proc. ASCE. 1973. V. 99, № 4. P. 755–772.
93. Farrel C., Carrasquel S. Effect of wind-tunnel walls on the flow past circular cylinders and cooling tower models // Transactions of the ASME. Ser. 1. J. of Fluid Engineering. 1977. V. 199, № 3. P. 470–479.
94. Шашин В.М. Гидромеханика. — М.: Высшая школа, 1990. — 384 с.
95. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. — М.:Наука, 1964 — 816 с.
96. Suzuki T., Hirano T. Effects of channel height on flow past a circular cylinder // Bulletin of the JSME. 1979. V. 22, № 167. P. 661–668.
97. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. — М.: Машиностроение, 1993.
98. Roshko A. Experiments on the flow past circular cylinders at a very high Reynolds number // J. Fluid Mech. 1961. V. 10, № 3. P. 345–356.
99. Митрофанова О.В., Гладкова О.А. Эффекты, приводящие к снижению гидравлического сопротивления в каналах с интенсифицирующими устройствами // Сб. науч. тр. «Научная сессия МИФИ-2001». — М.: МИФИ, 2001. — Т. 8. С. 69–70.
100. Девнин С.И. Аэрогидродинамический расчет плохообтекаемых судовых конструкций. — Л.: Судостроение, 1967. — 224 с.
101. Гольдштик М.А., Силантьев Б.А. О влиянии загромождения канала на движение жидкости в зоне отрыва за плохо обтекаемыми телами // ЖПМТФ. 1967. № 1. С. 97–99.
102. Бон Дж., Хоффман М., Такахаси Р., Лаундер Б. Местный теплообмен за резким расширением круглого канала при постоянной плотности теплового потока на стенке // Теплопередача. 1984. Т. 106, № 4. С. 91–100.
103. Лаврентьев М.А. Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа. — Изд-во АН СССР, 1962.
104. Корсун А.С., Митрофанова О.В. Расчет гидродинамики кольцевого канала со спиральной проволочной навивкой // Вопросы теплофизики ядерных реакторов. Вып. 10. — М.: Энергоатомиздат, 1981. — С. 6–16.
105. Акылбаев Ж.С., Исатаев С.И., Ползик В.В. Срыв вихрей с поверхности плохообтекаемых тел и его влияние на теплообмен // Тепло- и массоперенос. Т. 1. Ч.1. — Минск. 1972. — С. 291–295.
106. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: Hayka, 1982. — 472 с.

107. Терехов В. И., Ярыгина Н. И., Жданов Р. Ф. Влияние внешней турбулентности на теплоотдачу в отрывном течении за единичным ребром и уступом // Тепломассообмен. — ММФ-96. 1996. Т. 1. Ч. 2. С. 107–111.
108. Дыбан Е. П., Эпик Э. Я., Юшина Л. Е. Теплообмен на продольно обтекаемой пластине при наличии отрыва и турбулизации внешнего потока // Промышленная теплотехника. 1995. Т. 17, № 1–3. С. 3–11.
109. Алемасов В. Е., Глебов Г. А., Козлов А. П. Термранеметрические методы исследования отрывных течений. — Казань: КАИ, 1990. — 178 с.
110. Русяцкас Т. Б. Динамика обтекания цилиндрических тел и ее связь с теплообменом в турбулизированных потоках: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Каунас: ИФТПЭ АН Литовской ССР, 1982. — 17 с.
111. Галин Н. М., Кириллов П. Л. Тепломассообмен (в ядерной энергетике). — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 376 с.
112. Achenbach E. The effect of surface roughness on the heat transfer from a circular cylinder to the cross flow of air // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1977. V. 20, № 4. P. 359–369.
113. Mitrophanova O. V., Korsun A. S., Kuzov V. M., Kuzov G. D.. Efficiency Criterion for Comparison of the Heat Transfer and Friction Characteristics of Channels with Different Helical Swirlers // Proc. World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics ExHFT 4. Brussels, June 2–6, 1997. V. 4. P. 1977–1984.
114. Мигай В. К. Уменьшение вихревых потерь в каналах // Теплоэнергетика. 1979. № 7. С. 49–51.
115. Крапивин А. М., Быстров П. И., Анофриев Г. И., Михайлов В. С., Воловик А. А. Гидравлическое сопротивление однорядного продольного трубного пучка, обтекаемого плоскопараллельным потоком газа // Теплоэнергетика. 1988. № 7. С. 24–27.
116. Митрофанова О. В. Гидродинамика каналов ядерно-энергетических установок с закруткой потока. (Методы расчета): Дис ... канд. техн. наук. — Москва: МИФИ, 1989. — 203 с.
117. Смит, Ву Тэйк Мун, Као Экспериментальное исследование косого обтекания кругового цилиндра // Теоретические основы инженерных расчетов. 1972. № 4. С. 72–78.
118. Эпик Э. Я. Локальный теплообмен за турбулентным отрывом различной интенсивности // Тепломассообмен ММФ 2000 (Тр. IV Минского международного форума). — Минск: АНК «ИТМО им. А. В. Лыкова» НАНБ, 2000. — Т. 1. С. 129–135.
119. Kawamura T., Hayashi T. Computation of flow around a Yawed Circular Cilinder // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. B. 1992. V. 58, № 548. P. 1071–1078.
120. Бронштейн И. Н., Семенджев К. А. Справочник по математике. — М.: Наука, 1980. — 976 с.
121. Irvin H. P. A. H., Smith P. A. Prediction of the effect of streamline curvature on turbulence // Phys. Fluids. 1975. V. 18, № 6. P. 624–630.
122. Launder B. E., Priddin C. H., Sharma B. I. The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces // J. Fluids Engineering. 1977. V. 99. P. 231–239.

123. Hawthorne W.R. Secondary Circulation in Fluid Flow // Proceedings of the Royal Society (London). Ser. A. 1951. V. 206. P. 374–387.
124. Squire H.B., Winter K.C. The Secondary Flow in a Cascade of Airfoils in a Non-Uniform Stream // J. Aeronautical Sciences. 1951. V. 18. P. 271–277.
125. Мэррис А.В. Об образовании составляющей скорости по вихревой линии // Теоретические основы инженерных расчетов. 1964. № 4. С. 185–194.
126. Prandtl L. NACA TM 625, 1929.
127. Кантуэл Б.Дж. Организованные движения в турбулентных потоках // Вихри и волны: Сб. статей / Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — С. 9–79.
128. Wattendorf F.L. A Study of the Effect of Curvature on Fully Developed Turbulent Flow // Proc. Roy. Soc. of London. Ser. A. 1935. V. 148. P. 565–598.
129. Bradshaw P. The Analogy Between Streamline Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow // J. Fluid Mech. 1971. V. 36. P. 1007–1021.
130. Bradshaw P. The Effect of Streamline Curvature on Turbulent Flow // AGARDograph, № 169 / Ed. Young A.D.. — NATO: AGARD-AG-169, Aug. 1973.
131. Иванков Н.А., Шерстюк А.Н., Поляшкин А.А. К расчету турбулентных течений в криволинейных каналах // Теплоэнергетика. 1982. № 6. С. 69–71.
132. Моффат Г. Некоторые направления развития теории турбулентности // Современная гидродинамика. Успехи и проблемы / Пер. с англ. / Под ред. Дж. Бэтчелора, Г. Моффата. — М.: Мир, 1984. — С. 49–76.
133. Методы расчета турбулентных течений / Под ред. Колльмана / Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 464 с.
134. Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1987. — С. 32–36.
135. Richmond M.C., Patel V.C. Convex and Concave Surface Curvature Effects in Wall-bounded Turbulent Flows // AIAA J. 1991. V. 29. № 6. P. 895–902.
136. Гольдштук М.А. Вариационная модель турбулентного вращающегося потока // Механика жидкости и газа. 1985. № 3. С. 22–32.
137. Habib M.A., McEligot D.M. Turbulent Heat Transfer in a Swirl Flow Downstream of an Abrupt Pipe Expansion // Proc. 7-th Intern. Heat Transfer Conf. — Munich, 1982. — V. 3, FC29. P. 159–166.
138. Lilley D.G. Nonisotropic turbulence in swirling flows // Acta astr. 1976. V. 3. P. 919–933.
139. Abuelata M.T., Jackson T.W., Lilley D.G. Swirl flow turbulence modeling // Pap. AIAA-84-1376. — Cincinnati, OH, June 11–13, 1984.
140. Rodi W. Influence of buoyancy and rotation on equations for the turbulent length scale // Second Intern. Symp. on Turbulent Shear Flows. — London: Imperial College, 1979. — 10.37–10.42.
141. Gosman A.D., Khalil E.E., Whitelaw J.H. The calculation of two-dimensional turbulent recirculating flows // Turbulent Shear Flows. V. 1. —N. Y.: Springer-Verlag, 1979.
142. Rodi W., Scheuerer G. Calculation of curved shear layers with two-equation turbulent models // Phys. Fluids. 1983. V. 26. P. 1422–1436.

143. *Ettestadt D., Lumley J.L.* Parameterization of turbulent transport in swirling flows: I. Theoretical considerations // Fourth Symp. on Turbulent Shear Flows. — Karlsruhe, F.R. Germany, Sept. 12–14, 1983. — 9.1–9.6.
144. *Abujelala M. T., Lilley D.G.* Limitations and empirical extensions of the $k-\epsilon$ model as applied to turbulent confined swirling flows // AIAA Paper, AIAA 84-0441. Reno NV, Jan 9–12, 1984.
145. *Lilley D.G.* Prediction of inert turbulent swirl flows // AIAA J. 1973. V. 11. P. 955–960.
146. *Hendricks C.J., Brighton J.A.* The prediction of swirl inert turbulence kinetic energy effects on confined jet mixing // Trans. Am. Soc. Engrs, J. of Fluids Eng. 1975. V. 97. P. 51–59.
147. *Leschziner M.A., Rodi W.* Computation of strongly swirling axisymmetric free jets // AIAA J. 1984. V. 22. P. 1742–1747.
148. *Aupoix B., Cousteix J. And Liandrat J.* Effects of rotation on isotropic turbulence // Fourth Symp. on Turbulent Shear Flows. — Karlsruhe, F.R. Germany, Sept. 12–14, 1983. — 9.7–9.12.
149. *Menter F.R.* Zonal Two Equation k-omega Turbulence Model for Aerodynamic Flows // AIAA Paper, AIAA 93-2906, July 1993.
150. *Spalart P.R., Shur M.* On the Sensitization of Simple Turbulence Models to Rotation and Curvature // Aerospace Science Science and Technology. 1997. № 5. P. 297–304.
151. *Shur M., Strelets M., Travin A., Spalart P.R.* Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessment of the Spalart-Shur Correction Term // AIAA Paper, AIAA 98-0325, January, 1998.
152. *Shur M., Strelets M., Travin A. And Spalart P.R.* Two Numerical Studies of Trailing Vortices // AIAA Paper, AIAA 98-0595, January, 1998.
153. *Валуева Е.П., Попов В.Н.* Теплообмен и сопротивление трения при турбулентном течении в плоском криволинейном канале // Термофизика высоких температур. 1995. Т. 33, № 3. С. 410–421.
154. *Lauder B.E., Reece G.J., Rodi W.* Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure // J. Fluid Mech. 1975. V. 68. P. 537.
155. *Gibson M.M.* An Algebraic Stress and Heat-Flux Model for Turbulent Shear Flow with Streamline Curvature // Int. J. Heat Mass Transfer. 1978. V. 21. P. 1609–1617.
156. *Mellor G.L., Yamada T.J.* A Hierarchy of Turbulence Closure Models for Planetary Boundary Layers // J. Atmosph. Sci. 1974. V. 31. P. 1791.
157. *Лакшиминараяна Б.* Модели турбулентности для сложных сдвиговых течений // Аэрокосмическая техника. 1987. № 5. С. 104.
158. *Galperin B., Mellor G.L.* The Effects of Streamline Curvature and Spanwise Rotation on Near-Surface Turbulent Boundary Layers // ZAMP. 1991. V. 42, № 4. P. 565.
159. *So R.M.C., Lai Y.G., Hwang B.C.* Near Wall Turbulent Closure for Curved Flow // AIAA J. 1991. № 8. P. 1202.
160. *Koosinlin M.L., Lockwood F.C.* The prediction of axisymmetric turbulent swirling boundary layers // AIAA Journal 1974. № 12. P. 547–554.
161. *Srinivasan R., Reynolds R., Ball I., Barry R., Johnson K., Mongia H.C.* Aerothermal modeling program, phase 1 final report / Final Report No. NASA CR 168243 (Aug. 1983).

162. *Hanjalic K., Launder B.E., Shiestel R.* Multiple time-scale concepts in turbulent transport modelling // *Turbulent Shear Flows. V. 2* / Eds. L. J. S. Bradbury, F. Durst, B. E. Launder, F. W. Schmidt, J. H. Whitelaw. — N. Y.: Springer-Verlag, 1980.
163. *Boysan F., Swithenbank J.* Numerical prediction of confined vortex flows // *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows* / Eds. C. Taylor, B. A. Schrefler. — Swansca, United Kingdom: Pineridge Press, 1981.
164. *Lilley D.G.* Prediction of inert turbulent swirl flows // *AIAA Journal*. 1973. № 11. P. 955–960.
165. *Reynolds O.* On the dynamic Theory of incompressible viscous fluids and determination of the criterion // *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*. 1895. V. 186. P. 123.
166. *Prandtl L.* Bericht über untersuchungen zur ausgebildeten turbulenz // *Z. Angew. Math. Mech.* 1925. Bd. 5. S. 136–139.
167. *Taylor G.I.* Eddy motions in the atmosphere // *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*. 1915. V. 215. P. 1–26.
168. *Taylor G.I.* Note of the distribution of turbulent velocities in a fluid near a solid wall // *Proc. R. Soc. London, Ser. A*. 1932. V. 135. P. 678–684.
169. *Taylor G.I.* The statistical theory of turbulence. Part I–IV // *Proc. R. Soc. London, Ser. A*. 1935. V. 151. P. 421–511.
170. *Колмогоров А.Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // *ДАН СССР*. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
171. *Corrsin S.* Investigations of flow in axially symmetric heated jet of air // *NACA Adv. Conf. Rep.* 3123 1943.
172. *Corrsin S., Kistler A.* The free stream boundaries of turbulent flows // *NACA Tech. Note No. 3133* 1954.
173. *Таунсенд А.А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом / Пер. с англ. Баренбламма Г.И., под ред. А.Н. Колмогорова. — М.: Изд-во Иностр. лит., 1959. — С. 131–134.
174. *Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Runstadler P. W.* The structure of turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1967. V. 30. P. 741–773.
175. *Blackwelder R.F., Eckermann H.* Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon // *J. Fluid Mech.* 1979. V. 94. P. 577–594.
176. *Roshko A.* Structure of turbulent shear flows: a new look. Dryden Research Lecture // *AIAA J.* 1976. V. 14. P. 1349–1357.
177. *Стрелец М.Х.* Метод моделирования отсоединенных вихрей и его применение для расчета отрывных турбулентных течений // *Физические основы экспериментального и математического моделирования процессов газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках*. Тр. XIII Школы-семинара под рук. академика РАН А.И. Леонтьева. — Санкт-Петербург, 2001. — Т. 1. С. 9–14.
178. *Ляхов В.К., Мигалин К.В.* Эффект тепловой или диффузационной шероховатости. — Изд-во Сарат. ун-та, 1991. — 176 с.
179. *Кокорев Л.С., Костюнин Б.Н., Шелагин Ю.Н.* Развитие пульсационного движения в потоке за турбулизатором. Часть I. Модели вихревой структуры в потоке с поперечным сдвигом // *Вопросы теплофизики ядерных*

- реакторов. Вып. 9. Экспериментальные и расчетные методы / Под ред. чл.-корр. АН СССР В. И. Субботина. — М.: Атомиздат, 1980. — С. 12–19.
180. Кокорев Л. С., Костюнин Б. Н., Шелагин Ю. Н. Развитие пульсационного движения в потоке за турбулизатором. Часть II. Расчетная модель развития пульсационного движения // Вопросы теплофизики ядерных реакторов. Вып. 9. Экспериментальные и расчетные методы / Под ред. чл.-корр. АН СССР В. И. Субботина. — М.: Атомиздат, 1980. — С. 20–24.
181. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations // Mon. Weather Rev. 1963. V. 91. P. 99.
182. Germano M., Piomelli U., Parviz M., Cabot W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Physics Fluids A. 1991. V. 3, № 7. P. 1760–1765.
183. Calmet I., Magnaudet J. Large-eddy simulation of high-Schmidt number mass transfer in turbulent channel flow // Physics Fluids. 1997. V. 9, № 2. P. 438–455.
184. Nelkin M. Scaling theory of hydrodynamics turbulence // Phys. Rev. 1975, V. A11. P. 1737.
185. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamics flows // Rech. Aerospatiale. 1994. V. 1. P. 5–21.
186. Генин Л. Г. Спектральный анализ единичных реализаций турбулентности. — М.: Издательство МЭИ. 1999. — 68 с.
187. Берже П., Помо. И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности / Пер. с франц. — М.: Мир, 1991. 368 с.
188. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. — М.: Постмаркет, 2000. — 352 с.
189. Данилов Ю. И., Дзюбенко Б. В., Дрейцер Г. А. и др. Теплообмен и гидродинамика в каналах сложной формы. — М.: Машиностроение. — 1986. — 200 с.
190. Дзюбенко Б. В., Сакалаускас А., Ашмантас Л., Сегаль М. Д. Турбулентное течение и теплообмен в каналах энергетических установок. — V.: Pradai, 1995. — 300 с.
191. Корсун А. С. Асимметрия тензора напряжений при движении жидкости в пористых средах // Проблемы реакторной теплофизики. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — С. 26–31.
192. Корсун А. С., Митрофанова О. В., Соколова М. С. Моделирование гидродинамики и теплообмена в каналах с закруткой теплоносителя // Тепломассообмен ММФ-92. — Минск, 1992. — Т. 10, С. 80–85.
193. Корсун А. С., Митрофанова О. В. Использование модели асимметричной гидромеханики для расчета циркуляционных течений в пористых средах // Тр. 2 Междунар. научно-техн. конфер. «Актуальные проблемы фундаментальных наук». 1994. Т. 1, Ч. 1. С. 78–80.
194. Korsun A. S., Mitrophanova O. V., Sokolova M. S. Mathematical Models and Computational Studies for Circulating Flows in Heat Exchanging Equipment. Elements // Heat Transfer 1994. Proc. Tenth Intern. Heat Transfer Conf. — Brighton, UK, 1994. — V. 6. P. 55–60.
195. Корсун А. С., Митрофанова О. В. Расчет поля температуры в кольцевом канале со спиральной проволочной навивкой // Расчетные и экспериментальные методы в теплофизике ядерных реакторов. — М.: Энергоиздат, 1982. — С. 31–36.

196. Корсун А. С., Митрофанова О. В., Шаров М. Ю. Об эффективности применения спиральной проволочной навивки в кольцевом канале // Расчетно-теоретические и экспериментальные исследования в теплофизике ядерных реакторов. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — С. 44–52.
197. Корсун А. С., Митрофанова О. В. Влияние закрутки потока теплоносителя на гидродинамику и теплообмен в кольцевом канале с неравномерным тепловыделением // Тепломассообмен-7. — Минск: ИТМО, 1984. — Т. 8, Ч. 1. С. 86–91.
198. Корсун А. С., Митрофанова О. В., Соколова М. С. Влияние неустановившейся закрутки потока на температурный режим кольцевого канала // Вопросы теплофизики в ядерно-энергетических установках. — М.: Энергоиздат, 1986. — С. 45–50.
199. Новиков И. И., Воскресенский К. Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. — М.: Госатомиздат, 1961. — 548 с.
200. Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. — М.: Атомиздат, 1974. — 408 с.
201. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. — 4-е изд. — М.: Наука, 1983. — 528 с.
202. Хант Д. Н. Динамика несжимаемой жидкости. — М.: Мир, 1967. — 183 с.
203. Хинце И. О. Турбулентность. — М.: Физматгиз. 1963. — 680 с.
204. Слеттери Дж. С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах / Пер. с англ. — М.: Энергия, 1978. — 448 с.
205. Николаевский В. Н. Пространственное осреднение и теория турбулентности // Вихри и волны. Сб. статей / Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — С. 266–335.
206. Mitrofanova O. V., Korsun A. S., Saphronov A. V. Application of Transformation Vortex Model for Description of Swirl Flows in the Channels // 2nd European Thermal-Sciences and 14 UIT Nation. Heat Transfer Conf. — Rome, Italy, May 29–31, 1996. — V. 1. P. 161–169.
207. Mitrofanova O. V. Predictive Methods for Friction and Heat Transfer Characteristics of Channels with Swirlers // Heat Transfer 1998, Proceedings of the 11th Intern. Heat Transfer Conf. — Kyongju, Korea, August 23–28, 1998. — V. 5. P. 303–310.
208. Митрофанова О. В., Болтенко Э. А. Гидродинамика и теплообмен в винтообразных каналах. // Тр. 2-й Российской конф. по теплообмену. — М.: МЭИ, 1998. — Т. 6. С. 165–167.
209. Зайков Л. А., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Течение в каналах с обратным уступом // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34, № 5. С. 724–736.
210. Митрофанова О. В., Горячева Ю. В. К вопросу о крупномасштабной вихревой структуре закрученных течений в каналах // Сб. науч. тр. «Научная сессия МИФИ-2002». — М.: МИФИ, 2002. — Т. 8. С. 58–59.
211. Митрофанова О. В. Метод гидродинамического расчета кольцевых каналов с закручивающими устройствами // Тр. Первой Российской национальной конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1994. — Т. 8. С. 149–154.

212. *Mitrophanova O. V.* Computational Methods for the Comparison of Pressure Drop and Heat Transfer Augmentation in Annuli and Tubes with Various Internal Swirl-Flow Devices // Proc. of. The Intern. Conf. «Heat Exchangers for Sustainable Development». — Lisbon, Portugal, June 15–18, 1998. — P. 779–788.
213. Скотт С.К., Раск Д.П. Тurbulentная вязкость в закрученном потоке жидкости в кольцевом канале // Теоретические основы инженерных расчетов. 1973. № 4. С. 147–159.
214. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.
215. Самарский А.А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1982. — 272 с.
216. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
217. Гмырко В.Е., Митрофанова О.В. Вычислительный алгоритм метода расчета теплогидравлики кольцевых каналов с закручивающими устройствами // Тр. 2-й Российской национальной конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1998. — Т. 8. С. 19–21.
218. Spalding D.B., Patankar S. V. Heat and mass transfer in boundary layers. — London: Morgan-Grampian, 1967.
219. Garimella S., Christensen R.N. Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Spirally Fluted Annuli: Part I-Hydrodynamics, Part II-Heat Transfer // Transactions of the ASME. 1995. V. 117. P. 54–68.
220. Ligrani P.M., Niver R.D. Flow visualization of Dean vortices in a curved channel with 40 to 1 aspect ratio // Phys. Fluids. 1988. V. 31(12). P. 3605–3617.
221. Chung B. T. F., Ma Z., Liu F. General Solutions for Optimum Dimensions of Convective Longitudinal Fins with Base Wall Thermal Resistances // Heat Transfer 1998, Proc. of the 11th Intern. Heat Transfer Conf. — Kyongju, Korea, August 23–28, 1998. — V. 5. P. 357–362.
222. Вахненко Б.А., Корсун А.С., Романов А.А., Шако В.В. Реализация методов конечных элементов и конечных разностей для задач теплопроводности. — М.: МИФИ, 1989. — 24 с.
223. Lyon R.N. Liquid metal heat transfer coefficients // Chem. Engng. Progress. 1951. V. 47, № 2. P. 87.
224. Gupte N.S., Date A. W. Friction and Heat Transfer Characteristics of Helical Turbulent Air Flow in Annuli // J. Heat Transfer. 1989. V. 111. P. 337–344.
225. Шимонис В.М., Щукис В.П., Пошкас П.С. Местная теплоотдача и гидравлическое сопротивление в винтообразных каналах (1. Экспериментальная установка, методика исследования, первые опыты) // Тр. АН Литовской ССР. Серия Б. 1988. Т. 3(166). С. 103–114.
226. Шимонис В.М., Щукис В.П., Пошкас П.С. Местная теплоотдача и гидравлическое сопротивление в винтообразных каналах (2. Влияние относительной ширины и кривизны канала) // Труды АН Литовской ССР. Серия Б. 1988. Т. 5(168). С. 83–90.
227. Вилемас Ю., Чесна Б., Сурвила В. Теплоотдача в газоохлаждаемых кольцевых каналах. — Вильнюс: Мокслас, 1977.

228. Пучков П.И., Виноградов О.С. Исследование теплоотдачи и гидравлических сопротивлений колыцевых каналов с теплоотдающей внутренней поверхностью. // Теплоэнергетика. 1964. № 10. С. 62–69.
229. Garimella S., Christensen R.N. Experimental Investigation of Fluid Flow Mechanisms in Annuli with Spirally Fluted Inner Tubes // AHRAE Transactions, 1993. V. 99. Part 1. P. 1205–1216.
230. Ravigururajan T.S., Bergles A.E. General Correlations for Pressure Drop and Heat Transfer for Single Phase Turbulent Flow in Internally Ribbed Tubes // Augmentation of Heat Transfer in Energy Systems, ASME-HTD. 1985. V. 52. P. 9–20.
231. Cheng Lu, Craft T.J., Launder B.E., Leshziner M.A. Spirally Fluted Tubing: Prediction and Measurement // Heat Transfer 1994, Proc. Tenth Intern. Heat Transfer Conf. — Brighton, UK, 1994. — V. 6. P. 13–18.
232. Болтенко Э.А. Интенсификация теплосъема в парогенерирующих каналах с закруткой и транзитным потоком // Тр. 1-й Российской национальной конференции по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1994. — Т. 8. С. 27–32.
233. Болтенко Э.А. Интенсификация теплосъема в парогенерирующих каналах с закруткой и транзитным потоком // Тр. междунар. конф. «Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР». В 3 т. Т. 1. — Обнинск.: ФЭИ, 1995. — С. 244–248.
234. Zimparov V.D., Vulchanov N.L., Delov L.B. Heat Transfer And Friction Characteristics Of Spirally Corrugated Tubes For Power Plant Condenser. 1. Experimental Investigation And Performance Evaluation // Heat And Mass Transfer. 1991. V. 34, № 9. P. 2187–2197.
235. Вукалович М.П., Новиков И.И. Техническая термодинамика. — М.: Энергия, 1968. — С. 295–301.
236. Курганов В.А., Петухов Б.С. Анализ и обобщение опытных данных по теплоотдаче в трубах при турбулентном течении газа с переменными физическими свойствами // Теплофизика высоких температур. 1974. Т. 12, № 2. С. 304–315.
237. Митрофанова О.В., Корсун А.С. Математическое моделирование гидродинамики неустановившихся закрученных течений в каналах с завихрителями // Тр. 2-ой Междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные проблемы фундаментальных наук». 1994. Т. 1. Ч. 1. С. 74–77.
238. Пустовойт Ю.А., Медведева Б.А., Фомин А.В., Голубев Ю.Л. Пристеночное трение в начальном участке цилиндрического канала при локальной закрутке потока жидкости // В сб. «Газодинамика двигателей летательных аппаратов». — Казань, 1982. — С. 16–21.
239. Wolf L. (Jr.), Lavan Z., Feijer A.A. Measurements of the Decay of Swirl in Turbulent Flow // AIAA Journal. 1969. № 5. P. 971–973.
240. Халатов А.А., Щукин В.К., Летягин В.Г. Некоторые особенности гидродинамики турбулентных воздушных потоков, закрученных лопаточным завихрителем // Инженерно-физический журнал. 1973. Т. XXV, № 5. С. 245–252.
241. Щукин В.К., Халатов А.А., Кожевников А.В. Структура закрученного потока в цилиндрическом канале при однородном вдуве // Инженерно-физический журнал. 1979. Т. XXXVII, № 2. С. 245–252.

242. *King M.K., Rothfus R.R., Kermode R.I.* Static Pressure and Velocity Profiles in Swirling Incompressible Tube Flow // AIChE Journal. 1969. V. 15, № 6. P. 837–842.
243. *Митрофанова О.В.* Расчетное моделирование гидродинамики и теплообмена в парогенерирующих каналах со спиральными завихрителями // Гидродинамика и безопасность АЭС. — Обнинск: ГНЦ РФ ФЭИ, 1999. — С. 74–76.
244. *Митрофанова О.В., Филатов К.С.* Применение модели трансформации вихря для оптимизации геометрии закручивающих устройств в тепловыделяющих каналах // Физические основы экспериментального и математического моделирования процессов газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках. Тр. XIII Школы-семинара под рук. Академика РАН А. И. Леонтьева. — М.: Изд. МЭИ, 2001. — Т. 2. С. 374–378.
245. *Митрофанова О.В., Филатов К.С.* Замыкание модели трансформации вихря // Сб. науч. тр. «Научная сессия МИФИ-2002». — М.: МИФИ, 2002. — Т. 8. С. 60–61.
246. *Kraith F., Sonju O.* The decay of a turbulent swirl in a pipe // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt. 2. P. 257–271.
247. *Новиков И.И.* Закономерности поступательно-вращательного течения вязкой несжимаемой жидкости // Измерительная техника. 1966. № 4. С. 15–20.
248. *Новиков И.И.* Теплообмен при поступательно-вращательном течении жидкости по трубе // Измерительная техника. 1966. № 8. С. 37–40.
249. *Новиков И.И.* Экспериментальное определение скорости распространения длинных центробежных волн, образующихся в поступательно-вращательном потоке жидкости // ДАН СССР. 1969. Т. 184, №2. С. 313–314.
250. *Белл Д., Глесстон С.* Теория ядерных реакторов / Пер. с англ. под ред. В. Н. Артамкина. — М.: Атомиздат, 1974. — 496 с.
251. *Никирадзе И.* Закономерности течения в гладких каналах // В сб. «Проблемы турбулентности». — М.-Л.: ОНТИ, 1936.
252. *Хайрер Э., Нерсептт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Мир, 1990. — 512 с.
253. *Ковалев Е.М., Костенко З.Ф., Кузьмин И.Г.* Исследование теплообмена и гидравлического сопротивления греющих камер со спирально-проводочными вставками выпарных аппаратов // Химическое и нефтяное машиностроение. 1981. № 1. С. 16–17.
254. *Li H.M., Ye K.S., Tan Y.K., Deng S.J.* Investigation on Tube-Side Flow Visualization, Friction Factors and Heat Transfer Characteristics of Helical-Ridging Tubes // Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf. 1982. V. 3. P. 75–80.
255. *Дрейцер Г. А.* Проблемы создания компактных трубчатых теплообменных аппаратов // Теплоэнергетика. 1995. № 3. С. 11–18.
256. *Митрофанова О.В.* Расчетное моделирование гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с завихрителями // Тр. 4-го Минского Международного Форума по Тепломассообмену ММФ-2000. — Минск: ИТМО, 2000. — Т. 1. С. 274–281.

257. Каменецкий Б. Я. Эффективность турбулизаторов в трубах с неравномерным обогревом периметра при режимах ухудшенной теплоотдачи // Теплоэнергетика, 1980. № 4. С. 57–58.
258. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального исчисления. Т. 2. — 7-е изд. — М.: Наука, 1969. — С. 667.
259. Корсун А. С., Митрофанова О. В. Профиль скорости со скольжением на стенке для описания турбулентного потока // Тр. междунар. конф. «Теплофизика-98. Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР». В 2 т. Т. 1. — Обнинск: ФЭИ, 1988. — С. 70–77.
260. Митрофанова О. В. Методы математического моделирования гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с завихрителями: Дис. ... док. техн. наук. — Москва: МИФИ, 2002. — 321 с.
261. Мигай В. К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах спиральными закручивателями // Теплоэнергетика. 1968. № 11. С. 31–33.
262. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973. — 758 с.
263. Васильев О. Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. — Л., 1958. — 143 с.
264. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977. — С. 220–226.
265. Гостинцев Ю. А., Погодин П. Ф., Успенский О. А. Поток Громеки–Бельтрами в полубесконечной трубе // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1971. № 2. С. 117–120.
266. Митрофанова О. В. Использование теории Громеки – Бельтрами для анализа условий существования макровихревой структуры внутренних закрученных потоков // Тр. 2-й Российской национальной конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1998. — Т. 2. С. 192–196.
267. Митрофанова О. В., Филатов К. С., Черепанов Д. А. Влияние интенсивности завихренности на структуру закрученных потоков в цилиндрических каналах // Тр. 2-й Российской национальной конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1998. — Т. 8. С. 30–32.
268. Mitrofanova O. V. Problems of Vortex Dynamics in the Thermal Physics of Power Plants // Heat Transfer Research. 2006. V. 37. Iss. 4. P. 321–348.
269. Гидродинамика и безопасность ядерных энергетических установок / Сборник трудов ФЭИ в 3 т. Т. 2. — Обнинск: ГНЦ РФ ФЭИ, 1999. — 388 с.
270. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. Т. IV. Гидродинамика. — 3-е изд. перераб. — М.: Наука, 1986. — С. 143–147.
271. Новиков И. И. Термодинамика спинодалей и фазовых переходов. — М.: Наука, 2000. 165 с.
272. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособие: Т. V. Статистическая физика. Ч. I. — 5-е изд., стереотип. — М.: Физматлит, 2001. — 616 с.
273. Ханаев А. А. Генерация вихревых структур в атмосфере под действием спиральной турбулентности конвективного происхождения // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, № 3. С. 331–336.
274. Курганский М. В. Генерация завихренности во влажной атмосфере // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34, № 2. С. 175–181.

275. *Graramadze V. V., Khomenko G.A., Tur A. V.* Large-scale vorticities in helical turbulence of incompressible fluid // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. 1989. V. 46. P. 53–69.
276. *Глухих В.А., Тананаев А.В., Кириллов И.Р.* Магнитная гидродинамика в ядерной энергетике. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 264 с.
277. *Митрофанова О.В., Токарев Ю.Н.* Влияние геометрических факторов на формирование детерминированных вихревых структур в коллекторах реакторов с жидкокометаллическим охлаждением // «Теплогидравлические аспекты безопасности ЯЭУ с реакторами на быстрых нейтронах». Сборн. докл. межотраслевой тематической конф. «Теплофизика-2005», 16–18 ноября 2005. Обнинск, ГНЦ РФ-ФЭИ. — Обнинск: ОНТИ ГНЦ РФ-ФЭИ, 2006. — 1.13. 9 с.
278. *Кириллов П.Л.* Опыт эксплуатации реакторов указывает на необходимость новых теплогидравлических исследований // Атомная техника за рубежом. 2003. № 9. С. 3–9.
279. *Гусев Б.Д., Калинин Р.И., Благовещенский А.Я.* Гидродинамические аспекты надежности современных энергетических установок. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ние. 1989. — 216 с.
280. *Безруков Ю.А., Драгунов Ю.Г., Логвинов С.А., Ульяновский В.Н.* Исследование перемешивания потоков теплоносителя в корпусе ВВЭР // Атомная энергия. 2004. Т. 96. Вып. 6. С. 432–440.
281. *Габрианович Б.Н., Дельнов В.Н.* Экспериментальное исследование на гидролотке особенностей течения теплоносителя в раздающем коллекторе промежуточного теплообменника реакторных установок на быстрых нейтронах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерная техника и технология. Вып. 3. — М.: ЦНИИатоминформ, 1989. — С. 59–69.
282. *Габрианович Б.Н., Дельнов В.Н.* Экспериментальное исследование на гидролотке особенностей течения теплоносителя в раздающих коллекторах с осесимметричным боковым входом // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерная техника и технология. Вып. 3. — М.: ЦНИИатоминформ, 1989. — С. 82–89.
283. *Ипатов Г.Ф., Трофимов А.С., Лихашва В.Ю., Кумаев В.Я., Юрьев Ю.С.* Влияние геометрических и режимных параметров цилиндрического раздаточного коллектора на выходную неравномерность профиля расхода теплоносителя // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерная техника и технология. Вып. 3. — М.: ЦНИИатоминформ, 1989. — С. 51–58.
284. *Габрианович Б.Н., Дельнов В.Н., Миловидов И.В., Белякова Е.В., Васильева Т.В.* Экспериментальное исследование гидродинамических характеристик потока в раздающей коллекторной системе промежуточного теплообменника реакторных установок на быстрых нейтронах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерная техника и технология. Вып. 3. — М.: ЦНИИатоминформ, 1989. — С. 23–31.
285. *Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П.* Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы) / Под общ. ред. П.Л. Кириллова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 360 с.
286. *Патрашев А.Н.* Турбулентные течения в потоках жидкости с крупными локальными вихреобразованиями / В сб. «Механика турбулентных потоков». — 1980. — С. 166–187.

287. *Mitrofanova O. V., Kokorev L. S.* Simulation of large-scale circulation of liquid metal coolants in nuclear reactor collectors // 11-th Meeting of Intern. Association for Hydraulic Research, Working Group, IAEA. — Vienna, Austria, 2005. — TWG-FR/125. P. 326–331.
288. *Andrews M.J., Fletcher L.S.* Comparison of Several Heat Transfer Enhancement Technologies for Gas Heat Exchangers // J. Heat Transfer. 1996. V. 118. P. 897–902.
289. *Mitrophanova O. V.* Optimization of Swirl-Flow Devices Geometry in Annular Channels of Fuel Assemblies // Proc. of 15th National and 4th ISHMT/ASME Heat and Mass Transfer Conf. — Pune, India, January 12–15, 2000.
290. *Mitrophanova O. V., Philatov K.S.* Prediction of Thermohydraulic Performance of Heated Ducts with Swirl-Flow Arrangements // Proc. of the 3rd European Thermal Sciences Conf. — Germany, September 2000. — V. 1. — P. 349–354.
291. Крамеров А. Я., Шевелев Я. И. Инженерные расчеты ядерных реакторов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 736 с.
292. Митрофанова О. В., Филатов К. С. Оптимизация геометрии спиральных интенсификаторов теплообмена в тепловыделяющих каналах // Сб. науч. тр. «Научная сессия МИФИ-2001». — М.: МИФИ, 2001. — Т. 8. С. 67–68.
293. Воронин Г. И. Кондиционирование воздуха на летательных аппаратах. — М.: Машиностроение, 1965.
294. Патент РФ на изобретение № 2127158. Способ очистки поверхностей химической аппаратуры от шламов / Митрофанов А. В., Мочалов М. А., Конбенков В. Р., Митрофанова О. В. / Приоритет от 31.07.97.
295. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — С. 348–353.
296. Chen J.C. Two-Phase Flow With and Without Phase Change: Suspension Flows — Some Questions Answered and Unanswered // Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf. 1994. — V. 1. P. 369–386.

Научное издание

МИТРОФАНОВА Ольга Викторовна

**ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ
В КАНАЛАХ ЯДЕРНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК**

Редактор *Ю.А. Тюрина*

Оригинал-макет: *А.М. Садовский*

Оформление переплета: *А.В. Андросов*

Подписано в печать 20.04.10. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 18. Уч.-изд. л. 22. Тираж 100 экз.
Заказ № 1273.

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90

E-mail: fizmat@maik.ru, fmsale@maik.ru;

<http://www.fml.ru>

Отпечатано в ПФ «Полиграфист»

160001, г. Вологда, ул. Челюскинцев, 3

Тел.: (8172) 72-07-92, 72-61-75, 72-60-63; факс: (8172) 76-00-49, 72-71-11

E-mail: form@pfpoligrafist.com

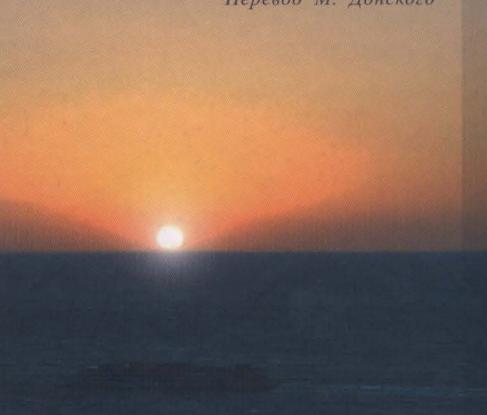
ISBN 978-5-9221-1223-9



9 785922 112239

*« ...Что виделось вчера как цель глазам твоим, -
Для завтрашнего дня - оковы;
Мысль - только пыща мыслей новых,
Но голод их неутолим...»*

Э. Верхарн «Невозможное»
Перевод М. Донского



Митрофанова Ольга Викторовна – доктор технических наук, профессор кафедры Теплофизики Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». Круг научных интересов автора включает в себя гидродинамику и теплообмен сложных вихревых и закрученных течений; теплофизику ядерно-энергетических установок; проблемы интенсификации теплообмена; разработку физических моделей и методов расчета.

