Sorbonne Université
M1 Androide / IQ

MOGPL

Projet - Automne 2021

Hugo Abreu
Krisni Almehdi

soutenu le 17 Décembre 2021

1 Introduction

Dans ce projet, on considère des multigraphes orientés pondérés par le temps. Ce type de graphe est utile notamment pour la plannification temporelle - nous considèrerons le cas où un réseau de transport aérien est représenté par un tel graphe.

2 Préliminaires

Question 1. En utilisant l'instance de la figure , montrer que les assertions suivantes sont vraies.

Assertion 1.1. *Un sous-chemin préfixe d'un chemin d'arrivée au plus tôt peut ne pas être un chemin d'arrivée au plus tôt.*

Réponse. Considérons le multigraphe de l'Exemple 1. Les chemins réalisables de a à k sont les suivants:

$$\begin{aligned} P_{a\to k} = \{P_1 &= ((a,b,1,1),(b,g,3,1),(g,k,6,1)),\\ P_2 &= ((a,b,1,1),(b,h,3,1),(h,k,7,1)),\\ P_3 &= ((a,b,1,1),(b,g,3,1),(g,k,6,1)),\\ P_4 &= ((a,b,2,1),(b,g,3,1),(g,k,6,1)),\\ P_5 &= ((a,b,2,1),(b,h,3,1),(h,k,7,1)),\\ P_6 &= ((a,b,2,1),(b,g,3,1),(g,k,6,1)),\\ P_7 &= ((a,c,4,1),(c,h,6,1),(h,k,7,1))\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Considérons les dates de fin $fin(P_x)$ pour tout chemin $P_x \in P_{a\to k}$:

$$\begin{aligned} fin(P_1) &= 6+1 = 7,\\ fin(P_2) &= 7+1 = 8,\\ fin(P_3) &= 6+1 = 7,\\ fin(P_4) &= 6+1 = 7,\\ fin(P_5) &= 7+1 = 8,\\ fin(P_6) &= 6+1 = 7,\\ fin(P_7) &= 7+1 = 8. \end{aligned} \tag{2}$$

Les chemins d'arrivée au plus tôt

$$P_{\text{au plus tôt }(a\to k)} = \{P \in \mathcal{P}(a,k,[1,10]) : fin(P) = \min(\{fin(P')) : P' \in \mathcal{P}(a,k,[1,10])\})\}$$

sont donc les suivants:

$$P_{\text{au plus tôt }(a\to k)} = \{P_1, P_3, P_4, P_6\} \tag{3}$$

Considérons le chemin P_4, un chemin d'arrivée au plus tôt. $P_{4(a\to b,\text{ jour }2)} = ((a,b,2,1))$ est un sous-chemin préfixe (un sous-chemin partant du sommet de départ) de P_4, avec une date de fin $fin(P_{4(a\to b,\text{ jour }2)}) = 2+1 = 3$.

Cependant, $P_{(a\to b,\text{ jour }1)} = ((a,b,1,1))$ a une date de fin $fin(P_{(a\to b,\text{ jour }1)}) = 1+1 = 2$, et $fin(P_{4(a\to b,\text{ jour }2)}) > fin(P_{(a\to b,\text{ jour }1)})$ - donc $P_{4(a\to b,\text{ jour }2)}$ n'est pas un chemin d'arrivée au plus tôt.

Ainsi, un sous-chemin préfixe d'un chemin d'arrivée au plus tôt peut ne pas être un chemin d'arrivée au plus tôt. □

Assertion 1.2. *Un sous-chemin postfixe d'un chemin de départ au plus tard peut ne pas être un chemin de départ au plus tard.*

Assertion 1.3. *Un sous-chemin d'un chemin le plus rapide peut ne pas être un chemin le plus rapide.*

Assertion 1.4. *Un sous-chemin d'un plus court chemin peut ne pas être un plus court chemin.*

3 Algorithmes de plus court chemin dans des multigraphes orientés pondérés par le temps

4 Conclusion